SÉPTIMA EDICIÓN

INGENIERÍA ECONÓMICA

LELAND BLANK · ANTHONY TARQUIN

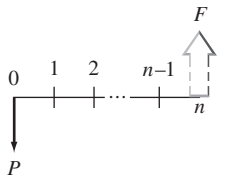
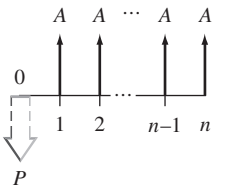
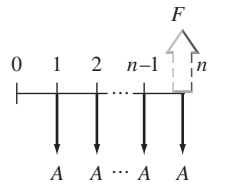
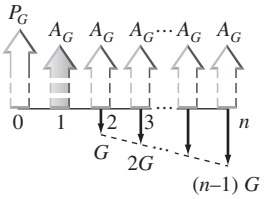
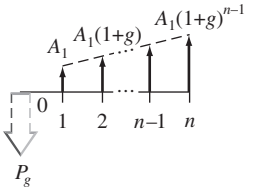
Formato para las funciones que se emplean con frecuencia en las hojas de cálculo de Excel©

	Contenido de cada paréntesis
Valor presente:	
= VP(*i*%,*n*,*A*,*F*)	Para una serie constante *A*; valor *F* único
= VNA(*i*%,segunda_celda:última_celda) + primera_celda	Para una serie de flujo de efectivo variable
Valor futuro:	
= VF(*i*%,*n*,*A*,*P*)	Para una serie constante *A*; valor *P* único
Valor anual:	
= PAGO(*i*%,*n*,*P*,*F*)	Para cantidades únicas sin serie *A*
= PAGO(*i*%, *n*,VPN)	Para calcular VA dado el VPN; función VPN incrustada
Número de periodos (años):	
= NPER(*i*%,*A*,*P*,*F*)	Para una serie constante *A*; *P* y *F* únicos

(Nota: Las funciones VNA, VF y PAGO cambian el sentido del signo. Agregue un signo de menos delante de la función para mantener el mismo signo.)

Tasa de rendimiento:	
= TASA(*n*,*A*,*P*,*F*)	Para una serie constante; *P* y *F* únicos
= TIR(primera:celda:última_celda)	Para una serie de flujos de efectivo variables
Tasa de interés:	
= EFFECT(*r*%,*m*)	Para una *r* nominal, *m* veces de capitalización por periodo
= TASA.NOMINAL(*i*%,*m*)	Para una *i* anual efectiva, *m* veces de capitalización por año
Depreciación:	
= DLR(*P*,*S*,*n*)	Depreciación en línea recta para cada periodo
= SDD(*P*,*S*,*n*,*t*,*d*)	Depreciación con saldo doble decreciente para el periodo *t* con la tasa *d* (opcional)
= SD(*P*,*S*,*n*,*t*)	Saldo decreciente, tasa determinada por la función
= SDV(*P*,0,*n*,MAX(0,*t*−1.5), MIN(*n*,*t*−0.5),*d*)	Depreciación SMARC para el año *t* con la tasa *d* para el método SDD o SD
Función lógica SI:	
= SI(prueba_lógica,valor_si_es_verdad,valor_si_es_falso)	Para operaciones lógicas con dos resultados

Relaciones para flujos de efectivo discretos con capitalización al final del periodo

Tipo	Encontrar/ Dado	Notación con factor y su fórmula	Relación	Ejemplo de diagrama del flujo de efectivo
Cantidad única	F/P Cantidad capitalizada	$(F/P,i,n) = (1 + i)^n$	$F = P(F/P,i,n)$	
	P/F Valor presente	$(P/F,i,n) = \dfrac{1}{(1 + i)^n}$	$P = F(P/F,i,n)$	
			(Sec. 2.1)	
Serie uniforme	P/A Valor presente	$(P/A,i,n) = \dfrac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$	$P = A(P/A,i,n)$	
	A/P Recuperación del capital	$(A/P,i,n) = \dfrac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$	$A = P(A/P,i,n)$	
			(Sec. 2.2)	
	F/A Valor capitalizado	$(F/A,i,n) = \dfrac{(1 + i)^n - 1}{i}$	$F = A(F/A,i,n)$	
	A/F Fondo de amortización	$(A/F,i,n) = \dfrac{i}{(1 + i)^n - 1}$	$A = F(A/F,i,n)$	
			(Sec. 2.3)	
Gradiente aritmético	P_G/G Valor presente	$(P/G,i,n) = \dfrac{(1 + i)^n - in - 1}{i^2(1 + i)^n}$	$P_G = G(P/G,i,n)$	
	A_G/G Series uniformes	$(A/G,i,n) = \dfrac{1}{i} - \dfrac{n}{(1+ i)^n - 1}$	$A_G = G(A/G,i,n)$	
		(Sólo gradiente)	(Sec. 2.5)	
Gradiente geométrico	P_g/A_1 y g Valor presente	$P_g = \begin{cases} \dfrac{A_1\left[1 - \left(\dfrac{1 + g}{1 + i}\right)^n\right]}{i - g} & g \neq i \\ A_1 \dfrac{n}{1 + i} & g = i \end{cases}$		
		(Gradiente y base A_1)	(Sec. 2.6)	

INGENIERÍA ECONÓMICA

INGENIERÍA ECONÓMICA

Séptima edición

Leland Blank, P. E.
Texas A & M University
American University of Sharjah, Emiratos Árabes Unidos

Anthony Tarquin, P. E.
University of Texas at El Paso

Revisión técnica:

Guillermo Martínez del Campo Varela
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad Iberoamericana

Filiberto González Hernández
Departamento de Ingeniería Industrial
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Estado de México

María del Rosario Lara Delfín
Departamento de Ingeniería Industrial
Instituto Tecnológico de Toluca

Karla Beatriz Valenzuela Ocaña
Departamento de Ingeniería Industrial
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Toluca

MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA
MADRID • NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO
AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI
SAN FRANCISCO • SINGAPUR • SAN LUIS • SIDNEY • TORONTO

Director Higher Education: Miguel Ángel Toledo Castellanos
Editor sponsor: Pablo Roig Vázquez
Coordinadora editorial: Marcela Imelda Rocha Martínez
Editora de desarrollo: María Teresa Zapata Terrazas
Supervisor de producción: Zeferino García García

Traducción: Javier Enríquez Brito

INGENIERÍA ECONÓMICA
Séptima edición

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin la autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 2012, 2006, respecto a la tercera edición en español por
McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
A Subsidiary of ***The McGraw-Hill*** *Companies, Inc.*
Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A,
Piso 17, Colonia Desarrollo Santa Fe,
Delegación Álvaro Obregón,
C.P. 01376, México, D.F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN: 978-607-15-0761-7
(ISBN de la edición anterior: 978-970-10-5608-0)

Traducido de la séptima edición de *Engineering Economy* by Leland Blank and Anthony Tarquin,
published by McGraw-Hill/Irwin, a business unit of The McGraw-Hill Companies,
Inc. 1221 Avenue of the Americas, New York, NY, 10020. Copyright © 2012, by The McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved. Previous editions © 2005, 2002 and 1998.

ISBN 978-0-07-337630-1

1234567890 1345678902

Impreso en México *Printed in Mexico*

Este libro está dedicado al doctor Frank W. Sheppard, Jr., cuyo compromiso de toda la vida con la educación, las prácticas financieras justas, sus alcances internacionales y valores familiares han sido una inspiración para muchos: una persona a la vez.

CONTENIDO

Prefacio a la séptima edición xvii

ETAPA DE APRENDIZAJE 1 **FUNDAMENTOS**

Capítulo 1 Fundamentos de ingeniería económica 2

1.1 La ingeniería económica: descripción y papel en la toma de decisiones 3
1.2 Realización de un estudio de ingeniería económica 4
1.3 Decisiones económicas y ética profesional 7
1.4 Tasa de interés y tasa de retorno 10
1.5 Terminología y símbolos 13
1.6 Flujos de efectivo: estimación y diagramación 15
1.7 Equivalencia económica 19
1.8 Interés simple y compuesto 21
1.9 Tasa mínima atractiva de rendimiento 25
1.10 Introducción a las hojas de cálculo 27
Resumen del capítulo 31
Problemas 31
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 35
Estudio de caso: Fuentes de energía renovables para generar electricidad 36
Estudio de caso: Revestimientos para refrigeradores 37

Capítulo 2 Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero 38

EP Ejemplo progresivo. El caso de la fábrica de cemento 39
2.1 Factores para una cantidad única (F/P y P/F) 39
2.2 Factores de valor presente y de recuperación de capital para series uniformes (P/A y A/P) 43
2.3 Factor de fondo de amortización y factor de cantidad compuesta para una serie uniforme (A/F y F/A) 46
2.4 Valores de los factores para valores de i o n que no se encuentran en las tablas 48
2.5 Factores de gradiente aritmético (P/G y A/G) 50
2.6 Factores para series de gradiente geométrico 58
2.7 Determinación de i o n para valores conocidos del flujo de efectivo 61
Resumen del capítulo 64
Problemas 64
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 69
Estudio de caso: El tiempo pasa, así como la tasa de interés 70

Capítulo 3 Combinación de factores y funciones de hojas de cálculo 72

3.1 Cálculos para series uniformes que son diferidas 73
3.2 Cálculos con series uniformes y cantidades únicas colocadas aleatoriamente 76
3.3 Cálculos para gradientes diferidos 80
Resumen del capítulo 86
Problemas 86
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 92
Estudio de caso: Preservación de tierra para uso público 93

Capítulo 4 Tasas de interés nominales y efectivas 94
EP Ejemplo progresivo. El caso del ofrecimiento de una tarjeta de crédito 95
4.1 Definiciones de las tasas de interés nominal y efectiva 96
4.2 Tasas de interés efectivas anuales 99
4.3 Tasas de interés efectivas para cualquier periodo 105
4.4 Relaciones de equivalencia. Periodo de pago y periodo de capitalización 106
4.5 Relaciones de equivalencia. Pagos únicos con PP $\geq$ PC 107
4.6 Relaciones de equivalencia. Series con PP $\geq$ PC 109
4.7 Relaciones de equivalencia. Pagos únicos y series con PP $<$ PC 112
4.8 Tasa de interés efectiva para capitalización continua 114
4.9 Tasas de interés que varían con el tiempo 116
Resumen del capítulo 117
Problemas 118
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 122
Estudio de caso: Con el tiempo, ¿la propiedad de una casa es una ganancia neta o una pérdida neta? 124

ETAPA DE APRENDIZAJE 2 **HERRAMIENTAS BÁSICAS DE ANÁLISIS**

Capítulo 5 Análisis del valor presente 128
EP Ejemplo progresivo. El caso del agua para fabricar semiconductores 129
5.1 Formulación de alternativas 129
5.2 Análisis de valor presente de alternativas con vidas iguales 131
5.3 Análisis de valor presente de alternativas con vidas diferentes 133
5.4 Análisis de valor futuro 137
5.5 Cálculo y análisis del costo capitalizado 138
Resumen del capítulo 142
Problemas 142
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 147
Estudio de caso: Comparación de las prestaciones del seguro social 149

Capítulo 6 Análisis del valor anual 150
6.1 Ventajas y aplicaciones del análisis del valor anual 151
6.2 Cálculo de la recuperación de capital y de valores del VA 153
6.3 Evaluación de alternativas mediante el análisis del valor anual 155
6.4 VA de una inversión permanente 157
6.5 Análisis del costo del ciclo de vida 160
Resumen del capítulo 164
Problemas 164
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 169
Estudio de caso: Ambiente cambiante de un análisis de valor anual 171

Capítulo 7 Análisis de la tasa de rendimiento: un proyecto 172
7.1 Interpretación del valor de una tasa de rendimiento 173
7.2 Cálculos de la tasa de rendimiento por medio de una ecuación de VP o VA 175
7.3 Consideraciones especiales cuando se usa el método TR 179
7.4 Valores múltiples de la tasa de rendimiento 180
7.5 Técnicas para eliminar tasas de rendimiento múltiples 184
7.6 Tasa de rendimiento de una inversión en bonos 190

Resumen del capítulo 193
Problemas 193
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 198
Estudio de caso: Desarrollo y venta de una idea innovadora 200

Capítulo 8 Análisis de la tasa de rendimiento: alternativas múltiples 202
8.1 Por qué es necesario el análisis incremental 203
8.2 Cálculo del flujo de efectivo incremental para análisis con TR 203
8.3 Interpretación de la tasa de rendimiento sobre la inversión adicional 206
8.4 Evaluación de la tasa de rendimiento con VP. Incremental y de punto de equilibrio 207
8.5 Evaluación de la tasa de rendimiento mediante el VA 213
8.6 Análisis de la TR incremental de alternativas múltiples 214
8.7 Análisis completo en una sola hoja de cálculo (opcional) 218
Resumen del capítulo 219
Problemas 220
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 225
Estudio de caso: Análisis de la TR de alternativas con vidas variables 226
Estudio de caso: ¿Cómo puede ayudar a su padre un recién graduado en ingeniería? 227

Capítulo 9 Análisis beneficio/costo y economía del sector público 228
EP Ejemplo progresivo. El caso de la planta de tratamiento de agua # 3 229
9.1 Proyectos del sector público 230
9.2 Análisis beneficio/costo de un solo proyecto 235
9.3 Selección de alternativas mediante el análisis B/C incremental 238
9.4 Análisis B/C incremental de alternativas múltiples mutuamente excluyentes 242
9.5 Análisis de proyectos del sector servicios y eficacia del costo 246
9.6 Consideraciones éticas en el sector público 250
Resumen del capítulo 251
Problemas 252
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 258
Estudio de caso: Comparación del análisis B/C y ACE de la disminución de accidentes de tránsito 259

ETAPA DE APRENDIZAJE 2 **EPÍLOGO: SELECCIÓN DE LA HERRAMIENTA BÁSICA PARA EL ANÁLISIS**

ETAPA DE APRENDIZAJE 3 **TOMAR MEJORES DECISIONES**

Capítulo 10 Financiamiento del proyecto y atributos no económicos 266
10.1 La TMAR en relación con el costo del capital 267
10.2 Mezcla deuda-capital patrimonial y costo promedio ponderado del capital 269
10.3 Determinación del costo del capital de deuda 271
10.4 Determinación del costo del capital patrimonial (o social) y de la TMAR 273
10.5 Efecto de la mezcla deuda-capital patrimonial sobre el riesgo de inversión 275

10.6 Análisis de atributos múltiples. Identificación e importancia de cada atributo 278
10.7 Medida de evaluación para atributos múltiples 282
Resumen del capítulo 283
Problemas 284
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 289
Estudio de caso: ¿Qué elegir: financiamiento de deuda o patrimonial? 290

Capítulo 11 Decisiones de reemplazo y conservación 292
EP Ejemplo progresivo. El caso de conservar o reemplazar un horno 293
11.1 Fundamentos del análisis de reemplazo 294
11.2 Vida útil económica 296
11.3 Realización de un análisis de reemplazo 302
11.4 Consideraciones adicionales en un análisis de reemplazo 306
11.5 Análisis de reemplazo durante un periodo de estudio específico 307
11.6 Valor de reemplazo 312
Resumen del capítulo 312
Problemas 313
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 319
Estudio de caso: ¿Pudiera prevalecer, por favor, la VUE correcta? 321

Capítulo 12 Proyectos independientes con limitaciones presupuestales 322
12.1 Panorama general del racionamiento de capital entre proyectos 323
12.2 Racionamiento del capital con el análisis VP para proyectos con vida igual 325
12.3 Racionamiento de capital con el análisis VP para proyectos de vida diferente 327
12.4 Formulación de problemas de presupuesto de capital con programación lineal 329
12.5 Medidas adicionales para clasificar proyectos 332
Resumen del capítulo 334
Problemas 334
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 338

Capítulo 13 Análisis de punto de equilibrio y periodo de recuperación 340
13.1 Análisis de punto de equilibrio para un proyecto único 341
13.2 Análisis de punto de equilibrio entre dos alternativas 345
13.3 Análisis de periodo de recuperación 348
13.4 Más acerca del análisis de punto de equilibrio y de periodo de recuperación, con hoja de cálculo 352
Resumen del capítulo 355
Problemas 355
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 361
Estudio de caso: Costos del proceso de tratamiento de agua en una planta 363

ETAPA DE APRENDIZAJE 4 **PERFECCIONAMIENTO DEL ESTUDIO**

Capítulo 14 Efectos de la inflación 366
14.1 Comprensión del efecto de la inflación 367
14.2 Cálculos de valor presente ajustado por inflación 369
14.3 Cálculos de valor futuro ajustados por la inflación 374

14.4 Cálculos de recuperación del capital ajustados por inflación 377
Resumen del capítulo 378
Problemas 379
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 384
Estudio de caso: Inversiones en acciones y bonos contra las fuerzas de la inflación 385

Capítulo 15 Estimación de costos y asignación de costos indirectos 386
15.1 Entender cómo se estiman costos 387
15.2 El método unitario 390
15.3 Índices de costos 391
15.4 Relaciones de estimación de costo. Ecuaciones costo-capacidad 394
15.5 Relaciones de estimación de costos. Método de factor 395
15.6 Tasas y asignación tradicional de costos indirectos 397
15.7 Costeo basado en actividades (ABC) para costos indirectos 401
15.8 Elaboración de estimaciones y prácticas éticas 403
Resumen del capítulo 404
Problemas 404
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 410
Estudio de caso: Análisis del costo indirecto de los costos de fabricación de equipo médico 411
Estudio de caso: Los actos fraudulentos lo meterán en problemas 412

Capítulo 16 Métodos de depreciación 414
16.1 Terminología de depreciación 415
16.2 Depreciación en línea recta (LR) 418
16.3 Depreciación de saldo decreciente (SD) y de saldo doble decreciente SDD 419
16.4 Sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC) 422
16.5 Determinación del periodo de recuperación del SMARC 426
16.6 Métodos de agotamiento 427
Resumen del capítulo 429
Apéndice 430
16A.1 Depreciación de la suma de dígitos anuales (SDA) y unidad de producción (UP) 430
16A.2 Cambio entre métodos de depreciación 432
16A.3 Determinación de tasas SMARC 435
Problemas 438
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 442
Problemas del apéndice 443

Capítulo 17 Análisis económico después de impuestos 444
17.1 Terminología para el impuesto sobre la renta y otras relaciones fundamentales 445
17.2 Flujo de efectivo después de impuestos 448
17.3 Efectos de los diferentes métodos de depreciación y periodos de recuperación sobre los impuestos 450
17.4 Recobro de depreciación y ganancias (pérdidas) de capital 453
17.5 Evaluación después de impuestos 456
17.6 Estudio de reemplazo después de impuestos 462
17.7 Análisis del valor agregado después de impuestos 465

17.8 Análisis de proyectos internacionales después de impuestos 468
17.9 Impuesto al valor agregado 470
Resumen del capítulo 472
Problemas 473
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 481
Estudio de caso: Análisis después de impuestos para la expansión de un negocio 482

Capítulo 18 Análisis de sensibilidad y decisiones secuenciales 484
18.1 Determinación de la sensibilidad a la variación de parámetros 485
18.2 Análisis de sensibilidad con tres estimaciones 490
18.3 Estimación de variabilidad y valor esperado 491
18.4 Cálculos de valor esperado de las alternativas 492
18.5 Evaluación de alternativas por etapas con un árbol de decisión 494
18.6 Opciones reales en la ingeniería económica 498
Resumen del capítulo 503
Problemas 503
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 509
Estudio de caso: Sensibilidad al ambiente económico 510
Estudio de caso: Análisis de sensibilidad en proyectos del sector público: planes de suministro de agua 511

Capítulo 19 Más sobre variaciones y toma de decisiones con riesgo 514
19.1 Interpretación de certidumbre, riesgo e incertidumbre 515
19.2 Elementos importantes para tomar decisiones con riesgo 518
19.3 Muestras aleatorias 523
19.4 Valor esperado y desviación estándar 526
19.5 Muestreo de Monte Carlo y análisis de simulación 533
Resumen del capítulo 540
Problemas 540
Problemas adicionales y preguntas de repaso para el examen 543
Estudio de caso: Uso de simulación y análisis de sensibilidad de tres estimaciones 544

Apéndice A Uso de hojas de cálculo y del programa Excel® de Microsoft 547
A.1 Introducción a Excel 547
A.2 Organización (distribución) de la hoja de cálculo 549
A.3 Funciones de Excel importantes en ingeniería económica 550
A.4 Goal Seek, herramienta para análisis de equilibrio y de sensibilidad 558
A.5 Solver, herramienta para presupuestar capital, análisis de equilibrio y análisis de sensibilidad 559
A.6 Mensajes de error 560

Apéndice B Elementos básicos de los informes de contabilidad y de las razones financieras 561
B.1 Balance general 561
B.2 Estado de resultados y estado del costo de lo vendido 562
B.3 Razones financieras 563

Apéndice C Código de ética para ingenieros 566

Apéndice D Otros métodos para calcular equivalencias 569
D.1 Calculadoras programables 569
D.2 Sumatoria de una serie geométrica 570

Apéndice E Glosario de conceptos y términos 573
E.1 Conceptos y lineamientos importantes 573
E.2 Símbolos y términos 576

Materiales de referencia *579*
Tablas de factores *581*
Créditos de las fotografías *610*
Índice analítico *611*

PREFACIO A LA SÉPTIMA EDICIÓN

Esta edición incluye el enfoque probado por el tiempo y los temas de las ediciones anteriores, e introduce características significativamente novedosas que son útiles para el aprendizaje y aplicación del estimulante campo de la ingeniería económica. El dinero hace una enorme diferencia en la vida de una corporación, individuo y gobierno. Aprender a entender, analizar y administrar el aspecto monetario de cualquier proyecto es algo vital para su éxito. Para ser un profesional exitoso, todo ingeniero debe ser capaz de comprender el valor del dinero en el tiempo, los acontecimientos económicos, inflación, estimación de costos, consideraciones fiscales, así como el uso de una hoja de cálculo y una calculadora. Este libro es una gran ayuda para que el lector y el profesor alcancen dichas metas, con un lenguaje fácil de entender, gráficas sencillas y herramientas en línea.

Lo nuevo y lo mejor ● ● ●

Esta séptima edición está llena de información y características nuevas. El apoyo de materiales en línea es nuevo y actualizado para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Temas nuevos:

- **Ética** y economía de la ingeniería
- **Proyectos del sector servicios** y su evaluación
- Desarrollo y análisis de **opciones reales**
- **Impuesto al valor agregado** y cómo funciona
- **Tasas múltiples de rendimiento** y las formas de eliminarlas con el empleo de una hoja de cálculo
- **Factores no tabulados** necesarios para los cálculos de equivalencia (apéndice D)

Características nuevas

- **Diseño totalmente nuevo** para resaltar los términos, conceptos y criterios de decisión importantes
- **Ejemplos progresivos** que continúan en todo el capítulo
- **Conceptos y lineamientos vitales** identificados en los márgenes; descripciones breves (apéndice E)
- **Pantallas de hojas de cálculo** con comentarios y detalles de sus funciones
- **Estudios de caso** (21 de ellos) que tratan temas que van de la ética y la energía a la simulación

Características que se conservan:

- **Muchos problemas al final de cada capítulo** (más de 90% son nuevos o rediseñados)
- **Lenguaje fácil de entender** para mejorar la comprensión en varios ambientes del curso
- Más del doble de preguntas de repaso de **Fundamentos de ingeniería**, así como problemas adicionales o de repaso para cuestionarios y exámenes.
- **Soluciones con lápiz y papel y en computadora** presentadas para muchos de los ejemplos
- **Ordenamiento flexible de los capítulos** después de haberse comprendido los temas fundamentales

Cómo usar este texto ● ● ●

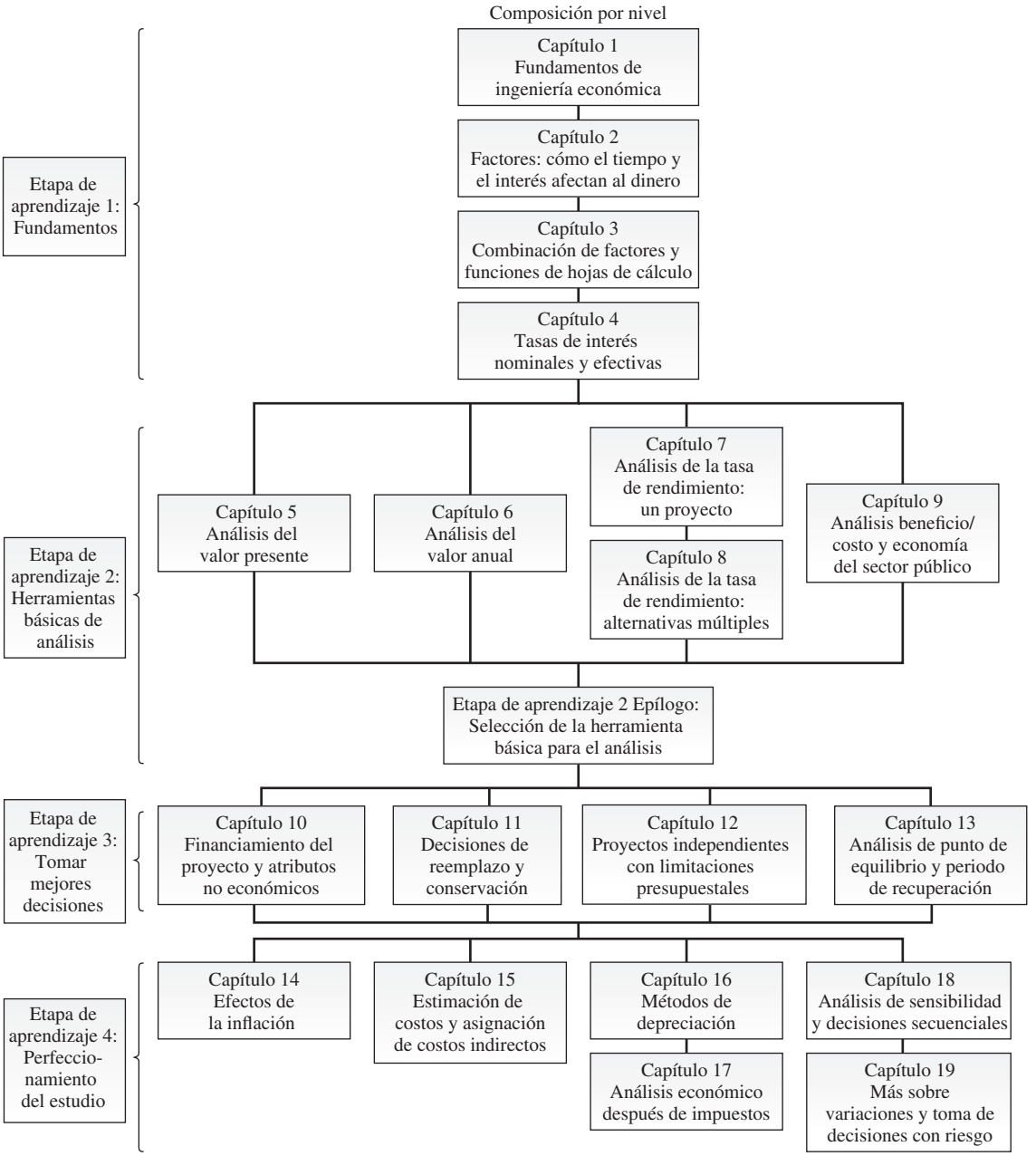
Este libro se adapta mejor a un curso de un semestre o trimestre de licenciatura. Los estudiantes deben tener un nivel de segundo año o superior, con un dominio elemental de los conceptos y terminología de la ingeniería. No es necesario un curso de cálculo; sin embargo, el conocimiento de conceptos de matemáticas avanzadas y de la probabilidad elemental ayudará a que los temas sean más significativos.

Los profesionales e ingenieros que necesitan una actualización en el análisis económico y de la estimación de costos encontrarán muy útil el libro como una referencia, así como un medio de aprendizaje.

Opciones de organización de los capítulos y el estudio ● ● ●

El libro contiene 19 capítulos organizados en cuatro etapas de aprendizaje, *como se indica en el diagrama* de la página siguiente, y cinco apéndices. Cada capítulo comienza con el enunciado del objetivo y el objetivo específico del aprendizaje (en caracteres ABET) para cada sección. Los capítulos incluyen un resumen, numerosos problemas al final de cada capítulo (ensayos y numéricos), problemas de opción múltiple útiles para el repaso del curso y la preparación de un examen de fundamentos de ingeniería y un caso de estudio.

CAPÍTULOS EN CADA ETAPA DE APRENDIZAJE

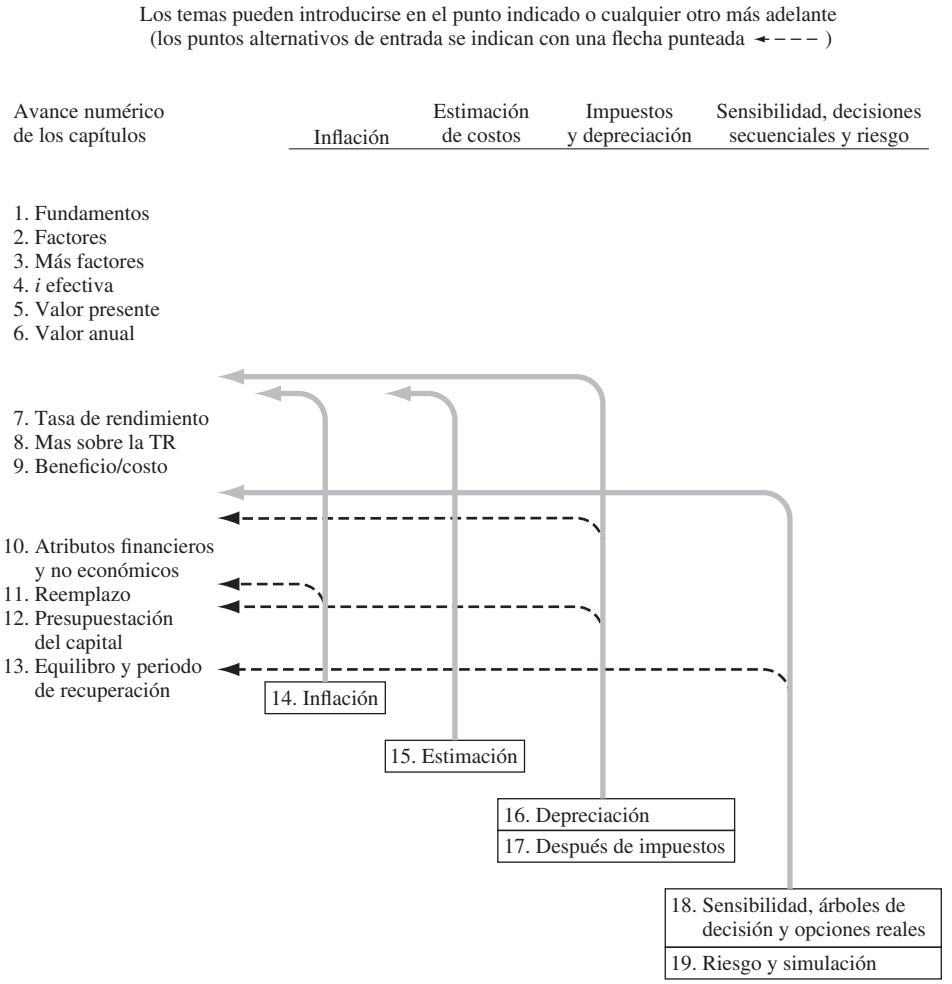


En este libro los apéndices son elementos importantes para el aprendizaje:

Apéndice A	Uso de hojas de cálculo y del programa Excel® de Microsoft
Apéndice B	Elementos básicos de los informes de contabilidad y de las razones financieras
Apéndice C	Código de ética para ingenieros
Apéndice D	Otros métodos para calcular equivalencias
Apéndice E	Glosario de conceptos y términos

Hay una flexibilidad considerable para secuenciar los temas y capítulos una vez cubiertos los primeros seis, *como se ilustra en el diagrama de avance* de la página siguiente. Si el curso está diseñado para hacer énfasis en el análisis de sensibilidad y el riesgo, los capítulos 18 y 19 pueden abordarse de inme-

OPCIONES DE AVANCE DE LOS CAPÍTULOS Y TEMAS



diato después de la Etapa de aprendizaje 2 (capítulo 9). Si tiene importancia vital hacer énfasis en la depreciación y el análisis de impuestos, los capítulos 16 y 17 pueden cubrirse después del capítulo 6 (valor anual). El diagrama de avance ayuda a diseñar el contenido del curso y el orden de los temas.

EJEMPLO DE RECURSOS PARA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Cada capítulo comienza con un propósito, lista de temas y objetivos de aprendizaje (en caracteres ABET) de la sección correspondiente. Este enfoque conductual sensibiliza al lector sobre lo que sigue y lo lleva a una mejor comprensión y aprendizaje.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Usar varios factores y funciones de hojas de cálculo para obtener cantidades equivalentes de flujos de efectivo cuya ubicación no es constante.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
3.1	Serie diferida	• Determinar los valores de *P*, *F* o *A* de una serie uniforme que empieza en un momento diferente al periodo 1.
3.2	Series diferidas y flujos de efectivo únicos	• Calcular los valores de *P*, *F* o *A* de una serie diferida y flujos de efectivo únicos colocados al azar.
3.3	Gradientes diferidos	• Efectuar cálculos de equivalencia para flujos de efectivo que involucren aumentos o disminuciones de series de gradientes geométricos o aritméticos diferidos.

CONCEPTOS Y LINEAMIENTOS

Valor del dinero en el tiempo

Es un hecho muy conocido que dinero **hace** dinero. El valor del dinero en el tiempo explica el cambio de la cantidad de dinero **en el tiempo** de los fondos que se poseen (invierten) o se deben (prestan). Es el concepto más importante en la ingeniería económica.

Para resaltar los bloques fundamentales del curso, se ha colocado una marca y título en el margen, a fin de llamar la atención a conceptos y criterios de toma de decisiones de importancia particular. El apéndice E incluye una descripción breve de cada concepto fundamental.

EJEMPLOS EN EL CAPÍTULO

Los numerosos ejemplos en cada capítulo del libro refuerzan los conceptos fundamentales y hacen que la comprensión sea más fácil. Cuando resulta apropiado, el ejemplo se presenta resuelto con soluciones obtenidas con lápiz y papel y también en computadora.

EJEMPLO 4.6

Una compañía de internet planea invertir dinero en un nuevo fondo de capital riesgoso, que actualmente reembolsa 18% anual con un periodo de composición diario. ¿Cuál es el valor de la tasa de interés efectiva *a*) anual y *b*) semestral?

Solución

a) Aplique la ecuación (4.7), con $r = 0.18$ y $m = 365$.

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.18}{365}\right)^{365} - 1 = 19.716\%$$

b) En este caso, $r = 0.09$ cada seis meses y $m = 182$ días.

$$i\% \text{ efectiva semestral} = \left(1 + \frac{0.09}{182}\right)^{182} - 1 = 9.415\%$$

EJEMPLOS PROGRESIVOS

En varios capítulos se incluye un ejemplo progresivo: un problema con un enunciado más detallado al principio del capítulo y continúa a través del capítulo con ejemplos señalados especialmente. Este enfoque ilustra diferentes técnicas y algunos aspectos cada vez más complejos de un problema de la vida real.

EP

El caso del agua para fabricar semiconductores: La contribución de los semiconductores a las ventas mundiales es de 250 mil millones de dólares por año, que equivale a cerca de 10% del PIB (producto interno bruto) mundial. Esta industria produce los microchips para muchos equipos de comunicación, entretenimiento, transporte y computación actuales de uso cotidiano. En función del tipo y tamaño de la planta de fabricación (fab), es grande la necesidad de agua ultrapura (AUP) para fabricar los diminutos circuitos integrados, y la demanda va de 500 a 2 000 galones por minuto (gpm). El agua ultrapura se obtiene con procesos especiales que suelen incluir tecnologías de ósmosis inversa o sustratos de resinas desionizadoras. El agua potable producto de la purificación de agua de mar o la extracción de agua subterránea salobre llega a costar de 2 a 3 dólares por cada 1 000 galones, pero la obtención de AUP en el sitio de fabricación de los semiconductores cuesta de 1 a 3 dólares más por cada 1 000 galones.

La construcción de una planta de fabricación cuesta más de $2.5 mil millones, y se necesita más o menos 1% de esta cifra, es decir, $25 millones, para proveer el agua ultrapura necesaria, lo que incluye el equipo de reciclamiento del agua de desecho.

Una nueva empresa en la industria, Angular Enterprises, estimó los costos de dos opciones para abastecer con agua la planta de fabricación que planea. Tiene la fortuna de contar con la opción de desalar agua del mar o extraer agua de fuentes subterráneas en el sitio elegido para sus instalaciones. Las estimaciones iniciales de costo para el sistema de AUP son las siguientes.

Fuente	Agua de mar ($)	Agua subterránea (G)
Costo inicial del equipo, $M	–20	–22
AOC, $M anuales	–0.5	–0.3
Valor de rescate, % del costo inicial	5	10
Costo del AUP, $ por cada 1 000 galones	4	5

La compañía hizo las siguientes estimaciones para el sistema de AUP.

Vida del equipo de AUP	10 años
Necesidades de AUP	1 500 gpm
Tiempo de operación	16 horas diarias durante 250 días del año

Este caso se utiliza en los siguientes temas (secciones) y problemas del capítulo:

- Análisis del VP de alternativas de vidas iguales (sección 5.2)
- Análisis del VP de alternativas de vidas diferentes (sección 5.3)
- Análisis del costo capitalizado (sección 5.5)
- Problemas 5.20 y 5.34

PROFESORES Y ESTUDIANTES

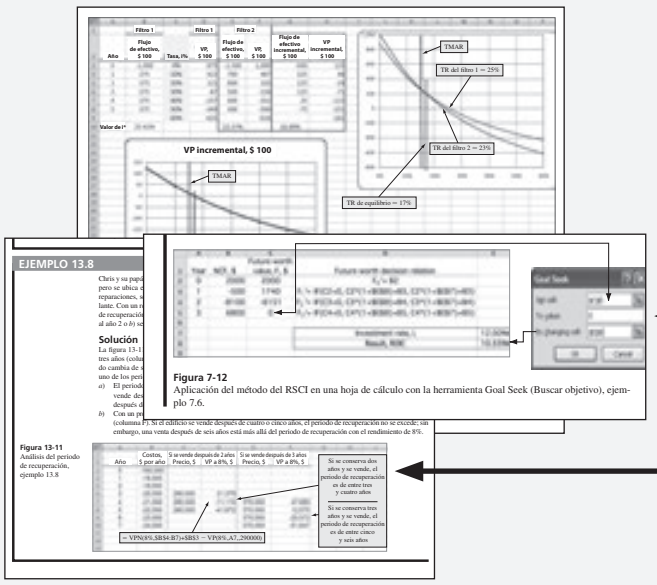


Figura 7-12
Aplicación del método del RSCI en una hoja de cálculo con la herramienta Goal Seek (Buscar objetivo), ejemplo 7.6.

HOJAS DE CÁLCULO

El texto integra hojas de cálculo para mostrar lo fácil que es utilizarlas para resolver virtualmente cualquier tipo de análisis de ingeniería económica. Las leyendas en las celdas dan los detalles de las funciones y relaciones incluidas para resolver un problema específico.

REPASO DEL CURSO Y DEL EXAMEN DE FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA

Cada capítulo concluye con varios problemas de opción múltiple, tipo examen, que proveen un repaso simplificado del material del capítulo. Además, dichos problemas cubren temas para repasar exámenes y tareas.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

8.38 Cuando se realiza un análisis de la TR de múltiples alternativas mutuamente excluyentes, el primer paso consiste en:
- *a*) Ordenar las alternativas según su costo de inversión inicial decreciente
- *b*) Ordenar las alternativas según su costo de inversión inicial creciente
- *c*) Calcular el valor presente de cada alternativa con la TMAR
- *d*) Encontrar el MCM de las vidas de todas las alternativas

8.39 Al comparar alternativas que se excluyen mutuamente por medio del método de la TR, se debe:
- *a*) Encontrar la TR de cada alternativa y elegir la que tenga la *máxima*

8.43 Para las siguientes alternativas, la suma del flujo incremental es:

Año	A	B
0	−10 000	−14 000
1	+2 500	+4 000
2	+2 500	+4 000
3	+2 500	+4 000
4	+2 500	+4 000
5	+2 500	+4 000

- *a*) $2 500
- *b*) $3 500
- *c*) $6 000
- *d*) $8 000

COMPLEMENTOS

Este libro de texto cuenta con un amplio paquete de apoyos. Para mayor información consulte a su representante de McGraw-Hill.

ESTUDIOS DE CASO

Al final de la mayoría de los capítulos aparecen estudios de casos nuevos y actualizados, con ejemplos del mundo real de la ingeniería y su análisis a profundidad. Cada caso incluye los antecedentes, información relevante y una sección de ejercicios.

ESTUDIO DE CASO

FUENTES DE ENERGÍA RENOVABLES PARA GENERAR ELECTRICIDAD

Antecedentes

Pedernales Electric Cooperative (PEC) es la cooperativa más grande de Estados Unidos de propietarios privados en Estados Unidos, con más de 232 000 metros en 12 condados en el centro de Texas. PEC tiene una capacidad de aproximadamente 1 300 MW (megawatts) de energía, de los cuales 277 MW, alrededor de 21%, proviene de fuentes renovables. La adición más reciente es de 60 MW de un parque eólico en el sur de Texas, cerca de la ciudad de Corpus Christi. Una pregunta constante es cuánta de la capacidad de generación de PEC debiera proceder de fuentes renovables, en especial debido a las restricciones ambientales relacionadas con el uso de carbón para generar electricidad y los costos en ascenso de los combustibles a base de hidrocarburos.

La dirección de la empresa estudia las energías eólica y nuclear, pues Texas aumenta su generación con plantas nucleares y el estado es el líder nacional en la producción de electricidad en parques eólicos.

Suponga que usted es un miembro del consejo de directores de PEC y que es un ingeniero recién elegido por los miembros de la empresa para fungir durante tres años como director. En ese caso no representa a un distrito específico del área a la que se da servicio; todos los demás directores sí representan a distritos específicos. Usted tiene muchas preguntas sobre las operaciones de PEC, y además está interesado en los beneficios económicos y sociales de utilizar más fuentes renovables en su capacidad de generación.

Información

A continuación se presentan los datos que obtuvo. En este momento la información es muy general y las cifras son aproximadas. Las estimaciones del costo de generar electricidad son nacionales, no específicas de PEC, y se dan en centavos de dólar por kilowatt-hora (¢/kWh).

	Costo de generación, ¢/kWh	
Fuente	**Rango probable**	**Promedio razonable**
Carbón	4 a 9	7.4
Gas natural	4 a 10.5	8.6
Viento	4.8 a 9.1	8.2
Solar	4.5 a 15.5	8.8

Costo nacional promedio de la electricidad para uso residencial: 11 ¢/kWh

Costo promedio de PEC para uso residencial: 10.27 ¢/kWh (de fuentes no renovables) y 10.92 ¢/kWh para fuentes renovables

Vida esperada de un sitio de generación: 20 a 40 años (más probable 20 que 40)

Tiempo requerido para construir un sitio de generación: 2 a 5 años

Costo de capital para construir un sitio de generación: $900 a $1 500 por kW

Usted también sabe que el personal de PEC utiliza el método muy probado del *costo nivelado de la energía* (CNE) para determinar el precio de la electricidad que debe cobrarse a los consumidores en el punto de equilibrio. La fórmula toma en cuenta el costo de capital de las instalaciones de generación, el costo de capital en préstamo, los costos anuales de operación y mantenimiento (OM), y la vida esperada de las instalaciones. La fórmula del CNE, expresada en dólares por kWh, es la siguiente (para $t = 1, 2, \ldots, n$):

$$\text{CNE} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} \frac{P_t + A_t + C_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{t=n} \frac{E_t}{(1+i)^t}}$$

donde P_t = inversiones de capital realizadas en el año t
A_t = costos anuales de mantenimiento y operación (OyM) para el año t
C_t = costos del combustible para el año t
E_t = cantidad de electricidad generada en el año t
n = vida esperada de la instalación
i = tasa de descuento (costo de capital)

Ejercicios del estudio de caso

1. Si quisiera saber más acerca del nuevo acuerdo con el parque eólico en el sur de Texas respecto de los 60 MW adicionales por año, ¿qué tipo de preguntas formularía a un miembro de su equipo en su primera reunión?
2. Gran parte de la capacidad de generación actual de las instalaciones de PEC utilizan carbón y gas natural como combustible no renovable. ¿Qué puede decir sobre los aspectos éticos de la tolerancia del gobierno para que esas plantas contaminen la atmósfera con emisiones que causan problemas de salud a la población y además contribuyen al calentamiento global? ¿Qué tipos de regulaciones, si las hubiera, deben establecerse para que PEC (y otros generadores) las respeten en el futuro?

AGRADECIMIENTOS

Hacer mejoras significativas en un libro de texto exige las aportaciones y esfuerzo de muchas personas. Por su contribución a la presente edición, deseamos agradecer en especial a las siguientes.

Paul Askenasy, Texas Commission on Environmental Quality
Jack Beltran, Bristol-Myers Squibb
Robert Lundquist, Ohio State University
William Peet, Infrastructure Coordination, Government of Niue
Sallie Sheppard, Texas A&M University

Agradecemos a las siguientes personas sus comentarios, retroalimentación y revisión de los materiales para lograr que esta edición sea un verdadero éxito.

Ahmed Alim, University of Houston
Alan Atalah, Bowling Green State University
Fola Michael Ayokanmbi, Alabama A&M University
William Brown, West Virginia University at Parkersburg
Hector Carrasco, Colorado State University–Pueblo
Robert Chiang, California State University, Pomona
Ronald Cutwright, Florida State University
John F. Dacquisto, Gonzaga University
Houshang Darabi, University of Illinois at Chicago
Freddie Davis, West Texas A&M University
Edward Lester Dollar, Southern Polytechnic State University
Ted Eschenbach, University of Alaska
Clara Fang, University of Hartford
Abel Fernandez, University of the Pacific
Daniel A. Franchi, California Polytechnic State University, San Luis Obispo
Mark Frascatore, Clarkson University
Benjamin M. Fries, University of Central Florida
Nathan Gartner, University of Massachusetts–Lowell
Johnny R. Graham, University of North Carolina–Charlotte
Liling Huang, Northern Virginia Community College
David Jacobs, University of Hartford
Adam Jannik, Northwestern State University
Peter E. Johnson, Valparaiso University
Justin W. Kile, University of Wisconsin–Platteville
John Kushner, Lawrence Technological University
Clifford D. Madrid, New Mexico State University
Saeed Manafzadeh, University of Illinois at Chicago
Quamrul Mazumder, University of Michigan–Flint
Deb McAvoy, Ohio University
Gene McGinnis, Christian Brothers University
Bruce V. Mutter, Bluefield State College
Hong Sioe Oey, University of Texas at El Paso
Richard Palmer, University of Massachusetts
Michael J. Rider, Ohio Northern University
John Ristroph, University of Louisiana at Lafayette
Saeid L. Sadri, Georgia Institute of Technology
Scott Schultz, Mercer University
Kyo D. Song, Norfolk State University
James Stevens, University of Colorado at Colorado Springs
John A. Stratton, Rochester Institute of Technology
Mathias J. Sutton, Purdue University
Pete Weiss, Valparaiso University

Greg Wiles, Southern Polytechnic State University
Richard Youchak, University of Pittsburgh at Johnstown
William A. Young, II, Ohio University

Si el lector descubre errores que requieran ser corregidos en la siguiente reimpresión del libro o en la actualización de los recursos en línea, por favor contáctenos. Esperamos que encuentre útil el contenido de esta edición para sus actividades académicas y profesionales.

Leland Blank lelandblank@yahoo.com
Anthony Tarquin atarquin@utep.edu

ETAPA DE APRENDIZAJE 1

Fundamentos

ETAPA DE APRENDIZAJE 1
FUNDAMENTOS

CAPÍTULO 1
Fundamentos de ingeniería económica

CAPÍTULO 2
Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero

CAPÍTULO 3
Combinación de factores y funciones de hojas de cálculo

CAPÍTULO 4
Tasas de interés nominales y efectivas

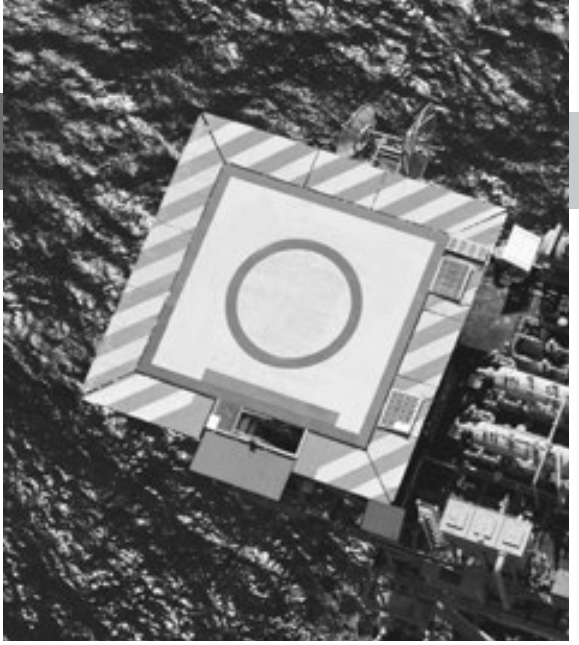
En estos capítulos se presentan los fundamentos de la ingeniería económica. Al concluir el primer nivel, el lector comprenderá y abordará problemas que incluyen los conceptos de **valor del dinero en el tiempo**, **flujos de efectivo** en diferentes momentos con diferentes cantidades y **equivalencia** a diferentes tasas de interés. Las técnicas que se dominen de esta sección constituyen la base para que un ingeniero en cualquier disciplina tome en cuenta el **valor económico** en casi cualquier entorno de proyectos.

Aquí se exponen y aplican los factores comúnmente utilizados en todos los cálculos de la ingeniería económica. Las combinaciones de estos factores permiten desplazar los valores monetarios hacia adelante y hacia atrás en el tiempo y a diferentes tasas de interés. Asimismo, después de estos capítulos, el lector se sentirá cómodo trabajando con muchas de las funciones de las hojas de cálculo.

Muchos de los términos comunes en la toma de decisiones económicas se introducen en la etapa de aprendizaje 1 y se emplean en los capítulos posteriores. Un ícono en el margen indica que en ese punto se presenta un nuevo **concepto** o **lineamiento**.

CAPÍTULO 1

Fundamentos de ingeniería económica



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender y aplicar los conceptos fundamentales y el empleo de la terminología de la ingeniería económica.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
1.1	Descripción y rol	• Definir la ingeniería económica y describir su papel en la toma de decisiones.
1.2	Enfoque del estudio de la ingeniería económica	• Comprender e identificar las etapas de un estudio de ingeniería económica.
1.3	Ética y economía	• Identificar áreas en las que las decisiones económicas tienen una ética cuestionable.
1.4	Tasa de interés	• Ejecutar cálculos de tasas de interés y tasas de retorno.
1.5	Términos y simbología	• Identificar y usar la terminología y símbolos de la ingeniería económica.
1.6	Flujos de efectivo	• Entender los flujos de efectivo y la forma de representarlos gráficamente.
1.7	Equivalencia económica	• Describir y calcular la equivalencia económica.
1.8	Interés simple y compuesto	• Calcular el interés simple y compuesto para uno o varios periodos.
1.9	TMAR y costo de oportunidad	• Establecer el significado y papel de la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) y de los costos de oportunidad.
1.10	Funciones en una hoja de cálculo	• Identificar y utilizar las funciones de Excel que se aplican en forma rutinaria en la ingeniería económica.

La necesidad de la ingeniería económica se encuentra motivada principalmente por el trabajo que llevan a cabo los ingenieros al analizar, sintetizar y obtener conclusiones en proyectos de cualquier envergadura. En otras palabras, la ingeniería económica es un punto medular en la **toma de decisiones**. Tales decisiones implican los elementos básicos de **flujos de efectivo**, **tiempo** y **tasas de interés**. Este capítulo presenta los conceptos fundamentales y la terminología necesarios para que un ingeniero combine esos tres elementos esenciales y formule técnicas matemáticamente correctas para resolver problemas que lo llevarán a tomar mejores decisiones.

1.1 La ingeniería económica: descripción y papel en la toma de decisiones ●●●

En la vida cotidiana los individuos toman decisiones en forma rutinaria para elegir una u otra alternativa; los ingenieros las toman en su trabajo; los directivos, al supervisar las actividades de otros; los presidentes corporativos, al operar una empresa, y los funcionarios gubernamentales al trabajar por el bien de la comunidad. La mayoría de las decisiones involucran dinero, llamado **capital** o **fondos de capital**, que por lo general existe en cantidades limitadas. La decisión de dónde y cómo invertir dicho capital limitado está motivada por el objetivo principal de **agregar valor** cuando se consigan los resultados futuros que se espera obtener. Los ingenieros desempeñan un papel vital en la toma de decisiones de inversión de capital debido a su habilidad y experiencia para diseñar, analizar y sintetizar. Es común que los factores en que se basa una decisión sean una combinación de elementos económicos y no económicos. La ingeniería económica se ocupa del estudio de los factores económicos. Por definición,

> Fundamentalmente la ingeniería económica implica formular, estimar y evaluar los resultados económicos cuando existen alternativas disponibles para llevar a cabo un propósito definido. Las técnicas matemáticas simplifican la evaluación económica de las alternativas.

Debido a que las fórmulas y técnicas empleadas en la ingeniería económica son aplicables a todos los asuntos monetarios, son útiles tanto para las empresas privadas como para las instituciones de gobierno, así como para los individuos. Por tanto, además de la aplicación a los proyectos de sus futuros trabajos, el lector también adquirirá en este libro y durante su curso herramientas para tomar decisiones personales, como comprar un automóvil, vivienda, y muebles, aparatos y equipos electrónicos a crédito.

Otros términos que significan lo mismo que *ingeniería económica* son *análisis de ingeniería económica*, *estudios de asignación de capital*, *análisis económico* y otras expresiones similares.

Las personas son las que toman decisiones; las computadoras, las matemáticas, los conceptos y los lineamientos les ayudan en el proceso de tomarlas. Como la mayoría de decisiones afectan lo que se hará, el contexto temporal de la ingeniería económica es, sobre todo, el **futuro**. Entonces, los números que se emplean en la ingeniería económica son las **mejores estimaciones de lo que se espera que suceda**. Dichas estimaciones y la decisión correspondiente por lo general involucran cuatro elementos esenciales:

Flujos de efectivo
Tiempo en que ocurren los flujos de efectivo
Tasas de interés relacionadas con el valor del dinero en el tiempo
Medición del beneficio económico para seleccionar una alternativa

Como las estimaciones de los flujos de efectivo y el momento en que ocurren se refieren al futuro, serán un poco diferentes en la realidad debido a las circunstancias cambiantes y sucesos imprevistos. En pocas palabras, la divergencia entre una cantidad o tiempo estimados hoy y los que se observe en el futuro se debe a la naturaleza estocástica (aleatoriedad) de todos los sucesos económicos. Con un **análisis de sensibilidad** se determina la forma en que cambiaría una decisión de acuerdo con la variación de las estimaciones, en especial las que pueden cambiar en un rango amplio de valores. El ejemplo 1.1 ilustra de manera muy básica la naturaleza fundamental de la variación de las estimaciones y cómo debe incluirse en el análisis.

EJEMPLO 1.1

Un ingeniero analiza los costos de las reparaciones de trenes durante el primer año en que se poseen dichas unidades de lujo en Estados Unidos. A partir de los datos durante un periodo de cinco años, encuentra que el costo promedio (redondeado a dólares) es de $570 por reparación.

Año	2006	2007	2008	2009	2010
Costo promedio, $/reparación	525	430	619	650	625

¿Qué rango de costos de reparación debe usar el ingeniero para garantizar que el análisis sea sensible al cambio en los costos?

Solución

A primera vista, el rango debiera estar aproximadamente entre −25% y +15% del costo promedio de $570 a fin de que incluya el más bajo de $430 y el más alto de $650. Sin embargo, los últimos tres años de costos son mayores y más consistentes con el promedio de $631. Los valores observados se encuentran aproximadamente en ±3% de este promedio más reciente.

Si el análisis ha de usar los datos y tendencias más recientes, sería recomendable un rango de, digamos, ±5% de $630. Sin embargo, si el análisis va a incluir más datos y tendencias, se recomienda un rango de por ejemplo ±20% o ±25% de $570.

El criterio para elegir una alternativa en la ingeniería económica para un conjunto específico de estimaciones se denomina **medida de valor**. Las medidas desarrolladas y usadas en este libro son las siguientes:

Valor presente (VP)	Valor futuro (VF)	Valor anual (VA)
Tasa de retorno (TR)	Beneficio/Costo (B/C)	Costo capitalizado (CC)
Periodo de recuperación	Valor económico agregado (VEA)	Eficiencia del costo

Todas estas mediciones del valor toman en cuenta que el dinero produce dinero a lo largo del tiempo. Éste es el concepto de **valor del dinero en el tiempo**.

Valor del dinero en el tiempo

Es un hecho muy conocido que dinero **hace** dinero. El valor del dinero en el tiempo explica el cambio de la cantidad de dinero **en el tiempo** de los fondos que se poseen (invierten) o se deben (prestan). Es el concepto más importante en la ingeniería económica.

El valor del dinero en el tiempo es algo muy obvio en el mundo de la economía. Si decidimos invertir capital (dinero) ahora en un proyecto, inherentemente esperamos tener en el futuro más dinero del que invertimos. Si hoy prestamos dinero, en una forma u otra, esperamos recuperar la cantidad original más una cantidad adicional de dinero.

La ingeniería económica es capaz de analizar por igual **flujos de efectivo futuros o pasados**, a fin de determinar si se logró cierto criterio específico (medición del valor). Por ejemplo, suponga que usted invirtió $4 975 hace exactamente tres años en 53 acciones de IBM negociadas en la Bolsa de Valores de Nueva York (BVNY) a $93.86 por acción. Esperaría obtener 8% por año sin considerar los dividendos que declare IBM. Una revisión rápida del valor de las acciones muestra que cada acción vale hoy $127.25, para hacer un total de $6 744.25. Este aumento del valor representa una tasa de retorno de 10.67% por año (este tipo de cálculos se explican más adelante). Esta inversión del pasado excedió por mucho el criterio del 8% anual durante los últimos tres años.

1.2 Realización de un estudio de ingeniería económica

Un estudio de ingeniería involucra muchos elementos: identificación del problema, definición del objetivo, estimación de los flujos de efectivo, análisis financiero y toma de decisiones. El mejor enfoque es efectuar un procedimiento estructurado para seleccionar la mejor solución del problema.

Los pasos de un estudio de ingeniería económica son los siguientes:

1. Identificación y comprensión del problema; definición del objetivo del proyecto.
2. Recopilación de información relevante, datos disponibles y definición de soluciones viables.
3. Hacer estimaciones realistas de los flujos de efectivo.
4. Identificación de una medida económica del criterio de valor para la toma de decisiones.

5. Evaluación de cada opción; considerar factores no económicos; aplicar un análisis de sensibilidad.
6. Elección de la mejor opción.
7. Implementación de la solución y vigilar los resultados.

Técnicamente, el último paso no forma parte del estudio económico, pero, por supuesto, es necesario para alcanzar el objetivo del proyecto. Hay ocasiones en que la mejor alternativa económica requiere más fondos de capital de los disponibles, o existen factores no económicos significativos que impiden que se logre la alternativa más económica. En consecuencia, los pasos 5 y 6 dan como resultado la selección de una alternativa distinta de la mejor en cuanto a economía. Asimismo, a veces es posible seleccionar e implementar más de un proyecto. Esto sucede cuando los proyectos son independientes entre sí. En este caso, los pasos 5 a 7 varían de la descripción anterior. La figura 1-1 ilustra los pasos descritos para una alternativa. Es importante entender las descripciones de los diferentes elementos de cada etapa.

Descripción del problema y definición del objetivo Es muy importante hacer una narración breve del problema y precisar los objetivos principales para el establecimiento de una solución alternativa. A manera de ilustración, suponga que el problema es que en el año 2015 se debe clausurar una planta carboeléctrica debido a la generación excesiva de bióxido de azufre. Los objetivos pueden ser generar la

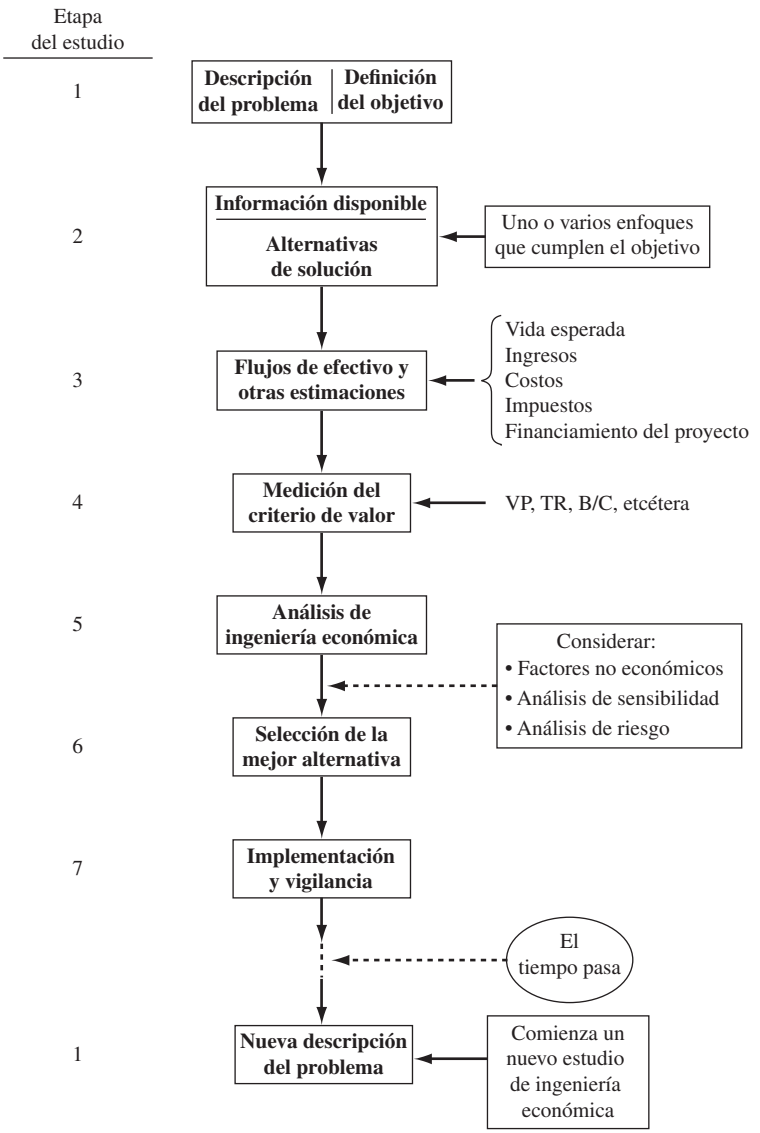


Figura 1-1
Etapas de un estudio de ingeniería económica.

electricidad necesaria según lo pronosticado para 2015 y después, pero sin exceder las emisiones tolerables proyectadas en esos años del futuro.

Alternativas Son descripciones independientes de las soluciones viables del problema que cumplen con los objetivos. Cada alternativa se define por medio de narraciones, dibujos, gráficas, descripción de equipos y servicios, simulaciones, etcétera. Las mejores estimaciones de los parámetros también forman parte de la alternativa. Algunos parámetros incluyen el costo inicial de los equipos, vida esperada, valor de rescate (valor de reventa o valor de mercado) y el costo de operación anual (COA), que también recibe el nombre de *costo de operación y mantenimiento* (COM), y costos de la subcontratación de servicios específicos. Si existe la posibilidad de que varíen los ingresos (entradas), deberá estimarse este parámetro.

Es crucial detallar todas las alternativas viables en esta etapa. Por ejemplo, si se describen y analizan dos alternativas, es probable que se elija una y se inicie su aplicación; si después se identificara que existe disponible una tercera más atractiva, se habría tomado la decisión equivocada.

Flujos de efectivo Todos los flujos de efectivo se estiman para cada alternativa. Como se trata de ingresos y gastos futuros, los resultados de la etapa 3 por lo general resultan inexactos una vez que una alternativa se implementa y opera en la realidad. Cuando se espera que ciertos parámetros de las estimaciones de los flujos de efectivo varíen de manera significativa respecto de una *estimación puntual* hecha en el presente, es necesario realizar análisis de riesgo y sensibilidad (etapa 5) a fin de mejorar la probabilidad de elegir la mejor alternativa. En general, son de esperar variaciones notables en las estimaciones de ingresos, COA, valores de rescate y costos de las subcontrataciones. En el capítulo 15 se estudian las estimaciones de costos, y los elementos de variación (riesgo) y el análisis de sensibilidad se incluyen a lo largo de todo el texto.

Análisis de ingeniería económica Las técnicas y cálculos que el lector aprenderá a emplear en este libro utilizan las estimaciones de flujos de efectivo, el valor del dinero en el tiempo y la medición de rentabilidad seleccionada. El resultado del análisis será uno o varios valores numéricos, o una probabilidad. Al final se empleará alguna de las medidas de rentabilidad mencionadas en la sección anterior para elegir la mejor alternativa.

Antes de aplicar una técnica de análisis económico a los flujos de efectivo debe decidirse lo que se incluirá en el análisis. Dos posibilidades importantes son impuestos e inflación. Los impuestos federales, estatales, municipales y citadinos afectan los costos de las alternativas. El análisis que se efectúa después de impuestos incluye algunas estimaciones y métodos adicionales a los que se llevan a cabo antes de impuestos. Si se espera que los impuestos y la inflación afecten por igual a todas las alternativas, pueden omitirse en el análisis; sin embargo, deben tomarse en consideración si es grande la cantidad de los costos proyectados. Asimismo, si el efecto de la inflación con el paso del tiempo es importante, deben agregarse al análisis varios cálculos adicionales; en el capítulo 14 se estudian estos detalles.

Selección de la mejor alternativa La medición de la rentabilidad es el aspecto principal para elegir la mejor alternativa. Por ejemplo, si la alternativa A tiene una tasa de retorno (TR) de 15.2% anual y la alternativa B de 16.9% anual, la B es mejor en cuanto a la economía. Sin embargo, siempre existen **factores no económicos** o **intangibles** que deben tomarse en cuenta porque pueden alterar la decisión. Hay muchos posibles factores no económicos; algunos muy comunes son los siguientes:

- Presiones del mercado, como la necesidad de una mayor presencia internacional
- Disponibilidad de ciertos recursos, como mano de obra capacitada, agua, energía o incentivos fiscales
- Leyes que imponen aspectos de seguridad, ambientales, legales o de otros tipos
- Interés de la alta dirección o del consejo directivo por una alternativa en particular
- Preferencia por una alternativa por parte de algún grupo: empleados, sindicato, autoridades, etcétera

Como se aprecia en la figura 1-1, una vez evaluados todos los factores económicos, no económicos y de riesgo, se toma la decisión final de la "mejor" alternativa.

En ocasiones sólo existe una alternativa viable. En este caso puede elegirse la **alternativa de no hacer nada (HN)** si se demuestra, con la medida de la rentabilidad y otros factores, que la alternativa de hacer algo sería una mala decisión. La alternativa de no hacer nada conserva el *statu quo*.

Seamos conscientes o no, a diario utilizamos criterios para elegir entre varias alternativas. Por ejemplo, al dirigirse a la universidad usted toma la "mejor" ruta. Pero, ¿cómo define *mejor*? ¿Es la más segura, la más corta, la más rápida, la más barata, la más bonita, o qué? Es obvio que, en función del criterio o combinación de criterios para definir lo mejor, puede elegirse una ruta diferente. En el análisis económico, las **unidades financieras (dólares u otra moneda)** por lo general son la base tangible para la evaluación. Entonces, cuando existen varias maneras de alcanzar los objetivos establecidos, se escoge la alternativa que tenga el costo más bajo o el ingreso más alto.

1.3 Decisiones económicas y ética profesional ●●●

Muchos fundamentos de la ética de la ingeniería están imbricados con el papel de las decisiones basadas en el dinero y la economía en la formación de juicios éticos profesionales. En esta sección se analizan algunas de dichas conexiones integrales, y en capítulos posteriores se agregan otros aspectos de ética y economía. Por ejemplo, el capítulo 9, Análisis Beneficio/Costo y Economía del Sector Público, incluye materiales sobre la ética de los contratos de proyectos públicos y políticas públicas. Aunque restringido por su alcance y espacio, se espera que dicho tratamiento del importante papel de la economía en la ética de la ingeniería despierte interés en los estudiantes y profesores de la ingeniería económica.

Los términos **moral** y **ética** suelen aplicarse como sinónimos, pero tienen interpretaciones un poco diferentes. La moral por lo general se relaciona con los principios fundamentales que constituyen el carácter y comportamiento de una persona cuando determina lo correcto y lo que no lo es. Las prácticas morales se evalúan con un código de moral o **código de ética** que integra los estándares que guían las decisiones y acciones de los individuos y organizaciones en una profesión, por ejemplo, ingeniería eléctrica, química, mecánica, industrial o civil. Existen varios tipos y niveles de moral y ética.

Moral universal o común Son creencias morales fundamentales que tiene virtualmente toda la gente. La mayor parte de personas está de acuerdo en que no se debe robar, asesinar, mentir o hacer daño físico a nadie.

Es posible que las **acciones** y las **intenciones** entren en conflicto respecto de la moral común. Considere los edificios del Centro Mundial de Comercio en la ciudad de Nueva York. Después de su colapso el 11 de septiembre de 2001, fue evidente que el diseño no resistió el calor del fuego ocasionado por el choque de un avión. Es seguro que los ingenieros estructurales que realizaron el diseño no tenían la intención de herir o matar a los ocupantes de los edificios. No obstante, sus diseños no previeron la posibilidad de ese caso. ¿Violaron la moral común de no lastimar o matar a nadie?

Moral individual o personal Son creencias morales fundamentales que tiene una persona y que conserva a lo largo del tiempo; por lo general concuerdan con la moral común en cuanto a que robar, mentir, asesinar, etcétera, son actos inmorales.

Es muy posible que un individuo concuerde mucho con la moral común y tenga una moral personal excelente, pero éstas tal vez entren en conflicto en ocasiones cuando deba tomar decisiones. Considere a un estudiante de ingeniería que crea en forma genuina que copiar es malo. Si él o ella no saben cómo resolver los problemas de un examen pero deben alcanzar una calificación mínima para graduarse, la decisión de copiar o no en el examen final pondrá a prueba si se apegan a su moral personal o la violan.

Ética de la ingeniería o profesional Los profesionistas de una disciplina específica guían sus decisiones y desempeño laboral por un código estándar formal. El código establece los estándares generalmente aceptados de honestidad e integridad que se espera de cada individuo en su práctica profesional. Son códigos de ética para médicos, abogados y, por supuesto, ingenieros.

Aunque cada especialidad de ingeniería tiene su propio código de ética, es común que se emplee y sirva como referencia el **Código de Ética para Ingenieros**, publicado por la Sociedad Nacional de Ingenieros Profesionales (SNIP). Este código, que se reproduce completo en el apéndice C, incluye numerosas secciones que tienen un impacto directo o indirecto en lo económico o financiero respecto de

los diseños, acciones y decisiones que toman los ingenieros en su práctica profesional. A continuación se presentan tres ejemplos del Código:

> "Los ingenieros, cuando cumplan con sus deberes, deberán garantizar al máximo la *seguridad*, *salud y bienestar del público*." (sección I.1)
>
> "Los ingenieros *no deben aceptar financiamiento u otros beneficios*, ni siquiera diseños gratuitos, de proveedores de materiales o equipos a cambio de recomendar sus productos." (sección III.5.a)
>
> "Los ingenieros que utilicen diseños provistos por un cliente reconocen que los *diseños siguen siendo propiedad de éste* y no deben replicarlos para otras personas sin un permiso expreso." (sección III.9.b)

Igual que ocurre con las morales común y personal, es fácil que surjan conflictos en la mente de un ingeniero al confrontar su propia ética con la de la empresa que lo emplea. Considere a un ingeniero de manufactura que recientemente hubiera llegado a un gran desacuerdo moral con la guerra y sus efectos negativos sobre los seres humanos. Suponga que el ingeniero trabaja desde hace muchos años para un contratista militar de la defensa y realiza las estimaciones detalladas del costo y las evaluaciones económicas de la producción de aviones de combate para la Fuerza Aérea. El Código de Ética no dice nada sobre la producción y empleo de materiales de guerra. Aunque el empleador y el ingeniero no violan ningún código de ética, el ingeniero, como persona, se siente incómodo en esa situación. Igual que muchas personas en una economía nacional en declive, la conservación de su empleo tiene importancia capital para el ingeniero y su familia. Conflictos como éste colocan a los individuos en dilemas reales que plantean las alternativas poco satisfactorias.

A primera vista quizá no sea evidente la manera en que las actividades relacionadas con la ingeniería económica planteen un problema ético a una persona, compañía o servidor público gubernamental. Muchas situaciones relacionadas con el dinero, como las que se mencionan en seguida, tienen dimensiones éticas.

En la etapa de diseño:

- Se omiten factores de seguridad para garantizar que el importe de una propuesta de trabajo sea tan bajo como sea posible.
- Las relaciones familiares o personales con los individuos de una compañía ofrecen información interna privilegiada que permite reducir los costos en áreas estratégicas del proyecto.
- Un vendedor potencial ofrece especificaciones para cierto equipo específico para la compañía, y el ingeniero de diseño no tiene tiempo suficiente para determinar si el equipo cumplirá las necesidades del proyecto que se diseña y presupuesta.

Mientras el sistema está en operación:

- El mantenimiento se retrasa o se realiza por debajo de los estándares para ahorrar dinero cuando el costo se sobrepasa en otras partes del proyecto.
- Las oportunidades para comprar repuestos más baratos ahorran dinero para los subcontratistas que trabajan con un contrato a precio fijo.
- Los márgenes de seguridad se ven en riesgo debido al costo, inconveniencia personal de los trabajadores, plazos de terminación cortos, etcétera.

Un buen ejemplo de lo último —seguridad en riesgo mientras opera el sistema— es la situación que se dio en 1984 en Bhopal, India (Martin y Schinzinger, 2005, pp. 245-248). Una planta de Union Carbide que fabricaba el pesticida químico altamente tóxico metil-isocianato (MIC) sufrió una enorme fuga de gas en tanques de alta presión. Unas 500 000 personas quedaron expuestas a la inhalación del mortífero gas que quema las partes húmedas del cuerpo. Hubo entre 2 500 y 3 000 muertes en unos pocos días, y en los siguientes 10 años se registraron demandas por alrededor de 12 000 fallecimientos y 870 000 heridos. Aunque la planta era propiedad de Union Carbide, el gobierno de India tenía sólo trabajadores de dicho país en ella. Resultó evidente que las medidas de seguridad se habían violado para disminuir los costos, no se contaba con refacciones suficientes y se redujo el personal para ahorrar el gasto en salarios. Sin embargo, un hecho sorprendente que ocasionó daños a los trabajadores fue que no usaban mascarillas, guantes ni ropa protectora en la proximidad de los tanques contenedores de MIC. ¿Por qué? A diferencia de las plantas en Estados Unidos y otros países, en la de India no había aire acondicionado, lo que producía temperaturas muy altas en el interior.

Surgen muchas preguntas éticas cuando las empresas operan en condiciones internacionales en las que las reglas corporativas, incentivos laborales, prácticas culturales y costos difieren de los que existen en el país de origen. Es frecuente que estos dilemas éticos ocurran sobre todo en economías que proveen

mano de obra barata, bajos costos de materias primas, supervisión gubernamental insuficiente y un cúmulo de factores que reducen el costo. Cuando se realiza un estudio de ingeniería económica es importante que el ingeniero que lo ejecuta tome en cuenta todos los asuntos relacionados con la ética a fin de garantizar que las estimaciones de costos e ingresos reflejen lo que es probable que pase una vez que el proyecto o sistema esté en operación.

Es importante comprender que la traslación de la moral universal a la personal y a la ética profesional varía de una cultura y país a los demás. Por ejemplo, considere la creencia común (moral universal) de que la asignación de contratos y la realización de acuerdos financieros por los servicios que habrán de ejecutarse (para el gobierno o empresas privadas) deben efectuarse de manera justa y transparente. En ciertas sociedades y culturas, es común que haya corrupción en el proceso de contratación y que "no la vean" las autoridades locales también involucradas en dichos tratos. ¿Son inmorales o carentes de ética estas prácticas? La mayor parte de nosotros diría: "Sí, no debe permitirse. Hay que descubrir y castigar a los involucrados". No obstante, estas prácticas continúan, lo que indica las diferencias en la interpretación de la moral común cuando se traducen a la ética de los individuos y profesionales.

EJEMPLO 1.2

Jamie es un ingeniero empleado por Burris, compañía con sede en Estados Unidos que desarrolla sistemas de transporte subterráneo y de superficie para localidades de tamaño medio en Estados Unidos y Canadá. Ha sido un ingeniero profesional registrado (IP) durante 15 años. El año pasado, Carol, ingeniera amiga suya de sus tiempos universitarios que trabaja como consultora independiente, pidió a Jamie que la ayudara con algunas estimaciones de costo para un trabajo relacionado con un convoy del metro. Carol le ofreció pagarle por su tiempo y conocimientos, pero Jamie no vio motivo para aceptar dinero por ayudarla con datos que él usa en forma cotidiana en su trabajo para Burris. Las estimaciones requirieron un fin de semana completo, y una vez que Jamie las entregó a Carol, no volvió a saber de ella; tampoco supo el nombre de la empresa para la que Carol preparó las estimaciones.

El día de ayer, Jamie fue llamado a la oficina de su jefe y le informaron que Burris no había ganado el contrato en Sharpstown, donde iba a instalarse un sistema de tren subterráneo. Las estimaciones habían sido preparadas por Jamie y otros en Burris durante los últimos meses. La compañía necesitaba mucho este trabajo, pues el país y la mayoría de las ciudades estaban en un verdadero bache económico, tan difícil que Burris había planeado despedir a varios ingenieros si su propuesta para Sharpstown no era aceptada. Dijeron a Jamie que quedaba despedido de inmediato, no porque la propuesta hubiera sido rechazada sino porque había trabajado en secreto sin aprobación de la dirección para la empresa consultora que era la competencia principal de Burris. Jamie estaba sorprendido y enojado. Sabía que no había hecho nada que ameritara el despido, pero las evidencias estaban a la vista. Los números usados por el competidor para ganar el contrato en Sharpstown eran los mismos que Jamie había preparado para Burris, y coincidían con los que había dado a Carol cuando la había ayudado.

Dijeron a Jamie que tenía suerte porque el presidente de Burris había decidido no proceder legalmente contra él por comportamiento sin ética para que se le retirara su licencia de IP. Al final, Jamie fue conducido fuera de su oficina y del edificio antes de una hora, y le dijeron que no pidiera a nadie de Burris una carta de recomendación si intentaba conseguir otro empleo en ingeniería.

Analice los factores éticos de esta situación para Jamie, Carol y la dirección de Burris. Consulte el Código de Ética para Ingenieros de la SNIP (apéndice C) para los puntos específicos de interés.

Solución

En las acciones de Jamie, Carol y la dirección de Burris hay varios errores y omisiones obvios. A continuación se resumen algunos de los errores, omisiones y posibles violaciones al código de ética.

Jamie

- No sabía el nombre de la compañía para la que trabajaba Carol ni si concursaría en el proyecto de Sharpstown.
- Ayudó a su amiga con datos confidenciales, de buena fe quizá, sin que lo supiera o aprobara su patrón.
- Ayudó a un competidor, tal vez sin saberlo, sin el conocimiento o aprobación de sus jefes.
- Seguramente se violó el Código de Ética para Ingenieros en su sección II.1.c, que dice que "los ingenieros no deben revelar hechos, datos o información sin el consentimiento expreso del cliente o empleador, excepto si lo autoriza o requiere la ley o este Código".

Carol

- No dijo el uso que pensaba darle al trabajo de Jamie.
- No pidió información a Jamie acerca de si su empresa planeaba concursar en el mismo proyecto que su cliente.
- Ignoró a Jamie en tanto no le dijo que buscaría su aprobación para usar y citar su información y ayuda.
- No informó a su cliente de que partes de su trabajo procedían de un empleado de un posible competidor en el concurso.
- Seguramente violó el Código de Ética para Ingenieros, sección III.9, que dice que "los ingenieros deben mencionar, siempre que sea posible, a la persona o personas responsables en lo individual los diseños, inventos, escritos y otros conceptos".

Dirección de Burris

- Actuó demasiado rápido al despedir a Jamie; debieron haberlo escuchado y realizado una investigación.
- No lo liquidó administrativamente, con el debido proceso.
- Tal vez no tomó en cuenta el buen desempeño anterior de Jamie.

Estas no son sólo consideraciones éticas; algunas únicamente constituyen buenas prácticas de negocios para Jamie, Carol y Burris.

1.4 Tasa de interés y tasa de retorno

El *interés* es la manifestación del valor del dinero en el tiempo. Desde una perspectiva de cálculo, el interés es la diferencia entre una cantidad final de dinero y la cantidad original. Si la diferencia es nula o negativa, no hay interés. Existen dos variantes del interés: el interés pagado y el interés ganado (figura 1-2). El interés se **paga** cuando una persona u organización pide dinero prestado (obtiene un préstamo) y paga una cantidad mayor. El interés se **gana** cuando una persona u organización ahorra, invierte o presta dinero y recibe una cantidad mayor. En seguida se muestra que los cálculos y los valores numéricos para ambas variantes son, en esencia, los mismos, aunque las interpretaciones difieran.

El **interés que se paga** por fondos que se piden prestados (préstamo) se determina con la cantidad original, también llamada *principal*, mediante la relación

$$\text{Interés} = \text{cantidad que se debe al momento de liquidar la deuda} - \text{cantidad original} \qquad (1.1)$$

Cuando el interés pagado respecto de una *unidad de tiempo específica* se expresa como porcentaje del principal, el resultado recibe el nombre de **tasa de interés**.

$$\textbf{Tasa de interés (\%)} = \frac{\textbf{interés acumulado por unidad de tiempo}}{\textbf{principal}} \times 100\% \qquad \textbf{(1.2)}$$

La unidad de tiempo de la tasa recibe el nombre de **periodo de interés**. Por mucho, el periodo de interés más común para fijar una tasa de interés es de un año. Es posible considerar periodos más cortos, como 1% mensual. Por tanto, siempre debe mencionarse el periodo de la tasa de interés. Si sólo se menciona la tasa, por ejemplo, 8.5%, se dará por supuesto un periodo de un año.

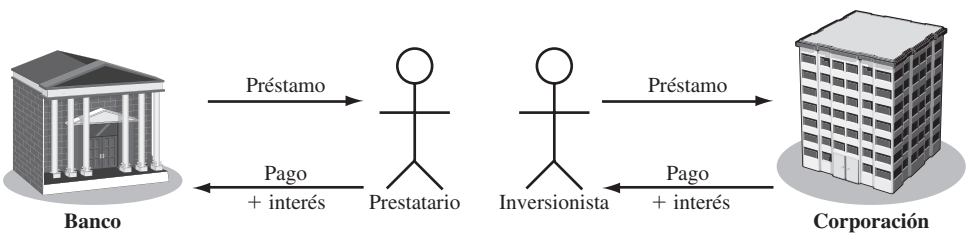


Figura 1-2
a) Interés pagado durante el periodo al prestamista. *b*) Interés ganado durante el periodo por el inversionista.

EJEMPLO 1.3

Un empleado de LaserKinetics.com solicita un préstamo de $10 000 el 1 de mayo y debe pagar un total de $10 700 exactamente un año después. Determine el interés y la tasa de interés pagada.

Solución

Aquí el problema se analiza desde la perspectiva del prestatario en virtud de que los $10 700 pagan un préstamo. Aplique la ecuación (1.1) para calcular el interés pagado.

$$\text{Interés pagado} = \$10\,700 - \$10\,000 = \$700$$

La ecuación (1.2) nos permite establecer la tasa de interés pagada durante un año.

$$\text{Tasa porcentual de interés} = \frac{\$700}{\$10\,000} \times 100\% = 7\% \text{ anual}$$

EJEMPLO 1.4

Stereophonics, Inc., tiene planes de solicitar un préstamo bancario de $20 000 durante un año con un interés de 9% para adquirir un equipo nuevo de grabación. *a*) Calcule el interés y la cantidad total que se deben después de un año. *b)* Elabore una gráfica de barras que muestre las cantidades original y total que se deben después de un año con que se calculó la tasa de interés del préstamo de 9% anual.

Solución

a) Calcule el interés total generado con la ecuación (1.2).

$$\text{Interés} = \$20\,000(0.09) = \$1\,800$$

La cantidad total por pagar es la suma del principal y el interés.

$$\text{Total por pagar} = \$20\,000 + \$1\,800 = \$21\,800$$

b) La figura 1-3 muestra los valores utilizados en la ecuación (1.2): interés de $1 800, principal original del préstamo de $20 000 y periodo de interés de un año.

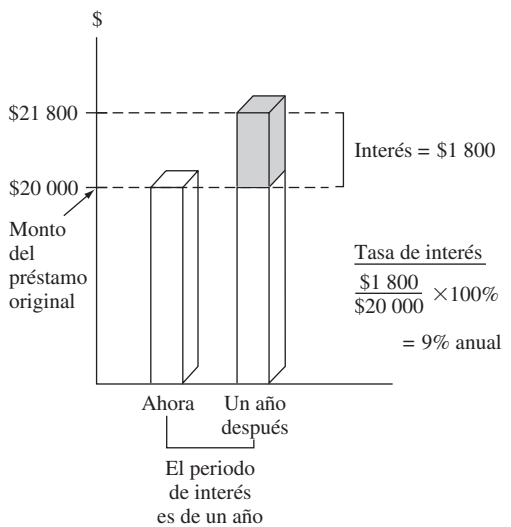


Figura 1-3
Valores para calcular una tasa de interés de 9% por año. Ejemplo 1.4.

Comentario

Observe que, en el inciso *a*), la cantidad total por pagar también se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Adeudo total} = \text{principal}\,(1 + \text{tasa de interés}) = \$20\,000(1.09) = \$21\,800$$

Este método se usará después para determinar las cantidades futuras en periodos mayores de un año.

Desde la perspectiva de un ahorrador, prestamista o inversionista, el **interés ganado** es la cantidad final menos la cantidad inicial, o principal.

$$\text{Interés generado} = \text{cantidad final} - \text{principal} \tag{1.3}$$

El interés generado durante un periodo específico se expresa como porcentaje de la cantidad original y se denomina **tasa de retorno (TR)**.

$$\textbf{Tasa de retorno (\%)} = \frac{\textbf{interés acumulado por unidad de tiempo}}{\textbf{principal}} \times \textbf{100\%} \tag{1.4}$$

La unidad de tiempo para la tasa de retorno recibe el nombre de **periodo de interés**, el mismo nombre que cuando se ve desde la perspectiva del prestatario. De nueva cuenta, el periodo más común es de un año.

En diversas industrias y escenarios, el término **retorno sobre la inversión (RSI)** se emplea como sinónimo de TR, en particular cuando se asignan grandes fondos de capital a programas orientados a la ingeniería.

Aunque los valores numéricos de las ecuaciones (1.2) y (1.4) son los mismos, el término *tasa de interés pagada* es más adecuado para la perspectiva del prestatario, y *tasa de retorno ganada* es mejor desde la perspectiva del inversionista.

EJEMPLO 1.5

a) Calcule la cantidad depositada hace un año si ahora se tienen $1 000 con una tasa de interés de 5% anual.
b) Determine la cantidad por intereses ganados durante este periodo.

Solución

a) La cantidad total acumulada es la suma del depósito original y del interés ganado. Si X es el depósito original,

$$\text{Total acumulado} = \text{depósito} + \text{depósito(tasa de interés)}$$

$$\$1\,000 = X + X(0.05) = X(1 + 0.05) = 1.05X$$

El depósito original es

$$X = \frac{1\,000}{1.05} = \$952.38$$

b) Aplique la ecuación (1.3) para determinar el interés ganado.

$$\text{Interés} = \$1\,000 - 952.38 = \$47.62$$

En los ejemplos 1.3 a 1.5 el periodo de interés fue de un año, y los intereses se calcularon al final de un periodo. Cuando se considera más de un periodo de interés, por ejemplo, si quisiéramos calcular los intereses que se pagarán después de tres años, es necesario definir si la naturaleza de la acumulación de los intereses de un periodo al siguiente es *simple* o *compuesta*. Este tema se estudia más adelante en este capítulo.

Como la **inflación** puede incrementar de manera significativa una tasa de interés, hay varios comentarios imprescindibles en esta etapa inicial. Por definición, ésta representa una disminución del valor de una moneda determinada. Es decir, $10 de hoy no comprarán la misma cantidad de gasolina para su automóvil (o de otras cosas) que $10 de hace 10 años. El cambio en el valor de la moneda afecta las tasas de interés del mercado.

Inflación

En términos sencillos, las tasas de interés reflejan dos cosas: una tasa de retorno llamada real *más* la tasa esperada de inflación. La tasa de retorno real permite al inversionista comprar más de lo que hubiese podido comprar antes de la inversión, mientras la tasa de inflación eleva la tasa real de la tasa del mercado que empleamos a diario.

Las inversiones más seguras (como bonos del gobierno de Estados Unidos) tienen por lo general 3 o 4% de tasa real de rendimiento incluida en sus tasas conjuntas de interés. Entonces, una tasa de interés de, digamos, 8% anual de un bono del gobierno de Estados Unidos significa que los inversionistas esperan que la tasa de inflación esté dentro de un rango de entre 4 y 5% anual. Así, queda claro que la inflación ocasiona que las tasas de interés se eleven.

Desde el punto de vista de quien recibe un préstamo, la tasa de inflación tan sólo es otra tasa *implícita en la tasa real de interés*. Por otra parte, desde el punto de vista del ahorrador o inversionista en una

cuenta de interés fijo, la inflación *reduce la tasa real de retorno sobre la inversión*. La inflación significa que el costo y la ganancia estimados de un flujo de efectivo aumentan con el tiempo. Este incremento se debe al valor cambiante del dinero que la inflación fuerza en la moneda de un país, lo que hace que el poder adquisitivo de una unidad monetaria (un dólar, por ejemplo) sea menor respecto de su valor en una época anterior. El efecto de la inflación se observa en que la moneda compra menos hoy que antes. La inflación contribuye a que ocurra lo siguiente:

- La reducción del poder de compra de la moneda
- El incremento en el IPC (índice de precios al consumidor)
- El incremento en el costo de equipo y su mantenimiento
- El incremento en el costo de los profesionales asalariados y empleados contratados por horas
- La reducción en la tasa de retorno real sobre los ahorros personales y las inversiones corporativas

En otras palabras, la inflación contribuye materialmente a modificar el análisis económico individual y empresarial.

Por lo general, los estudios de ingeniería económica suponen que la inflación afecta por igual a todos los valores estimados. De acuerdo con esta postura, una tasa de interés o una tasa de retorno de 8% anual se aplicaría a lo largo del análisis sin tomar en cuenta una tasa de inflación adicional. No obstante, si la inflación se tomara en cuenta de manera explícita, y si ésta redujese el valor del dinero en un promedio de, por ejemplo, 4% anual, sería necesario llevar a cabo el análisis económico aplicando una tasa de interés total con inflación. (La tasa es de 12.32% anual con las relaciones derivadas en el capítulo 14.)

1.5 Terminología y símbolos ●●●

Las ecuaciones y procedimientos de la ingeniería económica emplean los siguientes términos y símbolos. Incluyen unidades de muestra.

P = valor o cantidad de dinero en un momento denotado como presente o tiempo 0. También P recibe el nombre de valor presente (VP), valor presente neto (VPN), flujo de efectivo descontado (FED) y costo capitalizado (CC); unidades monetarias, como dólares
F = valor o cantidad de dinero en un tiempo futuro. F también recibe el nombre de valor futuro (VF); dólares
A = serie de cantidades de dinero consecutivas, iguales y al final del periodo. A también se denomina valor anual (VA) y valor anual uniforme equivalente (VAUE); dólares por año, euros por mes
n = número de periodos de interés; años, meses, días
i = tasa de interés o tasa de retorno por periodo; porcentaje anual, porcentaje mensual
t = tiempo, expresado en periodos; años, meses, días

Los símbolos P y F indican valores que se presentan una sola vez en el tiempo: A tiene el mismo valor una vez en cada periodo de interés durante un número específico de periodos. Debe quedar claro que el valor presente P representa una sola suma de dinero en algún momento anterior a un valor futuro F, o antes de que se presente por primera vez un monto equivalente de la serie A.

Es importante notar que el símbolo A siempre representa una cantidad uniforme (es decir, la misma cantidad cada periodo), la cual se extiende a través de periodos de interés *consecutivos*. Ambas condiciones deben darse antes de que la serie pueda quedar representada por A.

La tasa de interés i se expresa como porcentaje por periodo de interés; por ejemplo, 12% anual. A menos que se indique lo contrario, se supondrá que la tasa se aplica durante n años o periodos de interés completos. En las fórmulas y ecuaciones que se realizan en ingeniería económica siempre se utiliza el equivalente decimal de i.

Todos los problemas de la ingeniería económica incluyen el elemento de tiempo expresado como n y tasa de interés i. En general, cada problema incluirá por lo menos cuatro de los símbolos P, F, A, n e i, cuando menos tres de los cuales están estimados o conocidos.

En el apéndice E se definen otros símbolos usados en la ingeniería económica.

EJEMPLO 1.6

Julie obtuvo hoy un préstamo de $5 000 para amueblar su nueva casa. Puede pagarlo en cualquiera de las dos formas que se describen a continuación. Determine los símbolos de ingeniería económica y el valor que tienen en cada opción.

a) Cinco pagos anuales con un interés de 5% anual.
b) Un pago dentro de 3 años con un interés de 7% anual.

Solución

a) El pago requiere una cantidad anual equivalente, A, desconocida.

$$P = \$5\,000 \qquad i = 5\%\ \text{anual} \qquad n = 5\ \text{años} \qquad A = ?$$

b) El pago requiere una sola cantidad futura, F, desconocida.

$$P = \$5\,000 \qquad i = 7\%\ \text{anual} \qquad n = 3\ \text{años} \qquad F = ?$$

EJEMPLO 1.7

Usted planea hacer ahora un depósito de $5 000 en una cuenta de inversión que paga 6% anual, y planea retirar cantidades iguales de $1 000 al final de cada uno de los siguientes cinco años, a partir del próximo. Al final del sexto año, planea cerrar la cuenta con el retiro de la cantidad que reste. Defina los símbolos de ingeniería económica pertinentes.

Solución

Están presentes los cinco símbolos, pero se desconoce el valor futuro en el año 6.

$P = \$5\,000$

$A = \$1\,000$ anuales durante 5 años

$F = ?$ al final del año 6

$i = 6\%$ anual

$n = 5$ años para la serie A y 6 para el valor F

EJEMPLO 1.8

El año pasado, la abuela de Jane le ofreció depositar en una cuenta de ahorros dinero suficiente para que generara $5 000 de interés este año, a fin de ayudar a Jane a pagar sus gastos en la universidad. *a*) Identifique los símbolos y *b*) calcule la cantidad que tuvo que haberse depositado hace exactamente un año para obtener los $5 000 de interés ahora, si la tasa de retorno es de 6% anual.

Solución

a) Son necesarios los símbolos P (el año pasado es el tiempo $t = -1$) y F (este año).

$P = ?$

$i = 6\%$ anual

$n = 1$ año

$F = P + \text{interés} = ? + \$5\,000$

b) Sea F = cantidad total el día de hoy y P = cantidad original. Sabemos que $F - P = \$5\,000$ es el interés acumulado. Ya es posible determinar el valor de P. Consulte las ecuaciones (1.1) a (1.4).

$$F = P + Pi$$

Los $5 000 de interés se expresan como sigue:

$$\text{Interés} = F - P = (P + Pi) - P$$

$$= Pi$$

$$\$5\,000 = P(0.06)$$

$$P = \frac{\$5\,000}{0.06} = \$83\,333.33$$

1.6 Flujos de efectivo: estimación y diagramación

Como se dijo en secciones anteriores, los flujos de efectivo son las cantidades de dinero estimadas para los proyectos futuros, u observadas para los sucesos que ya tuvieron lugar en los proyectos. Todos los flujos de efectivo ocurren durante periodos específicos, como 1 mes, cada 6 meses, o 1 año. El periodo más común es un año. Por ejemplo, un pago de $10 000 hecho una vez en diciembre de cada año durante 5 años es una serie de 5 flujos de salida de efectivo. Y la recepción estimada de $500 cada mes durante 2 años es una serie de 24 flujos de entrada de efectivo. La ingeniería económica basa sus cálculos en el tiempo, monto y dirección de los flujos de efectivo.

Los **flujos de entrada de efectivo** son las recepciones, ganancias, ingresos y ahorros generados por los proyectos y actividades de negocios. Un **signo positivo o más** indica un flujo de entrada de efectivo.

Flujo de efectivo

Los **flujos de salida de efectivo** son los costos, desembolsos, gastos e impuestos ocasionados por los proyectos y actividades de negocios. Un **signo negativo** o **menos** indica un flujo de salida de efectivo. Cuando un proyecto sólo implica costos, puede omitirse el signo negativo para ciertas técnicas, como el análisis beneficio/costo.

De todos los elementos del enfoque de estudio de ingeniería económica de la figura 1.1, quizá la estimación de flujos de efectivo (paso 3) sea la más difícil e inexacta, sobre todo porque se trata de predecir el futuro. A continuación se presentan algunos ejemplos de estimaciones de flujos de efectivo. Trate de investigar el lector la forma de estimar con mayor exactitud el flujo de entrada o salida de efectivo.

Estimaciones de flujos de entrada de efectivo

Ingresos:	+$150 000 anuales, por ventas de relojes de energía solar
Ahorros:	+$24 500 en ahorro de impuestos por pérdidas de capital y rescate de equipos
Recepciones:	+$750 000 recibidos por un préstamo comercial más los intereses generados
Ahorros:	+$150 000 por año, ahorrados por la instalación de un equipo más eficiente de aire acondicionado
Ingresos:	+$50 000 a $75 000 mensuales por ventas de baterías de larga duración para iPhones

Estimaciones de flujos de salida de efectivo

Costos de operación:	–$230 000 por año por costos de operación anual de servicio de software
Primer costo:	–$800 000 el siguiente año para comprar equipo de reemplazo para equipo de excavación
Gastos:	–$20 000 anuales por pago de intereses a un banco
Costo inicial:	–$1 a –$1.2 millones en gastos de capital para una unidad de reciclamiento de agua

Todas éstas son **estimaciones puntuales**; es decir, se obtiene la *estimación de un valor único* por cada elemento económico de una opción, excepto para los últimos ingresos y costos recién listados. Ellos proporcionan una **estimación de rango**, pues las personas que estiman los ingresos y costos no tienen suficiente conocimiento o experiencia con los sistemas para tener más exactitud. En los capítulos iniciales utilizaremos estimaciones puntuales. En los últimos capítulos estudiaremos la toma de decisiones con riesgo y el análisis de sensibilidad para estimaciones de rango.

Una vez concluidas las estimaciones (o determinadas para un proyecto terminado) de entradas y salidas de efectivo, es posible determinar el **flujo neto de efectivo** de cada periodo.

$$\textbf{Flujo neto de efectivo = flujos de entrada de efectivo – flujos de salida de efectivo} \quad \textbf{(1.5)}$$

$$\textbf{FNE} = I - E \quad \textbf{(1.6)}$$

donde FNE es el flujo de efectivo neto, I son los ingresos y E son los egresos.

Al principio de esta sección se dijo que eran importantes los *tiempos*, *montos y direcciones de los flujos de efectivo*. Como los flujos de efectivo tienen lugar en cualquier momento durante cierto periodo de interés, se adopta la convención de que todos ellos tienen lugar al final del periodo de interés.

La convención de final de periodo implica la suposición de que todos los flujos de entrada y de salida de efectivo ocurren **al final de un periodo de interés**. Si varios ingresos y desembolsos se llevan a cabo dentro de un periodo de interés determinado, se da por supuesto que el flujo de efectivo *neto* ocurre al *final* del periodo.

Convención de final del periodo

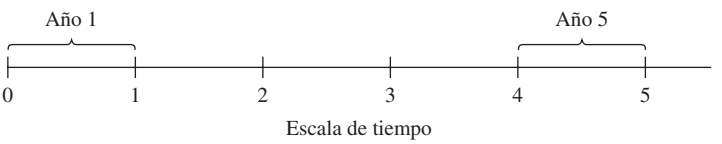


Figura 1-4
Escala habitual de tiempo de flujo de efectivo durante 5 años.

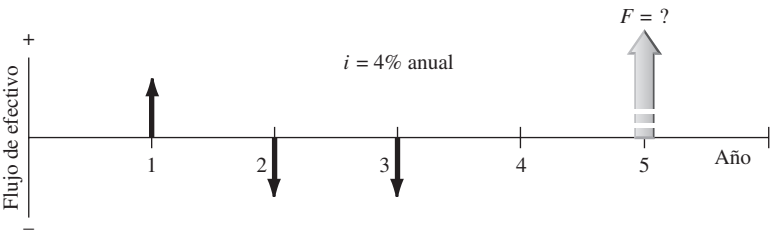


Figura 1-5
Ejemplo de flujos de efectivo positivo y negativo.

Al suponer que los flujos de efectivo ocurren al final de periodo, es importante comprender que, aunque las cantidades F o A por convención se localizan al final del periodo de interés, el final del periodo no necesariamente es el 31 de diciembre. En el ejemplo 1.7, el depósito se hizo el 1 de julio de 2011, y los retiros se harían el 1 de julio de cada uno de los siguientes 6 años. Recuerde que el fin del periodo significa fin del periodo de interés, no el fin del año calendario.

El **diagrama de flujo de efectivo** constituye una herramienta muy importante en un análisis económico, en particular cuando la serie del flujo de efectivo es compleja. Se trata de una representación gráfica de los flujos de efectivo trazados sobre una escala de tiempo. El diagrama incluye los datos conocidos, los datos estimados y la información que se necesita. Es decir, una vez completado el diagrama de flujo de efectivo, otra persona debe ser capaz de abordar el problema a partir de él.

El tiempo del diagrama de flujo $t = 0$ es el presente y $t = 1$ es el final del periodo 1. Por ahora, supondremos que los periodos se expresan en años. La escala de tiempo de la figura 1-4 abarca 5 años. Como la convención de final de año ubica los flujos de efectivo al final de cada año, el "1" indica el final del año 1.

Aunque no es necesario trazar una escala exacta en el diagrama de flujo de efectivo, quizá se eviten muchos errores si se elabora un diagrama claro para aproximar la escala del tiempo y de las magnitudes relativas de los flujos de efectivo.

La dirección de las flechas en el diagrama es importante para diferenciar las entradas de las salidas. Una flecha dirigida hacia arriba indica un flujo de efectivo positivo; a la inversa, si apunta hacia abajo, denota un flujo negativo. **Usaremos una flecha en negritas para indicar que se trata de un flujo desconocido y que debe calcularse**. Por ejemplo, en la figura 1.5, para calcular un valor futuro F en el año 5, se dibuja una flecha gruesa con negritas y la leyenda $F = ?$ en el año 5. En la parte superior del diagrama se indica la tasa de interés. Se ilustra un flujo de entrada de efectivo al final del año 1, flujos de salida iguales al final de los años 2 y 3, una tasa de interés de 4% anual, y el valor futuro desconocido, F, al cabo de 5 años. La flecha para el valor desconocido por lo general se dibuja en dirección opuesta a las otras flechas de los flujos; sin embargo, son los cálculos de ingeniería económica los que determinarán el signo real del valor F.

Antes de dibujar un diagrama de flujo de efectivo y colocar un signo en él, es necesario determinar la perspectiva o punto de vista para que pueda usarse un signo + o uno − y así efectuar correctamente el análisis económico. Suponga que una persona obtiene un préstamo de $8 500 de un banco para comprar en efectivo un automóvil usado de $8 000 la próxima semana, y utiliza el resto para pagar un trabajo de pintura dos semanas después de hoy. Al dibujar un diagrama de flujo de efectivo pueden adoptarse diferentes perspectivas: las de quien recibe el dinero (es decir, usted lector), el banquero, el vendedor de coches o el dueño del taller de pintura. Los signos del flujo de efectivo y las cantidades según dichas perspectivas son las siguientes.

Perspectiva	Actividad	Flujo de efectivo con signo, $	Tiempo, semana
Propia	Recibir préstamo	+8 500	0
	Comprar automóvil	−8 000	1
	Trabajo de pintura	−500	2
Del banquero	Préstamo	−8 500	0
Del vendedor de automóviles	Venta de carro	+8 000	1
Del pintor	Trabajo de pintura	+500	2

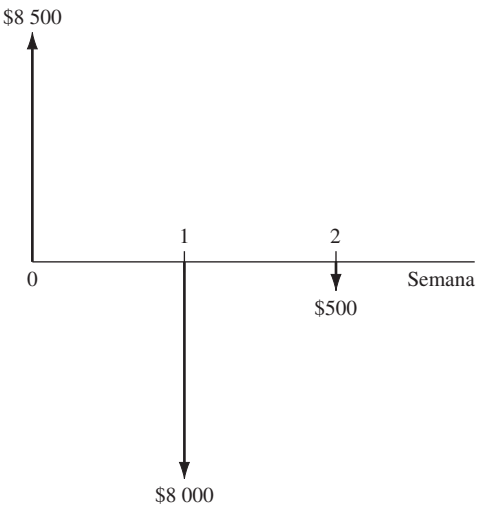


Figura 1-6
Flujos de efectivo desde la perspectiva de quien recibe el préstamo y hace las compras.

Para hacer el diagrama se elige una, y sólo una perspectiva. Desde la del lector, los tres flujos se muestran en el diagrama de la figura 1-6 con una escala de tiempo de semanas. Al aplicar la convención de final del periodo, usted recibe +$8 500 ahora (momento 0) y tiene salidas de efectivo de −$8 000 al final de la semana 1, seguidas por una de −$500 al final de la semana 2.

EJEMPLO 1.9

Cada año, Exxon-Mobil gasta cantidades de dinero importantes en sistemas mecánicos de seguridad en sus operaciones alrededor del mundo. Carla Ramos, ingeniera industrial para las operaciones que se llevan a cabo en México y América Central, programa gastos de un millón de dólares *ahora* y en cada uno de los siguientes cuatro años, exclusivamente para el mejoramiento de válvulas industriales de alivio de presión. Elabore el diagrama de flujo de efectivo para determinar el valor equivalente de dichos gastos al final del año 4 con un costo del capital estimado para fondos destinados a la seguridad de 12% anual.

Solución

La figura 1-7 muestra la serie de flujos de efectivo negativos y uniformes (gastos) durante cinco periodos, así como el valor desconocido de F (flujo de efectivo positivo equivalente) exactamente en el mismo momento que el quinto gasto. Como los gastos comienzan de inmediato, el primer millón de dólares aparece en el tiempo cero, no en el tiempo 1. Por tanto, el último flujo de efectivo negativo aparece al final del cuarto año, cuando también se presenta F. Para que este diagrama se asemeje al de la figura 1-9, con cinco años completos en la escala del tiempo, se agrega el año −1 antes del año 0 para completar el diagrama con cinco años completos. Esta adición demuestra que el año 0 es el punto que representa el final del periodo del año −1.

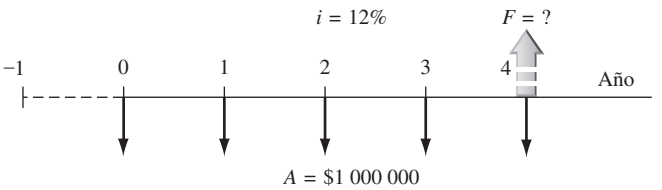


Figura 1-7
Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 1-9.

EJEMPLO 1.10

Una ingeniera eléctrica quiere depositar una cantidad P ahora de modo que pueda retirar una cantidad anual igual de A_1 = $2 000 por año durante los primeros 5 años, comenzando en el año 1 después de realizado el depósito, y con un retiro anual diferente de A_2 = $3 000 anuales durante los siguientes tres años. ¿Cómo sería el diagrama de flujo de efectivo si i = 8.5% anual?

Solución

La figura 1-8 muestra los flujos de efectivo. El flujo negativo de salida de efectivo P ocurre ahora. Los retiros (flujos positivos de entrada de efectivo) para la serie A_1 suceden al final de los años 1 a 5, y los de A_2 tienen lugar en los años 6 a 8.

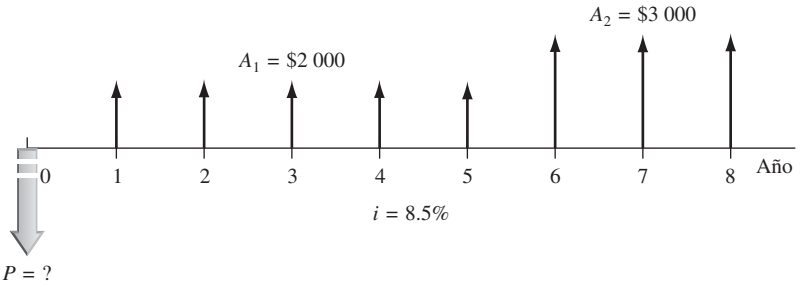


Figura 1-8
Diagrama de flujo de efectivo con dos series *A,* ejemplo 1.10.

EJEMPLO 1.11

Una compañía arrendadora gastó $2 500 en un compresor de aire nuevo hace siete años. Los ingresos anuales por renta del compresor han sido de $750. Los $100 gastados en mantenimiento el primer año se incrementaron cada año $25. La empresa planea vender en $150 el compresor al final del próximo año. Elabore el diagrama de flujo de efectivo desde el punto de vista de la compañía e indique dónde se ubica el valor presente.

Solución

Hoy será el momento $t = 0$. Los ingresos y costos para los años -7 a 1 (el año próximo) se muestran en la tabla siguiente con el flujo neto de efectivo calculado según la ecuación (1.5). Los flujos netos de efectivo (uno negativo y ocho positivos) aparecen en la figura 1-9. El valor presente P se localiza en el año 0.

Final del año	Ingresos	Costos	Flujo neto de efectivo
−7	$ 0	$2 500	$−2 500
−6	750	100	650
−5	750	125	625
−4	750	150	600
−3	750	175	575
−2	750	200	550
−1	750	225	525
0	750	250	500
1	750 + 150	275	625

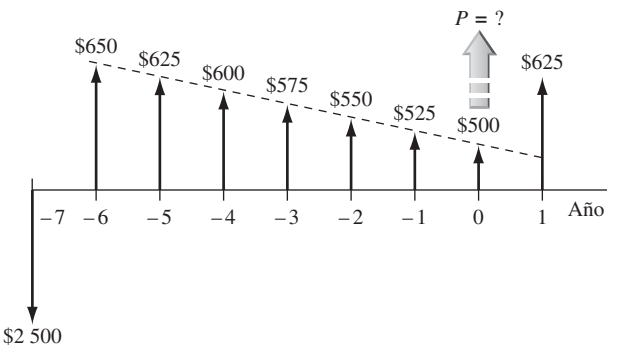


Figura 1-9
Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 1.11.

1.7 Equivalencia económica

La equivalencia económica es un concepto fundamental en el que se basan los cálculos de la ingeniería económica. Antes de profundizar en los aspectos económicos pensemos en los muchos tipos de equivalencias que se utilizan a diario para pasar de una escala a otra. Algunos ejemplos de conversión entre escalas son los siguientes:

Longitud:

12 pulgadas = 1 pie 3 pies = 1 yarda 39.370 pulgadas = 1 metro

100 centímetros = 1 metro 1 000 metros = 1 kilómetro 1 kilómetro = 0.621 millas

Presión:

1 atmósfera = 1 newton/metro^2 = 10^3 pascales = 1 kilopascal

Muchas medidas equivalentes son una combinación de dos o más escalas. Por ejemplo, considere la equivalencia de una *velocidad* de 110 kilómetros por hora (kph) en millas por minuto con conversiones entre escalas de distancia y tiempo y una exactitud de tres decimales.

Velocidad:

1 milla = 1.6093 kilómetros 1 hora = 60 minutos

110 kph = 68.365 millas por hora (mph) 68.365 = 1.139 millas por minuto

Se combinaron cuatro escalas —el tiempo expresado en minutos, tiempo expresado en horas, la distancia en millas y también en kilómetros— para elaborar enunciados equivalentes. Obsérvese que durante estos análisis se usó la relación fundamental de que 1 milla = 1.609 kilómetros y 1 hora = 60 minutos. Si esta relación cambiara, las equivalencias serían erróneas.

Ahora consideremos la equivalencia económica.

La **equivalencia económica** es una combinación del **valor del dinero en el tiempo** y la **tasa de interés** para determinar las diferentes cantidades de dinero en momentos distintos y que tienen el mismo valor económico.

Equivalencia económica

A manera de ilustración, si la tasa de interés es de 6% anual, \$100 hoy (tiempo presente) equivalen a \$106 un año después.

$$\text{Cantidad acumulada} = 100 + 100(0.06) = 100(1 + 0.06) = \$106$$

Así, si un amigo nos ofrece un regalo con un valor de \$100 el día de hoy o uno de \$106 un año después, no habría diferencia entre una oferta y otra. En cualquier caso tendríamos \$106 después de un año. Sin embargo, las dos sumas de dinero son equivalentes entre sí *sólo* cuando la tasa de interés es de 6% anual. Si la tasa de interés fuera superior o inferior, \$100 el día de hoy no equivaldrían a \$106 un año después.

Además de la equivalencia futura, con la misma lógica se calcula la equivalencia para años anteriores. Un total de \$100 ahora equivale a \$100/1.06 = \$94.34 hace un año con una tasa de interés de 6% anual. De estos ejemplos se deriva lo siguiente: \$94.34 el año pasado, \$100 ahora y \$106 un año después equivalen a una tasa de interés de 6% anual. La equivalencia de estas cantidades se verifica calculando las dos tasas de interés para periodos de interés de un año.

$$\frac{\$6}{\$100} \times 100\% = 6\% \text{ anual}$$

y

$$\frac{\$5.66}{\$94.34} \times 100\% = 6\% \text{ anual}$$

La figura 1-10 muestra el diagrama de flujo que indica la cantidad de intereses necesaria cada año para que estas tres diferentes sumas sean equivalentes al 6% anual.

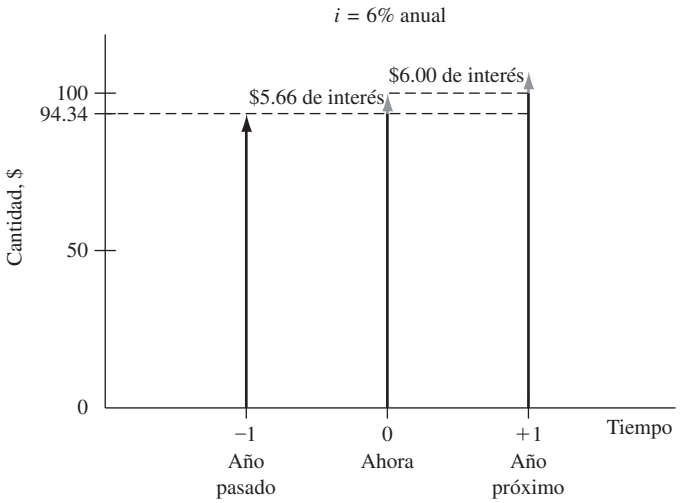


Figura 1-10
Equivalencia del dinero con un interés de 6% anual.

EJEMPLO 1.12

Los fabricantes de baterías de respaldo para sistemas de cómputo las entregan a distribuidores de Batteries+ a través de distribuidores particulares. En general, las baterías se almacenan un año, y se agrega un 5% anual al costo para cubrir el cargo del manejo de inventario para el dueño del contrato de distribución. Supongamos que usted es dueño de una tienda City Center Batteries+. Realice los cálculos necesarios con una tasa de interés de 5% anual para demostrar cuáles de las siguientes declaraciones, referentes a los costos de las baterías, son verdaderas y cuáles falsas.

a) La cantidad de $98 hoy equivale a un costo de $105.60 un año después.
b) El costo de $200 de una batería para camión hace un año equivale a $205 ahora.
c) Un costo de $38 ahora equivale a $39.90 un año después.
d) Un costo de $3 000 ahora es equivalente a $2 887.14 hace un año.
e) El cargo por manejo de inventario acumulado en un año sobre una inversión en baterías con un valor de $20 000 es de $1 000.

Solución

a) Suma total acumulada = 98(1.05) = $102.90 ≠ $105.60; por tanto, la declaración es falsa. Otra forma de resolver este problema es la siguiente: el costo original es de 105.60/1.05 = $100.57 ≠ $98.
b) El costo equivalente de hace un año es de 205.00/1.05 = $195.24 ≠ $200; por tanto, es falsa.
c) El costo dentro de 1 año será de $38(1.05) = $39.90; verdadera.
d) El costo actual es de 2 887.14(1.05) = $3 031.50 ≠ $3 000; falsa.
e) El cargo es de 5% de interés anual, o $20 000(0.05) = $1 000; verdadera.

La comparación de alternativas de series de flujo de efectivo requiere equivalencias para determinar cuándo son iguales económicamente las series, o si una tiene preferencia económica sobre otra. Las claves del análisis son la tasa de interés y el tiempo en que ocurren los flujos de efectivo. El ejemplo 1.13 demuestra lo fácil que es confundirse por el monto y tiempo de los flujos de efectivo.

EJEMPLO 1.13

Howard posee un pequeño taller de reparaciones electrónicas. Desea obtener un préstamo de $10 000 ahora y pagarlo en 1 o 2 años. Piensa que el nuevo equipo de diagnóstico le permitirá trabajar en una mayor variedad de equipos electrónicos y con ello incrementaría sus ingresos anuales. Howard recibió opciones de pago a 2 años de los bancos A y B.

	Cantidad por pagar, $ por año	
Año	Banco A	Banco B
1	−5 378.05	−5 000.00
2	−5 378.05	−5 775.00
Total pagado	−10 756.10	−10 775.00

Después de revisar estos planes, Howard decidió que desea pagar los $10 000 después de un año, con base en el incremento esperado en sus ingresos. Durante una conversación familiar, el cuñado de Howard ofreció prestarle los $10 000 ahora y cobrarle $10 600 exactamente un año después. Ahora Howard tiene tres opciones y se pregunta cuál elegir. ¿Cuál es la mejor, en términos económicos?

Solución

Los planes de pago de ambos bancos son equivalentes en lo económico, con la tasa de interés de 5% anual (esto se determina con los cálculos que se estudiarán en el capítulo 2). Entonces, Howard puede elegir cualquiera de esos planes aunque el del banco B requiera una suma un poco mayor de dinero durante los dos años.

El plan de pago del cuñado requiere un interés total de $600 un año después, más el principal de $10 000, lo que hace que la tasa de interés sea de 6% anual. Dadas las dos opciones de 5% anual de los bancos, este plan de 6% no debiera elegirse porque no es mejor que los otros dos. Aunque la suma de dinero por pagar sería menor, el tiempo de los flujos de efectivo y la tasa de interés lo hacen menos deseable. El concepto importante aquí es que los flujos de efectivo por sí mismos, o sus sumas, no sirven como fundamento confiable para tomar una decisión económica. Deben tomarse en cuenta la tasa de interés, los tiempos y la equivalencia económica.

1.8 Interés simple y compuesto

Los términos *interés*, *periodo de interés* y *tasa de interés* (sección 1.4) son útiles en el cálculo de sumas de dinero equivalentes para un periodo de interés en el pasado y un periodo de interés en el futuro. Sin embargo, para más de un periodo de interés, los términos *interés simple* e *interés compuesto* se tornan importantes.

El **interés simple** se calcula sólo con el principal e ignorando cualquier interés generado en los periodos de interés precedentes. El interés simple total durante varios periodos se calcula de la siguiente manera:

$$\textbf{Interés} = \textbf{(principal)(número de periodos)(tasa de interés)} \qquad \textbf{(1.7)}$$
$$I = Pni$$

donde I es el importe de los intereses que se ganan o se pagan y la tasa de interés, i, se expresa en forma decimal.

EJEMPLO 1.14

La empresa GreenTree Financing hizo un préstamo de $100 000 a una compañía para un edificio ecológico. El préstamo es de tres años con una tasa de interés simple de 10% anual. ¿Cuánto dinero pagará la compañía al final de los tres años?

Solución

El interés para cada uno de los tres años es

$$\text{Interés anual} = 100\,000(0.10) = \$10\,000$$

El interés total de los tres años de acuerdo con la ecuación (1.7) es

$$\text{Interés total} = 100\,000(3)(0.10) = \$30\,000$$

El monto adeudado después de tres años es

$$\text{Adeudo total} = \$100\,000 + 30\,000 = \$130\,000$$

El interés acumulado en el primer y en el segundo años no generan intereses. El interés que se adeuda cada año es de \$10 000 y se calcula sólo sobre el principal de \$100 000.

En la mayoría de análisis económicos y financieros se emplean cálculos con **interés compuesto**.

En el caso del *interés compuesto*, el interés generado durante cada periodo de interés se calcula sobre el **principal más el monto total del interés acumulado en todos los periodos anteriores**. Así, el interés compuesto es un interés sobre el interés.

El interés compuesto refleja el efecto del valor del dinero en el tiempo sobre el interés. El interés para un periodo ahora se calcula de la siguiente manera:

Interés compuesto = (principal + todos los intereses acumulados)(tasa de interés) **(1.8)**

En términos matemáticos, la cantidad de intereses I para el periodo de tiempo t se calcula con la siguiente relación.

$$I_t = \left(P + \sum_{j=1}^{j=t-1} I_j \right)(i) \tag{1.9}$$

EJEMPLO 1.15

Una compañía de ingeniería pide un préstamo de \$100 000 con un interés de 10% compuesto anual, cuyo principal y todos los intereses los pagará después de tres años. Calcule el interés anual y el adeudo total después de tres años. Elabore una gráfica del interés y el monto total que se adeuda en cada año, y compare los resultados de este ejemplo con los del anterior.

Solución

Para incluir la naturaleza compuesta del interés, el interés anual y el adeudo total de cada año se calculan mediante la ecuación (1.8).

Interés, año 1:	100 000(0.10) = \$10 000
Adeudo total, año 1:	100 000 + 10 000 = \$110 000
Interés, año 2:	110 000(0.10) = \$11 000
Adeudo total, año 2:	110 000 + 11 000 = \$121 000
Interés, año 3:	121 000(0.10) = \$12 100
Adeudo total, año 3:	121 000 + 12 100 = \$133 100

El plan de pago no requiere ningún pago hasta el año 3, cuando se pagarán todos los intereses y el principal, un total de \$133 100. La figura 1-11 usa un diagrama de flujo de efectivo para comparar al final del año *a*) el interés simple y *b*) interés compuesto, y las cantidades totales que se adeudan. Quedan claras las diferencias debidas al interés compuesto. Para el préstamo con interés compuesto se adeuda una cantidad adicional de \$133 100 − 130 000 = \$3 100 de intereses.

Observe que mientras el interés simple que se adeuda cada año es constante, el compuesto crece en forma geométrica. Debido a este crecimiento geométrico del interés compuesto, la diferencia entre la acumulación con interés simple y con compuesto aumenta rápidamente a medida que pasa el tiempo. Por ejemplo, si el préstamo fuera a 10 años, no a 3, el pago adicional para el interés compuesto resultaría de \$59 374.

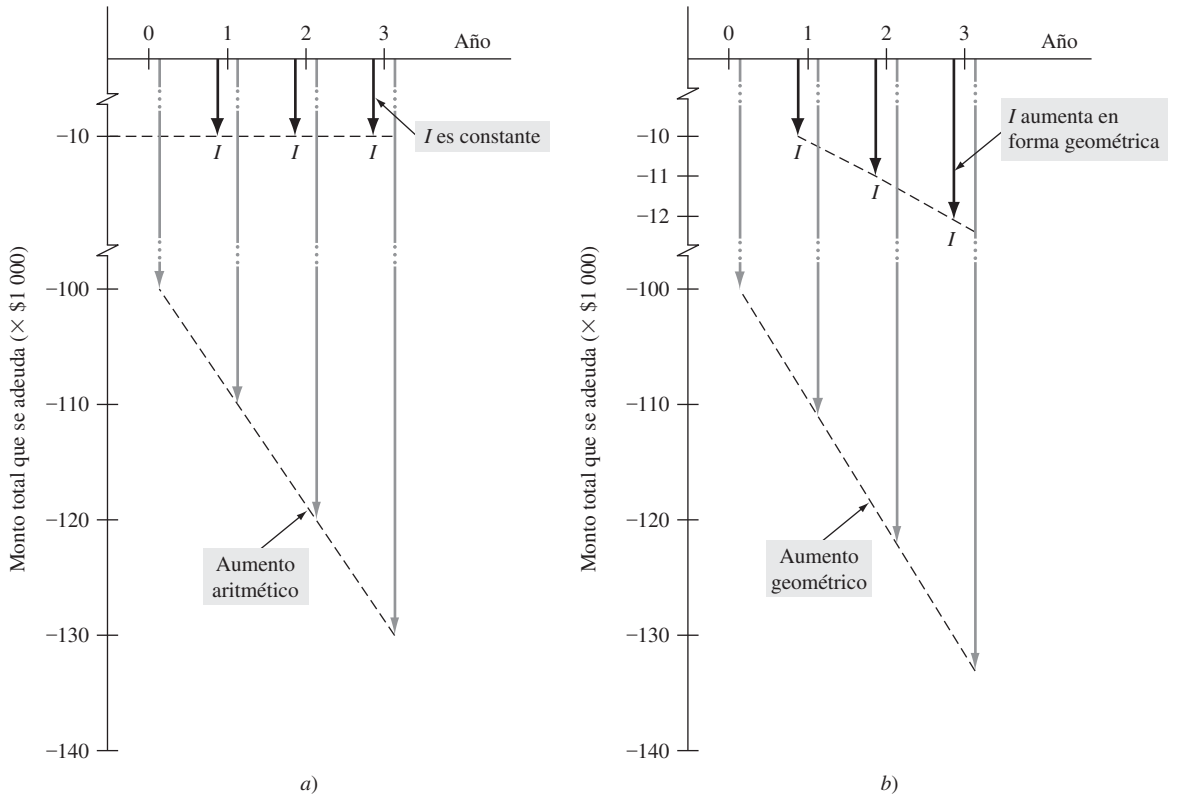


Figura 1-11
Interés, *I*, que se adeuda y cantidad total que se debe con *a*) interés simple (ejemplo 1.14), y *b*) interés compuesto (ejemplo 1.15).

Una forma más eficiente de calcular el adeudo total después de cierto número de años en el ejemplo 1.15 consiste en aprovechar que el interés compuesto se incrementa en forma geométrica. Esto permite omitir el cálculo del interés por año. En este caso, el **adeudo total al final de cada año** es el siguiente:

Año 1: $\$100\,000(1.10)^1 = \$110\,000$

Año 2: $\$100\,000(1.10)^2 = \$121\,000$

Año 3: $\$100\,000(1.10)^3 = \$133\,100$

Esto permite calcular directamente los totales futuros que se adeudan, sin cálculos intermedios. La forma general de la ecuación es la siguiente:

$$\text{Adeudo total después de } n \text{ años} = \text{principal}(1 + \text{tasa de interés})^{n \text{ años}} = P(1+i)^n \qquad (1.10)$$

donde i se expresa en forma decimal. La ecuación (1.10) se aplicó para obtener los $133 100 que se deben después de tres años. Esta relación fundamental se empleará mucho en los capítulos siguientes.

Para demostrar que los diferentes planes de pago de préstamos pueden ser equivalentes aunque difieran sustancialmente en cuanto a monto de un año a otro, se combinan los conceptos de tasa de interés, interés simple, interés compuesto y equivalencia. Esto también muestra que existen varias formas de tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo.

EJEMPLO 1.16

En la tabla 1-1 se presentan los detalles de cuatro planes para pagar un préstamo. Cada plan es para pagar un préstamo de $5 000 en 5 años, con una tasa de interés compuesto de 8% anual.

- **Plan 1: Pago total al final.** No hay pago de intereses ni del principal hasta el final del año 5. Los intereses se acumulan cada año sobre el principal y todos los intereses acumulados.
- **Plan 2: Los intereses se pagan cada año, el principal al final.** El interés acumulado se paga cada año, y el principal hasta el final del año 5.
- **Plan 3: Pago anual del interés y una parte del principal.** Los intereses acumulados y la quinta parta del principal (o $1 000) se pagan cada año. El saldo del préstamo disminuye cada año, de modo que el interés (columna 2) se reduce cada año.
- **Plan 4: Pagos anuales iguales del interés compuesto y del principal.** Se hacen pagos iguales cada año; una parte se destina al reembolso del principal y el resto cubre los intereses generados. Como el saldo del préstamo disminuye con un ritmo menor que en el plan 3 como consecuencia de los pagos iguales de fin de año, el interés disminuye, aunque con un ritmo más lento.

TABLA 1-1 Diferentes esquemas de pago durante 5 años para una deuda de $5 000 con un interés compuesto de 8% anual

(1) Final del año	(2) Interés que se adeuda para el año	(3) Total que se adeuda al final del año	(4) Pago al final del año	(5) Total que se adeuda después del pago
Plan 1: Pagar todo al final				
0				$5 000.00
1	$400.00	$5 400.00	—	5 400.00
2	432.00	5 832.00	—	5 832.00
3	466.56	6 298.56	—	6 298.56
4	503.88	6 802.44	—	6 802.44
5	544.20	7 346.64	$–7 346.64	
Total			$–7 346.64	
Plan 2: Pago anual del interés; pago del principal al final				
0				$5 000.00
1	$400.00	$5 400.00	$ – 400.00	5 000.00
2	400.00	5 400.00	– 400.00	5 000.00
3	400.00	5 400.00	– 400.00	5 000.00
4	400.00	5 400.00	– 400.00	5 000.00
5	400.00	5 400.00	–5 400.00	
Total			$–7 000.00	
Plan 3: Pago anual del interés y de una parte del principal				
0				$5 000.00
1	$400.00	$5 400.00	$– 1 400.00	4 000.00
2	320.00	4 320.00	– 1 320.00	3 000.00
3	240.00	3 240.00	– 1 240.00	2 000.00
4	160.00	2 160.00	– 1 160.00	1 000.00
5	80.00	1 080.00	–1 080.00	
Total			$–6 200.00	
Plan 4: Pago anual de cantidades iguales de intereses y capital				
0				$5 000.00
1	$400.00	$5 400.00	$–1 252.28	4 147.72
2	331.82	4 479.54	– 1 252.28	3 227.25
3	258.18	3 485.43	– 1 252.28	2 233.15
4	178.65	2 411.80	– 1 252.28	1 159.52
5	92.76	1 252.28	–1 252.28	
Total			$–6 261.40	

a) Comente sobre la *equivalencia* de cada plan de 8% de interés compuesto.
b) Elabore un plan de pagos con un interés *simple* de 8% anual con el mismo enfoque que el plan 2. Comente acerca de las cantidades totales que se pagan con los dos planes.

Solución

a) Las cantidades de los pagos anuales son diferentes en cada plan de pago, y las cantidades totales para la mayoría de planes son distintas, aunque cada plan requiere exactamente 5 años. La diferencia en los montos totales pagados se explican por el valor del dinero en el tiempo y por el pago parcial del principal antes del año 5.

Un préstamo de $5 000 en el momento 0 con 8% de interés compuesto anual equivale a cada uno de los siguientes:

Plan 1 $7 346.64 al final del año 5

Plan 2 $400 por año durante 4 años y $5 400 al final del año 5

Plan 3 Pagos decrecientes del interés y partes del principal en los años 1 ($1 400) a 5 ($1 080)

Plan 4 $1 252.28 por año, durante 5 años

Es común que un estudio de ingeniería económica use el plan 4; el interés es compuesto y se paga una cantidad constante cada periodo. Esta cantidad cubre el interés acumulado y una parte del pago del principal.

b) En la tabla 1-2 se detalla el plan de pagos con 8% de interés simple anual. Como el interés acumulado anual de $400 se paga cada año y el principal de $5 000 en el año 5, el programa es exactamente igual que con el interés compuesto anual de 8%, y la cantidad total que se paga es la misma, de $7 000. En este caso inusual, el interés simple y el compuesto dan como resultado la misma cantidad pagada. Cualquier diferencia de este esquema hará que difieran los dos planes y cantidades.

TABLA 1-2 Esquema de pagos a 5 años de $5 000 con interés simple de 8% anual

Final del año	Interés que se adeuda durante el año	Total que se adeuda al final del año	Pago al final del año	Total que se adeuda después del pago
0				$5 000
1	$400	$5 400	$ – 400	5 000
2	400	5 400	– 400	5 000
3	400	5 400	– 400	5 000
4	400	5 400	– 400	5 000
5	400	5 400	–5 400	0
Total			$ – 7 000	

1.9 Tasa mínima atractiva de rendimiento ●●●

Para que una inversión sea rentable, el inversionista (corporación o individuo) espera recibir una cantidad de dinero mayor de la que originalmente invirtió. En otras palabras, debe ser posible obtener una *tasa de retorno* o *retorno sobre la inversión* atractivos. En esta explicación se utilizará la definición de TR de la ecuación (1.4), es decir, la cantidad obtenida como ganancia dividida entre el principal.

En ingeniería, las alternativas se evalúan con base en un pronóstico de una TR razonable. Por consiguiente, se debe establecer una tasa razonable para la fase de elección (etapa 4) del estudio de ingeniería económica (figura 1-1).

Tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR)

La tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR) es una tasa de retorno razonable para evaluar y elegir una opción. Un proyecto no es económicamente viable a menos que **se espere un rendimiento mayor a una TMAR**. La TMAR también recibe el nombre de *tasa por superar*, *tasa de corte, tasa paramétrica* y *tasa mínima aceptable de rendimiento.*

La figura 1-12 indica las relaciones entre diferentes valores de tasas de rendimiento. En Estados Unidos en ocasiones se emplea la tasa del Departamento del Tesoro como tasa mínima aceptable segura. La TMAR siempre será mayor que ésta, o de otra tasa segura similar. La TMAR no es una tasa que se calcule como TR. La TMAR la establecen los directivos (financieros) y se usa como criterio contra el cual se compara una TR alternativa cuando se toma la decisión de aceptar o rechazar alguna inversión.

Para comprender los fundamentos del establecimiento y aplicación de un valor para la TMAR, debemos volver al término **capital** de la sección 1.1. Aunque la TMAR sirve como criterio para decidir si se invierte en un proyecto, el monto de la TMAR está relacionado fundamentalmente con lo que cuesta obtener los fondos de capital que se requieren para el proyecto. La obtención de capital siempre cuesta dinero en forma de intereses. El interés, en forma de tasa de porcentaje, recibe el nombre de **costo de capital**. Por ejemplo, si usted desea comprar una nueva pantalla de televisión de alta definición pero no cuenta con suficiente dinero (capital), puede obtener un préstamo de una sociedad de crédito con alguna tasa de interés, digamos, de 9% anual, y pagar en efectivo ahora al comerciante. O quizás utilice su tarjeta de crédito y pague el saldo mensualmente. Esta elección quizá le cueste al menos 15% anual. O puede utilizar los fondos de su cuenta de ahorros, que genera un rendimiento de 5% anual, y pagar en efectivo. Las tasas de 9, 15 y 5% constituyen sus estimaciones del costo del capital para incrementar el capital y adquirir el sistema por diferentes métodos de financiamiento. Asimismo, las corporaciones calculan el **costo del capital** de diferentes fuentes para obtener los fondos y llevar a cabo proyectos de ingeniería y de otros tipos.

Costo del capital

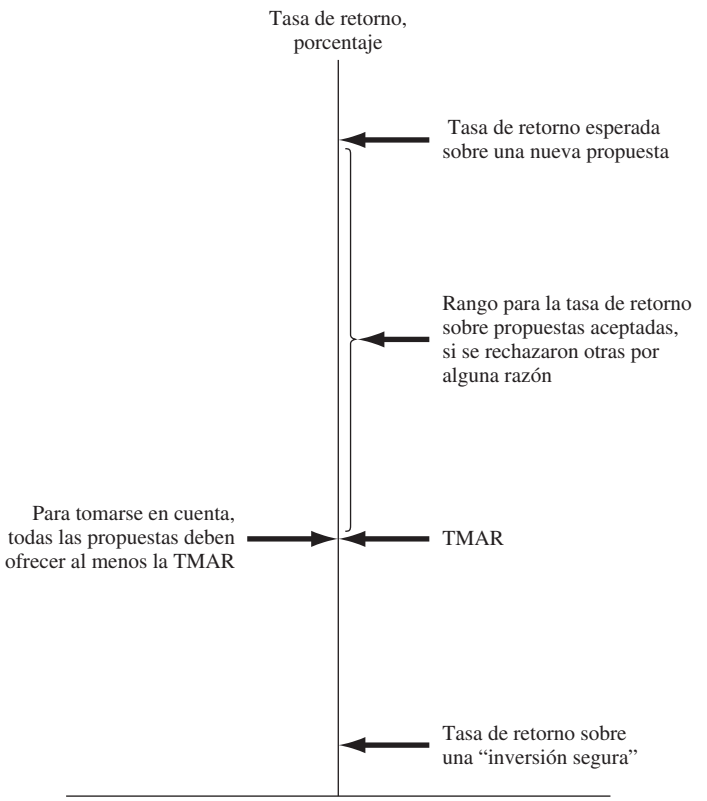


Figura 1-12
Monto de la TMAR en relación con otros valores de tasas de rendimiento.

En general, el capital se obtiene de dos formas: por financiamiento por patrimonio y por financiamiento por deuda. Para la mayoría de los proyectos se acostumbra hacer una combinación de ambos. El capítulo 10 analiza este tema con detalle, aunque aquí lo describiremos con brevedad.

Financiamiento por patrimonio La corporación utiliza sus propios fondos de efectivo disponibles, ventas de existencias o utilidades acumuladas. Un individuo puede utilizar su propio efectivo, ahorros o inversiones. En el ejemplo anterior, la utilización del dinero de la cuenta de ahorros con 5% constituye un financiamiento por patrimonio.

Financiamiento por deuda La corporación obtiene préstamos de fuentes externas y reembolsa el principal y los intereses de acuerdo con un programa semejante al de los planes de la tabla 1-1. Las fuentes del capital que se adeuda pueden ser bonos, préstamos, hipotecas, fondos comunes de capital de riesgo y muchos más. Asimismo, los individuos pueden utilizar préstamos como tarjetas de crédito (tasa de 15%) y opciones bancarias (tasa de 9%), como ya vimos.

De la combinación del financiamiento de deuda y el financiamiento de patrimonio resulta un **costo promedio ponderado del capital (CPPC)**. Si el equipo de televisión se compra con 40% del dinero de la tarjeta de crédito a 15% anual y 60% de los fondos de la cuenta de ahorros, que obtienen un rendimiento de 5% anual, el costo promedio ponderado del capital es $0.4(15) + 0.6(5) = 9\%$ anual.

Para una corporación, la *TMAR establecida* como criterio para aceptar o rechazar una alternativa siempre será *superior al costo promedio ponderado del capital* con que la corporación debe cargar para obtener los fondos de capital necesarios. Por tanto, debe satisfacerse la desigualdad

$$\text{TIR} \geq \text{TMAR} > \text{CPPC} \tag{1.11}$$

para aceptar un proyecto. Algunas excepciones son los requerimientos gubernamentales (seguridad, protección ambiental, legislación, etcétera), empresas de alto riesgo que se espera generen otras oportunidades, etcétera.

Es frecuente que haya muchas alternativas de las que se espera tengan una TR que exceda la TMAR, como se aprecia en la figura 1-12, pero tal vez no haya capital suficiente para emprender todas, o quizá se estime que el riesgo del proyecto es demasiado alto para efectuar la inversión. Por tanto, los proyectos nuevos que se emprenden generalmente tienen al menos una tasa de retorno esperada tan alta como la de otra alternativa a la que aún no se destinan fondos. La tasa de retorno del proyecto que aún no tiene fondos se conoce como **costo de oportunidad**.

Costo de oportunidad

El costo de oportunidad es la tasa de retorno de una oportunidad no aprovechada por la imposibilidad de ejecutar el proyecto. Numéricamente, corresponde a la **tasa de retorno más grande de todos los proyectos no aceptados (no aprovechados) debido a la carencia de fondos de capital o de otros recursos**. Cuando no se establece una TMAR específica, la que se toma de facto es el costo de oportunidad, es decir, la TR del primer proyecto que no se emprende porque no se dispone de fondos de capital.

Como ejemplo del costo de oportunidad, consulte la figura 1-12 y suponga una TMAR de 12% anual. Además, suponga que una propuesta, llamada A, con una TR esperada = 13% no se financia porque se carece de capital. Al mismo tiempo, una propuesta B tiene una TR = 14.5% y se financia con el capital disponible. Como la propuesta A no se emprende por carecer de capital, su TR estimada de 13% es el costo de oportunidad; es decir, no se aprovechó la oportunidad de obtener un rendimiento adicional de 13%.

1.10 Introducción a las hojas de cálculo

Las funciones en una hoja de cálculo de computadora reducen considerablemente el trabajo a mano de las equivalencias del *interés compuesto* y los términos P, F, A, i y n. Muchos profesores y estudiantes prefieren usar una calculadora para resolver los problemas sencillos, como se describe en el apéndice D. Sin embargo, a medida que las series de flujo de efectivo se tornan más complejas, una hoja de cálculo es la mejor opción. A lo largo de esta obra utilizaremos Excel por su disponibilidad y facilidad. El apéndice A es un sencillo manual sobre hojas de cálculo y Excel, donde las funciones que se utilizan en la ingeniería económica se describen detalladamente, con explicaciones de todos los parámetros. El apéndice A

también incluye una sección sobre composición de hojas de cálculo que resulta útil cuando se presenta un informe de análisis económico a un compañero de trabajo, un jefe o un profesor.

Un total de siete funciones de Excel efectúan la mayoría de los cálculos básicos de la ingeniería económica. Sin embargo, tales funciones no sustituyen el conocimiento de las relaciones, supuestos y técnicas de ésta. En conformidad con los símbolos *P*, *F*, *A*, *i* y *n* según se definieron en la sección anterior, las funciones de Excel más comunes en un análisis de ingeniería económica se formulan de la siguiente manera:

Para calcular el valor presente *P*: **VA(*i*%, *n*, *A*, *F*)**

Para calcular el valor futuro *F*: **VF(*i*%, *n*, *A*, *P*)**

Para calcular el valor periódico igual *A*: **PAGO(*i*%*n*, *P*, *F*)**

Para calcular el número de periodos *n*: **NPER(*i*%, *A*, *P*, *F*)**

Para calcular la tasa de interés compuesto *i*: **TASA(*n*, *A*, *P*, *F*)**

Para calcular la tasa interna de rendimiento: **TIR(primera_celda:última_celda)**

Para calcular el valor presente *P* de cualquier serie: **VPN(*i*%, segunda_celda:última_celda) + primera_celda**

Si alguno de los parámetros no se relaciona con un problema específico, se le puede omitir y se le supondrá un valor de cero. Por razones de legibilidad, pueden insertarse espacios entre los parámetros dentro de los paréntesis. Si el parámetro omitido es uno anterior, se debe introducir una coma. Las últimas dos funciones requieren que se introduzca una serie de números en celdas contiguas de la hoja de cálculo; no obstante, las primeras cinco se pueden emplear sin datos de apoyo. En todos los casos, la función debe ir precedida por un signo de igual (=) en la celda donde aparecerá la respuesta.

Para entender cómo trabajan las funciones de una hoja de cálculo, volvamos al ejemplo 1.6*a*, donde se desconoce la cantidad anual equivalente, indicada por $A = ?$ (En el capítulo 2 aprenderemos cómo se calcula *A* en ingeniería económica dados *P*, *i* y *n*.) Para encontrar *A* con una hoja de cálculo simplemente introduzca la función PAGO = PAGO(5%, 5,5000). La figura 1-13 muestra la pantalla de la hoja de cálculo con la función PAGO en la celda B4. Ahí aparece la respuesta ($1 154.87). La respuesta quizá aparezca en caracteres rojos y entre paréntesis, o con un signo de resta que indicaría una cantidad negativa desde el punto de vista de una reducción en el saldo de la cuenta. El lado derecho de la figura 1-13 presenta la solución del ejemplo 1.6*b*. El valor futuro *F* se determina con la función VF, que aparece en la barra de fórmulas; además, según se muestra aquí, muchos ejemplos del libro incluyen leyendas en las celdas para indicar el formato de las entradas importantes.

El siguiente ejemplo demuestra el empleo de una hoja de cálculo para desarrollar relaciones (no funciones ya programadas) para calcular intereses y flujos de efectivo. Una vez preparada, la hoja de cálculo sirve para análisis de sensibilidad de las estimaciones sujetas a cambios. En los capítulos posteriores se ilustrará el uso de hojas de cálculo. (*Nota:* Los ejemplos de las hojas de cálculo pueden omitirse en caso de que no se utilice dicho software en el curso. En prácticamente todos los ejemplos se incluye la solución a mano.)

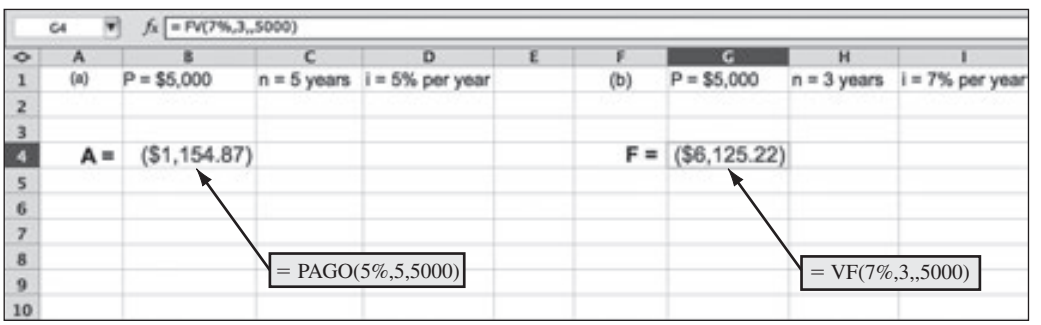


Figura 1-13
Funciones PAGO y VF en una hoja de cálculo, ejemplo 1.6.

EJEMPLO 1.17

Una empresa de arquitectura ubicada en Japón pidió a un grupo de ingeniería de programas de computadora en Estados Unidos que incluyera la capacidad sensora del GPS vía satélite a los programas de vigilancia de estructuras altas, con el fin de detectar movimientos horizontales con una intensidad superior a la esperada. Este programa de cómputo sería muy beneficioso para advertir sobre movimientos telúricos fuertes en las áreas propensas a temblores en Japón y Estados Unidos. Se estima que la inclusión de datos exactos del GPS incrementa los ingresos anuales sobre los ingresos actuales del sistema en $200 000 por cada uno de los siguientes 2 años, y $300 000 por cada uno de los años 3 y 4. Las perspectivas del proyecto abarcan apenas 4 años debido a los rápidos avances mundiales en los programas de software para vigilancia de edificios. Elabore las hojas de cálculo para responder las siguientes preguntas.

a) Determine el interés total y los ingresos totales después de 4 años con una tasa de retorno de 8% anual.
b) Repita las instrucciones del inciso *a*) si las estimaciones del flujo de efectivo en los años 3 y 4 se incrementan de $300 000 a $600 000.
c) Repita el inciso *a*) si se estima una inflación de 4% anual. Esto disminuye la *tasa de retorno real* de 8 a 3.85% anual (en el capítulo 14 se muestra por qué).

Solución con una hoja de cálculo

La figura 1-14*a*) a *d*) muestra las soluciones. Todas las hojas de cálculo contienen la misma información, pero los valores de las celdas se alteran según la pregunta. (En realidad, todas las preguntas planteadas aquí se pueden contestar en una sola hoja de cálculo simplemente cambiando cantidades. Las tres hojas de cálculo se muestran sólo con fines explicativos.)

Las funciones de Excel se construyen tomando como referencia las celdas, no los valores mismos, de manera que el análisis de sensibilidad no requiera modificar la función. Este enfoque considera el valor en una celda como una *variable global* para la hoja de cálculo. Por ejemplo, en todas las funciones, la tasa de 8% (de interés simple o compuesto) en la celda B2 se designa con B2, no con 8%. Así, un cambio de tasa sólo requiere una modificación en la entrada de la celda B2, no en cada relación y función de la hoja de cálculo donde se utilice 8%. En el apéndice A encontrará información adicional para seleccionar las celdas y construir relaciones en la hoja de cálculo.

a) La figura 1-14*a*) muestra los resultados, y la figura 1-14*b*) presenta todas las relaciones de la hoja de cálculo para el interés estimado y los ingresos (en forma anual en las columnas C y E, acumulado en las columnas D y F). A manera de ilustración, para el año 3 el interés I_3 y el ingreso más el interés R_3 son:

$$\begin{aligned} I_3 &= \text{(ingresos acumulados durante el año 2)(tasa de retorno)} \\ &= \$416\,000(0.08) \\ &= \$33\,280 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_3 &= \text{ingresos en el año 3} + I_3 \\ &= \$300\,000 + 33\,280 \\ &= \$333\,280 \end{aligned}$$

Las relaciones detalladas de la figura 1-14*b*) calculan estos valores en las celdas C8 y E8.

Relación en la celda C8 para I_3: = F7*B2

Relación en la celda E8 para CF_3: = B8 + C8

La cantidad equivalente después de 4 años es $1 109 022, que se compone de $1 000 000 en el ingreso total y $109 022 en el interés compuesto de 8% anual. Las celdas sombreadas en la figura 1-14*a*) y *b*) indican que la suma de los valores anuales y la última entrada en las columnas acumulativas deben ser iguales.

b) Para determinar el efecto de incrementar el ingreso estimado para los años 3 y 4 a $600 000, utilice la misma hoja de cálculo y las entradas en las celdas B8 y B9, como se muestra en la figura 1-14*c*). El interés total se incrementa 22%, o $24 000, de $109 222 a $133 222.
c) La figura 1-14*d*) muestra el efecto de cambiar el valor original de *i* de 8% a una tasa ajustada por la inflación de 3.85% en la celda B2 de la primera hoja de cálculo. [Después de resolver el inciso *b*), recuerde regresar a los ingresos estimados de $300 000 para los años 3 y 4.] La inflación ahora redujo el interés total 53%, de $109 222 a $51 247, como se indica en la celda C10.

	A	B	C	D	E	F
1	Inciso (a) – Encontrar los totales en el año 4					
2	i =	8.0%				
3	Final del año	Ingresos al final del año, $	Interés ganado durante el año, $	Interés acumulado, $	Ingresos durante el año con interés, $	Ingresos acumulados con interés, $
4						
5	0					
6	1	200,000	0	0	200,000	200,000
7	2	200,000	16,000	16,000	216,000	416,000
8	3	300,000	33,280	49,280	333,280	749,280
9	4	300,000	59,942	109,222	359,942	1,109,222
10			109,222		1,109,222	

a) Interés total e ingresos para el caso base, año 4

	A	B	C	D	E	F
1	Inciso (a) – Encontrar los totales en el año 4					
2	i =	0.08				
3	Final del año	Ingresos al final del año, $	Interés ganado durante el año, $	Interés acumulado, $	Ingresos durante el año con interés, $	Ingresos acumulados con interés, $
4						
5	0					
6	1	200000	0	=C6	=B6 + C6	=E6
7	2	200000	=F6*$B$1	=C7 + D6	=B7 + C7	=E7 + F6
8	3	300000	=F7*$B$1	=C8 + D7	=B8 + C8	=E8 + F7
9	4	300000	=F8*$B$1	=C9 + D8	=B9 + C9	=E9 + F8
10			=SUM(C6:C9)		=SUM(E6:E9)	

b) Relaciones en la hoja de cálculo para el caso base

	A	B	C	D	E	F
1	Inciso (b) – Encontrar los totales en el año 4 con los ingresos incrementados					
2	i =	8.0%				
3	Final del año	Ingresos al final del año, $	Interés ganado durante el año, $	Interés acumulado, $	Ingresos durante el año con interés, $	Ingresos acumulados con interés, $
4						
5	0					
6	1	200,000	0	0	200,000	200,000
7	2	200,000	16,000	16,000	216,000	416,000
8	3	600,000	33,280	49,280	633,280	1,049,280
9	4	600,000	83,942	133,222	683,942	1,733,222
10			133,222		1,733,222	
11						
12			Ingreso cambiado			
13						

c) Totales con el ingreso incrementado en los años 3 y 4

	A	B	C	D	E	F
1	Inciso (c) – Encontrar los totales en el año 4 considerando una inflación de 4%					
2	i =	3.85%				
3	Final del año	Ingresos al final del año, $	Interés ganado durante el año, $	Interés acumulado, $	Ingresos durante el año con interés, $	Ingresos acumulados con interés, $
4						
5	0					
6	1	200,000	0	0	200,000	200,000
7	2	200,000	7,700	7,700	207,700	407,700
8	3	300,000	15,696	23,396	315,696	723,396
9	4	300,000	27,851	51,247	327,851	1,051,247
10			51,247		1,051,247	

Tasa de retorno cambiada

d) Totales con la inflación considerada de 4% anual

Figura 1-14
Soluciones en la hoja de cálculo con análisis de sensibilidad, ejemplo 1.17*a*) a *c*).

Comentario

Más adelante el lector aprenderá a utilizar las funciones financieras de Excel VNA y VF para obtener las mismas respuestas calculadas en la figura 1-14, donde desarrollamos cada relación básica.

Cuando se trabaja con una hoja de cálculo de Excel, es posible desplegar en pantalla todas las entradas y funciones al oprimir al mismo tiempo <Control> y <`>, en la parte superior izquierda del teclado en la tecla <~>.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La ingeniería económica es la aplicación de factores económicos y criterios para la evaluación de alternativas tomando en cuenta el valor del dinero en el tiempo. El estudio de ingeniería económica implica el cálculo de una medida específica de valor económico de flujos de efectivo estimados durante un periodo determinado.

El concepto de *equivalencia* permite entender en términos económicos la igualdad de diferentes sumas de dinero en tiempos distintos. La diferencia entre interés simple (basado sólo en el principal) e interés compuesto (basado en el principal y en el interés sobre el interés) se describió por medio de fórmulas, tablas y gráficas. Este poder de la composición se nota en particular a lo largo de periodos prolongados y grandes sumas de dinero.

La TMAR constituye una tasa de retorno razonable como tasa base para determinar la viabilidad económica de una opción. La TMAR siempre es superior al rendimiento de una inversión segura y el costo de adquirir el capital necesario.

Asimismo, también aprendimos lo siguiente respecto de los flujos de efectivo:

La convención de final de año para la ubicación de flujos de efectivo

El cálculo del flujo neto de efectivo

Las diferentes perspectivas para determinar el signo del flujo de efectivo

La elaboración de un diagrama de flujo de efectivo

Las dificultades de su estimación exacta

PROBLEMAS

Conceptos básicos

1.1 Liste los cuatro elementos esenciales del análisis de la toma de decisiones en relación con la ingeniería económica.

1.2 ¿Cuál es el significado de *a*) fondos de capital limitados y *b*) análisis de sensibilidad?

1.3 Liste las tres medidas de rentabilidad para los análisis de ingeniería económica.

1.4 Identifique los factores siguientes según sean económicos (tangibles) o no económicos (intangibles): primer costo, liderazgo, impuestos, valor de rescate, moral, dependencia, inflación, utilidad, aceptación, ética y tasa de interés.

Ética

1.5 Stefanie es una ingeniera de diseño que labora en una compañía internacional fabricante de locomotoras ubicada en Illinois. La dirección desea volver a realizar parte de los trabajos de diseño en Estados Unidos en lugar de exportarlos todos a India, donde se han realizado durante la última década. Esta transferencia dará empleo a más personas de la localidad y mejoraría las condiciones económicas de las familias que viven en Illinois y áreas cercanas.

Stefanie y su equipo de diseño fueron seleccionados como piloto para determinar la calidad y rapidez del trabajo de diseño que tendrían en una locomotora diésel con un consumo más eficiente de combustible. Ni ella ni nadie de su equipo han hecho tales diseños tan importantes porque su trabajo sólo se había limitado a ser el enlace con los ingenieros subcontratados en India. Una integrante de su equipo tuvo una gran idea acerca de un elemento clave que mejoraría más o menos 15% la eficiencia en el uso del combustible. Dijo a Stefanie que procedía de documentos producidos en India, pero que tal vez fuera bueno que el equipo lo usara y no comentara nada sobre su origen, toda vez que estaba claro que la dirección en Estados Unidos estaba por cancelar el contrato con el extranjero. Aunque al principio se mostró renuente, Stefanie autorizó continuar con el diseño que incluía la mejora en el uso de combustible sin mencionar el origen de la idea cuando se hizo la presentación oral y se distribuyó la documentación. Como resultado, el contrato con India se canceló y se transfirió toda la responsabilidad del diseño al grupo de Stefanie.

Consulte el Código de Ética para Ingenieros elaborado por SNIP (en el apéndice C) e identifique las secciones que establezcan responsabilidad respecto de las decisiones y acciones de Stefanie.

1.6 Considere el precepto de la moral común que indica que robar es malo. Héctor está con un grupo de amigos en un supermercado de la localidad. Un amigo de Héctor toma una bebida energizante de una caja de los ana-

queles, la abre, la toma y luego devuelve la lata vacía al paquete, sin ninguna intención de pagar por ella. Después invita a los demás a que hagan lo mismo: "Es sólo una bebida. Todos lo hacen siempre". Todos, excepto Héctor, consumen las bebidas. En lo personal, Héctor piensa que eso es una forma de robo. Mencione tres acciones que podría emprender Héctor, y evalúelas desde el punto de vista de la moral personal.

1.7 Cuando esta mañana se dirigía a trabajar a un sitio fuera de su oficina, un ingeniero se pasó por accidente una señal que marcaba *alto* y ocasionó un accidente automovilístico que provocó la muerte de un niño de 5 años de edad. Él tiene una fuerte creencia en la moral universal de que está mal causar heridas a otras personas. Explique el conflicto entre la moral universal y su moral personal respecto de las lesiones, pues el accidente se le atribuyó a él.

1.8 Claude es un estudiante de cuarto año de ingeniería a quien su profesora acaba de informar que obtuvo una calificación muy baja en el examen final de español. Aunque antes del examen final había obtenido buenas calificaciones, su resultado en éste fue tan bajo que afectó todo su año de estudios y es probable que tenga que posponer su graduación un semestre o dos.

Durante el año, Claude, quien detestaba al curso y a su maestra, copió las tareas y los exámenes, y nunca estudió en serio el curso. Durante el semestre se daba cuenta de que estaba haciendo algo que incluso él consideraba malo en lo moral y lo ético. Sabía que le había ido mal en el examen final, pues modificaron el aula para el examen final de forma que los estudiantes no podían pasarse las respuestas, y antes del examen se recogieron los teléfonos celulares, con lo que se eliminó la posibilidad de enviar mensajes de texto a los amigos fuera del salón para que lo ayudaran con el examen final. Claude se encuentra ahora en la oficina de su profesora, frente a ésta, quien plantea la pregunta a Claude: "¿Qué hiciste durante el año para lograr obtener calificaciones aprobatorias de manera repetida, pero demostraste un dominio muy bajo del español en el examen final?"

Desde un punto de vista ético, ¿qué opciones tiene Claude para responder? También analice algunos de los posibles efectos de esta experiencia en las acciones y dilemas morales de Claude en el futuro.

Tasa de interés y tasa de retorno

1.9 La compañía RKI Instruments obtuvo un préstamo de $3 500 000 de una empresa financiera para ampliar sus instalaciones de manufactura de controladores de monóxido de carbono. La empresa saldó el préstamo después de un año con un solo pago de $3 885 000. ¿Cuál fue la tasa de interés del préstamo?

1.10 Emerson Procesing obtuvo un préstamo de $900 000 para instalar equipos de iluminación de alta eficiencia y de seguridad en su fábrica de La Grange. Los términos del préstamo son tales que la compañía podría pagar *sólo los intereses* al final de cada año durante 5 años, después de lo cual tendría que pagar toda la cantidad adeudada. Si la tasa de interés del préstamo fue de 12% anual y la compañía sólo pagó los intereses durante 4 años, determine lo siguiente:

a) El monto de cada uno de los cuatro pagos de los intereses
b) El monto del pago final al final del año 5

1.11 ¿Cuál de las siguientes inversiones a un año tiene la tasa de retorno más grande?

a) $12 500 que producen $1 125 de interés,
b) $56 000 que generan $6 160 de interés o
c) $95 000 que producen $7 600 de interés.

1.12 Un recién graduado de ingeniería inició un negocio de consultoría y pidió un préstamo a un año para amueblar su oficina. El importe del préstamo fue de $23 800, con una tasa de interés de 10% anual. Sin embargo, debido a que el nuevo graduado no tenía una historia crediticia, el banco lo hizo comprar un seguro en caso de que no pagara que costó 5% del monto del préstamo. Además, el banco le cobró una comisión de apertura de $300. ¿Cuál fue la tasa de interés efectiva que pagó el ingeniero por el préstamo?

1.13 Cuando se espera que la tasa de inflación sea de 8% anual, ¿cuál es la tasa de interés más probable en el mercado?

Términos y símbolos

1.14 El símbolo *P* representa una cantidad de dinero en un momento llamado *presente*. Los símbolos siguientes también representan una cantidad presente de dinero y requieren cálculos similares. Explique el significado de cada uno: VP, VA, VPN, FED y CC.

1.15 Identifique los cuatro símbolos de la ingeniería económica y sus valores a partir del siguiente enunciado. Use un signo de interrogación con el símbolo cuyo valor se vaya a calcular.

Thompson Mechanical Products planea destinar ahora $150 000 para un posible reemplazo de sus grandes motores sincrónicos cuando sea necesario. Si durante 7 años no fuera necesario el reemplazo, ¿cuánto tendría la empresa en su cuenta de inversión si se aplica una tasa de retorno de 11% anual?

1.16 Identifique los cuatro símbolos de la ingeniería económica y sus valores a partir del siguiente enunciado. Uti-

lice un signo de interrogación con el símbolo cuyo valor se deba calcular.

Atlas Long-Haul Transportation planea instalar registradores de temperatura Valutemp en todos sus camiones refrigeradores para vigilar la temperatura durante el tránsito. Si los sistemas disminuirían reclamaciones de seguros por $100 000 dentro de dos años, ¿cuánto debe estar dispuesta a gastar ahora la compañía si usa una tasa de interés de 12% anual?

1.17 Identifique los cuatro símbolos de la ingeniería económica y el valor que tienen en el siguiente problema. Use un signo de interrogación con el símbolo cuyo valor se debe calcular.

Un alga verde, *Chlamydomonas reinhardtii*, produce hidrógeno si se la priva de oxígeno temporalmente hasta por dos días a la vez. Una compañía pequeña necesita comprar equipo que cuesta $3.4 millones para comercializar el proceso. Si la empresa desea obtener una tasa de retorno de 10% anual y recuperar su inversión en 8 años, ¿cuál debe ser el valor neto del hidrógeno producido cada año?

1.18 Identifique los cuatro símbolos de la ingeniería económica y los valores que adoptan en el siguiente problema. Utilice un signo de interrogación con el símbolo cuyo valor sea necesario calcular.

Vision Technologies, Inc., es una empresa pequeña que usa tecnología de gran ancho de banda para desarrollar equipos que detecten objetos (inclusive personas) dentro de edificios, tras los muros o bajo el piso. La empresa espera gastar $100 000 anuales en mano de obra y $125 000 por año en insumos antes de que su producto pueda comercializarse. Con una tasa de interés de 15% anual, ¿cuál es la cantidad futura equivalente de los gastos de la compañía al cabo de tres años?

Flujos de efectivo

1.19 ¿Cuál es el significado de la convención de final de periodo?

1.20 Clasifique los siguientes conceptos según sean flujos de entrada o de salida de efectivo para las aerolíneas: costo de combustible, aportación a los planes de pensión, tarifas, mantenimiento, ingresos por envíos, ingresos por carga, cargos por exceso de equipaje, agua y refrescos, publicidad, tarifas de aterrizaje y tarifas por asientos preferentes.

1.21 Muchas sociedades de crédito usan periodos de interés semestrales para pagar los intereses sobre las cuentas de ahorros de sus clientes. Para una de ellas que utiliza el 30 de junio y el 31 de diciembre como periodos de interés semestral, determine las cantidades al final de periodo que registrarán para los depósitos de la tabla siguiente:

Mes	Depósito, $
Ene	50
Feb	70
Mar	—
Abr	120
May	20
Jun	—
Jul	150
Ago	90
Sep	—
Oct	—
Nov	40
Dic	110

1.22 Si una empresa utiliza un año como periodo de interés, determine los *flujos netos de efectivo* que se registrarán al *final del año* a partir de los flujos de efectivo siguientes:

Mes	Ingresos, $1 000	Egresos, $1 000
Ene	500	300
Feb	800	500
Mar	200	400
Abr	120	400
May	600	500
Jun	900	600
Jul	800	300
Ago	700	300
Sep	900	500
Oct	500	400
Nov	400	400
Dic	1 800	700

1.23 Elabore un diagrama de flujo de efectivo para los siguientes flujos de efectivo: un flujo de entrada de $25 000 en el momento 0, un flujo de entrada de $9 000 anuales en los años 1 a 5 con una tasa de interés de 10% anual y una cantidad futura desconocida en el año 5.

1.24 Elabore un diagrama de flujo de efectivo para encontrar el valor presente en el año 0 con una tasa de interés de 15% anual para la situación siguiente:

Año	Flujo de efectivo, $
0	−19 000
1-4	+8 100

1.25 Trace un diagrama de flujo de efectivo que represente la cantidad de dinero que se acumulará en 15 años por una inversión de $40 000 que se haga el día de hoy con una tasa de interés de 8% anual.

Equivalencia

1.26 ¿A cuánto equivale el día de hoy una inversión de $100 000 hecha hace un año con una tasa de interés de 15% anual?

1.27 Durante una recesión, el precio de los bienes y servicios disminuye debido a la poca demanda. Una compañía que fabrica adaptadores Ethernet planea expandir sus instalaciones de producción con un costo de $1 000 000 dentro de un año. Sin embargo, un contratista que necesita trabajo le ofreció hacerlo por $790 000 si la empresa hace su ampliación hoy en lugar de esperar un año. Si la tasa de interés es de 15% anual, ¿qué descuento obtiene la compañía?

1.28 Como director de la empresa de consultoría en la que ha trabajado por 20 años, usted acumuló 5 000 acciones de la empresa. Hace un año cada acción valía $40. La empresa le ofreció comprar sus acciones en $225 000. ¿Con qué tasa de interés sería equivalente la oferta de la empresa al valor que tenían las acciones hace un año?

1.29 Una compañía de diseño y construcción de ingeniería que suele dar bonos de fin de año por $8 000 a cada uno de sus ingenieros tiene problemas de flujo de efectivo. La empresa dijo que, aunque no podría dar los bonos este año, cada ingeniero recibiría dos bonos el año próximo, el habitual de $8 000 más una cantidad equivalente a los $8 000 que habría obtenido este año. Si la tasa de interés es de 8% anual, ¿cuál será la cantidad total en dinero que los ingenieros obtendrán en bonos el año próximo?

1.30 Las colegiaturas y servicios que ofrece una universidad pueden pagarse por medio de dos planes.

Adelantado: Pagar por adelantado la cantidad total que se adeude *un año antes* y obtener un descuento de 10%.

Puntual: Pagar el primer día de clases la cantidad total que se adeude.

El costo de la colegiatura y los servicios es de $10 000 por año.

a) ¿Cuánto se pagará con el plan adelantado?
b) ¿Cuál es la cantidad equivalente de los ahorros en comparación con el pago puntual en el momento en que se efectúa?

Interés simple y compuesto

1.31 Si una compañía aparta hoy $1 000 000 en un fondo de contingencia, ¿cuánto tendrá en dos años si no utiliza el dinero y la cuenta crece a razón de 10% anual?

1.32 La empresa Iselt Welding tiene fondos adicionales para invertir en una expansión de capital futura. Si la inversión seleccionada paga interés simple, ¿qué tasa se requeriría para que la cantidad aumentara de $60 000 a $90 000 en cinco años?

1.33 Para financiar una nueva línea de productos, una compañía que fabrica rodamientos esféricos de alta temperatura consiguió un préstamo de $1.8 millones con una tasa de 10% por año. Si la empresa salda el préstamo con un solo pago después de dos años, ¿cuál fue *a*) el monto del pago y *b*) la cantidad de intereses?

1.34 Debido a que las tasas de interés del mercado estuvieron casi siempre en 4% anual, una compañía de herramientas manuales decidió comprar (es decir, pagar) los bonos de interés alto que había emitido hacía tres años. Si la tasa de interés por los bonos fue de 9% anual, ¿cuánto tuvo que pagar la empresa a los tenedores de ellos? El valor nominal (principal) de los bonos es de $6 000 000.

1.35 Una compañía de recolección de desechos consiguió un préstamo con una tasa de interés de 10% anual para comprar nuevos contenedores y otros equipos que necesita en el sitio de depósito. Si la empresa consiguió el préstamo hace dos años y lo saldó en un solo pago de $4 600 000, ¿cuál fue el monto principal, P, del préstamo?

1.36 Si el interés se compone a 20% por año, ¿en cuánto tiempo $50 000 se convertirán en $86 400?

1.37 Para que los certificados de depósito parezcan más atractivos de lo que realmente son, algunos bancos afirman que las tasas que pagan son mayores que las de la competencia; no obstante, la letra pequeña dice que la tasa es de interés simple. Si una persona deposita $10 000 a 10% anual de interés simple, ¿qué tasa de interés compuesto produciría la misma cantidad de dinero en tres años?

TMAR y costo de oportunidad

1.38 Diga otros tres nombres de la tasa mínima atractiva de rendimiento.

1.39 Clasifique los siguientes financiamientos como de patrimonio o de deuda: bonos, ventas de acciones, utilidades retenidas, capital de riesgo, préstamo de corto plazo, aportación de capital de un amigo, dinero en efectivo, tarjeta de crédito y préstamo sobre hipoteca de la casa.

1.40 ¿Cuál es el costo promedio ponderado de capital para una corporación que financia un proyecto de expansión con el empleo de 30% de utilidades retenidas y 70% de capital de riesgo? Suponga que las tasas de interés son de 8% para el financiamiento patrimonial y de 13% para el de deuda.

1.41 Los gerentes de los distintos departamentos en la corporación multinacional Zenith Trading presentan seis proyectos a la consideración de las oficinas corporativas. Un integrante del equipo financiero usó palabras clave para identificar los proyectos y luego los listó en orden de la tasa de retorno proyectada, como se muestra a continuación. Si la compañía quiere crecer rápidamente por medio de apalancamiento y utiliza sólo 10% de financiamiento por deuda con un costo de capital de

90%, y emplea el 90% de financiamiento patrimonial con un costo de capital de 16%, ¿cuáles proyectos debe emprender la compañía?

Proyecto ID	TR proyectada, % anual
Inventario	30
Tecnología	28.4
Almacén	19
Productos	13.1
Energía	9.6
Envíos	8.2

Funciones de una hoja de cálculo

1.42 Mencione el propósito de cada una de las siguientes funciones de una hoja de cálculo:

a) VP (*i%,n,A,F*)
b) VF(*i%,n,A,P*)
c) TASA(*n,A,P,F*)
d) TIR(primera_celda:última:_celda)
e) PAGO (*i%,n,P,F*)
f) NPER(*i%,A,P,F*)

1.43 ¿Cuáles son los valores de los símbolos *P*, *F*, *A*, *i* y *n*, de la ingeniería económica en las siguientes funciones? Use un signo de interrogación para el símbolo por calcular.

a) NPER(8%,−1500,8000,2000)
b) VF(7%,102000,−9000)
c) TASA(10,1000,−12000,2000)
d) PAGO(11%,20,,14000)
e) VP(8%,15,−1000,800)

1.44 Escriba el símbolo de ingeniería económica que corresponda a cada una de las siguientes funciones de una hoja de cálculo.

a) PAGO *b*) VF *c*) NPER *d*) VP *e*) TIR

1.45 En una función programada en una hoja de cálculo, si falta algún parámetro, *a*) ¿en qué circunstancias puede dejarse en blanco y *b*) cuándo debe agregarse una coma en su lugar?

1.46 Sheryl y Marcelly invierten $1 000 a 10% anual durante 4 años. Sheryl recibe interés simple y Marcelly interés compuesto. Utilice una hoja de cálculo y haga referencias a las celdas para desarrollar relaciones que muestren un total de $64 en interés adicional para Marcelly al final de los 4 años. Suponga que durante ese tiempo no se hacen retiros ni depósitos.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

1.47 El concepto de que diferentes sumas de dinero en momentos distintos son iguales entre sí se conoce como:
a) Criterio de evaluación
b) Equivalencia
c) Flujo de efectivo
d) Factores intangibles

1.48 El criterio de evaluación que suele emplearse en un análisis económico es:
a) Tiempo de terminación
b) Factibilidad técnica
c) Sustentabilidad
d) Unidades financieras (dólares u otra moneda)

1.49 Los siguientes son ejemplos de flujos de salida de efectivo, *excepto*:
a) Valor de rescate de los activos
b) Impuestos sobre la renta
c) Costo de operación de los activos
d) Primer costo de los activos

1.50 En la mayor parte de estudios de ingeniería económica, la mejor opción es la que:
a) Dure más
b) Sea la más correcta políticamente
c) Sea la más fácil de aplicar
d) Cueste menos

1.51 Los siguientes son costos anuales de operación y mantenimiento (COM) de un elemento de equipo, y se obtuvieron durante un periodo de 5 años: $12 300, $8 900, $9 200, $11 000 y $12 100. El promedio es de $10 700. Al realizar un análisis de sensibilidad, el rango más razonable de los costos por usar (es decir, porcentaje del promedio) es:
a) ±5% *b*) ±11% *c*) ±17% *d*) ±25%

1.52 Con una tasa de interés de 10% anual, la cantidad equivalente de $10 000 *hace un año* es la más cercana a:
a) $8 264 *b*) $9 091 *c*) $11 000 *d*) $12 000

1.53 Suponga que usted y su mejor amiga invirtieron cada uno $1 000. Usted coloca su dinero en un fondo que paga 10% anual de interés *compuesto*. Su amiga sitúa su dinero en un banco que paga 10% anual de interés *simple*. Al cabo de un año, la diferencia en la cantidad total para cada uno es:
a) Usted tiene $10 más que ella
b) Usted tiene $100 más que ella
c) Ambos tienen la misma cantidad de dinero
d) Ella tiene $10 más que usted

1.54 El tiempo que se requiere para que una suma de dinero se duplique con 4% de interés *simple* anual es el más cercano a:
a) 30 años *b*) 25 años *c*) 20 años *d*) 10 años

1.55 Los siguientes son ejemplos de financiamiento patrimonial, *excepto*:
a) Hipoteca
b) Dinero de ahorros
c) Dinero en efectivo
d) Utilidades retenidas

1.56 Para financiar un proyecto nuevo que cuesta $30 millones, una compañía consiguió un préstamo de $21 millones con un interés de 16% anual, y para el resto de la inversión usó utilidades retenidas valuadas en 12% anual. El costo promedio ponderado del capital para el proyecto es el más cercano a:
a) 12.5% *b*) 13.6% *c*) 14.8% *d*) 15.6%

ESTUDIO DE CASO

FUENTES DE ENERGÍA RENOVABLES PARA GENERAR ELECTRICIDAD

Antecedentes

Pedernales Electric Cooperative (PEC) es la cooperativa más grande de Estados Unidos de propietarios privados en Estados Unidos, con más de 232 000 metros en 12 condados en el centro de Texas. PEC tiene una capacidad de aproximadamente 1 300 MW (megawatts) de energía, de los cuales 277 MW, alrededor de 21%, proviene de fuentes renovables. La adición más reciente es de 60 MW de un parque eólico en el sur de Texas, cerca de la ciudad de Corpus Christi. Una pregunta constante es cuánta de la capacidad de generación de PEC debiera proceder de fuentes renovables, en especial debido a las restricciones ambientales relacionadas con el uso de carbón para generar electricidad y los costos en ascenso de los combustibles a base de hidrocarburos.

La dirección de la empresa estudia las energías eólica y nuclear, pues Texas aumenta su generación con plantas nucleares y el estado es el líder nacional en la producción de electricidad en parques eólicos.

Suponga que usted es un miembro del consejo de directores de PEC y que es un ingeniero recién elegido por los miembros de la empresa para fungir durante tres años como director. En ese caso no representa a un distrito específico del área a la que se da servicio; todos los demás directores sí representan a distritos específicos. Usted tiene muchas preguntas sobre las operaciones de PEC, y además está interesado en los beneficios económicos y sociales de utilizar más fuentes renovables en su capacidad de generación.

Información

A continuación se presentan los datos que obtuvo. En este momento la información es muy general y las cifras son aproximadas. Las estimaciones del costo de generar electricidad son nacionales, no específicas de PEC, y se dan en centavos de dólar por kilowatt-hora (¢/kWh).

	Costo de generación, ¢/kWh	
Fuente	**Rango probable**	**Promedio razonable**
Carbón	4 a 9	7.4
Gas natural	4 a 10.5	8.6
Viento	4.8 a 9.1	8.2
Solar	4.5 a 15.5	8.8

Costo nacional promedio de la electricidad para uso residencial: 11 ¢/kWh
Costo promedio de PEC para uso residencial: 10.27 ¢/kWh (de fuentes no renovables) y 10.92 ¢/kWh para fuentes renovables
Vida esperada de un sitio de generación: 20 a 40 años (más probable 20 que 40)
Tiempo requerido para construir un sitio de generación: 2 a 5 años
Costo de capital para construir un sitio de generación: $900 a $1 500 por kW

Usted también sabe que el personal de PEC utiliza el método muy probado del *costo nivelado de la energía* (CNE) para determinar el precio de la electricidad que debe cobrarse a los consumidores en el punto de equilibrio. La fórmula toma en cuenta el costo de capital de las instalaciones de generación, el costo de capital en préstamo, los costos anuales de operación y mantenimiento (OM), y la vida esperada de las instalaciones. La fórmula del CNE, expresada en dólares por kWh, es la siguiente (para $t = 1, 2, \ldots, n$):

$$\text{CNE} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} \frac{P_t + A_t + C_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{t=n} \frac{E_t}{(1+i)^t}}$$

donde P_t = inversiones de capital realizadas en el año t
A_t = costos anuales de mantenimiento y operación (OyM) para el año t
C_t = costos del combustible para el año t
E_t = cantidad de electricidad generada en el año t
n = vida esperada de la instalación
i = tasa de descuento (costo de capital)

Ejercicios del estudio de caso

1. Si quisiera saber más acerca del nuevo acuerdo con el parque eólico en el sur de Texas respecto de los 60 MW adicionales por año, ¿qué tipo de preguntas formularía a un miembro de su equipo en su primera reunión?
2. Gran parte de la capacidad de generación actual de las instalaciones de PEC utilizan carbón y gas natural como combustible no renovable. ¿Qué puede decir sobre los aspectos éticos de la tolerancia del gobierno para que esas plantas contaminen la atmósfera con emisiones que causan problemas de salud a la población y además contribuyen al calentamiento global? ¿Qué tipos de regulaciones, si las hubiera, deben establecerse para que PEC (y otros generadores) las respeten en el futuro?

3. Despertó el interés de usted la relación CNE y el costo publicado de 10.27 ¢/kWh para la electricidad en este año. Se pregunta si la adición de 60 MW de electricidad de origen eólico tendrá algún efecto en el valor CNE para el año siguiente. Sabe lo siguiente:

   Éste es el año $t = 11$ para fines de cálculo del CNE

   $n = 25$ años

   $i = 5\%$ anual

   $E_{11} = 5.052$ mil millones de kWh

   El año pasado, el CNE fue de 10.22 ¢/kWh (costo de equilibrio anual para los usuarios)

A partir de estos datos generales, ¿es posible determinar el valor de las incógnitas en la relación CNE para este año? ¿Es posible determinar si la adición del 60 MW del parque eólico tendrá algún efecto en la tarifa de la electricidad para los consumidores? Si no fuera así, ¿qué información adicional se necesitaría para determinar el CNE con la fuente eólica incluida?

ESTUDIO DE CASO

REVESTIMIENTOS PARA REFRIGERADORES

Antecedentes

Las fábricas grandes de refrigeradores como Whirlpool, General Electric, Frigidaire y otras pueden subcontratar el moldeo de sus revestimientos de plástico y tableros de puerta. Una de las principales empresas subcontratistas nacionales es Innovations Plastics. Se espera que aproximadamente en dos años el mejoramiento de las propiedades mecánicas permita que el plástico moldeado soporte cargas verticales y horizontales cada vez mayores, lo cual reduciría significativamente la necesidad de las bisagras metálicas en estanterías. Sin embargo, para ingresar al mercado se requerirá equipo de moldeo de mejor calidad. El presidente de la compañía desea una recomendación sobre si Innovations debería pensar en ofrecer la nueva tecnología a los principales fabricantes, así como una estimación de la inversión de capital necesaria para entrar pronto al mercado.

Usted trabaja como ingeniero para Innovations. En esta etapa no se espera que usted lleve a cabo un análisis económico de ingeniería completo, en virtud de que no se dispone de suficiente información. Se le pide que formule alternativas razonables, que determine los datos y estimaciones necesarios para cada alternativa y establezca los criterios (económicos y no económicos) para tomar la decisión final.

Información

Algunos datos útiles en este momento son los siguientes:

- Se espera que la tecnología y el equipo continúen vigentes más o menos 10 años antes de que se desarrollen nuevos métodos.
- La inflación y los impuestos sobre la renta no se tomarán en cuenta en el análisis.
- Los rendimientos esperados sobre el capital de inversión para los últimos tres proyectos tecnológicos fueron las tasas de interés compuesto de 15, 5 y 18%. La tasa de 5% fue el criterio para mejorar un sistema de seguridad para empleados en un proceso existente de preparación de químicos.
- Es imposible un financiamiento de capital de patrimonio superior a los $5 millones. Se desconocen la cantidad del financiamiento de deuda y su costo.
- Los costos anuales de operación han promediado 8% del costo inicial del equipo principal.
- El incremento de los costos anuales de capacitación y los requerimientos de salario para el manejo de los nuevos plásticos y del nuevo equipo de operación pueden variar de $800 000 a $1.2 millones de dólares.

Hay dos fábricas trabajando en la nueva generación de equipos. Estas dos opciones se designan como alternativas A y B.

Ejercicios del estudio de caso

1. Aplique los primeros cuatro pasos del proceso de toma de decisiones para describir en líneas generales las opciones e identifique los cálculos de naturaleza económica que se requerirán para elaborar un análisis de ingeniería económica para el presidente.
2. Identifique los factores y criterios no económicos que deban considerarse en el momento de elegir una opción.
3. Durante su investigación sobre la alternativa B con el fabricante, usted se entera de que esta compañía ya diseñó el prototipo de una máquina de moldeo que vendió a una compañía en Alemania por $3 millones (de dólares). En su investigación, usted descubre además que la empresa alemana no aprovecha toda la capacidad del equipo para fabricar revestimientos plásticos. La compañía quiere vender tiempo de uso del equipo a Innovations para que ésta fabrique sus propios revestimientos y los distribuya en Estados Unidos. Esto facilitaría una entrada temprana en el mercado de Estados Unidos. Considere ésta como la alternativa C y formule las estimaciones necesarias para evaluar C al mismo tiempo que las alternativas A y B.

CAPÍTULO 2

Factores: cómo el tiempo y el interés afectan al dinero

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Obtener y usar los factores de ingeniería económica que incorporan el valor del dinero en el tiempo.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
2.1	Factores F/P y P/F	• Obtener y usar factores para cantidades únicas; factores para la cantidad compuesta (F/P) y valor presente (P/F).
2.2	Factores P/A y A/P	• Deducir y utilizar los factores para series uniformes; factores para la cantidad compuesta (P/A) y la recuperación del capital (A/P).
2.3	Factores F/A y A/F	• Determinar y emplear los factores para una serie uniforme; factores para la cantidad compuesta (F/A) y fondo de amortización (A/F).
2.4	Valores de los factores	• Usar interpolación lineal con las tablas de factores o funciones de una hoja de cálculo para determinar los valores de los factores.
2.5	Gradiente aritmético	• Emplear los factores de valor presente (P/G) y de una serie uniforme anual (A/G) con gradientes aritméticos.
2.6	Gradiente geométrico	• Utilizar el factor de una serie con gradiente geométrico ($P/A,g$) para calcular el valor presente.
2.7	Obtener los valores de i o de n	• Usar las relaciones de equivalencia para determinar los valores de i (tasa de interés o tasa de retorno) o de n para una serie de flujos de efectivo.

El flujo de efectivo resulta fundamental en todo estudio económico. Los flujos de efectivo ocurren en muchas configuraciones y cantidades: valores únicos aislados, series uniformes y series que aumentan o disminuyen en cantidades o porcentajes constantes. El presente capítulo realiza deducciones para todos los factores comunes en la ingeniería económica que toman en cuenta el valor del dinero en el tiempo.

La aplicación de los factores se ilustra con sus formas matemáticas y un formato de notación estándar. Se incluyen las funciones de las hojas de cálculo para trabajar de manera rápida con las series de flujo de efectivo y elaborar análisis de sensibilidad.

Si la derivación y empleo de los factores no se cubre en este curso, en el apéndice D se resumen otras formas de aplicar cálculos del valor del dinero en el tiempo.

EP

El caso de la fábrica de cemento: La empresa Votorantim Cimentos North America, Inc., es una subsidiaria de una compañía ubicada en Brasil que hace poco tiempo anunció sus planes de instalar una nueva fábrica de cemento en el condado de Houston, estado de Georgia. La planta se llamará Houston American Cement, o HAC. La ubicación es ideal para fabricar cemento debido a que en la zona existen grandes depósitos de rocas calizas.

Se espera que la inversión en la planta sea de $200 millones y está planeada para 2012; sin embargo, se ha retrasado por la contracción de la industria de la construcción. Cuando la planta esté terminada y opere a toda su capacidad es posible que genere $50 000 000 anuales, de acuerdo con los pronósticos de las necesidades y el costo por tonelada métrica. Todos los análisis usarán un horizonte de planeación de cinco años a partir del momento en que la planta comience a operar.

Este caso se utilizará en los siguientes temas (y secciones) de este capítulo:

- Factores para una cantidad única (2.1)
- Factores de serie uniforme (2.2 y 2.3)
- Factores para un gradiente aritmético (2.2 y 2.3)
- Factores para un gradiente geométrico (2.5)
- Cálculo de valores desconocidos de *n* (2.7)

2.1 Factores para una cantidad única (*F*/*P* y *P*/*F*) ●●●

El **factor fundamental en ingeniería económica** es el que determina la cantidad de dinero F que se acumula después de n años (o periodos) a partir de un valor *único* presente P con interés compuesto una vez por año (o por periodo). Recuerde que el interés compuesto se refiere al interés pagado sobre el interés. Por consiguiente, si una cantidad P se invierte en algún momento $t = 0$, la cantidad de dinero F_1 acumulada en un año a partir del momento de la inversión con una tasa de interés de i por ciento anual será

$$\begin{aligned} F_1 &= P + Pi \\ &= P(1 + i) \end{aligned}$$

donde la tasa de interés se expresa en forma decimal. Al final del segundo año, la cantidad de dinero acumulada F_2 es la cantidad acumulada después del año 1 más el interés desde el final del año 1 hasta el final del año 2 sobre la cantidad total F_1.

$$\begin{aligned} F_2 &= F_1 + F_1 i \\ &= P(1 + i) + P(1 + i)i \end{aligned} \tag{2.1}$$

La cantidad F_2 se expresa como

$$\begin{aligned} F_2 &= P(1 + i + i + i^2) \\ &= P(1 + 2i + i^2) \\ &= P(1 + i)^2 \end{aligned}$$

En forma similar, la cantidad de dinero acumulada al final del año 3, si se utiliza la ecuación (2.1), será

$$F_3 = F_2 + F_2 i$$

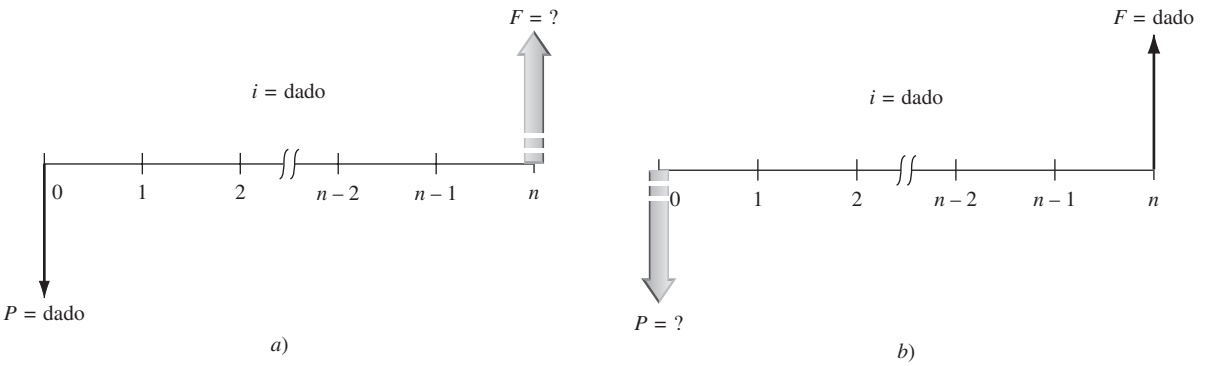


Figura 2-1
Diagramas de flujo de efectivo para factores de pago único: *a*) Calcular *F* dado *P* y *b*) calcular *P* dado *F.*

Al sustituir $P(1 + i)^2$ por F_2 y simplificar, se obtiene

$$F_3 = \mathrm{P}(1 + i)^3$$

De acuerdo con los valores anteriores, por inducción matemática es evidente que la fórmula puede generalizarse para *n* años. Para calcular *F,* dado *P,*

$$\boldsymbol{F = P(1 + i)^n} \qquad \textbf{(2.2)}$$

El factor $\boldsymbol{(1 + i)^n}$ se denomina *factor de cantidad compuesta de pago único* (FCCPU), pero en general se le conoce como ***factor F/P***. Éste es el factor de conversión que, cuando se multiplica por *P*, produce la cantidad futura *F* de una inversión inicial *P* después de *n* años, con la tasa de interés *i*. El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.1*a*).

Invierta la situación para **calcular el valor *P* para una cantidad dada *F*** que ocurre *n* periodos en el futuro. Tan sólo resuelva la ecuación (2.2) para *P*.

$$\boldsymbol{P = F\left[\frac{1}{(1 + i)^n}\right] = F(1 + i)^{-n}} \qquad \textbf{(2.3)}$$

La expresión $\boldsymbol{(1 + i)^{-n}}$ se conoce como el *factor de valor presente de pago único* (FVPPU), o ***factor P/F***. Tal expresión determina el valor presente *P* de una cantidad futura dada *F*, después de *n* años con una tasa de interés *i*. En la figura 2.1*b*) se muestra el diagrama de flujo de efectivo.

Observe que los dos factores derivados aquí son para *pago único*; es decir, con ellos se determina la cantidad presente o futura cuando se tiene sólo un pago o entrada.

Se adoptó una notación estándar para todos los factores. La notación incluye dos símbolos de flujo de efectivo: tasa de interés y número de periodos. Siempre está en la forma general (*X*/*Y*,*i*,*n*). La literal *X* representa lo que se busca, mientras que la literal *Y* representa lo que está dado. Por ejemplo, *F*/*P* significa *encuentre F cuando P está dado*. La *i* es la tasa de interés en porcentaje, y *n* representa el número de periodos implicados.

Con esta notación, (*F*/*P*,6%,20) representa el factor que determina la cantidad futura *F* acumulada en 20 periodos si la tasa de interés es de 6% por periodo. La *P* está dada. En adelante emplearemos la notación estándar, más sencilla que las fórmulas y los nombres de los factores.

La tabla 2.1 resume la notación estándar y las ecuaciones para los factores *F*/*P* y *P*/*F*. Esta información también se encuentra en las guardas de este libro.

TABLA 2-1 Factores *F/P* y *P/F*. Notación y ecuaciones

Factor					
Notación	**Nombre**	**Encontrar/Dado**	**Ecuación con la notación estándar**	**Ecuación con la fórmula desarrollada**	**Función en Excel**
(*F*/*P*,*i*,*n*)	Cantidad compuesta, pago único	*F*/*P*	$F = P(F/P,i,n)$	$F = P(1 + i)^n$	= VF(*i*%,*n*,,*P*)
(*P*/*F*,*i*,*n*)	Cantidad presente, pago único	*P*/*F*	$P = F(P/F,i,n)$	$P = F(1 + i)^{-n}$	= VA(*i*%,*n*,,*F*)

Para simplificar los cálculos rutinarios de la ingeniería económica se elaboraron las tablas de valores del factor para tasas de interés desde 0.25 hasta 50%, y periodos desde 1 hasta grandes valores de n, según el valor i. Estas tablas, que se encuentran al final del libro, están ordenadas de acuerdo con factores a lo largo de la parte superior y con el número de periodos n de manera descendente a la izquierda. La palabra *discreto* en el encabezado de cada tabla destaca que dichas tablas utilizan la convención de final de periodo y que el interés es compuesto una vez por cada periodo de interés. Para un factor, tasa de interés y tiempo dados, el valor correcto del factor está en la intersección del nombre del factor y n. Por ejemplo, el valor del factor $(P/F,5\%,10)$ se encuentra en la columna P/F de la tabla 10 en el periodo 10, como 0.6139. Este valor se determina con la ecuación (2.3).

$$\begin{aligned}(P/F,5\%,10) &= \frac{1}{(1+i)^n}\\ &= \frac{1}{(1.05)^{10}}\\ &= \frac{1}{1.6289} = 0.6139\end{aligned}$$

Para la solución con una **hoja de cálculo**, el valor F se calcula con la función *VF* y el formato

$$\mathbf{= VF(}i\%\mathbf{,}n\mathbf{,,}P\mathbf{)} \qquad \mathbf{(2.4)}$$

Una cantidad presente P se determina con la función *VA* y el formato

$$\mathbf{= VA(}i\%\mathbf{,}n\mathbf{,,}F\mathbf{)} \qquad \mathbf{(2.5)}$$

Estas funciones se incluyen en la tabla 2.1. Consulte el apéndice A o la ayuda en línea de Excel para mayor información acerca de las funciones VF y VA.

EJEMPLO 2.1

Sandy, ingeniera industrial, recibió un bono de $10 000 que desea invertir ahora. Con la expectativa de ganar 8% de interés anual, espera retirar todo su dinero exactamente dentro de 20 años para pagar unas vacaciones de la familia cuando su hija mayor se gradúe en la universidad. Calcule la cantidad total que tendrá en 20 años por medio de *a*) cálculos a mano, con la fórmula del factor y las tablas de valores, y *b*) una función de una hoja de cálculo.

Solución

En la figura 2-1*a*) se muestra el diagrama de flujo. Los símbolos y sus valores son

$$P = \$10\,000 \qquad F = ? \qquad i = 8\%\ \text{anual} \qquad n = 20\ \text{años}$$

a) *Fórmula con el factor:* Con la ecuación (2.2), calcule el valor futuro F. Al redondear a cuatro decimales se obtiene

$$\begin{aligned}F &= P(1+i)^n = 10\,000(1.08)^{20} = 10\,000(4.6610)\\ &= \$46\,610\end{aligned}$$

Notación estándar y valor en las tablas: La notación para el factor F/P es $(F/P,i\%,n)$.

$$\begin{aligned}F &= P(F/P,8\%,20) = 10\,000(4.6610)\\ &= \$46\,610\end{aligned}$$

La tabla 13 proporciona el valor pedido. La ligera diferencia en las respuestas se debe al error de redondeo introducido por los valores de factor tabulados.

b) *Hoja de cálculo:* Con la función VF se calcula la cantidad futura dentro de 20 años. El formato aparece en la ecuación (2.4); la entrada numérica es =VF(8%,20,,10000). El aspecto de la hoja de cálculo será como el del lado derecho de la figura 1-13, con la respuesta ($46 609.57) indicada (se invita al lector a resolverlo en su computadora). La función VF ejecutó el cálculo del inciso *a*) y mostró la respuesta.

Una interpretación equivalente de este resultado es que si Sandy invierte ahora los $10 000 y gana 8% de interés anual durante 20 años, dispondrá de $46 610 para las vacaciones de su familia.

EJEMPLO 2.2 El caso de la fábrica de cemento

EP

Se dijo en la introducción del capítulo que la construcción de la fábrica de Houston American Cement requerirá una inversión de $200 millones. Los retrasos en la terminación en 2012 requerirán más dinero para la fábrica. Si el costo del dinero es de 10% anual con interés compuesto, utilice tanto los **valores del factor tabulados** como las **funciones de una hoja de cálculo** para determinar las cantidades siguientes para el consejo de directores de la compañía brasileña que planea instalar la planta.

a) La inversión equivalente que se requeriría si la planta se construyera en 2015.
b) La inversión equivalente que sería necesaria si la planta se hubiera construido en 2008.

Solución

En la figura 2-2 se muestra un diagrama de flujo con la inversión de $200 millones ($200 M) en 2012, año que se identifica como momento $t = 0$. La inversión requerida en el futuro, en tres años, y en el pasado, cuatro años, se indican con $F_3 = ?$ y $P_{-4} = ?$, respectivamente.

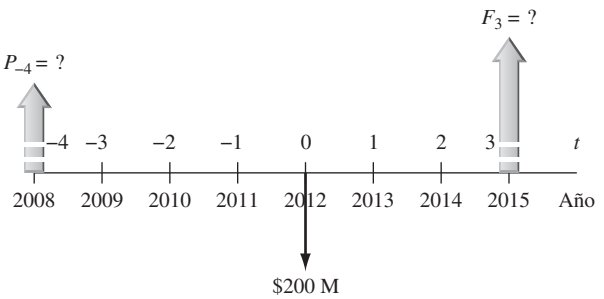


Figura 2-2
Diagrama de flujo de efectivo para los incisos *a*) y *b*) del ejemplo 2.2.

a) Aplique el factor F/P para determinar F después de tres años. Use unidades de $1 millón y el valor tabulado para un interés del 10% (véase la tabla 15).

$$F_3 = P(F/P,i,n) = 200(F/P,10\%,3) = 200(1.3310)$$
$$= \$266.2 \quad (\$266\ 200\ 000)$$

Ahora emplee la función VF en una hoja de cálculo para obtener la misma respuesta, $F_3 = \$266.20$ millones. (Véase el lado izquierdo de la figura 2-3.)

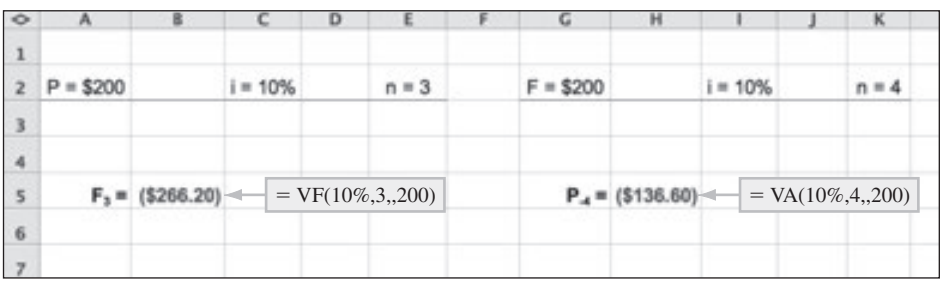


Figura 2-3
Funciones de hoja de cálculo para el ejemplo 2.2.

b) El año 2008 está cuatro años antes de 2012, que es la fecha planeada para la construcción. Para determinar el costo equivalente cuatro años antes, considere los $200 M en 2012 ($t = 0$) como el valor futuro F y aplique el factor P/F para $n = 4$ a fin de calcular P_{-4} (véase la figura 2-2). La tabla 15 proporciona el valor que se busca.

$$P_{-4} = F(P/F,i,n) = 200(P/F,10\%,4) = 200(0.6830)$$
$$= \$136.6 \quad (\$136\ 600\ 000)$$

La función VA = VA(10%,4,,200) producirá la misma cantidad, como se aprecia en el lado derecho de la figura 2-3.

Este análisis de la equivalencia indica que en 2008 la planta habría costado $136.6 M, alrededor de 68% de lo que costaría en 2012, y que la espera hasta 2015 hará que el precio se incremente 33%, a $266 M.

2.2 Factores de valor presente y de recuperación de capital para series uniformes (*P*/*A* y *A*/*P*) ●●●

En la figura 2.4*a*) se muestra el valor presente *P* equivalente de una serie uniforme *A* de flujo de efectivo al final del periodo. Una expresión para el valor presente se determina considerando cada valor de *A* como un valor futuro *F*, calculando su valor presente con el factor *P*/*F,* ecuación (2.3), para luego sumar los resultados:

$$P = A\left[\frac{1}{(1+i)^1}\right] + A\left[\frac{1}{(1+i)^2}\right] + A\left[\frac{1}{(1+i)^3}\right] + \cdots + A\left[\frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right] + A\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

Los términos entre corchetes representan los factores *P*/*F* durante los años 1 a *n*, respectivamente. *A* se factoriza.

$$P = A\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}\right] \tag{2.6}$$

Para simplificar la ecuación (2.6) y obtener el factor *P*/*A*, multiplique el *n*-ésimo término de la progresión geométrica entre corchetes por el factor (*P*/*F*,*i*%,1), el cual es 1/(1 + *i*). Esto da como resultado la ecuación (2.7). Luego reste la ecuación (2.6) de la ecuación (2.7) y simplifique para obtener la expresión para *P* cuando $i \neq 0$ (ecuación (2.8)).

$$\frac{P}{1+i} = A\left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}}\right] \tag{2.7}$$

$$\frac{1}{1+i}P = A\left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}}\right]$$

$$-\quad P = A\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$\frac{-i}{1+i}P = A\left[\frac{1}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{(1+i)^1}\right]$$

$$P = \frac{A}{-i}\left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1\right]$$

$$\boldsymbol{P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] \qquad i \neq 0} \tag{2.8}$$

El término entre corchetes en la ecuación (2.8) es el factor de conversión llamado *factor de valor presente de serie uniforme* (FVPSU). Se trata del **factor *P*/*A*** con que se calcula el ***valor P equivalente en el año 0*** para una serie uniforme de final de periodo de valores *A*, que empiezan al final del periodo 1 y se extienden durante *n* periodos. El diagrama de flujo de efectivo es la figura 2-4*a*).

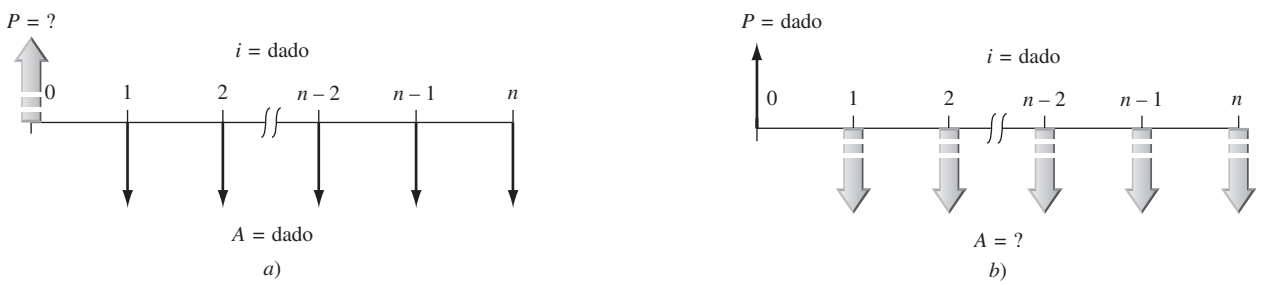


Figura 2-4
Diagramas de flujo para determinar *a*) *P*, dada una serie uniforme *A*, y *b*) *A*, dado un valor presente *P*.

TABLA 2-2 Factores P/A y A/P. Notación y ecuaciones

Factor					
Notación	Nombre	Encontrar/Dado	Fórmula del factor	Ecuación con la notación estándar	Función en Excel
$(P/A,i,n)$	Valor presente de una serie uniforme	P/A	$\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}$	$P = A(P/A,i,n)$	$= \text{VA}(i\%,n,A)$
$(A/P,i,n)$	Recuperación de capital	A/P	$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$	$A = P(A/P,i,n)$	$= \text{PAGO}(i\%,n,P)$

Para invertir la situación se conoce el valor presente P y se busca la cantidad equivalente A de serie uniforme figura 2.4*b*). El primer valor A ocurre al final del periodo 1, es decir, un periodo después de que P ocurre. Se despeja A de la ecuación (2.8) y se obtiene

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right] \tag{2.9}$$

El término entre corchetes se denomina *factor de recuperación del capital* (FRC), o **factor *A/P***. Con él se calcula el ***valor anual uniforme equivalente A*** durante n años de una P dada en el año 0, cuando la tasa de interés es i.

Colocación de P

Los factores P/A y A/P se derivan con el valor presente P y la primera cantidad anual uniforme A, ***con un año (periodo) de diferencia***. Es decir, el valor presente P *siempre debe* localizarse ***un periodo antes de la primera A***.

En la tabla 2-2 y en los forros se resumen los factores y su uso para encontrar P y A. Las notaciones estándar para estos dos factores son $(P/A,i\%,n)$ y $(A/P,i\%,n)$. Las tablas al final del libro incluyen los valores de los factores. Por ejemplo, si $i = 15\%$ y $n = 25$ años, el valor del factor P/A que registra en la tabla 19 es $(P/A,15\%,25) = 6.4641$. Esto encontrará el valor presente equivalente a 15% anual para cualquier cantidad A que ocurra de manera uniforme desde el año 1 hasta el 25.

Las **funciones en una hoja de cálculo** permiten determinar los valores tanto de P como de A en vez de aplicar los factores P/A y A/P. La función VA calcula el valor P para una A dada durante n años y un valor específico F en el año n, si estuviera dado. El formato es

$$= \text{VA}(i\%,n,A,F) \tag{2.10}$$

De manera similar, el valor A se determina con la función PAGO para un valor P dado en el año 0 y una F aparte, si está dada. El formato es

$$= \text{PAGO}(i\%,n,P,F) \tag{2.11}$$

La tabla 2-2 incluye las funciones VA y PAGO.

EJEMPLO 2.3

¿Cuánto dinero estaría usted dispuesto a pagar ahora para obtener \$600 garantizados cada año durante nueve años, comenzando el próximo año, con una tasa de retorno de 16% anual?

Solución

Los flujos de efectivo siguen el modelo de la figura 2-4*a*), con $A = \$600$, $i = 16\%$ y $n = 9$. El valor presente es:

$$P = 600(P/A,16\%,9) = 600(4.6065) = \$2\,763.90$$

La función VA = VA(16%,9 600) ingresada en una celda de una hoja de cálculo desplegará la respuesta $P =$ (\$2 763.93).

EJEMPLO 2.4 El caso de la fábrica de cemento

EP

Como se dijo en la introducción del capítulo sobre este caso, la planta de Houston American Cement generaría ingresos por $50 millones anuales. El presidente de la matriz brasileña Votorantim Cimentos tal vez esté muy complacido con esta proyección por la simple razón de que, durante el horizonte de planeación de cinco años, el ingreso esperado sería por un total de $250 millones, lo que representa $50 millones más que la inversión inicial. Con un valor del dinero de 10% anual, responda la siguiente pregunta del presidente: ¿se recuperará la inversión inicial en el horizonte de cinco años si se considera el valor del dinero en el tiempo? Si es así, ¿por cuánto, expresado en valor presente del dinero? Si no es así, ¿cuál es el ingreso anual equivalente que se requeriría para recuperar la inversión más 10% de rentabilidad? Utilice tanto los valores tabulados del factor como las funciones de una hoja de cálculo.

Solución

Valor tabulado: Con el factor P/A, determine si $A = \$50$ millones anuales durante $n = 5$ años, comenzando un año después de la terminación de la planta ($t = 0$) con $i = 10\%$ anual, es menos o más, de manera equivalente, que $200 millones. El diagrama de flujo de efectivo es similar al de la figura 2-4*a*), donde el primer valor A ocurre un año después de P. Con el empleo de unidades de $1 millón y los valores de la tabla 15 se obtiene

$$P = 50(P/A,10\%,5) = 50(3.7908)$$

$$= \$189.54 \quad (\$189\ 540\ 000)$$

El valor presente es menor que la inversión más 10% de rendimiento, por lo que el presidente no debe estar satisfecho con el ingreso anual proyectado.

Para determinar el mínimo requerido para lograr un rendimiento de 10%, utilice el factor A/P. El diagrama de flujo de efectivo es el mismo que el de la figura 2-4*b*), donde A comienza un año después de P en $t = 0$ y $n = 5$.

$$A = 200(A/P,10\%,5) = 200(0.26380)$$

$$= \$52.76 \text{ por año}$$

La planta necesita generar $52 760 000 por año con objeto de alcanzar un rendimiento de 10% anual durante 5 años.

Hoja de cálculo: Aplique las funciones VA y PAGO para responder la pregunta. La figura 2-5 muestra el uso de = VA(*i*%,*n*,*A*,*F*) en el lado izquierdo para calcular el valor presente, y el uso de = PAGO(*i*%,*n*,*P*,*F*) en el lado derecho para determinar el valor mínimo de A de $52 760 000 por año. Como no hay valor de F se omite en las funciones. El signo menos colocado antes de cada función obliga a que la respuesta sea positiva, pues estas dos funciones siempre muestran la respuesta con el signo opuesto al que se ingresa en los flujos de efectivo estimados.

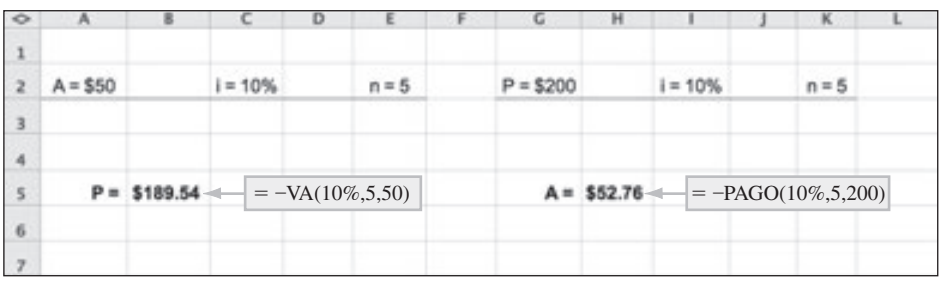


Figura 2-5
Funciones de una hoja de cálculo para determinar los valores de P y A en el caso de la fábrica de cemento, ejemplo 2.4.

2.3 Factor de fondo de amortización y factor de cantidad compuesta para una serie uniforme (*A*/*F* y *F*/*A*) ●●●

La forma más simple de derivar el factor A/F consiste en sustituirlo en aquellos ya desarrollados. Por tanto, si P de la ecuación (2.3) se sustituye en la ecuación (2.7), resulta la siguiente fórmula:

$$A = F\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$$

$$\boldsymbol{A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]} \qquad \textbf{(2.12)}$$

La expresión entre corchetes de la ecuación (2.12) es el **factor de fondo de amortización** o ***A/F***, el cual determina la serie de valor anual uniforme equivalente a un valor futuro determinado F, lo cual se muestra gráficamente en la figura 2-6*a*).

Colocación de F

La serie uniforme A se inicia al **final del año (periodo) 1** y continúa **a lo largo del periodo de la *F* dada**. El último valor de A y F ocurre al mismo tiempo.

La ecuación (2.12) puede reordenarse para encontrar F para una serie A dada en los periodos 1 a n [(figura 2-6*b*)].

$$\boldsymbol{F = A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]} \qquad \textbf{(2.13)}$$

El término entre corchetes se denomina *factor de cantidad compuesta de una serie uniforme* (FCCSU), o **factor *F*/*A***. Cuando se multiplica por la cantidad anual uniforme A dada, produce el **valor futuro de la serie uniforme**. Es importante recordar que la cantidad futura F ocurre durante el mismo periodo que la última A.

La notación estándar sigue la misma forma que la de los otros factores. Éstas son $(F/A,i,n)$ y $(A/F,i,n)$. La tabla 2-3 resume las notaciones y las ecuaciones, que también se encuentran en las guardas de este libro.

Cabe observar que los factores de series uniformes se determinan simbólicamente mediante una forma de factor abreviada. Por ejemplo, $F/A = (F/P)(P/A)$, donde la cancelación de la P es correcta. Con las fórmulas de factor se obtiene

$$(F/A,i,n) = [(1+i)^n]\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right] = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

Para resolverlo con una hoja de cálculo, la función VF calcula F para una serie A dada durante n años. El formato es:

$$\textbf{= VF(}\boldsymbol{i\%,n,A,P}\textbf{)} \qquad \textbf{(2.14)}$$

La P puede omitirse cuando no se da un valor presente separado. La función PAGO determina el valor A para n años, dado F en el año n y quizás un valor P separado en el año 0. El formato es

$$\textbf{= PAGO(}\boldsymbol{i\%,n,P,F}\textbf{)} \qquad \textbf{(2.15)}$$

Si se omite P, se debe ingresar la coma para que la computadora sepa que la última entrada es un valor F.

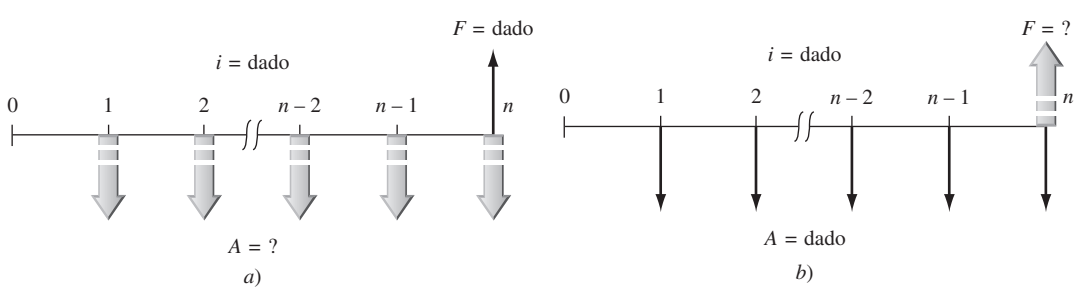


Figura 2-6
Diagramas de flujo de efectivo para encontrar *a*) A, dado F, y *b*) F, dado A.

TABLA 2-3 Factores F/A y A/F. Notación y ecuaciones

Factor		Encontrar/	Fórmula	Ecuación con	Funciones
Notación	Nombre	Dado	del factor	notación estándar	de Excel
$(F/A,i,n)$	Cantidad compuesta, serie uniforme	F/A	$\frac{(1+i)^n-1}{i}$	$F = A(F/A,i,n)$	$=$ VF(i%,n,A)
$(A/F,i,n)$	Fondo de amortización	A/F	$\frac{i}{(1+i)^n-1}$	$A = F(A/F,i,n)$	$=$ PAGO(i%,n,F)

EJEMPLO 2.5

El presidente de Ford Motor Company quiere saber el valor futuro equivalente de una inversión de capital de $1 millón cada año durante ocho años, empezando un año a partir de ahora. El capital de Ford gana a una tasa de 14% anual.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2-7) muestra los pagos anuales que inician al final del año 1 y terminan en el año en que se desea calcular el valor futuro. Los flujos de efectivo se indican en unidades de $1 000. El valor F en ocho años se obtiene con el factor F/A.

$$F = 1\,000(F/A,14\%,8) = 1\,000(13.2328) = \$13\,232.80$$

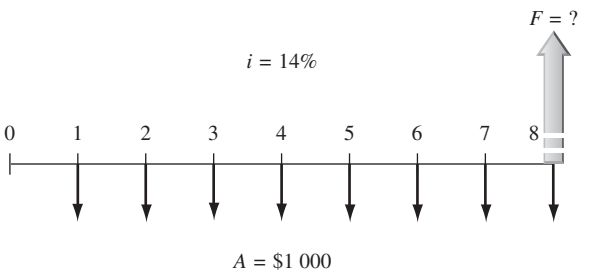


Figura 2-7
Diagrama para encontrar F en una serie uniforme, ejemplo 2.5.

EJEMPLO 2.6 El caso de la fábrica de cemento

EP

Considere de nuevo el caso de HAC del principio de este capítulo, en el que una inversión proyectada de $200 millones genera ingresos de $50 millones por año durante 5 años, comenzando en el año 1 después del arranque. Ya se utilizó una tasa de 10% anual como valor en el tiempo para determinar los valores de P, F y A. Al presidente ahora le gustaría responder un par de preguntas más acerca de los ingresos anuales estimados. Para encontrar las respuestas utilice los valores tabulados, las fórmulas de los factores y las funciones de una hoja de cálculo.

a) ¿Cuál es el valor futuro equivalente de los ingresos estimados después de 5 años con 10% anual?

b) Suponga que, debido a la depresión económica, el presidente pronostica que la corporación sólo obtendrá 4.5% anual por su dinero en lugar del 10% calculado antes. ¿Cuál es la cantidad requerida de la serie de ingresos anuales durante el periodo de 5 años para que sea equivalente en lo económico a la cantidad calculada en el inciso *a*)?

Solución

a) La figura 2-6*b*) es el diagrama de flujo de efectivo con $A = \$50$ millones. Observe que el último valor de A y de $F = ?$ ocurren al final del año $n = 5$. Se emplean valores tabulados y la función de una hoja de cálculo para obtener F en el año 5.

Valor tabulado: Utilice el factor F/A y 10% de interés en la tabla de factores. En unidades de $1 millón, el valor futuro de la serie de ingresos es

$$F = 50(F/A,10\%,5) = 50(6.1051)$$
$$= \$305.255 \quad (\$305\,255\,000)$$

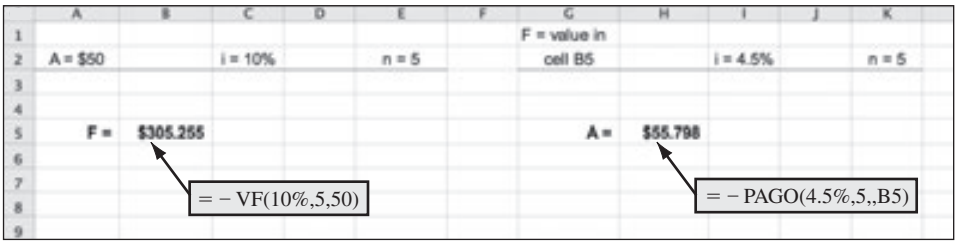


Figura 2-8
Funciones de una hoja de cálculo para obtener F y A con $i = 4.5\%$ para el caso de la fábrica de cemento, ejemplo 2.6.

Si la tasa de retorno sobre los ingresos anuales fuera 0%, la cantidad total después de cinco años sería $250 000 000. El rendimiento de 10% anual está proyectado para que este valor crezca 22%.

Hoja de cálculo: Aplique el factor VF en el formato $= -$VF(10%,5,50) para determinar $F = \$305.255$ millones. Como en este cálculo no hay un valor presente, se omite P en el factor. Consulte el lado izquierdo de la figura 2-8 (igual que en un ejemplo anterior, el signo menos obliga a que la función VF dé como resultado un valor positivo).

b) El presidente de la compañía brasileña que planea instalar la planta de cemento en Georgia está preocupado por el entorno económico internacional; quiere que los ingresos generen el equivalente que se obtendría con 10% de rendimiento anual, es decir, $305.255 millones, pero piensa que sólo es viable uno de sólo 4.5% por año.

Fórmula del factor: El factor A/F determinará el valor de A que se requiere durante cinco años. Como las tablas de factores no incluyen el de 4.5%, se usará la fórmula para responder a la pregunta. En unidades de $1 millón se tiene

$$A = 305.255(A/F,4.5\%,5) = 305.255\left[\frac{0.045}{(1.045)^5 - 1}\right] = 305.255(0.18279)$$
$$= \$55.798$$

El ingreso anual pasa de $50 millones a casi $55 800 000. Éste es un aumento significativo de 11.6% anual.

Hoja de cálculo: Es fácil responder a la pregunta mediante la función $=$ PAGO(i%,n,F), con $i = 4.5\%$ y $F = \$305.255$ calculados en el inciso *a*). Se emplea el método de hacer referencia a las celdas (descrito en el apéndice A) para obtener la cantidad futura F. En el lado derecho de la figura 2-8 se aprecia el valor de A requerido de $55.798 anual (en unidades de $1 millón).

2.4 Valores de los factores para valores de *i* o *n* que no se encuentran en las tablas ●●●

Con frecuencia es necesario determinar el valor de un factor i o n que no se encuentra en las tablas de interés compuesto del final del libro. Con valores específicos de i y n hay varias formas de obtener cualquier valor del factor.

- Usar la fórmula que se da en este capítulo o en los forros del libro.
- Emplear una función de Excel con el valor correspondiente de P, F o A establecido como 1.
- Usar interpolación lineal en las tablas de interés.

Cuando se aplica la **fórmula**, el valor del factor es exacto porque se emplean valores específicos de i y n. Sin embargo, es posible cometer errores porque las fórmulas se parecen, en especial las de una serie uniforme. Además, las fórmulas se complican si se introducen gradientes, como se verá en las secciones siguientes.

Una **función de hoja de cálculo** determina el valor del factor si el argumento correspondiente de P, A o F en la función se fija como 1 y se omiten los demás parámetros o establecen como cero. Por ejemplo, el factor P/F se determina mediante la función VA con la omisión de A (o establecida igual a 0) y $F = 1$, es decir, VA(i%,n,,1) o VA(i%,n,0,1). El signo menos que antecede al identificador de la función provoca que el factor tenga un valor positivo. Las funciones para calcular los seis factores más comunes son las siguientes.

Factor	Para hacer esto	Función de Excel
P/*F*	Calcular *P*, dado *F*.	= –VA(*i*%,*n*,,1)
F/*P*	Calcular *F*, dado *P*.	= –VF(*i*%,*n*,,1)
P/*A*	Calcular *P*, dado *A*.	= –VA(*i*%,*n*,1)
A/*P*	Calcular *A*, dado *P*.	= –PAGO(*i*%,*n*,1)
F/*A*	Calcular *F*, dado *A*.	= –VF(*i*%,*n*,1)
A/*F*	Calcular *A*, dado *F*.	= –PAGO(*i*%,*n*,,1)

La figura 2-9 muestra una hoja de cálculo desarrollada explícitamente para determinar estos valores de factores. Cuando se emplea en Excel, al introducir cualquier valor de *i* y *n* se muestra el valor exacto de los seis factores. Ahí aparecen los valores para $i = 3.25\%$ y $n = 25$ años. Como ya sabemos, cuando se introduzcan cantidades reales o estimadas de un flujo de efectivo, las funciones determinarán un valor final de *P*, *A* o *F*.

Es más difícil la **interpolación lineal** para una tasa de interés *i* o un número *n* de años que no aparezcan en las tablas que la fórmula o una función de hoja de cálculo. Asimismo, la interpolación introduce cierto error que depende de la distancia entre los dos valores extremos seleccionados para *i* o para *n*, pues las fórmulas son funciones no lineales. Incluimos aquí la interpolación para los lectores que la prefieran al resolver problemas. Para una descripción gráfica de la explicación que sigue, consulte la figura 2-10. En primer lugar, seleccione dos valores tabulados (x_1 y x_2) del parámetro para el cual se requiera el factor, es decir, *i* o *n*, asegurándose de que entre ambos valores se localice el valor desconocido, *x*, y que no estén demasiado lejos de él. En segundo lugar, encuentre los valores tabulados correspondientes (f_1 y f_2). En tercer lugar, despeje el valor *f* desconocido, interpolado linealmente con la fórmula siguiente, donde las diferencias entre paréntesis se denotan en la figura 2-10 como *a* a *c*.

	A	B	C	D
1	i =	n =		
2	3.25%	25.00	← Introduzca el valor de *i* y *n* que se busca	
3				
4	Factor	Valor	Valor obtenido con esta función	
5	P/F	0.44952	= -PV($A$2,$B$2,,1)	
6	P/A	16.93786	= -PV($A$2,$B$2,1)	
7				
8	F/P	2.22460	= -FV($A$2,$B$2,,1)	
9	F/A	37.67993	= -FV($A$2,$B$2,1)	
10				
11	A/F	0.02654	= -PMT($A$2,$B$2,,1)	
12	A/P	0.05904	= -PMT($A$2,$B$2,1)	
13				

Figura 2-9
Uso de funciones de Excel para calcular valores de factores de cualquier valor de *i* y *n*.

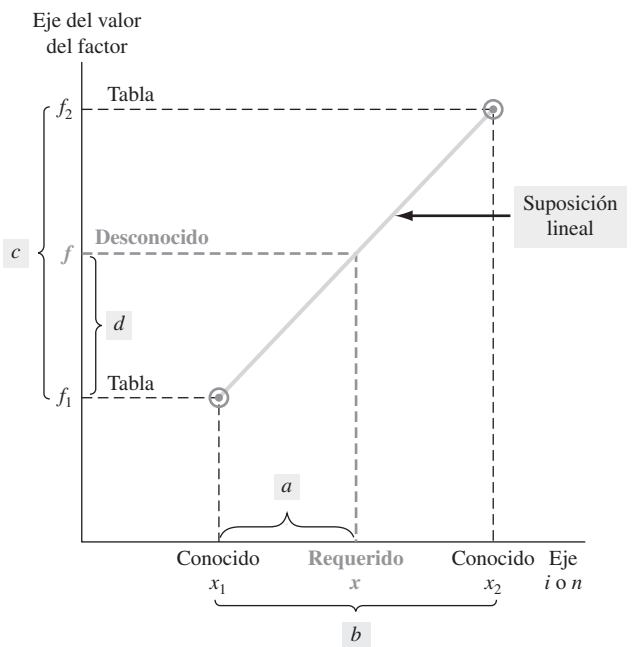


Figura 2-10
Interpolación lineal con las tablas de valores de los factores.

$$f = f_1 + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}(f_2 - f_1) \tag{2.16}$$

$$f = f_1 + \frac{a}{b}c = f_1 + d \tag{2.17}$$

El valor de d será positivo o negativo si el factor aumenta o disminuye de valor entre x_1 y x_2, respectivamente.

EJEMPLO 2.7

Determine el valor del factor A/P para una tasa de interés de 7.75% y $n = 10$ años, con los tres métodos descritos.

Solución

Fórmula del factor: Se aplica la fórmula de las guardas del libro para el factor P/A. Se usan cinco decimales.

$$(P/A,7.75\%,10) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} = \frac{(1.0775)^{10} - 1}{0.0775(1.0775)^{10}} = \frac{1.10947}{0.16348}$$

$$= 6.78641$$

Hoja de cálculo: Utilice la función de la hoja de cálculo de la figura 2-9, es decir, $= -\text{VA}(7.75\%,10,1)$, que arroja 6.78641.

Interpolación lineal: Use la figura 2-10 como referencia para obtener la solución. Aplique la secuencia de las ecuaciones (2.16) y (2.17), donde x es la tasa de interés i, las tasas de los extremos son $i_1 = 7\%$ e $i_2 = 8\%$, y los valores correspondientes del factor P/A son $f_1 = (P/A,7\%,10) = 7.0236$ y $f_2 = (P/A,8\%,10) = 6.7101$. Con cuatro decimales se obtiene

$$f = f_1 + \frac{(i - i_1)}{(i_2 - i_1)}(f_2 - f_1) = 7.0236 + \frac{(7.75 - 7)}{(8 - 7)}(6.7101 - 7.0236)$$

$$= 7.0236 + (0.75)(-0.3135) = 7.0236 - 0.2351$$

$$= 6.7885$$

Comentario

Observe que, como el valor del factor P/A disminuye a medida que el de i se incrementa, el ajuste lineal es negativo en -0.2351. Como es evidente, la interpolación lineal proporciona una aproximación al valor correcto del factor para 7.75% y 10 años, además de que requieren más cálculos que el uso de la fórmula o de las funciones de una hoja de cálculo. Es posible realizar interpolación lineal de segundo grado para valores no tabulados de i o n, sin embargo, es más recomendable emplear una hoja de cálculo o la fórmula del factor.

2.5 Factores de gradiente aritmético (P/G y A/G) ●●●

Suponga que un ingeniero de manufactura pronostica que el costo del mantenimiento de un robot aumentará $5 000 cada año hasta que la máquina llegue al final de su vida útil. La serie del flujo de efectivo para el mantenimiento involucra entonces un gradiente constante de $5 000 por año.

Un **gradiente aritmético** es una serie de flujos de efectivo que aumenta o disminuye en una **cantidad constante en cada periodo**. La cantidad del cambio se llama **gradiente**.

Las fórmulas desarrolladas antes para una serie A tienen cantidades de final de año de igual valor. En el caso de un gradiente, el flujo de efectivo de cada final de año es diferente, de manera que es preciso derivar nuevas fórmulas. Primero suponga que el flujo de efectivo al final del año 1 es una **cantidad base** de la serie de flujo de efectivo, por lo que no forma parte de la serie del gradiente. Esto es conveniente porque en las aplicaciones reales la cantidad base suele ser mayor o menor que el aumento o la disminución del gradiente. Por ejemplo, si una persona compra un automóvil usado con garantía de un año, se esperaría que durante el primer año de operación tuviera que pagar tan sólo la gasolina y el seguro. Suponga que dicho costo es $2 500; es decir, $2 500 es la cantidad base. Después del primer año, la persona debe solventar el costo de las reparaciones, y razonablemente se esperaría que tales costos aumen-

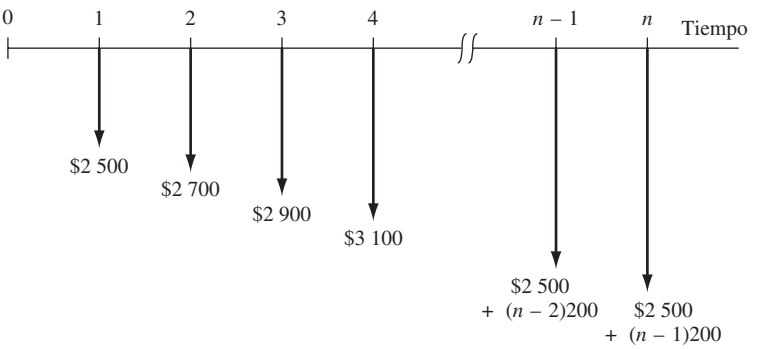


Figura 2-11
Diagrama de flujo de efectivo de una serie con gradiente aritmético.

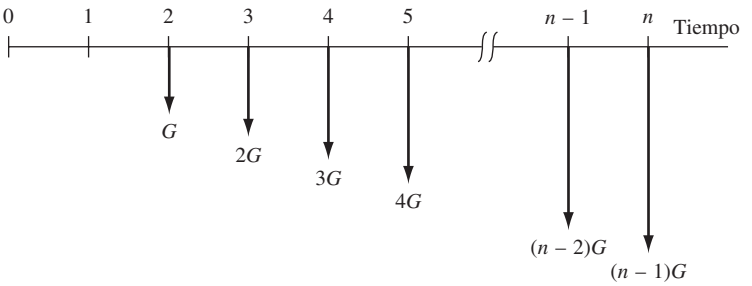


Figura 2-12
Serie con gradiente aritmético convencional sin la cantidad base.

taran cada año. Si se estima que los costos totales aumentarán $200 cada año, la cantidad al segundo año sería $2 700, al tercero, $2 900, y así sucesivamente hasta el año *n*, cuando el costo total sería $2 500 + (*n* − 1)200. En la figura 2-11 se muestra el diagrama de flujo de efectivo de esta operación. Observe que el gradiente ($200) aparece por primera vez entre los años 1 y 2, y la cantidad base ($2 500 en el año 1) no es igual al gradiente.

Defina los símbolos *G* de gradiente y CF_n de flujo de efectivo en un año *n* como sigue.

G = cambio aritmético constante de los flujos de efectivo de un periodo al siguiente; *G* puede ser positivo o negativo.

$$\mathbf{CF}_n = \textbf{cantidad base} + (n-1)G \qquad \textbf{(2.18)}$$

Es importante darse cuenta de que la cantidad base define una serie uniforme de flujo de efectivo de tamaño *A* que ocurre en cada periodo. Con este dato se calculan cantidades equivalentes que implican gradientes aritméticos. Si se ignora la cantidad base, el diagrama de flujo de efectivo generalizado de gradiente aritmético (creciente) es como el de la figura 2-12. Observe que el gradiente empieza entre los años 1 y 2; se le denomina **gradiente convencional**.

EJEMPLO 2.8

Una universidad local inició un programa de franquicia del logotipo de la empresa de ropa Holister, Inc. Espera obtener derechos (ingresos) de $80 000 por derechos el primer año con aumentos uniformes hasta obtener un total de $200 000 en nueve años. Determine el gradiente aritmético y construya el diagrama de flujo de efectivo en el que se identifiquen la cantidad base y la serie del gradiente.

Solución

La cantidad base en el año 1 es CF_1 = $80 000, y el aumento total de ingresos durante 9 años es

$$CF_9 - CF_1 = 200\,000 - 80\,000 = \$120\,000$$

Al despejar *G* en la ecuación (2.18) se determina el gradiente aritmético.

$$G = \frac{(CF_9 - CF_1)}{n-1} = \frac{120\,000}{9-1}$$
$$= \$15\,000 \text{ por año}$$

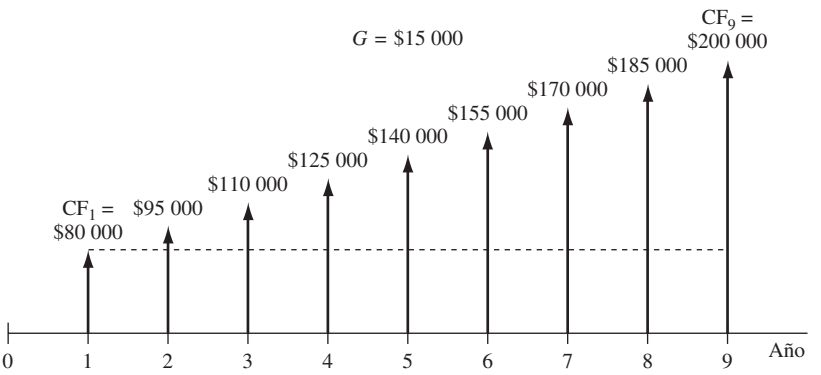


Figura 2-13
Diagrama de la serie del gradiente, ejemplo 2.8.

El diagrama de flujo de efectivo de la figura 2-13 muestra la cantidad base de $80 000 en los años 1 a 9, así como el gradiente de $15 000 que comienza en el año 2 y continúa hasta el año 9.

El **valor presente total**, P_T, para una serie que incluya una cantidad base A y un gradiente aritmético convencional debe tomar en cuenta el valor presente tanto de la serie uniforme definida por A como de la serie del gradiente aritmético. La suma de los dos resultados hace que

$$P_T = P_A \pm P_G \tag{2.19}$$

Donde P_A es el valor presente de la serie uniforme únicamente, P_G sólo es el valor presente de la serie del gradiente, y el signo + o − se utiliza para un gradiente que aumente ($+G$) o disminuya ($-G$), respectivamente.

El valor anual equivalente que corresponde, A_T, es la suma del valor de la serie de la cantidad base, A_A, y el del valor de la serie del gradiente, A_G, es decir,

$$A_T = A_A \pm A_G \tag{2.20}$$

En el presente texto se obtienen tres factores para los gradientes aritméticos: el factor P/G para el valor presente, el factor A/G para la serie anual y el factor F/G para el valor futuro. Existen varias formas para obtenerlos. Aquí se usa el factor de valor presente con pago único ($P/F,i,n$); aunque se llega al mismo resultado con los factores F/P, F/A o P/A.

En la figura 2-12, el valor presente en el año 0 sólo del gradiente es igual a la suma de los valores presentes de los pagos individuales, donde cada valor se considera una cantidad futura.

$$\begin{aligned} P = {} & G(P/F,i,2) + 2G(P/F,i,3) + 3G(P/F,i,4) + \cdots \\ & + [(n-2)G](P/F,i,n-1) + [(n-1)G](P/F,i,n) \end{aligned}$$

Factorice G y aplique la fórmula P/F:

$$P = G\left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1+i)^3} + \frac{3}{(1+i)^4} + \cdots + \frac{n-2}{(1+i)^{n-1}} + \frac{n-1}{(1+i)^n}\right] \tag{2.21}$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación (2.11) por $(1+i)^1$ se obtiene

$$P(1+i)^1 = G\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{2}{(1+i)^2} + \frac{3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{n-2}{(1+i)^{n-2}} + \frac{n-1}{(1+i)^{n-1}}\right] \tag{2.22}$$

Reste la ecuación (2.21) de la ecuación (2.22) y simplifique.

$$iP = G\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}\right] - G\left[\frac{n}{(1+i)^n}\right] \tag{2.23}$$

La expresión entre corchetes de la izquierda es la misma que la que se presenta en la ecuación (2.6), donde se obtuvo el factor P/A. Sustituya la forma cerrada del factor P/A de la ecuación (2.8) en la ecuación (2.23) y simplifique para despejar P_G, que es el valor presente únicamente de la serie del gradiente.

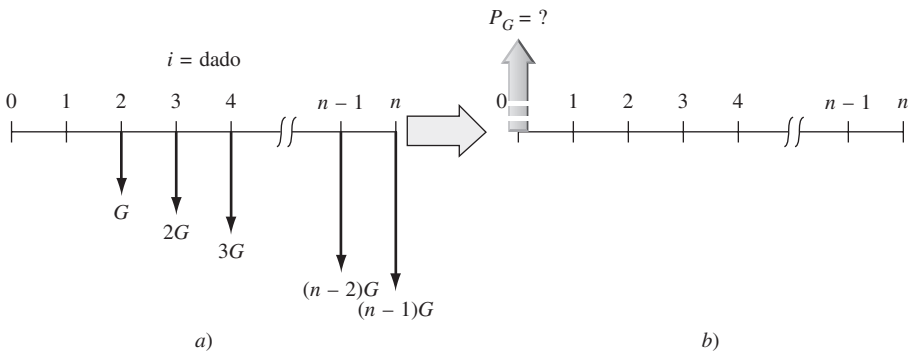


Figura 2-14
Diagrama de conversión de un gradiente aritmético a un valor presente.

$$P_G = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right] \tag{2.24}$$

La ecuación (2.24) es la relación general para **convertir un gradiente aritmético *G* (sin incluir la cantidad base) para *n* años en un valor presente en el año 0**. La figura 2.14*a*) se convierte en el flujo de efectivo equivalente que se indica en la figura 2.14*b*). El *factor de valor presente de gradiente aritmético*, o **factor *P*/*G***, puede expresarse de dos formas:

$$(P/G,i,n) = \frac{1}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right]$$

o
$$(P/G,i,n) = \frac{(1+i)^n - in - 1}{i^2(1+i)^n} \tag{2.25}$$

Recuerde: el gradiente aritmético convencional empieza en el año 2 y P está en el año 0.

Ubicación del gradiente P_G

La ecuación (2.24), expresada como una relación de ingeniería económica, es

$$P_G = G(P/G,i,n) \tag{2.26}$$

que es el término de la derecha de la ecuación (2.19) para calcular el valor presente total. La G lleva un signo menos si se trata de gradientes decrecientes.

La serie uniforme equivalente A_G para un gradiente aritmético G se obtiene al multiplicar el valor presente de la ecuación (2.26) por la fórmula de $(A/P,i,n)$. En forma de notación estándar, el equivalente de la cancelación algebraica de P se utiliza para obtener el factor $(A/G,i,n)$.

$$\begin{aligned} A_G &= G(P/G,i,n)(A/P,i,n) \\ &= G(A/G,i,n) \end{aligned}$$

En forma de ecuación,

$$A_G = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$A_G = G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{2.27}$$

que es el término de la derecha de la ecuación (2.20). La expresión entre corchetes en la ecuación (2.27) se denomina *factor de gradiente aritmético de una serie uniforme* y se identifica por **$(A/G,i,n)$**. Este factor convierte la figura 2-15*a*) en la figura 2-15*b*).

Los factores P/G y A/G y las relaciones se resumen en las guardas de esta obra. Los valores de los factores se tabulan en las dos columnas situadas más a la derecha en las tablas de factores al final de este libro.

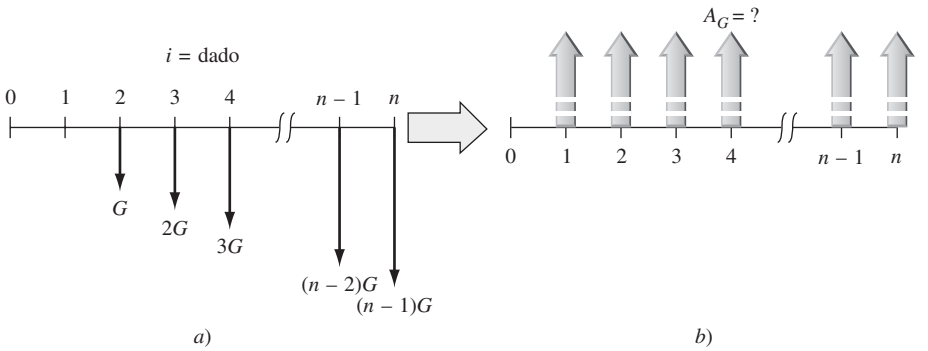


Figura 2-15
Diagrama de conversión de una serie de gradiente aritmético en otra serie equivalente uniforme anual.

No existe una función directa de celda individual en una hoja de cálculo para determinar P_G o A_G con un gradiente aritmético. Utilice la función VPN para P_G, y la función PAGO para A_G después de ingresar todos los flujos de efectivo en las celdas contiguas (cantidades base y gradiente). Los formatos generales para estas funciones son

$$= \text{VPN}(i\%,\text{segunda_celda:última_celda}) + \text{primera celda} \quad (2.28)$$

$$= \text{PAGO}(i\%,n,\text{celda_con_}P_G) \quad (2.29)$$

Las entradas con palabras en *cursivas* son referencias a las celdas, no los valores numéricos reales. (En el apéndice A, sección A.2, se describe el formato de referencia de celdas.) Estas funciones de demuestran en el ejemplo 2.10.

Se obtiene un **factor *F/G*** (*factor gradiente aritmético*, *valor futuro*) para calcular el valor futuro F_G de una serie gradiente al multiplicar los factores P/G y F/P. El factor resultante, $(F/G,i,n)$, entre corchetes, y la relación de ingeniería económica es

$$F_G = G\left[\left(\frac{1}{i}\right)\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) - n\right]$$

EJEMPLO 2.9

Tres condados adyacentes en Louisiana acordaron emplear recursos fiscales ya destinados para remodelar los puentes que mantiene el condado. En una junta reciente, los ingenieros de los condados estimaron que, al final del próximo año, se depositará un total de $500 000 en una cuenta para la reparación de los viejos puentes de seguridad dudosa en los tres condados. Además, estiman que los depósitos aumentarán $100 000 por año durante nueve años a partir de ese momento, y luego cesarán. Determine las cantidades equivalentes de *a*) valor presente y de *b*) serie anual, si los fondos del condado ganan intereses con una tasa de 5% anual.

Solución

a) En la figura 2-16 se presenta el diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva del condado. De acuerdo con la ecuación (2.19), se deben realizar dos cálculos y luego se tienen que sumar: el primero para el valor presente de la cantidad base P_A y el segundo para el valor presente del gradiente, P_G. El valor presente total P_T ocurre en el año 0, lo cual se indica mediante la partición del diagrama de flujo de efectivo de la figura 2-17. En unidades de $1 000, el valor presente es

$$\begin{aligned} P_T &= 500(P/A,5\%,10) + 100(P/G,5\%,10) \\ &= 500(7.7217) + 100(31.652) \\ &= \$7\,026.05\ (\$7\,026\,050) \end{aligned}$$

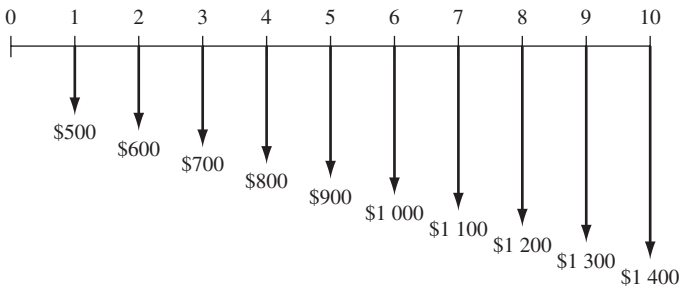


Figura 2-16
Serie de flujo de efectivo con un gradiente aritmético convencional (en unidades de $1 000), ejemplo 2.9.

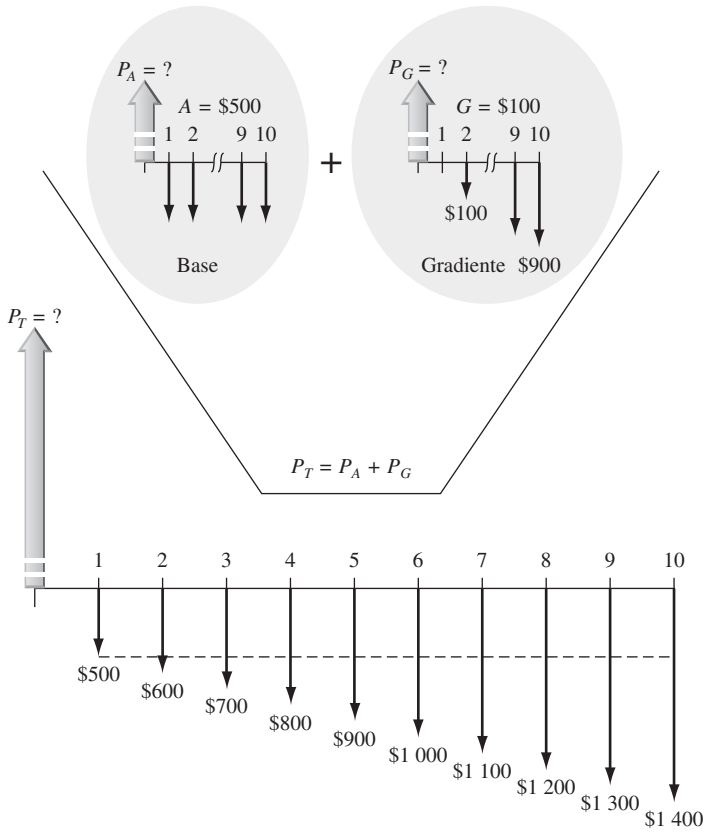


Figura 2-17
Diagrama de flujo dividido (en unidades de $1 000), ejemplo 2.9.

b) También aquí es necesario considerar por separado al gradiente y a la cantidad base. La serie anual total A_T se encuentra con la ecuación (2.20), y ocurre en los años 1 a 10.

$$A_T = 500 + 100(A/G,5\%,10) = 500 + 100(4.0991)$$
$$= \$909.91 \text{ por año} \quad (\$909\ 910)$$

Comentario

Recuerde: Los factores P/G y A/G determinan el valor presente y la serie anual *sólo del gradiente*. Cualquier otro flujo de efectivo debe considerarse por separado.

Si el valor presente ya está calculado, como en el inciso *a*), P_T puede multiplicarse por un factor A/P apropiado para obtener A_T. En este caso, tomando en cuenta el error de redondeo,

$$A_T = P_T(A/P,5\%,10) = 7\ 026.05(0.12950)$$
$$= \$909.873\ (\$909\ 873)$$

EJEMPLO 2.10 El caso de la fábrica de cemento

EP

La fábrica de cemento HAC anunció una inversión de $200 millones (M) para 2012. Los mayores compromisos de inversión en realidad están distribuidos a lo largo de varios años, conforme la planta se construye y comienza la producción. Otras investigaciones determinan, por ejemplo, que los $200 M es un valor presente en el año 2012 de las inversiones anticipadas durante los próximos 4 años (2013 a 2016). Suponga que la cantidad planeada para 2013 es de $100 M con disminuciones constantes de $25 M cada año de entonces en adelante. Igual que antes, suponga que el valor del dinero en el tiempo para la inversión de capital es 10% anual a fin de responder las preguntas siguientes con factores tabulados y funciones de una hoja de cálculo, como se pide en seguida.

a) En valores equivalentes de valor presente, ¿la inversión en serie decreciente es igual a $200 M en 2012? Utilice factores tabulados y funciones de hoja de cálculo.

b) Dada la serie de inversión planeada, ¿cuál es la cantidad anual equivalente que se invertirá de 2013 a 2016? Utilice factores tabulados y funciones de hoja de cálculo.

c) (Esta pregunta adicional introduce la herramienta de **Excel** llamada **Goal Seek**.) ¿Cuál debe ser la cantidad de decremento constante anual hasta 2016 para que tenga un valor presente de $200 M exactos en 2012, si en 2013 se gastan $100 M? Use una hoja de cálculo.

Solución

a) La serie de la inversión es un gradiente aritmético decreciente con una cantidad base de $100 M en el año 1 (2013) y $G = \$-25$ M hasta el año 4 (2016). Los diagramas de la figura 2-18 muestran los flujos de efectivo con el área sombreada que indica la inversión con disminución constante cada año. El valor P_T en el momento 0 con 10% anual se determina con las tablas y una hoja de cálculo.

Factores tabulados: La ecuación [2.19] con el signo menos para los gradientes negativos determina el valor presente total P_T. El dinero se expresa en unidades de $1 millón.

$$P_T = P_A - P_G = 100(P/A,10\%,4) - 25(P/G,10\%,4) \tag{2.30}$$
$$= 100(3.1699) - 25(4.3781)$$
$$= \$207.537 \quad (\$207\ 537\ 000)$$

En términos de valor presente, la serie planeada excederá el equivalente de $200 M en 2012 más o menos en $7.5 M.

Hoja de cálculo: Como no existe una función de hoja de cálculo que estime directamente el valor presente para una serie gradiente, introduzca los flujos de efectivo en una secuencia de celdas (renglones o columnas) y use la función VPN para determinar el valor presente. La figura 2-19 muestra las entradas y la función VPN (*i*%, segunda_celda:última_celda). Aquí no hay una entrada para la primera_celda porque no hay inversión en el año 0. El resultado de la celda C9, $207.534, es el valor total P_T para la serie planeada. (Observe que la función VPN no considera dos series separadas de flujos de efectivo, como sí es necesario hacerlo cuando se emplean los factores tabulados.)

La interpretación es la misma que en el inciso *a*); en términos de valor presente, la serie de inversión planeada supera por $7.5 M a los $200 M.

b) *Factores tabulados:* Hay dos formas igualmente correctas de calcular A_T. La primera es con la ecuación (2.20) y el factor A/G, y la segunda usa el valor P_T ya obtenido y el factor A/P. Ambas relaciones se ilustran en unidades de $1 millón.

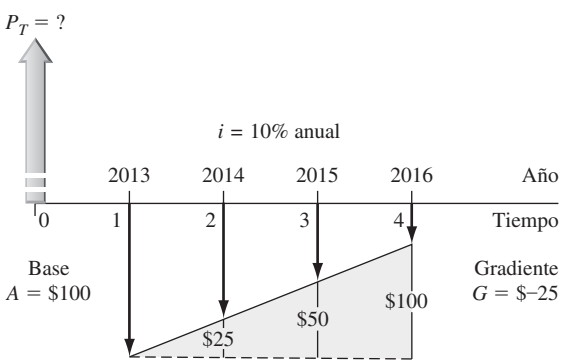


Figura 2-18
Diagrama de flujo de efectivo para un gradiente decreciente en unidades de $1 millón, ejemplo 2.10.

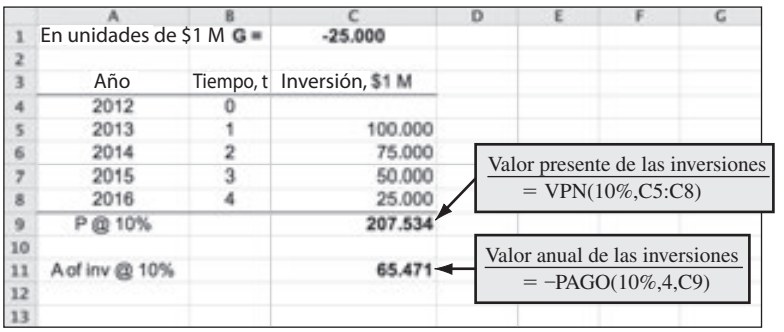


Figura 2-19
Solución en una hoja de cálculo del ejemplo 2.10*a*) y *b*).

Con la ecuación (2.20):

$$A_T = 100 - 25(A/G,10\%,4) = 100 - 25(1.3812)$$
$$= \$65.471 \quad (\$65\ 471\ 000 \text{ por año})$$

Con P_T:

$$A_T = 207.537(A/P,10\%,4) = 207.537(0.31547)$$
$$= \$65.471 \text{ por año}$$

Hoja de cálculo: Aplique la función PAGO en la ecuación (2.29) para obtener el mismo $A_T = \$65.471$ por año (véase la figura 2-19).

c) (Opcional) la **herramienta Goal Seek** se describe en el apéndice A. Es excelente cuando la entrada de una celda debe igualar un valor específico y sólo una celda puede cambiar. Éste es el caso que estudiamos; la función VPN (celda C9 en la figura 2-19) debe ser igual a $200, y se desconoce el gradiente G (celda C1). Esto es lo mismo que hacer que $P_T = 200$ en la ecuación (2.30) y despejar G. Todos los demás parámetros conservan su valor.

La figura 2-20 (arriba) ilustra la misma hoja de cálculo ya utilizada con la plantilla Goal Seek añadida y cargada. Cuando se hace *clic* en OK aparece la solución; $G = \$-26.721$. Consulte otra vez la figura 2-20. Esto significa que, si la inversión disminuye en una cantidad anual constante de $26.721 M, el valor presente total equivalente invertido en esos 4 años será de $200 M exactos.

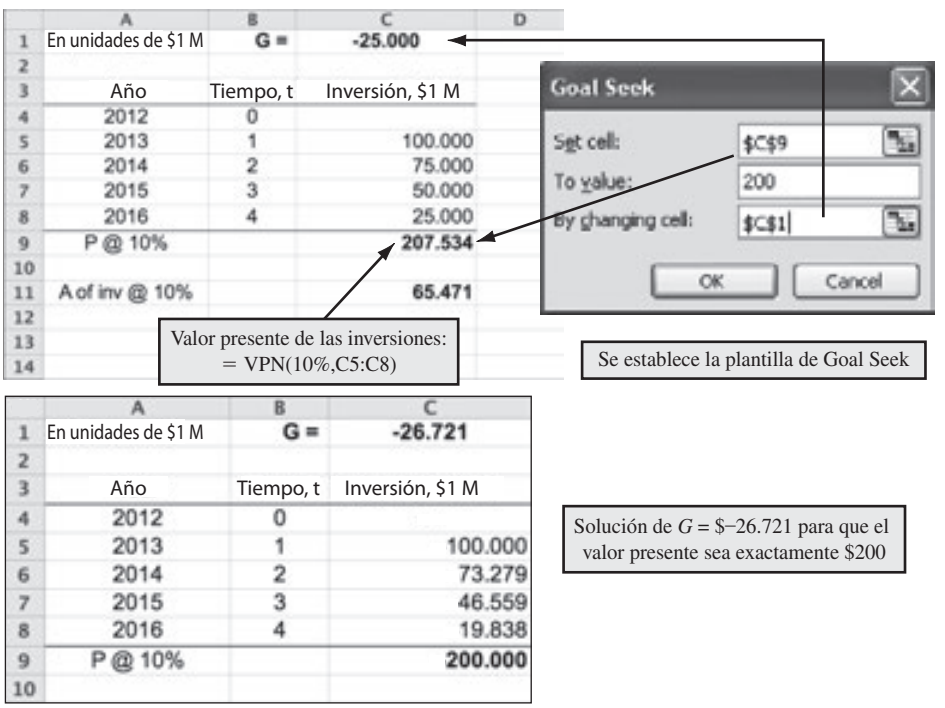


Figura 2-20
Solución para el gradiente aritmético con Goal Seek, ejemplo 2.10*c*).

2.6 Factores para series de gradiente geométrico ●●●

Es común que los ingresos anuales y los costos anuales, como mantenimiento, operaciones y trabajo, aumenten o disminuyan con un porcentaje constante, por ejemplo, +5% o −3% anual. Este cambio ocurre cada año sobre una nueva cantidad que comienza en el primer año del proyecto. A continuación se definen y describen nuevos términos.

Una serie de **gradiente geométrico** es una serie de flujo de efectivo que aumenta o disminuye en un **porcentaje constante** cada periodo. El cambio uniforme se denomina **tasa de cambio**.

g = **tasa de cambio constante**, en forma decimal, mediante la cual las cantidades aumentan o disminuyen de un periodo al siguiente. El gradiente g puede ser + o −.

A_1 = **flujo de efectivo inicial en el año 1** de la serie geométrica.

P_g = **valor presente** de la serie geométrica completa, inclusive la cantidad inicial A_1.

Observe que el flujo de efectivo inicial $\boldsymbol{A_1}$ **no se considera por separado** cuando se trabaja con gradientes geométricos.

La figura 2-21 presenta gradientes en aumento o disminución que comienzan con una cantidad A_1 en el periodo 1 y un valor presente P_g en el momento 0. La relación para determinar el valor presente total $\boldsymbol{P_g}$ **para toda la serie de flujo de efectivo** puede derivarse al multiplicar cada flujo de efectivo en la figura 2-21*a*) por el factor P/F $1/(1 + i)^n$.

$$P_g = \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_1(1+g)}{(1+i)^2} + \frac{A_1(1+g)^2}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{A_1(1+g)^{n-1}}{(1+i)^n}$$

$$= A_1\left[\frac{1}{1+i} + \frac{1+g}{(1+i)^2} + \frac{(1+g)^2}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{(1+g)^{n-1}}{(1+i)^n}\right] \tag{2.31}$$

Se multiplican ambos lados por $(1 + g)/(1 + i)$, se resta la ecuación (2.31) del resultado, se factoriza P_g y se obtiene

$$P_g\left(\frac{1+g}{1+i} - 1\right) = A_1\left[\frac{(1+g)^n}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{1+i}\right]$$

Se despeja P_g y se simplifica.

$$P_g = A_1\left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g}\right] \qquad g \neq i \tag{2.32}$$

El término entre corchetes en la ecuación (2.32) es el factor ($\boldsymbol{P/A,g,i,n}$), o *factor de valor presente de una serie de gradiente geométrico* para valores de g que no son iguales a la tasa de interés i. Cuando $g = i$, se sustituye i por g en la ecuación (2.31), y observe que el término $1/(1 + i)$ aparece n veces.

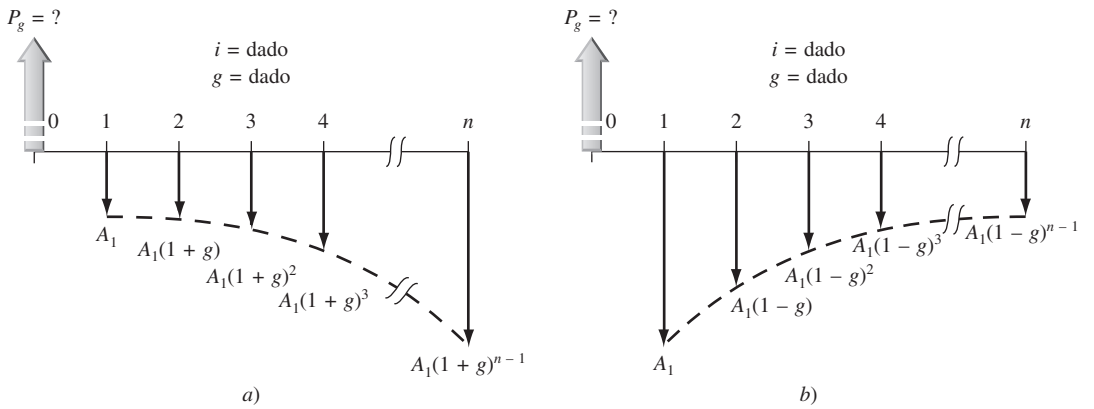


Figura 2-21
Diagrama de flujo de efectivo de una serie de gradiente geométrico que *a*) disminuye y *b*) aumenta, con valor presente P_g.

$$P_g = A_1\left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)} + \cdots + \frac{1}{(1+i)}\right)$$

$$P_g = \frac{nA_1}{(1+i)} \tag{2.33}$$

Ubicación del gradiente P_g

El factor $(P/A,g,i,n)$ calcula P_g en el periodo $t = 0$ para una serie de gradiente geométrico que **comienza en el periodo 1** en la cantidad A_1 y aumenta en cada periodo con una tasa constante de g.

La ecuación para P_g y la fórmula del factor $(P/A,g,i,n)$ son

$$\boldsymbol{P_g = A_1(P/A,g,i,n)} \tag{2.34}$$

$$\boldsymbol{(P/A,g,i,n) = \begin{cases} \dfrac{1-\left(\dfrac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g} & g \neq i \\ \dfrac{n}{1+i} & g = i \end{cases}} \tag{2.35}$$

Es posible obtener factores para los valores equivalentes de A y F; sin embargo, es más fácil determinar la cantidad P_g y luego multiplicarla por los factores A/P o F/P.

Como con las series de gradiente aritmético, en las hojas de cálculo no existen funciones directas para las series de gradiente geométrico. Una vez ingresados los flujos de efectivo, P y A se determinan con las funciones VPN y PAGO, respectivamente.

EJEMPLO 2.11

En una planta carboeléctrica se instaló una válvula para controlar las emisiones. La modificación cuesta sólo \$8 000 y se espera que dure seis años, con un valor de rescate de \$200. Se espera que el costo de mantenimiento sea de \$1 700 el primer año y que aumente 11% anual en lo sucesivo. Determine el valor presente equivalente de la modificación y del costo de mantenimiento, tanto a mano como con computadora. La tasa de interés es de 8% anual.

Solución a mano

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2-22) muestra el valor de rescate como un flujo de efectivo positivo y todos los costos como negativos. P_g se calcula con la ecuación (2.35) y $g \neq i$. La P_T total es la suma de los tres componentes del valor presente.

$$\begin{aligned} P_T &= -8\,000 - P_g + 200(P/F,8\%,6) \\ &= -8\,000 - 1\,700\left[\frac{1-(1.11/1.08)^6}{0.08-0.11}\right] + 200(P/F,8\%,6) \\ &= -8\,000 - 1\,700(5.9559) + 126 = \$-17\,999 \end{aligned}$$

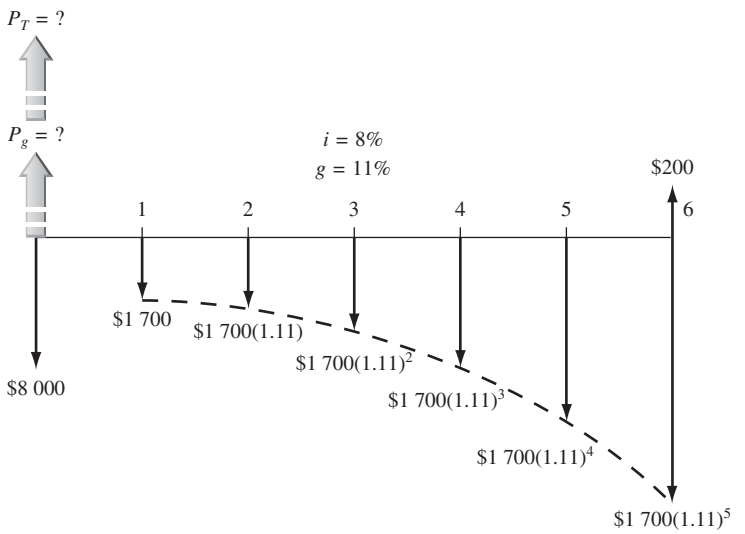


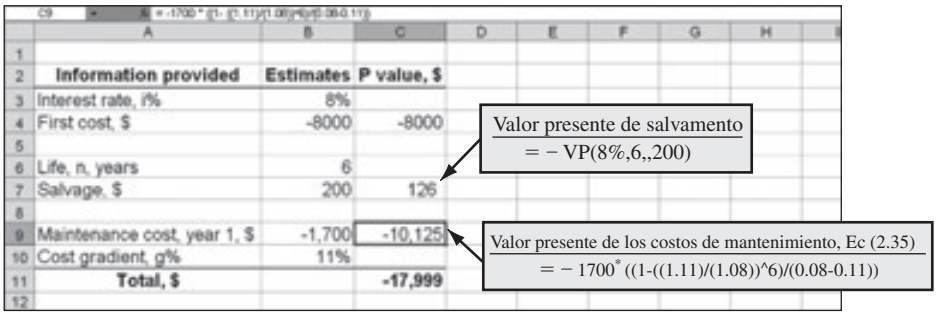
Figura 2-22
Diagrama de flujo de efectivo de un gradiente geométrico, ejemplo 2.11.

Solución con hoja de cálculo

La figura 2-23 presenta las operaciones en una hoja de cálculo para obtener el valor presente P_g de un gradiente geométrico y valor presente total P_T. Para obtener $P_T = \$-17\,999$ se suman tres componentes: el primer costo, el valor presente del valor de rescate estimado en el año 6 y P_g. Las etiquetas de las celdas detallan las relaciones para los componentes segundo y tercero; el primer costo ocurre en el momento 0.

Comentario

La relación que calcula el factor $(P/A,g,i\%,n)$ es compleja, como se observa en la etiqueta de la celda y en la barra de fórmulas para C9. Si este factor se usa en forma repetida, es mejor hacer referencia a las celdas con un formato que permita modificar los valores A_1, i, g y n, de modo que siempre se obtenga el valor correcto. Se invita al lector a escribir la relación para la celda C9 en dicho formato.



	A	B	C
1			
2	**Information provided**	**Estimates**	**P value, $**
3	Interest rate, i%	8%	
4	First cost, $	-8000	-8000
5			
6	Life, n, years	6	
7	Salvage, $	200	126
8			
9	Maintenance cost, year 1, $	-1,700	-10,125
10	Cost gradient, g%	11%	
11	**Total, $**		**-17,999**
12			

Figura 2-23
Hoja de cálculo para determinar el valor presente de un gradiente geométrico y el valor presente total, ejemplo 2.11.

EJEMPLO 2.12 El caso de la fábrica de cemento

EP

Regresemos a la planta propuesta de Houston American Cement, en Georgia. La serie de ingresos estimada de $50 millones es demasiado optimista, en especial porque hay muchas otras plantas productoras de cemento que operan en Florida y Georgia y aprovechan el mismo depósito de caliza (el sitio web de la planta de HAC muestra la ubicación actual; es evidente que habrá mucha competencia). Por lo anterior, es importante que el análisis refleje una posible disminución y aumento de la serie de ingresos, en función del éxito de largo plazo de la mercadotecnia, calidad y reputación de la planta. Suponga que el ingreso comienza en $50 millones al final del primer año, pero luego disminuye en forma geométrica 12% anual hasta el año 5. Determine el **valor presente** y el **valor futuro** equivalentes de todos los ingresos durante este lapso de cinco años con la misma tasa que se usó previamente, es decir, 10% anual.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo es muy semejante al de la figura 2-21*b*), excepto que las flechas van hacia arriba para denotar los ingresos. En el año 1, $A_1 = \$50$ M y disminuye en el año 5 a

$$A_1(1 - g)^{n-1} = 50\text{ M}(1 - 0.12)^{5-1} = 50\text{ M}(0.88)^4 = \$29.98\text{ M}$$

En primer lugar, se determina P_g en el año 0 con la ecuación (2.35) e $i = 0.10$ y $g = -0.12$; después se calcula F en el año 5. En unidades de $1 millón,

$$P_g = 50\left[\frac{1 - \left(\frac{0.88}{1.10}\right)^5}{0.10 - (-0.12)}\right] = 50[3.0560]$$

$$= \$152.80$$

$$F = 152.80(F/P,10\%,5) = 152.80(1.6105)$$

$$= \$246.08$$

Esto significa que los ingresos en declinación tienen un valor futuro equivalente en 5 años de $246.080 M. Si se revisa el ejemplo 2.6 se verá que se había calculado en forma manual que el valor de F en 5 años de la serie de

ingresos uniforme era de $50 M. En conclusión, el gradiente decreciente a 12% disminuyó el valor futuro de los ingresos en $59.175 M, cantidad significativa desde el punto de vista de los propietarios de Votorantim Cimentos North America, Inc.

2.7 Determinación de *i* o *n* para valores conocidos del flujo de efectivo ●●●

En algunos casos se conoce o se ha estimado el flujo de efectivo pero se desconoce el valor de *i* (tasa de interés o tasa de retorno) o el de *n* (número de años). Un ejemplo en que se busca *i* es el siguiente: una compañía invirtió dinero para desarrollar un nuevo producto. Una vez que se conoce la serie de ingresos netos anuales para varios años en el mercado, calcule la tasa de retorno *i* de la inversión. Hay varias maneras de calcular un valor desconocido de *i* o de *n*, en función de la naturaleza de la serie de flujo de efectivo y del método elegido para determinar el valor de las incógnitas. El caso más simple es cuando hay cantidades únicas (*P* y *F*) y se resuelve con una función de hoja de cálculo. El más difícil y complejo implica encontrar *i* o *n* para flujos de efectivo irregulares mezclados con series de gradiente uniforme, y obtener la solución con calculadora. A continuación se resumen los enfoques de solución, con algunos ejemplos.

Cantidades únicas. Sólo *P* y *F*

Solución a mano o con calculadora Plantee la relación de equivalencia y (1) resuelva para la variable por medio de la fórmula del factor o (2) encuentre el valor del factor e interpole con las tablas.

Solución con hoja de cálculo Utilice la función TIR o TASA para encontrar *i* o la función NPER para obtener *n* (consulte en el texto más adelante y en el apéndice A para obtener más detalles).

Serie uniforme. Serie *A*

Solución a mano o con calculadora Plantee la relación de equivalencia con el factor apropiado (P/A, A/P, F/A o A/F) y utilice el segundo método de los mencionados.

Solución con hoja de cálculo Use la función TIR o TASA para obtener *i*, o la función NPER para determinar *n*.

Serie *A*, gradientes y/o valores aislados mixtos

Solución a mano o con calculadora Plantee la relación de equivalencia y trabaje (1) por ensayo y error o (2) con funciones de la calculadora.

Solución con hoja de cálculo Use la función TIR o TASA para encontrar *i*, o la función NPER para determinar el valor de *n.* (Esto es lo recomendable.)

Además de las funciones VA, VF y VPN, otras funciones de utilidad para calcular *i* son TIR (tasa interna de rendimiento) y TASA, y para obtener *n* es útil NPER (número de periodos). A continuación y en las guardas de este libro se presentan los formatos, con la explicación detallada en el apéndice A. En las tres funciones, al menos un flujo de efectivo debe tener signo opuesto al de los demás con objeto de que pueda encontrarse una solución.

$$= \text{TIR(primera_celda:última_celda)} \qquad (2.36)$$

Para usar TIR en el cálculo de *i* se introducen todos los flujos de efectivo en celdas adyacentes, incluso los valores de cero.

$$= \text{TASA}(n,A,P,F) \qquad (2.37)$$

La función de celda única TASA calcula el valor de *i* cuando está involucrada una serie *A* y valores únicos de *P* y/o *F*.

$$= \text{NPER}(i\%,A,P,F) \qquad (2.38)$$

NPER es una función de celda única para determinar el valor de *n* cuando se conocen valores únicos de *P* y *F*, o con una serie *A*.

EJEMPLO 2.13

Si Laurel hizo una inversión de $30 000 en el negocio de un amigo, y recibió $50 000 cinco años después, calcule la tasa de retorno.

Solución

Como sólo hay fórmulas de pago único en este problema, la i puede determinarse directamente a partir del factor P/F.

$$P = F(P/F,i,n) = F\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$30\,000 = 50\,000\,\frac{1}{(1+i)^5}$$

$$0.600 = \frac{1}{(1+i)^5}$$

$$i = \left(\frac{1}{0.6}\right)^{0.2} - 1 = 0.1076 \quad (10.76\%)$$

Asimismo, la tasa de interés se determina al establecer la relación P/F en notación estándar, despejar el valor del factor e interpolar en las tablas.

$$P = F(P/F,i,n)$$

$$30\,000 = 50\,000(P/F,i,5)$$

$$(P/F,i,5) = 0.60$$

De acuerdo con las tablas de interés, un factor P/F de 0.6000 para $n = 5$ se encuentra entre 10 y 11%. Al interpolar entre estos dos valores, se obtiene $i = 10.76\%$.

EJEMPLO 2.14

La empresa Pyramid Energy requiere colocar $5 000 por año en la cuenta de un fondo de amortización para cubrir cualquier reparación mayor inesperada en el equipo de campo. En un caso, se depositaron $5 000 a 15 años y se pagó un costo de reparación de $100 000 en el año 15. ¿Qué tasa de retorno ofreció esta práctica a la compañía? Resuelva a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

En la figura 2-24 se muestra el diagrama de flujo de efectivo. Es útil cualquiera de los factores A/F o F/A. Si se utiliza A/F:

$$A = F(A/F,i,n)$$

$$5\,000 = 100\,000(A/F,i,15)$$

$$(A/F,i,15) = 0.0500$$

Según las tablas de interés, para 15 años el valor 0.0500 se encuentra entre 3 y 4%. Por interpolación, $i = 3.98\%$.

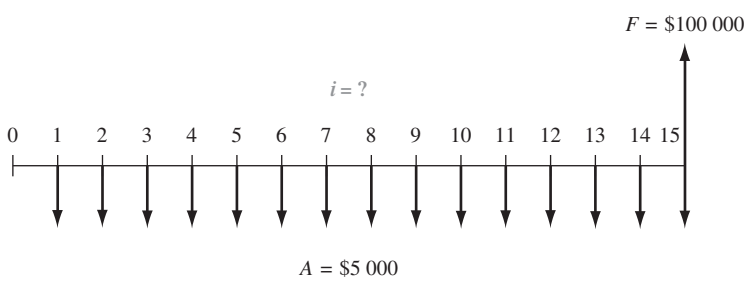
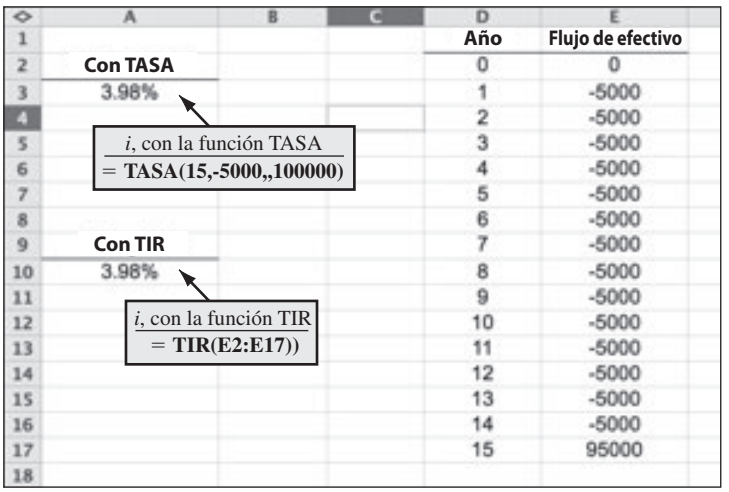


Figura 2-24
Diagrama para determinar la tasa de retorno, ejemplo 2.14.

Solución con hoja de cálculo

Consulte el diagrama de flujo de efectivo (figura 2-24) mientras completa la hoja de cálculo (figura 2-25). Se puede aplicar una solución de una sola celda con la función TASA, pues $A = \$-5\,000$ ocurre cada año y el valor $F = \$100\,000$ se presenta en el último año de la serie. La función TASA(15,−5000,,100000) da la respuesta de $i = 3.98\%$. Esta función es rápida, pero sólo permite una limitada sensibilidad en el análisis; todos los valores A tienen que cambiar por la misma cantidad. La función TIR es mucho mejor para responder preguntas del tipo "¿qué pasa si...?"

Para aplicar la función TIR y obtener la misma respuesta, ingrese el valor 0 en una celda (para el año 0), seguido de −5 000 para 14 años, y en el año 15 introduzca +95 000 (figura 2-25). Ingrese la función TIR en cualquier celda. Se despliega la respuesta $i = 3.98\%$. Es aconsejable ingresar el número de años 0 hasta n (15, en este ejemplo) en la columna inmediatamente a la izquierda de las entradas de flujo de efectivo. La función TIR no necesita estos números, pero hace que la actividad de ingresar el flujo de efectivo sea más sencilla y exacta. Ahora se puede cambiar cualquier flujo de efectivo, y se desplegará de inmediato una nueva tasa vía TIR.



	Año	Flujo de efectivo
	0	0
	1	-5000
	2	-5000
	3	-5000
	4	-5000
	5	-5000
	6	-5000
	7	-5000
	8	-5000
	9	-5000
	10	-5000
	11	-5000
	12	-5000
	13	-5000
	14	-5000
	15	95000

Figura 2-25
Funciones TASA y TIR para determinar el valor de *i* en una serie uniforme, ejemplo 2.14.

EJEMPLO 2.15 El caso de la fábrica de cemento

EP

De los comentarios introductorios sobre la planta HAC, se planea un ingreso anual de $50 millones. Hasta este momento, todos los análisis consideraron 10% anual; sin embargo, la matriz de la empresa manifestó que otras plantas internacionales obtienen 20% de rendimiento anual sobre la inversión inicial. Determine el número de años necesario para generar un rendimiento de 10, 15 y 20% anual sobre la inversión de $200 millones en la ubicación en Georgia.

Solución

Si se resuelve a mano, es posible establecer la relación de valor presente y los n valores interpolados en las tablas para cada uno de los tres valores de la tasa de retorno. En unidades de $1 millón, la relación es

$$P = -200 + 50(P/A,i\%,n) \qquad (i = 10\%, 15\%, 20\%)$$

$$(P/A,i\%,n) = 4.00$$

Ésta es una buena oportunidad para emplear una hoja de cálculo y usar varias veces la función NPER con la ecuación (2.38), pues hay varios valores de i. La figura 2-26 ilustra la función de celda única = NPER(i%,50,−200) para cada tasa de retorno. El número de años (redondeado) necesario para producir al menos cada uno de los rendimientos solicitados es

Rendimiento, *i*%	Años
10	6
15	7
20	9

	A	B	C	D
1				
2	**valor i**	**10%**	**15%**	**20%**
3				
4	Función NPER	'= NPER(10%,50,-200)	'= NPER(15%,50,-200)	'= NPER(20%,50,-200)
5				
6	**Resultado, años**	**5.36**	**6.56**	**8.83**
7				

Figura 2-26
Función NPER para encontrar valores de *n* que satisfacen varias tasas de rendimiento, ejemplo 2.15.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se emplearon fórmulas y factores derivados y aplicados para realizar cálculos de equivalencia para flujos de efectivo presentes, futuros, anuales y de gradiente. La capacidad para usar estas fórmulas y su notación estándar, tanto de forma manual como con hojas de cálculo, es crucial para completar un estudio de ingeniería económica. Al utilizar estas fórmulas y funciones de las hojas de cálculo, es posible convertir flujos de efectivo individuales en flujos de efectivo uniformes, gradientes en valores presentes y mucho más. Asimismo, es posible despejar tasas de rendimiento *i* o tiempos *n*.

PROBLEMAS

Uso de tablas de interés

2.1 Encuentre el valor numérico correcto de los factores siguientes, a partir de las tablas de interés.
1. $(F/P,6\%,8)$
2. $(A/P,10\%,10)$
3. $(A/G,15\%,20)$
4. $(A/F,2\%,30)$
5. $(P/G,35\%,15)$

Determinación de *F*, *P* y *A*

2.2 ¿Cuánto dinero puede desembolsar ahora Haydon Rheosystems, Inc., para un sistema de administración de energía, si el software ahorraría a la empresa $21 300 anuales durante los siguientes cinco años? Use una tasa de interés de 10% anual.

2.3 Un fabricante de vehículos todo terreno considera comprar inclinómetros de eje dual para instalarlos en una nueva línea de tractores. El distribuidor de los inclinómetros de momento tiene muchos en inventario y los ofrece con un descuento de 40% sobre su precio normal de $142. Si el comprador los obtiene hoy y no dentro de dos años, que es cuando los necesitaría, ¿cuál es el valor presente de los ahorros por unidad? La compañía pagaría el precio normal si los comprara dentro de dos años. Suponga que la tasa de interés es de 10% anual.

2.4 La empresa Moller Skycar prueba una aeronave conocida como *automóvil aéreo personal* (AAP) que espera la certificación de la FAA el 31 de diciembre de 2011. El costo es de $985 000, y un depósito de $100 000 apartaría uno de los primeros diez "automóviles". Suponga que un comprador paga el saldo de $885 000 tres años después de depositar $100 000. Si la tasa de interés es de 10% anual, ¿cuál es el costo total efectivo del AAP en el año 3?

2.5 Una familia que ganó un premio de $100 000 en el programa de Los Videos Más Divertidos decidió depositar la mitad en un fondo escolar para su hijo responsable de ganar el premio. Si el fondo gana 6% anual, ¿cuánto habrá en la cuenta 14 años después de abierta?

2.6 Una de las vulnerabilidades mayores en un sistema de control son los dispositivos de red, como los interruptores de redes ethernet en sitios al alcance de cualquiera. Los interruptores DeltaX, fabricados por Dahne Security, permiten que el usuario bloquee y desbloquee en forma automática el acceso a todos los interruptores de la red. La compañía planea expandir sus líneas de manufactura hoy o bien dentro de tres años. Si el costo hoy es de $1.9 millones, ¿cuál es la cantidad equivalente que podría desembolsar la empresa dentro de tres años? La tasa de interés es de 15% anual.

2.7 Una empresa que vende productos químicos de gran pureza planea invertir en equipos nuevos que reducirían los costos si se adaptara el tamaño de los productos por embarcar con el del contenedor. Si la compra e instala-

ción del equipo nuevo importaría $220 000, ¿cuánto debe ahorrar cada año la empresa para que en tres años se justifique la inversión, si la tasa de interés es de 10% anual?

2.8 La compañía Red Valve Co., de Carnegie, Pennsylvania, elabora un control para válvulas que manejan lodos abrasivos y corrosivos, de uso en exteriores, de inserción, rodamientos e incluso tipo satélite recubierto. ¿Cuánto debe gastar la empresa ahora en el equipo nuevo en vez de desembolsar $75 000 dentro de cuatro años? La tasa de retorno de la organización es de 12% anual.

2.9 Si la empresa GHD Plastics adquiere un edificio nuevo hoy en $1.3 millones para sus oficinas corporativas, ¿cuál debe ser el valor del inmueble en 10 años? La compañía espera que todos sus gastos tengan una tasa de retorno de al menos 18% anual.

2.10 CGK Rheosystems fabrica viscosímetros de alto rendimiento capaces de superar pruebas de esfuerzo cortante estable en una superficie rugosa y compacta. ¿Qué cantidad debe dedicar la empresa ahora para adquirir un equipo nuevo, en vez de gastar $200 000 dentro de un año y $300 000 dentro de tres años, si la compañía utiliza una tasa de interés de 15% anual?

2.11 Hace cinco años, un ingeniero consultor compró un edificio para oficinas hecho de ladrillos mal elaborados. Como resultado, algunos de ellos se deterioraron por su exposición a la lluvia y la nieve. Debido a dicho problema, el precio de venta del edificio fue 25% inferior al de otros inmuebles comparables sin daño estructural. El ingeniero reparó los ladrillos dañados y evitó un mayor deterioro con la aplicación de un sellador elastómero hecho a base de un solvente de alta resistencia. Esto devolvió al edificio su precio de mercado. Si el bajo precio del inmueble era de $600 000 y el costo de la reparación fue de $25 000, ¿cuál es el valor equivalente ahora de la "apreciación forzada", si la tasa de interés es de 8% anual?

2.12 La empresa Metso Automation, que manufactura actuadores dirigibles de un cuarto de vuelta, planea dedicar $100 000 hoy y $150 000 en un año para posibles reemplazos de los sistemas de calefacción y enfriamiento en tres de sus plantas más grandes. Si la sustitución no será necesaria durante cuatro años, ¿cuánto tendrá en su cuenta la empresa si gana una tasa de interés de 8% anual?

2.13 Las bombas tipo jeringa a veces fallan porque se adhieren sólidos al pistón de cerámica y deterioran el sello. La empresa Trident Chemical desarrolló un sello dinámico de polímero integrado que provee una fuerza de sellado más grande sobre el borde, lo que resulta en una vida útil más larga. Como resultado del nuevo sello, un cliente de Trident espera reducir los tiempos muertos 30%. Si la producción perdida hubiera tenido un costo para la organización de $110 000 por año durante los siguientes cuatro años, ¿cuánto podría gastar hoy en los nuevos sellos, si utiliza una tasa de interés de 12% anual?

2.14 China gasta unos $100 000 anuales en tratar de provocar lluvias con el bombardeo de nubes, lo que implica armamento antiaéreo y lanzadores de cohetes que transportan yoduro de plata al cielo. En Estados Unidos, las instalaciones que operan las presas hidroeléctricas están entre los más activos estimuladores de nubes, pues creen que es una forma rentable de aumentar los suministros escasos de agua 10% o más. Si la producción de los cultivos comerciales aumenta 4% anual durante los siguientes tres años debido a la irrigación adicional por el bombardeo de nubes, ¿cuál es la cantidad máxima que los agricultores deben gastar hoy en dicha actividad? El valor de los cultivos comerciales sin agua adicional sería de $600 000 por año. Use una tasa de interés de 10% anual.

2.15 La Oficina de Servicios Públicos (OSP) asignó dos contratos por un total combinado de $1.07 millones para mejorar (es decir, profundizar) una presa de almacenamiento y reconstruir su vertedor que se dañó severamente en una inundación hace dos años. La OSP dijo que debido al estancamiento económico las propuestas fueron $950 000 inferiores de lo que esperaban los ingenieros. Si se supone que los proyectos tienen una vida útil de 20 años, ¿cuál es el beneficio anual de los ahorros, con una tasa de interés de 6% anual?

2.16 La Oficina de Seguridad en el Tránsito en las Autopistas Nacionales aumentó el promedio del estándar para la eficiencia en el consumo de combustible a 35.5 millas por galón para los automóviles y camiones ligeros para el año 2016. Las regulaciones costarán a los consumidores un promedio de $434 adicionales por vehículo en los automóviles de modelo 2012. Si una persona compra un carro en dicho año y lo conserva por cinco años, ¿cuánto debe ahorrar en combustible a fin de que se justifique el costo adicional? Considere una tasa de interés de 8% anual.

2.17 En un esfuerzo por reducir la obesidad infantil mediante la disminución del consumo de bebidas azucaradas, algunos estados aplicaron impuestos a los refrescos y otros productos. Un sondeo de Roland Sturm entre 7 300 alumnos de quinto grado reveló que si los impuestos promediaran 4 centavos por cada dólar gastado en refrescos, no habría diferencia real en el consumo total. Sin embargo, si los impuestos aumentaran a 18 centavos por dólar, Sturm calculó que eso generaría una diferencia significativa. Para un estudiante que consume

100 refrescos por año, ¿cuál es el valor futuro del costo adicional de 4 centavos a 18 centavos por botella? Suponga que el estudiante consume refrescos del quinto grado al 12. Utilice una tasa de interés de 6% anual.

2.18 Texas Tomorrow Fund (TTF) es un programa que inició en 1996 en Texas con el que los padres pueden pagar en forma anticipada la colegiatura de la universidad de sus hijos para cuando crezcan. Los actuarios establecieron el precio con base en los costos y las ganancias por la inversión en ese momento. Tiempo después, las leyes de Texas permitieron que las universidades establecieran sus propias colegiaturas; los costos aumentaron en forma muy notable. El costo de ingreso de un recién nacido en 1996 fue de $10 500. Si el fondo TTF creció con una tasa de 4% anual y las colegiaturas lo hicieron 7% por año, calcule el déficit estatal cuando el recién nacido ingrese a la universidad, 18 años después.

2.19 Henry Mueller Supply Co. vende termostatos a prueba de alteraciones abiertos normalmente (es decir, el termostato se cierra cuando aumenta la temperatura). En la tabla siguiente se presentan los flujos de efectivo anuales. Determine el valor futuro de los flujos netos si se aplica una tasa de interés de 10% anual.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8
Ingresos, $1 000	200	200	200	200	200	200	200	200
Costo, $1 000	90	90	90	90	90	90	90	90

2.20 Una compañía que fabrica hebillas de cierre automático para cinturones de seguridad espera comprar nuevos equipos para su línea de producción en tres años. Si las unidades nuevas costarán $350 000, ¿cuánto debe gastar cada año la empresa si su cuenta gana 10% anual?

Valores de los factores

2.21 Encuentre el valor numérico de los factores siguientes con *a*) interpolación y *b*) la fórmula.

1. $(A/P,13\%,15)$
2. $(P/G,27\%,10)$

2.22 Encuentre el valor numérico de los factores siguientes con *a*) interpolación, *b*) la fórmula y *c*) una función de hoja de cálculo.

1. $(F/P,14\%,62)$
2. $(A/F,1\%45)$

2.23 Para el factor $(F/P,10\%,43)$, encuentre la diferencia porcentual entre los valores obtenidos con interpolación y con la fórmula, y suponga que el calculado con ésta es el correcto.

2.24 Para el factor $(F/A,15\%,52)$, determine la diferencia porcentual entre los valores encontrados con interpolación y con la fórmula, y suponga que el correcto es el obtenido con ésta.

Gradiente aritmético

2.25 Las utilidades del reciclamiento de papel, cartón, aluminio y vidrio en una universidad de humanidades se incrementaron con una tasa constante de $1 100 en cada uno de los últimos tres años. Si se espera que las utilidades de este año (al final) sean de $6 000 y la tendencia continúa hasta el año 5, *a*) ¿cuál será la utilidad al final del año 5 y *b*) cuál es el valor presente de la utilidad con una tasa de interés de 8% anual?

2.26 Un informe de la Oficina de Contabilidad del Gobierno (OCG) espera que el Servicio Postal de Estados Unidos tenga pérdidas por $7 mil millones al final de este año, y si su modelo de negocios no cambia, las pérdidas totalizarían $241 mil millones al final del año 10. Si las pérdidas aumentan *de manera uniforme* en el periodo de 10 años, determine lo siguiente:

a) El aumento esperado de las pérdidas cada año
b) La pérdida en cinco años después de hoy
c) El valor uniforme equivalente de las pérdidas con una tasa de interés de 8% anual

2.27 Los tornillos esféricos son apropiados para aplicaciones de alta precisión, como la interrupción de un chorro de agua. Se espera que su costo total de manufactura disminuya debido al aumento de productividad, como se aprecia en la tabla. Determine el costo anual equivalente con una tasa de interés de 8% anual.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8
Costo, $1 000	200	195	190	185	180	175	170	165

2.28 La empresa Western Hydra Systems fabrica una máquina moldeadora de paneles con diámetro de 2.7 m en su extremo, emite pocas vibraciones y procesa paneles de aluminio pretensados que miden hasta 6 000 mm de longitud. La compañía desea obtener un préstamo para una nueva planta y bodega. Si ofrece saldar el préstamo con $60 000 en el año 1 y esta cifra aumenta $10 000 cada año hasta el quinto, ¿cuánto puede pedir prestado la empresa con una tasa de interés de 10% anual?

2.29 GKX Industries espera que las ventas de sus sellos hidráulicos (en unidades inglesas y métricas) se incrementen de acuerdo con la secuencia de flujo de efectivo de $\$70 + 4k$, donde k está en años y el flujo de efectivo en $1 000.

a) ¿Cuál es la cantidad del flujo de efectivo en el año 3?
b) ¿Cuál es el valor futuro de toda la serie de flujo de efectivo en el año 10? Sea $i = 10\%$ anual.

2.30 Para los flujos de efectivo siguientes, determine la cantidad en el año 1 si el valor anual de los años 1 a 9 es de $601.17 y la tasa de interés es de 10% anual.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Costo, $1 000	A	$A + 30$	$A + 60$	$A + 90$	$A + 120$	$A + 150$	$A + 180$	$A + 210$	$A + 240$

2.31 Apple Computer quiere tener $2.1 mil millones en cinco años para financiar la producción de un "cerebro electrónico" portátil que, de acuerdo con el comportamiento del usuario, aprenderá a controlar casi todos los dispositivos electrónicos del hogar, como termostatos, cafetera, televisión y sistema de riego. La compañía espera dedicar cantidades de dinero crecientes en forma uniforme cada año hasta alcanzar su meta. Si el monto apartado al final del año 1 es de $50 millones, ¿cuál debe ser el incremento constante G cada año? Suponga que la cuenta de inversión crece a razón de 18% anual.

2.32 Tacozza Electric, que fabrica servomotores de escobillas cd, presupuestó el año pasado $75 000 anuales para pagar ciertos componentes durante los próximos cinco años. Si la empresa espera gastar $15 000 el año 1, ¿cuál es el costo que espera la compañía para un aumento uniforme (aritmético) cada año? Suponga que la organización utiliza una tasa de interés de 10% anual.

Gradiente geométrico

2.33 En este libro no hay tablas para factores de series en gradiente geométrico. Calcule los primeros dos valores del factor del valor anual, es decir, los valores de A para $n = 1$ y 2, que aparecerían en una tabla con 10% para una tasa de crecimiento de 4% anual.

2.34 Determine el valor presente de una serie de gradiente geométrico con un flujo de efectivo de $50 000 en el año 1 y aumentos de 6% cada año hasta el año 8. La tasa de interés es de 10% anual.

2.35 Determine la diferencia en los valores presentes de los dos contratos siguientes de ciertos artículos, con una tasa de interés de 8% anual.

El contrato 1 tiene un costo de $10 000 en el año 1; los costos aumentarán a razón de 4% anual durante 10 años.

El contrato 2 tiene el mismo costo en el año 1 pero los costos se incrementarán 6% al año durante 11 años.

2.36 El Paso Water Utilities (EPWU) compra agua superficial para su tratamiento y distribución a consumidores del Distrito para la Mejora del Agua de El Paso. Un contrato nuevo entre las dos entidades tuvo como resultado una reducción de los aumentos de precio futuros en el costo del agua de 8 a 4% anual durante los siguientes 20 años. Si el costo del agua el año próximo (año 1 del nuevo contrato) será de $260 por acre-pie, ¿cuál es el valor presente de los ahorros (en $/acre-pie) entre los contratos nuevo y antiguo? La tasa de interés es de 6% anual.

2.37 Determine el valor presente de un contrato de mantenimiento que tiene un costo de $30 000 en el año 1 y aumentos de 6% por año durante 10 años. Utilice una tasa de interés de 6% anual.

Tasa de interés y tasa de retorno

2.38 Gesky Industrial Products fabrica fuelles sin cepillos para calderas, equipo de cocina, hornos y celdas de combustible. La empresa obtuvo un préstamo de $18 000 000 para una expansión de la planta y lo saldó en siete pagos anuales de $3 576 420, e hizo el primer pago un año después de recibido el préstamo. ¿Cuál es la tasa de interés por el préstamo? Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

2.39 Si el valor del portafolio de jubilación de Jane aumentó de $170 000 a $813 000 en un periodo de 15 años y no hubo depósitos en la cuenta en dicho lapso, ¿cuál fue su tasa de retorno?

2.40 El historial de crédito de una persona es importante para establecer la tasa de interés por una hipoteca de vivienda. De acuerdo con el Servicio de Asesoría de Crédito al Consumidor, un propietario con hipoteca de $100 000 e historial de 520 puntos pagará $110 325 más en cargos por interés durante la vida de 30 años de un préstamo, que otro con la misma hipoteca y un historial de 720 puntos. ¿Qué tan alta tendría que ser la tasa de interés anual a fin de que tomara en cuenta esta diferencia en los cobros de intereses, en un pago único realizado al final de los 30 años?

2.41 Durante un periodo en que el mercado de bienes raíces en Phoenix, Arizona, estuvo a la baja, la empresa CSM Consulting Engineers acordó con un propietario la compra de un edificio de oficinas en los siguientes términos: precio total de $1.2 millones con un pago de $200 000 hecho hoy y sin pagos durante cuatro años, después de lo cual se pagaría el saldo insoluto de $1 millón. CSM pudo hacer este trato debido a las malas condiciones del mercado en el momento de la compra, y al mismo tiempo planeaba vender el inmueble dentro de cuatro años (cuando era probable que mejorara el mercado) para mudarse a un edificio más grande en Scottsdale, Arizona. Si CSM pudiera vender el edificio

en $1.9 millones exactamente cuatro años después, ¿qué tasa de retorno habría logrado la empresa por su inversión?

2.42 Una compañía nueva que fabrica sellos hidráulicos obtuvo un préstamo de $800 000 para expandir sus instalaciones de empaque y envío. El contrato requiere que la compañía pague a los inversionistas por medio de un mecanismo novedoso llamado *faux dividends*, que consiste en una serie de pagos anuales uniformes durante un periodo fijo. Si la compañía pagó $250 000 anuales durante cinco años, ¿cuál fue la tasa de interés por este préstamo?

2.43 La compañía Bessimer Electronics manufactura actuadores dirigibles en una de sus maquiladores en México. La empresa cree que si invierte $24 000 cada año del 1 al 3, evitará pagar $87 360 en el tercer año. Si no hace inversiones anuales, ¿qué tasa de retorno obtendrá?

2.44 Las resinas epóxicas curables con luz ultravioleta se emplean para sellar y cerrar aberturas, y como recubrimientos transparentes. Su jefe leyó un informe enviado por el director de finanzas (CFO) que decía que el valor anual equivalente de dar mantenimiento al equipo de producción de resinas fue de $48 436 durante los últimos cinco años. El informe afirmaba que el costo en el año 1 fue de $42 000, y que aumentó en forma aritmética $4 000 por año. Su jefe pensó que $48 436 era demasiado elevado, de modo que pidió a usted que determinara la tasa de interés con que el CFO hizo sus cálculos. ¿Cuál fue dicha tasa de interés?

Número de años

2.45 La compañía Acme Bricks, de productos de mampostería, quiere contar con $600 000 para invertirlos en nuevas bandas, camiones y otros equipos. Si aparta $80 000 cada año en una cuenta que paga 15% anual, ¿cuántos años requerirá Acme para comprar el equipo?

2.46 Un ingeniero que planea su jubilación tenía $1.6 millones en su portafolios de inversión; no obstante, una fuerte recesión hizo que disminuyera su valor a sólo 55% de su valor original, de modo que siguió trabajando. Si pudiera invertir su dinero con una tasa de retorno de 9% anual cuando terminara la recesión, ¿cuántos años tardaría en recuperar el valor de $1.6 millones?

2.47 Usted posee una compañía pequeña de consultoría en ingeniería. Si invierte $200 000 de la empresa en un ducto de gas natural que se espera genere un ingreso de $29 000 anuales, ¿cuánto tiempo y con qué tasa debe producir el yacimiento a fin de recuperar la inversión más una tasa de retorno de 10% anual?

2.48 Una ingeniera previsora comenzó a ahorrar hace 15 años para su jubilación, apartando con diligencia $18 000 cada año hasta el día de hoy. Invirtió en acciones que promediaron una tasa de retorno de 12% en dicho periodo. Si hace la misma inversión anual y logra la misma tasa de retorno en el futuro, ¿cuánto tiempo habrá transcurrido después de hoy (momento cero) antes de que tenga $1 500 000 en su fondo de retiro?

2.49 Un graduado de ingeniería mecánica que desea tener su propio negocio obtuvo un préstamo de $350 000 de su papá como capital inicial. Como son familiares, su progenitor cobró un interés de sólo 4% anual. Si el ingeniero pudo pagarle $15 000 en el año 1, $36 700 en el año 2 y cantidades que *aumentan* $21 700 cada año, ¿cuánto tiempo se tardará el ingeniero en saldar el préstamo?

2.50 Se espera que los costos de energía de una empresa que se dedica a los recubrimientos en polvo de muebles de uso exterior aumenten a razón de $400 anuales. Se espera que el costo al final del año siguiente (año 1) sea de $13 000. ¿Cuántos años después de hoy se requerirán antes de que el costo anual equivalente sea de $16 000 por año si la tasa de interés es de 8% anual?

2.51 Al limpiar ciertos archivos que dejó el ingeniero que lo antecedió en el puesto, usted descubrió un informe antiguo que tenía un cálculo del valor presente de ciertos costos de mantenimiento de autopistas estatales. El informe contenía la siguiente ecuación (con costos en $1 millón):

$$12\{1 - [(1 + 0.03)/(1 + 0.06)]^x\}/(0.06 - 0.03) = 140$$

El valor de x en el cálculo no podía leerse. ¿Cuál era dicho valor?

2.52 El valor anual equivalente de un gradiente aritmético en aumento es de $135 300. Si el flujo de efectivo en el año 1 es de $35 000 y el gradiente es de $19 000, ¿cuál es el valor de n con una tasa de interés de 10% anual?

2.53 Le informaron que el valor presente de un gradiente geométrico que aumenta es de $88 146. Si el flujo de efectivo en el año 1 es de $25 000 y el gradiente aumenta 18% anual, ¿cuál es el valor de n? La tasa de interés es de 10% anual.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

2.54 La cantidad de dinero que Diamond Systems puede gastar hoy por mejorar su productividad, en lugar de dedicar $30 000 dentro de tres años con una tasa de interés de 12%, es la cifra más cercana a:

a) $15 700
b) $17 800
c) $19 300
d) $21 350

2.55 Una empresa manufacturera gastó $30 000 en una nueva banda transportadora. Si ésta permitió ahorros de $4 200 por año, el tiempo que se tardaría la empresa en recuperar su inversión con 8% anual es la cifra más cercana a:

a) Menos de nueve años
b) De nueve a 10 años
c) De 11 a 12 años
d) Más de 12 años

2.56 Levi Strauss tiene un contrato con U.S. Garment Corp. para fabricar ciertos pantalones lavados "con piedra". Si el costo de operación de U.S. Garment por máquina es de $22 000 para el año 1 y se incrementa de manera constante $1 000 por año hasta el año 5, ¿cuál es el costo anual equivalente uniforme por máquina para los cinco años con una tasa de interés de 8% anual?

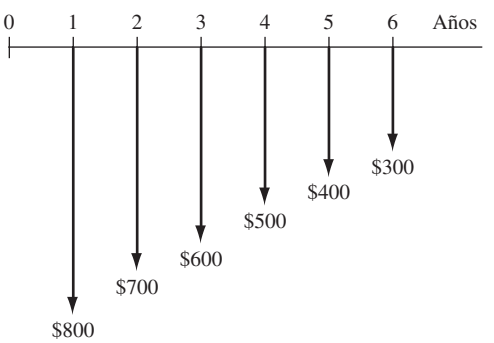
a) $23 850
b) $24 650
c) $25 930
d) Más de $26 000

2.57 Los valores F/G se obtienen al multiplicar:

a) (P/F) y valores del factor (A/G)
b) (F/P) y valores del factor (A/G)
c) (P/F) y valores del factor (P/G)
d) (F/P) y valores del factor (P/G)

2.58 Con $i = 4\%$ anual, el valor de A para los años 1 a 6 de los flujos de efectivo siguientes es el más cercano a:

a) $300
b) $560
c) $800
d) $1 040



2.59 El valor del factor $(P/F,i10)$ se obtiene al determinar valores del factor para $(P/F,i,4)$ y $(P/F,i,6)$, y:

a) Sumar los valores de $(P/F,i,4)$ y $(P/F,i,6)$
b) Multiplicar los valores de $(P/F,i,4)$ y $(P/F,i,6)$
c) Dividir el valor de $(P/F,i,6)$ entre el de $(P/F,i,4)$
d) Ninguno de los anteriores

2.60 Una compañía constructora pequeña cuenta con la opción, en algún momento entre el día de hoy y los próximos cuatro años, de comprar una excavadora en $61 000. Si la empresa planea adquirir la máquina dentro de cuatro años con 4% anual, la cantidad equivalente presente que la compañía pagaría por ella estaría muy cerca de:

a) $52 143
b) $65 461
c) $71 365
d) Más de $72 000

2.61 El costo de iluminación y mantenimiento de la chimenea más alta en Estados Unidos (en una refinería de ASARCO) es de $90 000 por año. Con una tasa de interés de 10% anual, el valor presente del mantenimiento es la cifra más cercana a:

a) $1 015 000
b) $894 000
c) $712 000
d) $553 000

2.62 Un entusiasta ingeniero recién graduado planea abrir una empresa de consultoría con un préstamo de $100 000 y una tasa de interés de 10% anual. Los pagos anuales del préstamo para saldarlo en su totalidad en siete años son los más cercanos a:

a) $18 745
b) $20 540
c) $22 960
d) $23 450

2.63 Un ingeniero que creía en "ahorrar ahora y jugar después" quería retirarse con $1.5 millones en 20 años. Con una tasa de interés anual de 10%, para lograr su meta comenzando un año después de hoy el ingeniero debe invertir cada año:

a) $26 190
b) $28 190
c) $49 350
d) $89 680

2.64 El costo de una cerca fronteriza es de $3 millones por milla. Si se considera una vida útil de 10 años, el costo

anual equivalente de una cerca de 10 millas con una tasa de interés de 10% anual es la cifra más cercana a:

a) $3.6 millones
b) $4.2 millones
c) $4.9 millones
d) Más de $5.0 millones

2.65 Una inversión de $75 000 en equipo que reduciría el tiempo de trabajo de cinturones con cierre automático ahorraría $20 000 por año. Con una tasa de interés de 10% anual, el número de años requerido para recuperar la inversión inicial es el más cercano a:

a) Seis años
b) Cinco años
c) Cuatro años
d) Tres años

2.66 El número de años requerido para que una cuenta acumule $650 000 si Ralph deposita en ella $50 000 cada año y la tasa de interés es de 6% anual es el más cercano a:

a) 13 años
b) 12 años
c) 11 años
d) 10 años

2.67 Aero Serve, Inc., manufactura boquillas limpiadoras para colectores de impurezas de pulso inverso. La compañía gastó $40 000 en un sistema de control de la producción que aumentará sus utilidades $13 400 por año durante cinco años. La tasa de retorno anual sobre la inversión es la más cercana a:

a) 20%
b) 18%
c) 16%
d) Menos de 15%

2.68 Los costos de energía para un tratamiento químico verde se incrementaron de manera uniforme durante cinco años. Si el costo en el año 1 era de $26 000 y aumentó $2 000 por año hasta el quinto, el valor presente de los costos con una tasa de interés de 10% anual es lo más cercano a:

a) $102 900
b) $112 300
c) $122 100
d) $195 800

2.69 Al planear su jubilación, usted espera ahorrar $5 000 en el año 1, $6 000 en el año 2 y cantidades que se incrementan $1 000 cada año hasta el vigésimo. Si su inversión gana 10% anual, la cantidad que tendrá al final del periodo de 20 años será la más cercana a:

a) $242 568
b) $355 407
c) $597 975
d) $659 125

2.70 El ingreso por una operación de minería de metales preciosos disminuyó de manera uniforme durante cinco años. Si el ingreso en el año 1 fue de $300 000 y bajó $30 000 anuales hasta el año 4, el valor anual del ingreso con 10% anual es lo más cercano a:

a) $310 500
b) $258 600
c) $203 900
d) $164 800

2.71 Si usted ahorra $5 000 en el año 1, $5 150 en el 2 y cantidades que se incrementan 3% cada año hasta el vigésimo, la cantidad que tendrá al final del año 20 con un interés de 10% anual es la más cercana a:

a) $60 810
b) $102 250
c) $351 500
d) Más de $410 000

ESTUDIO DE CASO

EL TIEMPO PASA, ASÍ COMO LA TASA DE INTERÉS

Antecedentes

Durante la última semana, Sundara leyó sobre diferentes situaciones que implican dinero, tasas de interés y tiempo. Ella se interesó en los efectos principales que tenían el tiempo y las tasas de interés en la cantidad de dinero necesaria para hacer las cosas y el crecimiento tan significativo en la cantidad de dinero cuando transcurría un gran número de años. En todos los casos, el interés se centra en la cantidad de dinero al final del periodo.

Información

A continuación se describen las cuatro situaciones.

A. La isla de Manhattan se adquirió por el equivalente de $24 en 1626; 385 años después, en 2011, con una tasa de 6% compuesto anual, el valor actual debe ser muy grande.
B. A la edad de 22 años, si ahorrase sólo $2 000 por año durante 10 años (comenzando el año próximo) y con un

rendimiento de 6% anual, conforme a los estándares actuales acumularía una buena cantidad a los 70 años de edad.

C. Una corporación invirtió $2 millones en el desarrollo y mercadotecnia de un producto nuevo en 1945 (justo después de la Segunda Guerra Mundial era mucho dinero) y tuvo un flujo de efectivo estable de $300 000 por año durante 65 años. Sundara estimaba que la tasa anual de rendimiento debería ser muy buena, en especial porque ella tendría suerte si lograra ganar 4% anual por sus inversiones actuales.

D. Un amigo que no es bueno con el dinero fue a una tienda de empeños y pidió un préstamo de $200 por una semana y pagó $30 de interés. Sundara pensó que esto sería un buen trato en caso de que necesitara dinero. Sin embargo, no sabía si el interés era simple o compuesto mensualmente, ni cuánto debería si el préstamo no se saldaba al término de un año.

Ejercicios para el estudio de caso

1. ¿Cuál es la tasa de interés anual en cada situación? Incluya tanto las tasas simples como las compuestas para el caso D.
2. Calcule y observe la cantidad total de dinero en cada situación al final del periodo en comparación con la cantidad inicial. ¿Es mayor o menor de lo que esperaba usted antes de hacer los cálculos?
3. Piense en una situación personal parecida a cualquiera de las anteriores. Determine la tasa de interés, el periodo, y las cantidades inicial y final de dinero.

CAPÍTULO 3

Combinación de factores y funciones de hojas de cálculo

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Usar varios factores y funciones de hojas de cálculo para obtener cantidades equivalentes de flujos de efectivo cuya ubicación no es constante.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
3.1	Serie diferida	• Determinar los valores de *P*, *F* o *A* de una serie uniforme que empieza en un momento diferente al periodo 1.
3.2	Series diferidas y flujos de efectivo únicos	• Calcular los valores de *P*, *F* o *A* de una serie diferida y flujos de efectivo únicos colocados al azar.
3.**3**	Gradientes diferidos	• Efectuar cálculos de equivalencia para flujos de efectivo que involucren aumentos o disminuciones de series de gradientes geométricos o aritméticos diferidos.

La mayoría de las series de flujo de efectivo estimadas no se ajusta exactamente a las series para las cuales se desarrollaron los factores, ecuaciones y funciones de hojas de cálculo en el capítulo 2. Para una secuencia de flujos de efectivo dada, suele haber muchas formas correctas de determinar el valor presente equivalente *P*, el valor futuro *F* o el valor anual *A*. En este capítulo se explica cómo combinar los factores de ingeniería económica y las funciones de hojas de cálculo para afrontar situaciones más complejas en el caso de series diferidas uniformes, series de gradiente y flujos de efectivo únicos.

3.1 Cálculos para series uniformes que son diferidas

Cuando una serie uniforme se inicia en un momento diferente del final del periodo 1, se dice que se trata de una **serie diferida**. En este caso pueden utilizarse diversos métodos para encontrar el valor presente equivalente *P*. Por ejemplo, *P* de la serie uniforme de la figura 3-1 puede determinarse por cualquiera de los siguientes métodos:

- Con el factor P/F para encontrar el valor presente de cada desembolso en el año 0 y luego sumarlos.
- Aplicar el factor F/P para determinar el valor futuro de cada desembolso en el año 13, sumarlos y luego calcular el valor presente del total mediante $P = F(P/F,i,13)$.
- Por medio del factor F/A para encontrar la cantidad futura $F = A(F/A,i,10)$ y luego calcular el valor presente mediante $P = F(P/F,i,13)$.
- Mediante el factor P/A para calcular el "valor presente" $P_3 = A(P/A,i,10)$ (que estará en el año 3, no en el año 0), para luego encontrar el valor presente en el año 0 mediante el factor $(P/F,i,3)$.

Por lo común, el último método se utiliza para calcular el valor presente de una serie uniforme que no empieza al final del periodo 1. Para la figura 3-1, el "valor presente" obtenido mediante el factor P/A estaría en el año 3. Esto se muestra como P_3 en la figura 3-2. Observe que un valor *P* siempre se ubica *un año o periodo antes* de la primera cantidad anual. ¿Por qué? Porque el factor P/A se obtuvo con *P* en el periodo 0 y *A* al comienzo del final del periodo 1. El error más común que se comete al trabajar en problemas de este tipo es la ubicación inadecuada de *P*. Por consiguiente, es muy importante recordar que:

Cuando se utiliza el factor P/A, el valor presente siempre está **un periodo antes** de la primera cantidad de la serie uniforme.

Ubicación de *P*

Para determinar un valor futuro, o valor *F*, recuerde que el factor F/A obtenido en la sección 2.3 sitúa el valor *F* en el *mismo* periodo que la última cantidad de la serie uniforme. La figura 3-3 muestra la ubicación del valor futuro cuando se utiliza F/A para los flujos de efectivo de la figura 3-1.

El valor futuro siempre está en el **mismo periodo que la última** cantidad de la serie uniforme al utilizar el factor F/A.

Ubicación de *F*

También es importante recordar que el número de periodos *n* en los factores P/A o F/A es igual al número de valores de la serie uniforme. Puede ser útil *renumerar* el diagrama de flujo de efectivo para evitar errores en el conteo. Las figuras 3-2 y 3-3 muestran la figura 3-1 renumerada para determinar $n = 10$.

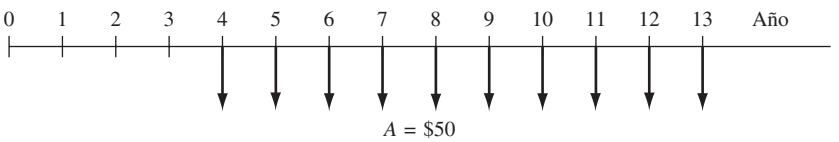


Figura 3-1
Serie uniforme diferida.

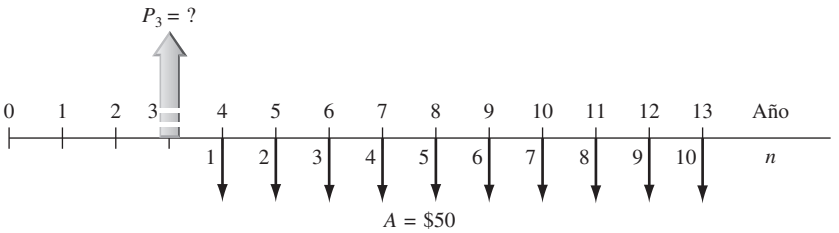


Figura 3-2
Localización del valor presente y renumeración de *n* para la serie uniforme diferida de la figura 3-1.

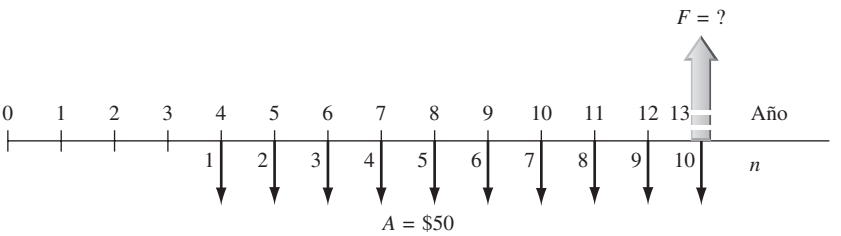


Figura 3-3
Ubicación de F y renumeración de n para la serie uniforme diferida de la figura 3-1.

Como ya se expresó, hay muchos métodos para resolver los problemas con una serie uniforme diferida. Sin embargo, en general es más conveniente emplear los factores de la serie uniforme que factores de cantidad única. Para evitar errores es conveniente seguir algunos pasos específicos:

1. Trace un diagrama de los flujos de efectivo positivo y negativo.
2. Ubique el valor presente o el valor futuro de cada serie en el diagrama de flujo de efectivo.
3. Determine n para cada serie mediante la renumeración del diagrama de flujo de efectivo.
4. Trace otro diagrama de flujo de efectivo que represente el flujo de efectivo equivalente deseado.
5. Plantee y resuelva las ecuaciones.

Estos pasos se ilustran a continuación.

EJEMPLO 3.1

El grupo de diseños marinos de Bechtel acaba de comprar un nuevo programa de diseño asistido por computadora (CAD) con $5 000 de pago inicial, y pagos anuales de $500 por año durante seis años empezando tres años a partir de ahora para actualizaciones anuales. ¿Cuál es el valor presente en el año 0 de los pagos si la tasa de interés es de 8% anual?

Solución

En la figura 3-4 se muestra el diagrama de flujo de efectivo. En todo este capítulo se emplea el símbolo P_A para simbolizar el valor presente de una serie anual uniforme A, y P'_A representa el valor presente en un momento diferente del periodo 0. Asimismo, P_T representa el valor total presente en el tiempo 0. También se indican la ubicación correcta de P'_A y la renumeración del diagrama para obtener n. *Observe que P'_A está ubicado en el año 2, no en el año 3. Además, $n = 6$, no 8, para el factor P/A.* Primero se debe encontrar el valor de P'_A de la serie diferida.

$$P'_A = \$500(P/A,8\%,6)$$

Como P'_A está ubicado en el año 2, es necesario encontrar P_A en el año 0.

$$P_A = P'_A(P/F,8\%,2)$$

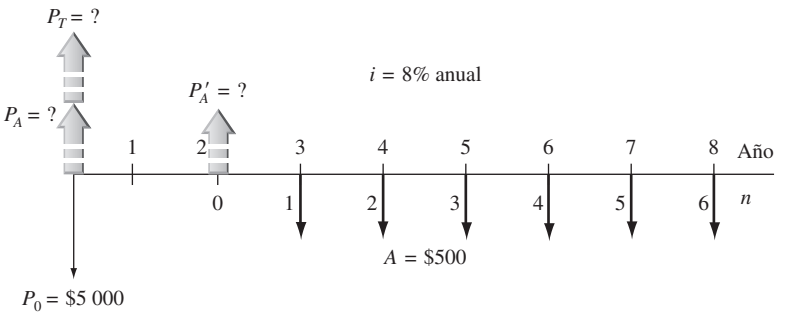


Figura 3-4
Diagrama de flujo de efectivo con colocación de valores P, ejemplo 3.1.

El valor presente total se determina sumando P_A y el pago inicial P_0 en el año 0.

$$\begin{aligned} P_T &= P_0 + P_A \\ &= 5\,000 + 500(P/A,8\%,6)(P/F,8\%,2) \\ &= 5\,000 + 500(4.6229)(0.8573) \\ &= \$6\,981.60 \end{aligned}$$

Cuanto más se complique la serie de flujo de efectivo, más útiles resultan las funciones de la hoja de cálculo. Cuando la serie uniforme *A* está diferida, *P* se determina con la función VPN, y el valor equivalente *A,* con la función PAGO. La función VPN, como la función VA, determina los valores *P*, aunque VPN puede manipular directamente de las celdas cualquier combinación de flujos de efectivo. Como vimos en el capítulo 2, se deben introducir los flujos de efectivo netos en celdas contiguas (columnas o filas), asegurándose de ingresar "0" para todos los flujos de efectivo que sean igual a cero. Use el formato

VPN (*i*%,segunda_celda:última_celda) + primera_celda

Primera_celda contiene el flujo de efectivo para el año 0 y debe enlistarse por separado para que VPN la tome en consideración correctamente para el valor del dinero en el tiempo. El flujo de efectivo en el año 0 puede ser 0.

El camino más sencillo para encontrar una *A* equivalente durante *n* años para una serie diferida es la función PAGO, donde el valor *P* se toma de la función VPN anterior. El formato es el mismo que ya vimos; la entrada para *P* es una referencia de celda, no un número.

PAGO(*i*%,*n*,celda_con_*P*,*F*)

Asimismo, se utiliza la misma técnica cuando se obtiene un valor *F* con la función VF. Ahora la última entrada en PAGO es "celda_con_*F*".

Por suerte, todo parámetro en una función de una hoja de cálculo es en sí mismo una función. Así, es posible escribir la función PAGO en una celda individual al insertar la función VPN (y la función VF, si es necesario). El formato es

PAGO(*i*%,*n*,VPN (*i*%,segunda_celda:última_celda) + primera_celda,F) **(3.1)**

Desde luego, la respuesta para *A* es la misma para la operación de dos celdas o para una función insertada de una celda individual. Estas tres funciones se aplican en el ejemplo 3.2.

EJEMPLO 3.2

La recalibración de dispositivos sensibles de medición cuesta $8 000 al año. Si la máquina se recalibrará durante seis años, a partir del tercer año de la compra, calcule la serie uniforme equivalente de ocho años con 16% anual. Demuestre las soluciones a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

Las figuras 3-5*a*) y *b*) muestran los flujos de efectivo originales y el diagrama deseado equivalente. Para convertir la serie diferida de $8 000 en una serie uniforme equivalente durante todos los periodos, primero convierta la serie uniforme en una cantidad de valor presente o de valor futuro. Luego utilice el factor A/P o el factor A/F. Aquí se presentarán ambos métodos.

Método del valor presente. (Consulte la figura 3-5*a*). Calcule P'_A para la serie diferida en el año 2 y P_T en el año 0. En la serie *A* hay seis años.

$$P'_A = 8\,000(P/A,16\%,6)$$
$$P_T = P'_A\,(P/F,16\%,2) = 8\,000(P/A,16\%,6)(P/F,16\%,2)$$
$$= 8\,000(3.6847)(0.7432) = \$21\,907.75$$

La serie equivalente A' *para ocho años* se determina ahora mediante el factor A/P.

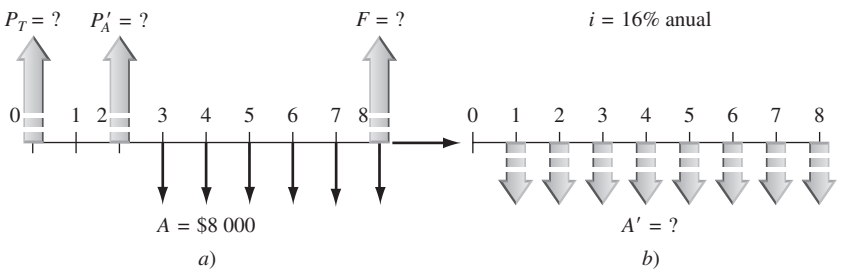
$$A' = P_T(A/P,16\%,8) = \$5\,043.60$$

Método del valor futuro. (Consulte la figura 3-5*a*). Primero calcule el valor futuro *F* en el año 8.

$$F = 8\,000(F/A,16\%6) = \$71\,820$$

Ahora, con el factor A/F se obtiene A' durante los ocho años.

$$A' = F(A/F,16\%,8) = \$5\,043.20$$



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Año	Flujo de efectivo					
3	0	0					
4	1	0		(1) Obtención de A con PAGO y P			
5	2	0		-$5,043.49	= − PAGO(16%,8,B12)		
6	3	-$8,000					
7	4	-$8,000		(2) Obtención de A con la función VPN insertada			
8	5	-$8,000		-$5,043.49			
9	6	-$8,000					
10	7	-$8,000					
11	8	-$8,000					
12	Valor P	-$21,906.87		= − PAGO(16%,8,VPN(16%,B4:B11) + B3			
13							
14							
15		= VPN(16%,B4:B11) + B3					
16							

Figura 3-5
Diagramas de flujo de efectivo *a*) original y *b*) equivalente; y *c*) funciones de hoja de cálculo para determinar *P* y *A*, ejemplo 3.2.

Solución con hoja de cálculo

(Consulte la figura 3-5*c*). Ingrese los flujos de efectivo de la celda B3 a la B11 con entradas de "0" en las primeras tres celdas. Use la función VPN, que arrojará $P = \$21\,906.87$.

Existen dos formas de obtener la *A* equivalente a lo largo de ocho años. Desde luego, sólo necesita ingresarse una de estas funciones PAGO. (1) Ingrese la función PAGO haciendo referencia directa al valor *VPN* (véase la etiqueta de la celda para D/E5), o (2) utilice la ecuación (3.1) para insertar la función VPN en la función PAGO (véase la etiqueta de la celda para D/E8).

3.2 Cálculos con series uniformes y cantidades únicas colocadas aleatoriamente ●●●

Cuando un flujo de efectivo incluye tanto una serie uniforme como cantidades únicas colocadas aleatoriamente, se aplican los procedimientos de la sección 3.1 a la serie uniforme, y las fórmulas de cantidad única, a los flujos de efectivo que se realizan de una vez. Tal procedimiento, ilustrado en los ejemplos 3.3 y 3.4, es sólo una combinación de los anteriores. Para soluciones con hoja de cálculo, es necesario ingresar los flujos de efectivo netos antes de usar la función VPN o alguna otra.

EJEMPLO 3.3

Una compañía de ingeniería en Wyoming que posee 50 hectáreas de tierra de alto valor decidió arrendar los derechos sobre los minerales en su propiedad a una empresa minera. Su objetivo principal es obtener un ingreso de inversión de largo plazo para financiar proyectos venideros en seis y 16 años a partir del momento actual. La compañía propone que la empresa minera pague $20 000 anuales durante 20 años a partir del año siguiente, más $10 000 dentro de seis años y $15 000 dentro de 16 años. Si la empresa minera desea liquidar su arrendamiento de inmediato, ¿cuánto debe pagar ahora si la inversión va a generar 16% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 3-6 desde la perspectiva del propietario. Encuentre el valor presente de la serie uniforme de 20 años y agréguelo al valor presente de las dos cantidades únicas para determinar P_T.

$$P_T = 20\,000(P/A,16\%,20) + 10\,000(P/F,16\%,6) + 15\,000(P/F,16\%,16)$$
$$= \$124\,075$$

Observe que la serie uniforme de $20 000 empieza al final del año 1, de manera que el factor P/A determina el valor presente en el año 0.

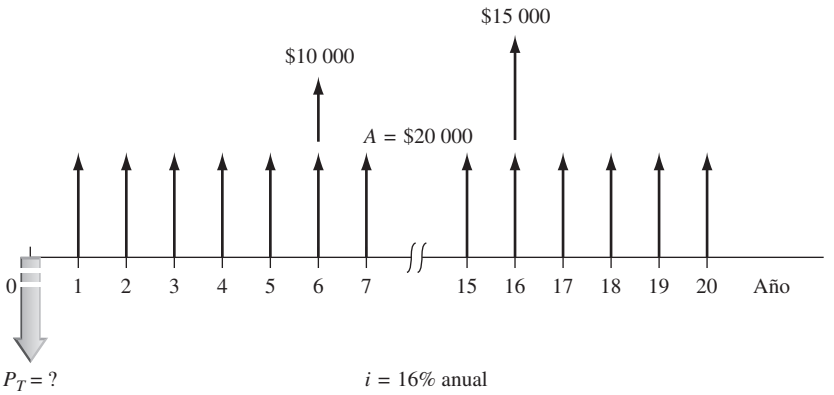


Figura 3-6
Diagrama que incluye una serie uniforme y cantidades únicas, ejemplo 3.3.

Cuando usted calcula el valor A para series de flujo de efectivo que incluyen cantidades únicas colocadas aleatoriamente y series uniformes, **primero convierta todo a un valor presente o a un valor futuro**. Luego obtenga el valor de A al multiplicar P o F por el factor apropiado A/P o A/F. El ejemplo 3.4 ilustra este procedimiento.

EJEMPLO 3.4

Una compañía de ingeniería de diseño, construcción y operación con sede en Texas posee una gran cantidad de terreno para arrendar los derechos de perforación (sólo petróleo y gas) a una empresa minera y de prospección. El contrato requiere que la compañía minera pague $20 000 durante 20 años a partir del tercer año (es decir, al comienzo del año 3 y hasta el año 22) más $10 000 dentro de 6 años y $15 000 dentro de 16 años. Utilice las relaciones de ingeniería económica a mano y de hoja de cálculo para determinar los cinco *valores equivalentes* listados a continuación con 16% anual.

1. Valor presente total P_T en el año 0
2. Valor futuro F en el año 22
3. Serie anual a lo largo de los 22 años
4. Serie anual durante los primeros 10 años
5. Serie anual durante los últimos 12 años

Solución a mano

La figura 3-7 presenta los flujos de efectivo con los valores equivalentes P y F indicados en los años correctos para los factores P/A, P/F y F/A.

1. ***P_T* en el año 0:** Primero determine P'_A de la serie en el año 2. Entonces P_T es la suma de los tres valores P: el monto del valor presente de la serie colocado de vuelta en $t = 0$ con el factor P/F, y los dos valores P en $t = 0$ para las dos cantidades individuales en los años 6 y 16.

$$P'_A = 20\,000(P/A,16\%,20)$$
$$P_T = P'_A(P/F,16\%,2) + 10\,000(P/F,16\%,6) + 15\,000(P/F,16\%,16)$$
$$= 20\,000(P/A,16\%,20)(P/F,16\%,2) + 10\,000(P/F,16\%,6) + 15\,000(P/F,16\%,16)$$
$$= \$93\,625 \quad (3.2)$$

2. ***F* en el año 22:** Para calcular F en el año 22 a partir de los flujos de efectivo originales (figura 3-7), encuentre F para la serie de 20 años y sume los valores de F para las dos cantidades individuales. Asegúrese de determinar cuidadosamente los valores n para las cantidades individuales: $n = 22 - 6 = 16$ para la cantidad de \$10 000 y $n = 22 - 16 = 6$ para la cantidad de \$15 000.

$$F = 20\,000(F/A,16\%,20) + 10\,000(F/P,16\%,16) + 15\,000(F/P,16\%,6) \quad (3.3)$$
$$= \$2\,451\,626$$

3. ***A* durante 22 años:** Multiplique $P_T = \$93\,625$ del punto (1) anterior por el factor A/P para determinar una serie equivalente A de 22 años, la cual denominamos aquí $A_{1–22}$.

$$A_{1–22} = P_T(A/P,16\%,22) = 93\,625(0.16635) = \$15\,575 \quad (3.4)$$

Otra manera de determinar la serie de 22 años es emplear el valor F del punto (2) anterior. En este caso, el cálculo es $A_{1–22} = F(A/F,16\%,22) = \$15\,575$.

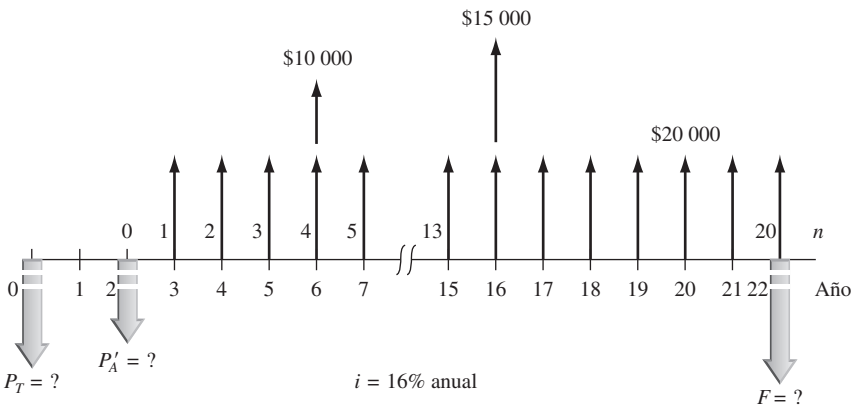


Figura 3-7
Diagrama para el ejemplo 3.4.

4. ***A* de los años 1 a 10:** Éste y el punto (5) que sigue son casos especiales y frecuentes en los estudios de ingeniería económica. La serie equivalente A se calcula para un diferente número de años del cubierto por los flujos de efectivo originales. Esto ocurre cuando para el análisis se establecen *periodos de estudio* u *horizontes de planeación* definidos. (Más adelante se examinan con mayor detalle los periodos de estudio.) Para determinar la serie equivalente A de los años 1 a 10 exclusivamente (sea $A_{1–10}$) *se debe usar el valor* P_T con el factor A/P para $n = 10$. Este cálculo transforma la figura 3-7 en la serie equivalente $A_{1–10}$ de la figura 3-8*a*).

$$A_{1–10} = P_T(A/P,16\%,10) = 93\,625(0.20690) = \$19\,371 \quad (3.5)$$

5. ***A* de los años 11 a 22:** Para la serie equivalente de 12 años, de los años 11 a 22 (sea $A_{11–22}$), *se debe usar el valor* F con el factor A/F para 12 años. Esto transforma la figura 3-7 en la serie de 12 años $A_{11–22}$ de la figura 3-8*b*).

$$A_{11–22} = F(A/F,16\%,12) = 2\,451\,626(0.03241) = \$79\,457 \quad (3.6)$$

Advierta la enorme diferencia de más de \$60 000 en las cantidades anuales equivalentes que ocurren cuando se permite que el valor presente de \$93 625 sea compuesto a 16% anual durante los primeros 10 años. Ésta es otra demostración del valor del dinero en el tiempo.

Solución con hoja de cálculo

La figura 3-9 es la imagen de una hoja de cálculo con respuestas a las cinco preguntas. La serie de \$20 000 y las dos cantidades individuales se ingresaron en columnas separadas, B y C. También se ingresaron todos los valo-

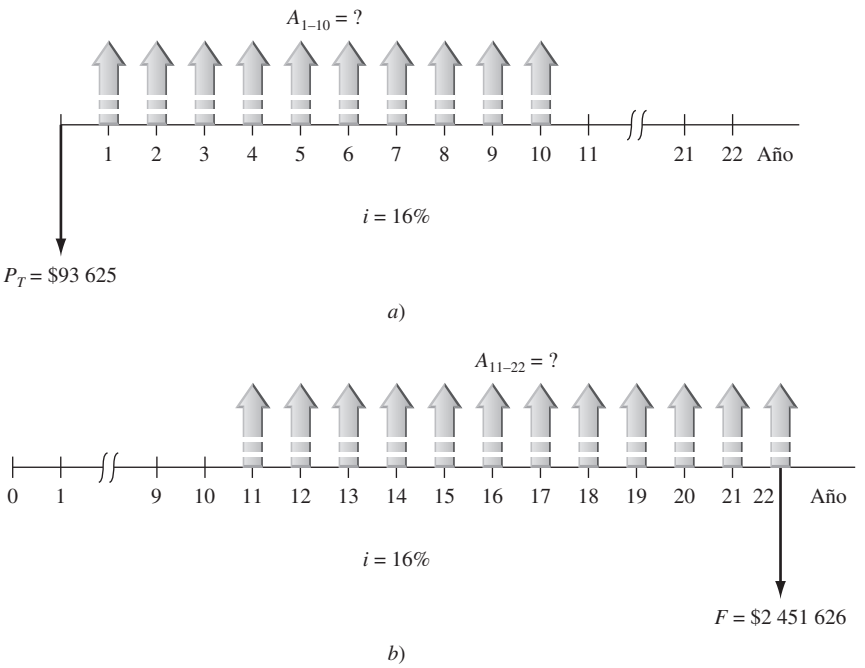


Figura 3-8
Flujos de efectivo de la figura 3-7 convertidos a series uniformes equivalentes para *a*) años 1 a 10 y *b*) años 11 a 22.

	A	B	C	D	E	F
1		Tasa de interés		16.00%		
2						
3		Flujos de efectivo		Valor	Función de la hoja de cálculo para	
4	Año	Serie	Único	calculado	obtener el resultado en la columna F	Resultado
5	0	0	0	Valor presente		
6	1	0	0	de la serie	`= VPN (D1,B6:B27) + B5	$88,122
7	2	0	0			
8	3	$ 20,000	0			
9	4	$ 20,000	0	Valor presente de		
10	5	$ 20,000	0	los flujos únicos	`= VPN (D1,C6:C27) + C5	$5,500
11	6	$ 20,000	$ 10,000			
12	7	$ 20,000	0			
13	8	$ 20,000	0			
14	9	$ 20,000	0	1. Valor presente	`= F6 + F10	$93,622
15	10	$ 20,000	0	total	`= VPN (D1,B6:B27) + VPN (D1,C6:C27)	$93,622
16	11	$ 20,000	0			
17	12	$ 20,000	0	2. Valor futuro		
18	13	$ 20,000	0	total	`= VF (D1,22,0,-F14)	$2,451,821
19	14	$ 20,000	0			
20	15	$ 20,000	0	3. Serie anual		
21	16	$ 20,000	$ 15,000	durante 22 años	`= PAGO (D1,22,-F14)	$15,574
22	17	$ 20,000	0			
23	18	$ 20,000	0	4. Serie anual para los		
24	19	$ 20,000	0	primeros 10 años	`= PAGO (D1,10,-F14)	$19,370
25	20	$ 20,000	0			
26	21	$ 20,000	0	5. Serie anual para		
27	22	$ 20,000	0	los últimos 12 años	`= PAGO (D1,12,0,-F18)	$79,469

Figura 3-9
Hoja de cálculo con el formato de referencia de celdas, ejemplo 3.4.

res cero del flujo de efectivo de modo que las funciones trabajen correctamente. Éste es un excelente ejemplo que demuestra la versatilidad de las funciones VPN, VF y PAGO. Al prepararse para el análisis de sensibilidad, las funciones se desarrollan con el formato de referencia de celdas o variables globales, como se indica en las etiquetas de las celdas, lo cual significa que virtualmente cualquier número —tasa de interés, cualquier flujo de efectivo estimado en la serie o en las cantidades individuales, y el tiempo oportuno dentro del marco de 22 años— puede cambiarse y las nuevas respuestas se desplegarán de inmediato.

1. Las cantidades de valor presente para la serie y las cantidades individuales se determinan en las celdas F6 y F10, respectivamente, con la función VPN. La suma de éstas en F14 es P_T = $93 622, lo cual corresponde al valor de la ecuación (3.2). P_T se determina también en forma directa al sumar las dos funciones VPN, que aparecen en la fila 15.
2. La función VF en la fila 18 utiliza el valor *P* en F14 (precedido por un signo de resta) para determinar *F* 22 años más tarde. Esto es significativamente más sencillo que la ecuación (3.3).
3. Para encontrar la serie *A* durante 22 años a partir del año 1, la función PAGO en la fila 21 hace referencia al valor *P* en la celda F14. Éste es en efecto el mismo procedimiento de la ecuación (3.4) para obtener $A_{1–22}$.

Para los entusiastas de las hojas de cálculo, es posible encontrar directamente el valor de la serie *A* para 22 años en la celda E21 mediante la función PAGO con funciones VPN insertadas. El formato para la referencia de celdas es = PAGO(D1,22,−(VPN (D1,B6:B27)+B5 + VPN (D1,C6:C27)+C5)).

4. y 5. Es muy sencillo determinar una serie uniforme equivalente a lo largo de cualquier número de periodos con una hoja de cálculo, siempre y cuando la serie inicie un periodo después de donde se ubique el valor *P* o termine en el mismo periodo en donde se ubica el valor *F*. Estas dos declaraciones son ciertas para las series consideradas en esta sección. Los resultados en F24 y F27 son los mismos que para $A_{1–10}$ y $A_{11–12}$ en las ecuaciones (3.5) y (3.6), respectivamente.

Comentario

Recuerde que siempre habrá cierto **error de redondeo** al comparar los resultados obtenidos a mano y con hoja de cálculo. Las funciones de la hoja de cálculo llevan más lugares decimales que las tablas. Además, se debe ser muy cuidadoso al construir las funciones en la hoja de cálculo. Es fácil errar un valor, como los de *P* o *F* en las funciones PAGO y VF, o un signo de resta entre las entradas. Siempre verifique con cuidado las entradas de la función antes de presionar <Enter>.

3.3 Cálculos para gradientes diferidos ●●●

En la sección 2.5 se derivó la relación $P = G(P/G,i,n)$ para calcular el valor presente de la serie **gradiente aritmético**. Se obtuvo el factor P/G, ecuación (2.25), para un valor presente en el año 0 con el primer gradiente en el año 2.

Ubicación del gradiente *P*

El valor presente de un **gradiente aritmético** siempre se ubica **dos periodos antes de que el gradiente empiece**.

Consulte la figura 2-14 para recordar los diagramas de flujo de efectivo.

En la sección 2.5 también se obtuvo la relación $A = G(A/G,i,n)$. El factor A/G en la ecuación (2.27) desarrolla la transformación de equivalencia de un **gradiente sólo** dentro de una serie *A* desde los años 1 hasta *n* (figura 2-15). Recuerde que la cantidad base debe tratarse por separado. Luego se suman los valores equivalentes *P* o *A* para obtener el valor presente total equivalente, P_T, y la serie anual total, A_T.

Una serie de gradiente convencional empieza entre los periodos 1 y 2 de una secuencia de flujo de efectivo. Un gradiente que inicia en algún otro momento se denomina **gradiente diferido**. El valor *n* en los factores P/G y A/G para un gradiente diferido se determina mediante la renumeración de la escala de tiempo. El periodo donde *aparece por primera vez el gradiente se etiqueta como periodo 2*. El valor *n* para el factor gradiente se determina por medio del periodo renumerado cuando ocurre el último aumento de gradiente.

Fraccionar la serie de flujo de efectivo en la serie gradiente aritmético y el resto de los flujos de efectivo aclara en gran medida cuál debe ser el valor *n* del gradiente. El ejemplo 3.5 ilustra dicho fraccionamiento.

EJEMPLO 3.5

Fujitsu, Inc., estimó el costo promedio de inspección de una línea de ensamble robotizada para ocho años. Los costos promedio se establecieron en $100 por unidad completada para los primeros cuatro años, pero aumentaron consistentemente $50 por unidad en cada uno de los últimos cuatro años. Analice el aumento del gradiente mediante el factor P/G. ¿Dónde se ubica el valor presente para el gradiente? ¿Cuál es la relación general para calcular el valor presente total en el año 0?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo de la figura 3-10*a*) muestra la cantidad base $A = \$100$ y el gradiente aritmético $G = \$50$ que comienza entre los periodos 4 y 5. En la figura 3-10*b*) y *c*) se fraccionan estas dos series. El gradiente del año 2 se colocó en el año 5 de toda la secuencia en la figura 3-10*c*). Es claro que $n = 5$ para el factor P/G. La flecha de $P_G = ?$ se ubica de manera correcta en el gradiente del año 0, que es el año 3 en la serie de flujos de efectivo.

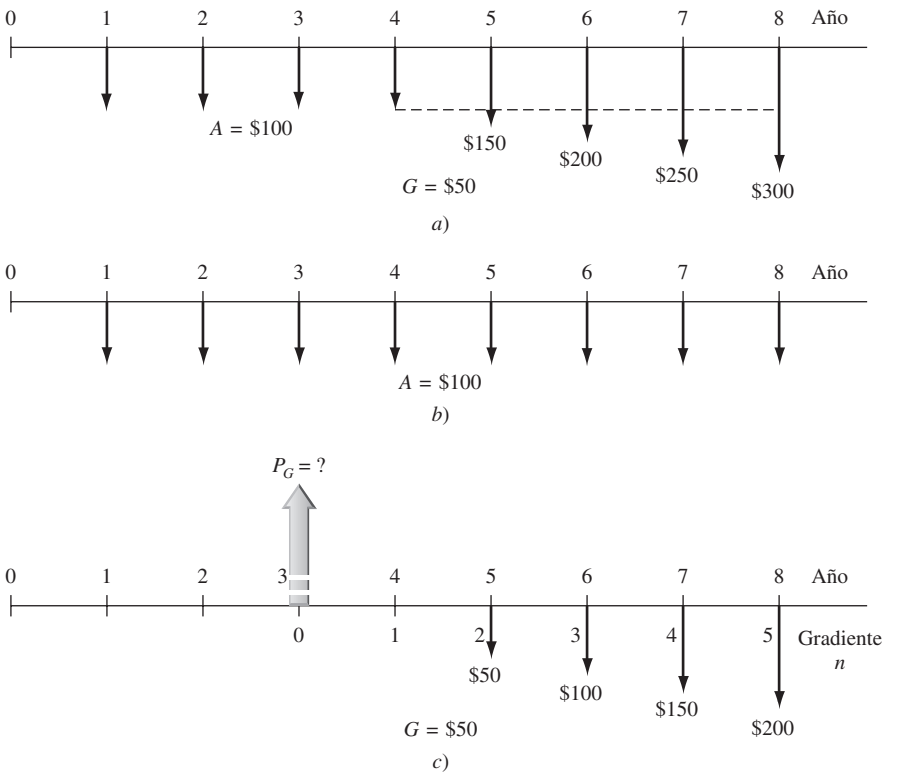


Figura 3-10
Flujo de efectivo fraccionado, *a*) = *b*) + *c*), ejemplo 3.5.

La relación general para P_T se tomó de la ecuación (2.19). La serie uniforme $A = \$100$ ocurre para los ocho años completos, y el valor presente del gradiente $G = \$50$ aparece en el año 3.

$$P_T = P_A + P_G = 100(P/A,i,8) + 50(P/G,i,5)(P/F,i,3)$$

Es importante observar que el factor A/G *no puede* utilizarse para encontrar un valor A equivalente en los periodos 1 a n para flujos de efectivo que impliquen un gradiente diferido. Considere el diagrama de flujo de efectivo de la figura 3-11. Para hallar la serie anual equivalente durante los años 1 a 10 sólo para la serie gradiente, es necesario encontrar primero el valor presente P_G del gradiente en el año real 5, retornar este valor presente al año 0 y luego anualizar el valor presente para 10 años con el factor A/P. Si se aplica directamente el factor gradiente de serie anual ($A/G,i,5$), el gradiente se convierte en una serie anual equivalente sólo de los años 6 a 10, no de los años 1 a 10, según se pidió.

Para encontrar la serie equivalente *A* de un gradiente diferido a lo largo de todos los periodos *n*, primero encuentre el valor presente del gradiente en el momento actual 0, y luego aplique el factor (*A/P,i,n*).

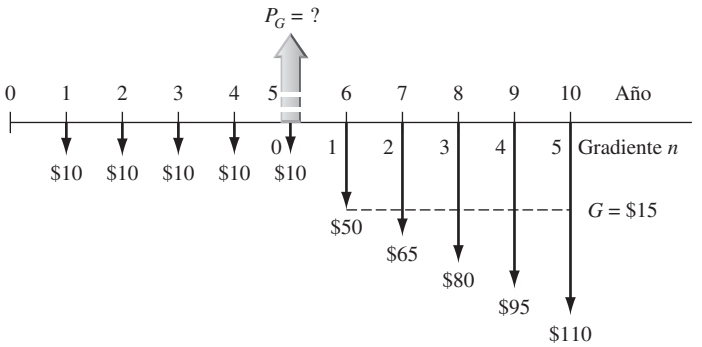


Figura 3-11
Determinación de valores G y n usados en los factores para un gradiente diferido.

EJEMPLO 3.6

Establezca las relaciones de ingeniería económica para calcular la serie anual equivalente, en los años 1 a 7, para el flujo de efectivo estimado en la figura 3-12.

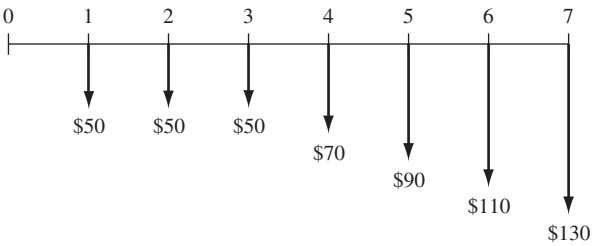


Figura 3-12
Diagrama de un gradiente diferido, ejemplo 3.6.

Solución

La cantidad base de la serie anual es $A_B = \$50$ para los siete años (figura 3-13). Encuentre el valor presente P_G en el año real 2 del gradiente de \$20 que inicia en el año real 4. El gradiente n es 5.

$$P_G = 20(P/G,i,5)$$

Retorne el valor presente del gradiente hacia el verdadero año 0.

$$P_0 = P_G(P/F,i,2) = 20(P/G,i,5)(P/F,i,2)$$

Anualice el valor presente del gradiente desde el año 0 hasta el año 7 para obtener A_G.

$$A_G = P_0(A/P,i,7)$$

Por último, sume la cantidad base al gradiente de la serie anual.

$$A_T = 20(P/G,i,5)(P/F,i,2)(A/P,i,7) + 50$$

Para una hoja de cálculo, ingrese los flujos de efectivo originales en las celdas adyacentes, B3 a B10 por ejemplo, y use una función VPN insertada en la función PAGO. La función de celda individual es = PAGO(*i*%,7, − VPN (*i*%,B3:B10)).

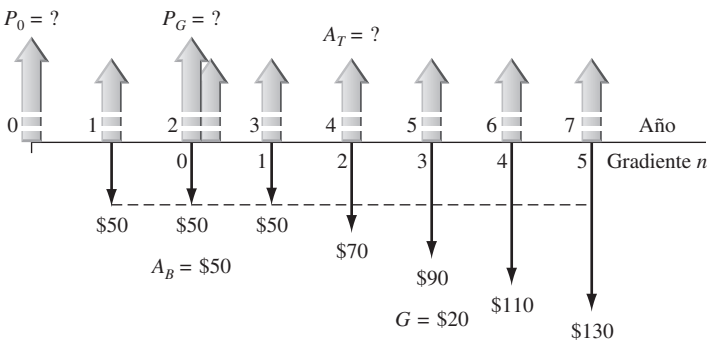


Figura 3-13
Diagrama para determinar *A* en un gradiente diferido, ejemplo 3.6.

En la sección 2.6 se obtuvo la relación $P_g = A_1(P/A,g,i,n)$ para determinar el valor presente de una serie de **gradiente geométrico**, que incluye la cantidad inicial A_1. El factor se obtuvo para encontrar el valor presente en el año 0, con A_1 en el año 1 y el primer gradiente en el año 2.

Ubicación del gradiente *P*

El valor presente de una **serie de gradiente geométrico** siempre se ubicará **dos periodos antes de que comience el gradiente**, y la **cantidad inicial se incluye** en el valor presente resultante. Consulte la figura 2-21 para recordar los flujos de efectivo.

La ecuación (2.35) es la fórmula para el factor. No hay tablas para ella.

EJEMPLO 3.7

Los ingenieros químicos de una planta de Coleman Industries en el medio oeste determinaron que una pequeña cantidad de un aditivo químico recién adquirido aumenta 20% la repelencia del agua de las tiendas de campaña Coleman. El gerente de la planta negoció la compra del aditivo en un contrato de cinco años a $7 000 anuales, a partir del año siguiente; espera que el precio anual aumente 12% por año desde entonces y durante los siguientes ocho. Además, se realiza ahora una inversión inicial de $35 000 para preparar un sitio adecuado en donde el proveedor entregue el aditivo. Use $i = 15\%$ para determinar el valor presente total equivalente de todos estos flujos de efectivo.

Solución

La figura 3-14 presenta los flujos de efectivo. El valor presente total P_T se encuentra con $g = 0.12$ e $i = 0.15$. Las ecuaciones (2.34) y (2.35) sirven para determinar el valor presente P_g de toda la serie geométrica en el año real 4, el cual se desplaza al año 0 mediante $(P/F,15\%,4)$.

$$\begin{aligned} P_T &= 35\,000 + A(P/A,15\%,4) + A_1(P/A,12\%,15\%,9)(P/F,15\%,4) \\ &= 35\,000 + 7\,000(2.8550) + \left[7\,000\,\frac{1-(1.12/1.15)^9}{0.15-0.12}\right](0.5718) \\ &= 35\,000 + 19\,985 + 28\,247 \\ &= \$83\,232 \end{aligned}$$

Advierta que $n = 4$ en el factor $(P/A,15\%,4)$ porque $7 000 en el año 5 es el flujo de efectivo de la cantidad inicial A_1.

Para la solución con una hoja de cálculo, ingrese los flujos de efectivo de la figura 3-14. Si se usan las celdas B1 a B14, la función para encontrar $P = $83 230 es

VPN (15%,B2:B14)+B1

El modo más rápido de ingresar la serie geométrica es anotar $7 000 para el año 5 (en la celda B6) y establecer que cada celda sucesiva se multiplique por 1.12 para el aumento de 12%.

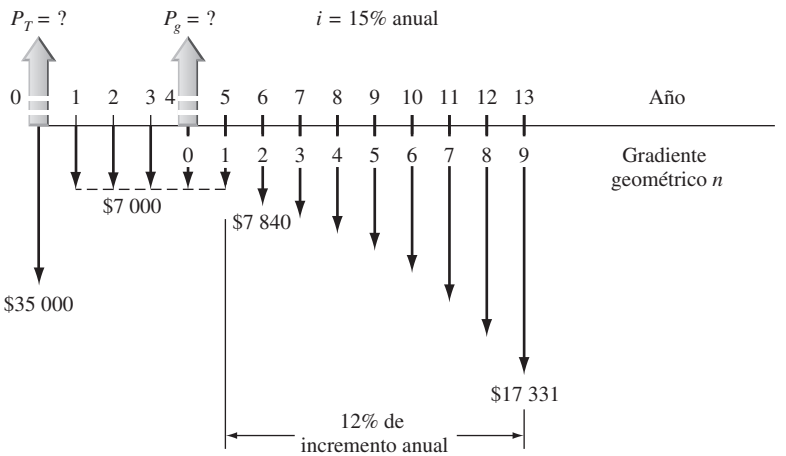


Figura 3-14
Diagrama de flujo de efectivo que incluye un gradiente geométrico con $g = 12\%$, ejemplo 3.7.

Los **gradientes decrecientes aritméticos y geométricos** son muy comunes, y es frecuente que se trate de **series gradientes diferidas**. Es decir, el gradiente constante es $-G$ o el porcentaje de cambio es $-g$ de un periodo al siguiente, y el aspecto inicial del gradiente es en algún periodo (año) distinto del año 2 de la serie. Los cálculos de equivalencia para el valor presente P y el valor anual A son básicamente los mismos que los estudiados en el capítulo 2, excepto por lo siguiente.

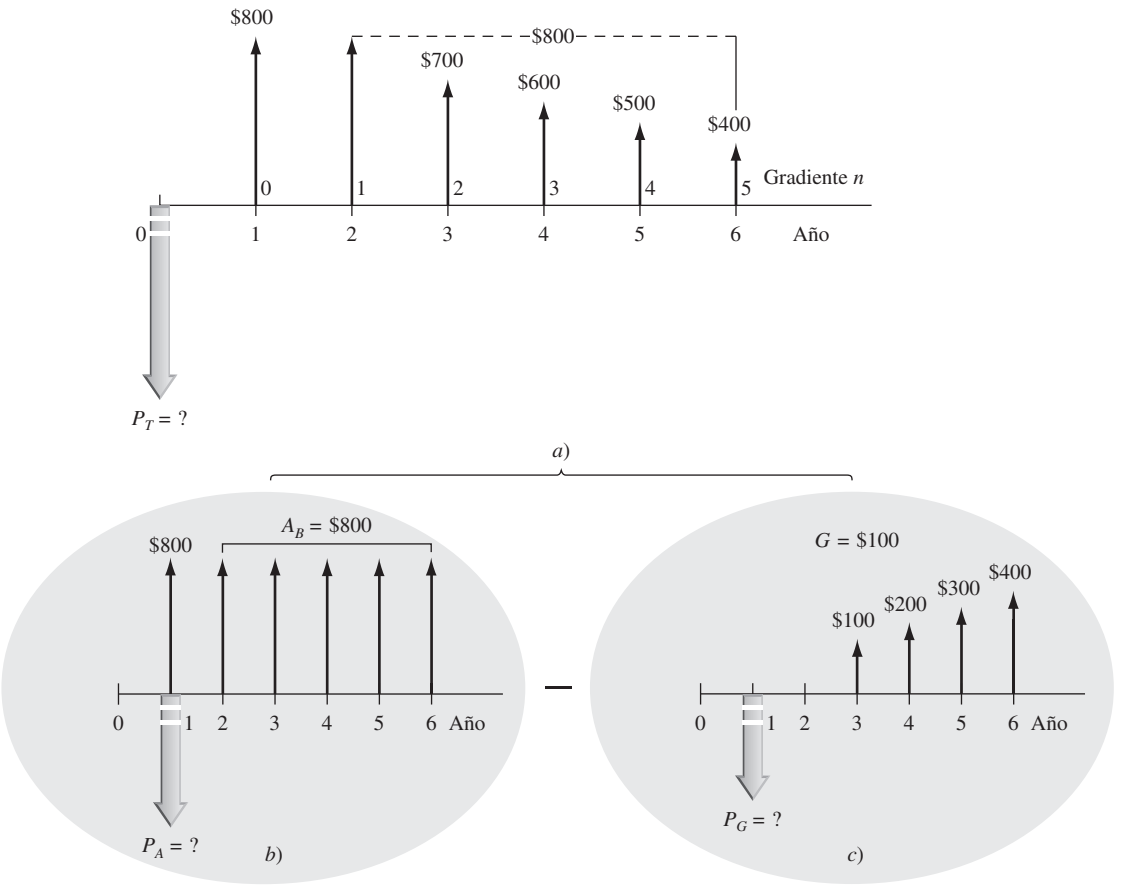


Figura 3-15
Flujo de efectivo fraccionado de un gradiente aritmético diferido, $a) = b) - c)$.

Para gradientes decrecientes diferidos:

- La cantidad base A (aritmética) o la cantidad inicial A_1 es igual a la *cantidad mayor* en el año 1 de la serie.
- La cantidad gradiente *se resta de* la cantidad del año anterior, en lugar de sumarse.
- La cantidad que se usa en los factores es $-G$ para la serie gradiente aritmética y $-g$ para la serie gradiente geométrica.
- El valor presente del gradiente P_G o P_g se ubica dos periodos antes de que el gradiente empiece; sin embargo, es necesario un factor P/F para encontrar el valor presente en el año 0.

La figura 3-15 fracciona una serie gradiente decreciente con $G = \$-100$, que está diferida un año hacia adelante. P_G ocurre en el año real 1, y P_T es la suma de los tres componentes.

$$P_T = \$800(P/F,i,1) + 800(P/A,i,5)(P/F,i,1) - 100(P/G,i,5)(P/F,i,1)$$

EJEMPLO 3.8

La compañía Morris Glass decidió invertir fondos durante los siguientes cinco años de modo que el desarrollo de vidrio "inteligente" esté bien financiado en el futuro. Este tipo de vidrio de nueva tecnología usa un recubrimiento electrocromado que permite un ajuste rápido ante la luz y la oscuridad en los edificios, y también ayuda a reducir el costo de la calefacción y del aire acondicionado. El plan financiero consiste en invertir primero los fondos, lo que hace que haya apreciación, y después usarlos en el futuro. Todas las estimaciones de flujo de efectivo son en unidades de $1 000, y la tasa de interés esperada es de 8% anual.

Años 1 a 5: Invertir $7 000 en el año 1, y disminuir en $1 000 cada año hasta el 5.
Años 6 a 10: No hay nuevas inversiones ni retiros.
Años 11 a 15: Retirar $20 000 en el año 11, y retirar 20% anual hasta el año 15.

Determine si los retiros anticipados serán cubiertos por los planes de inversión y retiro. Si la serie de retiros está sobrestimada o subestimada, ¿cuál es la cantidad exacta disponible en el año 11, si todas las demás estimaciones permanecen sin cambio?

Solución a mano

La figura 3-16 presenta el diagrama de flujo de efectivo y la colocación de los valores *P* equivalentes en la solución. Calcule el valor presente de ambas series en el año real 0 y súmelos para determinar si la serie de inversión es adecuada para financiar los retiros anticipados.

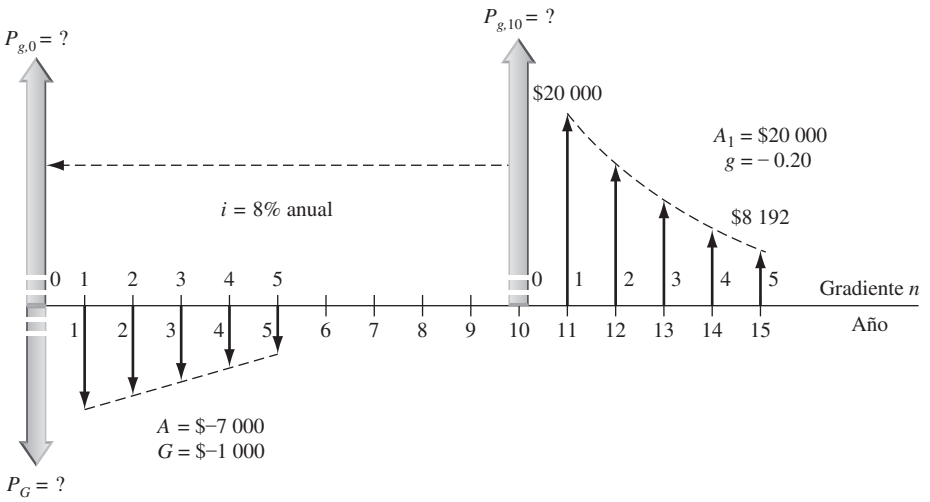


Figura 3-16
Series de inversión y de retiro, ejemplo 3.8.

Serie de inversión: Se trata de una serie aritmética convencional descendente que comienza en el año 2 con $A = -7\,000$, $G = \$-1\,000$ y gradiente $n = 5$ años. El valor presente en el año 0 es

$$\begin{aligned} P_G &= -[7\,000(P/A,8\%,5) - 1\,000(P/G,8\%,5)] \\ &= \$-20\,577 \end{aligned}$$

Serie de retiros: Es una serie geométrica decreciente y diferida que comienza en el año 12 con $A_1 = \$20\,000$, $g = -0.20$ y gradiente $n = 5$ años. Si el valor presente en el año 10 se identifica como $P_{g,10}$, el valor presente en el año 0 es $P_{g,0}$. Utilice la ecuación (2.35) para el factor $(P/A,-20\%,8\%,5)$.

$$P_{g,0} = P_{g,10}\,(P/F,i,n) = A_1(P/A,g,i,n)(P/F,i,n) \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned} &= 20\,000\left\{\frac{1-\left[\frac{1+(-0.20)}{1+0.08}\right]^5}{0.08-(-0.20)}\right\}(0.4632) \\ &= 20\,000(2.7750)(0.4632) \\ &= \$25\,707 \end{aligned}$$

El valor presente neto total es

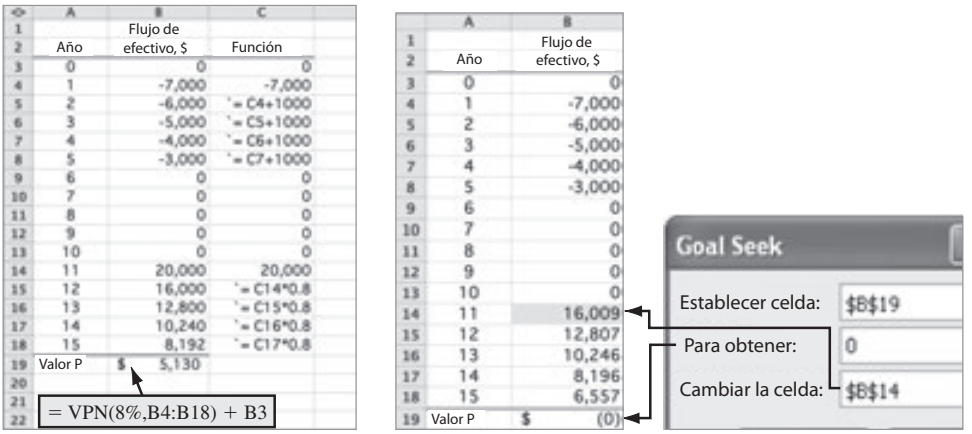
$$P_T = -20\,577 + 25\,707 = \$+5\,130$$

Esto significa que se retira más de lo que gana la serie de inversión. Los fondos adicionales deben invertirse o retirarse para hacer la serie equivalente con 8% anual.

Para calcular la cantidad exacta de la serie inicial de retiros a fin de que resulte $P_T = 0$, sea A_1 la incógnita en la ecuación (3.7) e iguálese $P_{g,0} = -P_G = 20\,577$.

$$\begin{aligned} 20\,577 &= A_1(2.7750)(0.4632) \\ A_1 &= \$16\,009 \text{ en el año } 11 \end{aligned}$$

La serie geométrica de retiros sería 20% menor cada año.



a) *b*)

Figura 3-17
Solución con hoja de cálculo, ejemplo 3.8. *a*) Flujos de efectivo y función VNA, y *b*) herramienta Buscar objetivo para determinar la cantidad del retiro inicial en el año 11.

Solución con hoja de cálculo

Véase la figura 3-17*a*). Para determinar si la serie de inversión cubrirá la serie de retiros, introduzca los flujos de efectivo (en la columna B y con las funciones mostradas en la columna C) y aplique la función VPN que se indica en la leyenda de la celda, lo que producirá $P_T = \$+5\ 130$ directamente. Igual que en casos anteriores, el signo + indica que, desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo, hay más retiros que lo que se invierte y gana.

La herramienta Buscar objetivo no es tan fácil de usar para determinar el monto del retiro inicial que resulta en $P_T = 0$ (celda B19). La figura 3-17*b*) muestra la plantilla y el resultado $A_1 = \$16\ 009$ en el año 11. Cada retiro sucesivo es 80% del anterior.

Comentario

Si la serie de retiros se fija como se estimó inicialmente, y el monto A de la serie de inversión puede incrementarse, puede utilizarse la herramienta Buscar objetivo para, de nuevo, hacer que $P_T = 0$ (celda B19). Sin embargo, ahora se establece la entrada en B4 como la celda que cambia. La respuesta es $A = \$-8\ 285$ y, al igual que antes, las inversiones exitosas son $1 000 menores.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo 2 se obtuvieron las ecuaciones para calcular los valores presente, futuro o anual de series específicas de flujo de efectivo. En este capítulo se demostró que tales ecuaciones se aplican a series de flujo de efectivo diferentes de aquellas para las que se obtuvieron las relaciones básicas. Por ejemplo, cuando una serie uniforme no comienza en el periodo 1, de todos modos se usa el factor P/A para encontrar el "valor presente" de la serie, sólo que el valor de P se localiza un periodo antes del primer valor de A, no en el tiempo 0. Para gradientes geométricos y aritméticos, el valor P está dos periodos adelante del lugar en que se inicia el gradiente. Con esta información es posible despejar cualquier símbolo P, A o F para cualquier secuencia de flujo de efectivo concebible.

Se han experimentado algunas ventajas de las funciones de las hojas de cálculo para determinar valores de P, F y A por medio de entradas en celdas únicas y con estimaciones de flujo de efectivo introducidas en una serie de celdas de la hoja de cálculo. Aunque las soluciones con hojas de cálculo son rápidas, no permiten comprender por qué el valor del dinero en el tiempo y los factores cambian el valor equivalente del dinero.

PROBLEMAS

Cálculos de valor presente

3.1 La empresa Industrial Electric Services tiene un contrato con la embajada de México para dar mantenimiento a los escáneres y otros equipos del edificio. Si el primer pago de $12 000 se recibe *ahora*, ¿cuál es el valor presente del contrato, si la compañía ha de recibir un total de 10 pagos (es decir, años 0 a 9) y la tasa de interés es de 10% anual?

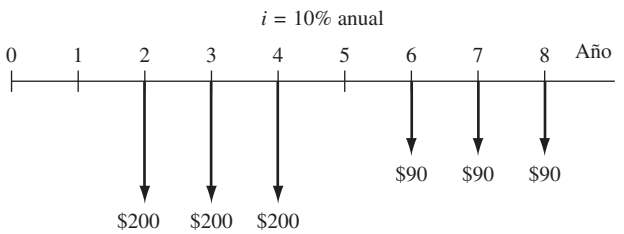
3.2 Las empresas de consultoría en ingeniería civil que brindan servicios a las comunidades de los suburbios son vulnerables ante varios factores que afectan su condición financiera, por ejemplo, la emisión de bonos y desarrollos inmobiliarios. Una empresa consultora pequeña participa en un contrato a precio alzado para un desarrollo grande que genera un ingreso constante de $260 000 anual en los años 1 a 3. Al final de dicho periodo, una recesión afecta al desarrollo, de modo que las partes firman otro contrato por $190 000 anuales durante dos años más. Determine el valor presente de ambos contratos con una tasa de interés de 10% anual.

3.3 A continuación se muestra el flujo de efectivo asociado al desarrollo y venta de un nuevo producto. Determine el valor presente con una tasa de interés de 12% anual. El flujo de efectivo está en unidades de $1 000. Resuélvalo *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Flujo de efectivo, $	−120	−100	−40	+50	+50	+80	+80	+80	+80

3.4 La energía para las instalaciones de bombeo de agua y otros equipos eléctricos se obtiene por medio de generadores de diésel. Otra opción son generadores que funcionen con gas natural, pero pasarían algunos años antes de disponer de gas en sitios alejados. Las estimaciones indican que el cambio al gas ahorraría $22 000 anuales si se comienza en el tercer año a partir de hoy. Con una tasa de interés de 8% anual, calcule el valor presente en el año 0 de los ahorros proyectados que ocurrirán en los años 3 a 10.

3.5 Calcule el valor presente con $i = 10\%$ anual para la serie de flujo de efectivo siguiente.



3.6 El costo subsidiado de producir agua en la planta desalinizadora Kay Bailey Hutchison (KBH) de El Paso Water Utilities (EPWU) es de $1.56 por cada 1 000 galones. Con un contrato que EPWU tiene establecido con Fort Bliss, la planta vende agua al ejército con un precio descontado de $1.28 por cada 100 galones (la planta de KBH se construyó en terrenos del ejército). Si Fort Bliss utiliza 2 mil millones de galones de agua cada año, ¿cuál es el valor presente del descuento para un periodo de 20 años con una tasa de interés de 6% anual?

3.7 El creciente costo de los programas de atletismo en una universidad importante motivó a los presidentes y directores deportivos a desarrollar estrategias innovadoras para financiar los programas de deportes. Uno de los esquemas más recientes para los atletas de alto rendimiento son las "hipotecas deportivas". En la Universidad de Kansas, los seguidores del equipo Jayhawk pueden firmar un acuerdo para pagar $105 000 ahora, o durante un periodo de 10 años, por el derecho de tener asientos de primera fila para los juegos de futbol durante los 30 años siguientes. A cambio, los asientos permanecerán bloqueados con los precios del año actual. Los boletos para la temporada 1 se venden actualmente en $350 cada uno. Un fanático planea comprar la hipoteca deportiva junto con un bono para la temporada actual y pagarlos *ahora*, y después comprar un boleto cada año durante los siguientes 30 años. ¿Cuál es el valor presente total del plan con una tasa de interés de 10% anual?

3.8 A continuación se muestra el flujo de efectivo asociado a la fabricación de cinturones de seguridad con cierre automático. Calcule el valor presente neto (año 0) con una tasa de interés anual de 10%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ingresos, $1 000	20	20	20	20	30	30	30	30	30	30
Costo, $1 000	8	8	8	8	12	12	12	12	12	25

3.9 Bekman Technologies, fabricante relativamente pequeño de equipo de precisión para laboratorio, obtuvo un préstamo de $2 millones para renovar uno de sus laboratorios de pruebas. En un esfuerzo por pagar con rapidez, la compañía realizó cuatro pagos en los años 1 a 4, y cada pago es el doble que el anterior. Con una tasa de interés de 10% anual, ¿cuál fue el monto del primer pago?

Cálculos de valor anual

3.10 Los ingresos por la venta de herramientas manuales ergonómicas fueron de $300 000 en los años 1 a 4, y de $465 000 en los años 5 a 9. Determine el ingreso anual equivalente en los años 1 a 9 con una tasa de interés de 10% anual.

3.11 Una pareja de estudiantes de ingeniería recién graduados que se casó hace poco tiempo planean su jubilación dentro de 20 años. Piensan que necesitarán $2 000 000 en el año 20. Su plan es vivir con uno de los salarios e invertir el otro. En su cuenta de ahorros ya tienen $25 000. *a*) ¿Cuánto tendrán que invertir cada año si la cuenta crece a razón de 10% anual? *b*) Si el máximo que tienen para invertir cada año es de $40 000, ¿lograrán su meta de tener $2 millones en el año 20?

3.12 Los costos asociados a la manufactura de transductores piezoeléctricos de presión muy sensibles son de $73 000 por año. Un ingeniero industrial inteligente descubrió que si gasta $16 000 ahora para reconvertir la línea de producción y reprogramar dos de los brazos robóticos, el costo disminuiría a $58 000 el próximo año y a $52 000

de los años 2 a 5. Con una tasa de interés de 10% anual, determine *a*) el *costo* anual equivalente de las operaciones de manufactura y *b*) los *ahorros* anuales equivalentes en los años 1 a 5.

3.13 Calcule el costo anual equivalente en los años 1 a 9 de la serie de egresos siguiente. Utilice una tasa de interés de 10% anual. Resuélvalo *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

Año	Egresos, $	Año	Egresos, $
0	8 000	5	4 000
1	4 000	6	5 000
2	4 000	7	5 000
3	4 000	8	5 000
4	4 000	9	5 000

3.14 Para los siguientes flujos de efectivo, calcule el valor de *x* que hace que el valor anual equivalente en los *años 1 a 7* sea igual a $300 por año. Use una tasa de interés de 10% anual. Obtenga las soluciones *a*) a mano y *b*) con la herramienta Buscar objetivo.

Año	Flujo de efectivo, $	Año	Flujo de efectivo, $
0	200	4	*x*
1	200	5	200
2	200	6	200
3	200	7	200

3.15 La empresa Precision Instruments, Inc., fabrica acelerómetros de alta sensibilidad diseñados para pruebas de análisis modal. La compañía obtuvo un préstamo de $10 000 000 en el entendido de que haría un pago de $2 000 000 al final del año 1 y después haría pagos anuales iguales en los años 2 a 5 para saldar el préstamo. Si la tasa de interés fue de 9% anual, ¿de cuánto fue cada pago en los años 2 a 5?

3.16 Una compañía de administración de la construcción estudia sus requerimientos de flujo de efectivo para los siguientes siete años. La empresa espera sustituir máquinas de oficina y equipos de cómputo en varios momentos durante el periodo de planeación de siete años. En específico, la organización espera gastar $6 000 dentro de un año, $9 000 dentro de tres años y $10 000 en seis años. ¿Cuál es el valor anual (en los años 1 a 7) de los gastos planeados con una tasa de interés de 10% anual?

3.17 Calcule el valor anual equivalente de los siguientes flujos de efectivo con una tasa de interés de 12% anual. Las unidades monetarias son en miles.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Flujo de efectivo, $	20	20	20	20	60	60	60	60	60

3.18 Calcule el valor neto anual en los años 1 a 10 de la serie de ingresos y egresos siguiente, si la tasa de interés es de 10% anual.

Año	Ingresos, $/año	Egresos, $/año
0	0	–2 500
1-4	700	–200
5-10	2 000	–300

3.19 La ciudad de El Paso dio a El Paso Tennis and Swim Club una concesión para usar un parque de 10 acres para sus instalaciones. El club pagará $1 000 por año y hará mejoras por $350 000 en el parque. Además, abrirá sus canchas de tenis al público de 1 a 5 PM de lunes a jueves. Si el club dedica $100 000 a las mejoras hoy y después $50 000 cada año durante cinco años, ¿cuál es el costo anual equivalente de la concesión con una tasa de interés de 10% anual?

3.20 Stadium Capital Financing Group es una compañía de Chicago que concibió la llamada hipoteca deportiva, con la que los seguidores de un equipo pagan una cantidad relativamente grande de dinero durante un periodo de 10 a 30 años por el derecho de contar con asientos de primera fila para los encuentros de futbol durante los siguientes 50 años. A cambio, los precios de los boletos permanecen bloqueados en los montos del año en curso, y el paquete puede venderse en el mercado secundario con una donación deducible de impuestos para alguna escuela. Suponga que un fanático adquiere una hipoteca deportiva en West Virginia University en $150 000 que ha de pagarse durante un periodo de 10 años con el derecho de comprar dos boletos para la temporada en $300 cada uno durante los siguientes 30 años. El primer pago se hace hoy (es decir, se paga al comienzo del año), y al final de cada uno de los siguientes 9 años se harán pagos adicionales. Suponga que el fanático compra dos boletos para la temporada (también con pagos al comienzo del año). ¿Cuál es la cantidad total del pago en cada uno de los años *0 a 9*? Use una tasa de interés de 10% anual.

Cálculos de valor futuro

3.21 Los planes de expansión de Acme Granite, Stone & Brick requieren que la compañía aumente su capacidad para cierto producto nuevo en cinco años. La empresa quiere tener $360 000 disponibles antes de anunciar el producto. Si hoy aparta $55 000 y en el año 2 $90 000, ¿qué cantidad anual uniforme tendrá para poner en una cuenta en los años 3 a 5, a fin de reunir los $360 000? Suponga que la cuenta percibe un interés de 8% anual.

3.22 Con el siguiente diagrama de flujo de efectivo calcule el valor futuro en el *año 8* si $i = 10\%$ anual.

Año	0	1	2	3	4	5	6
Flujo de efectivo, $	100	100	100	100	100	300	300

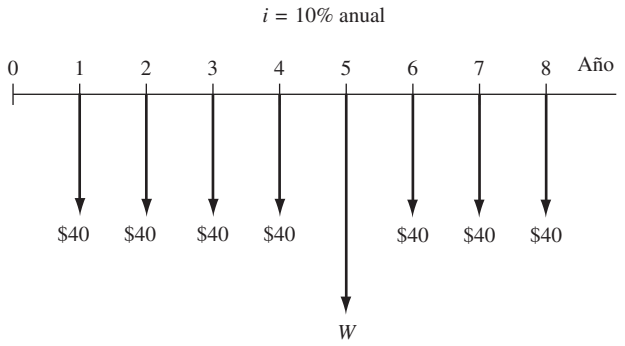
3.23 Suponga que planea comenzar un plan de anualidades y hace su primer depósito *ahora*. Si hace depósitos anuales por una cantidad uniforme A en una cuenta que gana una tasa de interés de 7% anual, ¿cuántos años después de hoy pasarán antes de que el valor en la cuenta sea 10 veces el valor de un depósito único?

3.24 La nueva tecnología de elementos de actuaría permite a los ingenieros simular movimientos complejos en cualquier dirección controlados por computadora. Si la tecnología da como resultado ahorros en los costos en el diseño de parques de diversiones, ¿cuál es el valor futuro en el año 5 de ahorros de $70 000 ahora y de $20 000 anuales en los años 1 a 3, con una tasa de interés de 10% anual?

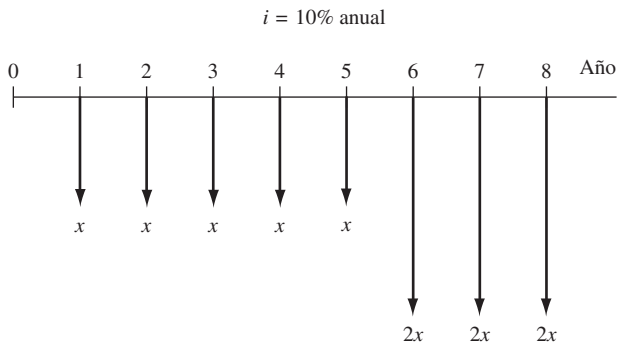
3.25 Austin Utilities planea instalar paneles solares para abastecer parte de la electricidad que requiere su planta desalinizadora de agua subterránea. El proyecto se realizaría en dos fases. La primera fase costaría $4 millones en el año 1 y $5 millones en el año 2. Esta inversión produciría ahorros (fase 2) de $540 000 en el año 3, $546 000 en el año 4, y aumentaría $6 000 cada año hasta el 10. Use $i = 10\%$ anual.

a) ¿Cuál es el valor futuro de los *ahorros*?
b) ¿Justifican los ahorros el costo del proyecto de energía solar? (*Sugerencia:* Calcule la diferencia entre los ahorros y el costo.)

3.26 Para el siguiente diagrama de flujo de efectivo, determine el valor de W que haría que el valor futuro equivalente en el año 8 fuera de $\$-500$, con una tasa de interés de 10% anual.



3.27 Para el diagrama de flujo que se muestra a continuación, determine el valor de x que hará que el valor futuro en el año 8 sea igual a $\$-70\,000$.



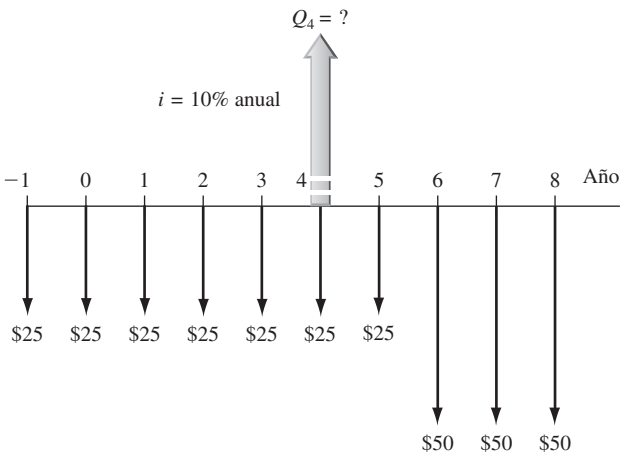
Cantidades únicas aleatorias y series uniformes

3.28 Una pequeña compañía petrolera planea sustituir sus medidores de flujo Coriolis por otros Emerson Hastelloy. El proceso de cambio costará a la empresa $50 000 en tres años después de hoy. ¿Cuánto dinero debe apartar la organización comenzando *ahora* (año 0) a fin de tener disponible la cantidad total de inmediato después de hacer el último depósito al final del año 3? Suponga que la empresa invierte sus fondos con 15% anual.

3.29 Una compañía que manufactura ensambles de válvulas de drenaje operadas por aire presupuestó $74 000 por año para pagar los componentes plásticos durante un periodo de cinco años. Si la empresa sólo gastó $42 000 en el año 1, ¿qué cantidad anual uniforme debe esperar gastar en cada uno de los siguientes *cuatro años* para utilizar todo el presupuesto? Suponga que la organización utiliza una tasa de interés de 10% anual.

3.30 Un director financiero recién contratado quiere disminuir los costos futuros de producción para mejorar las utilidades de la compañía, lo que aumentaría el valor de sus acciones. El plan es invertir $40 000 ahora y $40 000 en cada uno de los siguientes dos años para mejorar la productividad. ¿En cuánto deben disminuir los costos anuales en los años 3 a 7 a fin de recuperar la inversión más un rendimiento de 12% anual?

3.31 Con el diagrama de flujo de efectivo siguiente determine la cantidad única de dinero Q_4 en el año 4 que es equivalente a todos los flujos de efectivo indicados. Use $i = 10\%$ anual.



3.32 Para la siguiente serie de ingresos y egresos, calcule el valor equivalente en el año 9 con una tasa de interés de 12% anual. Obtenga la solución *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

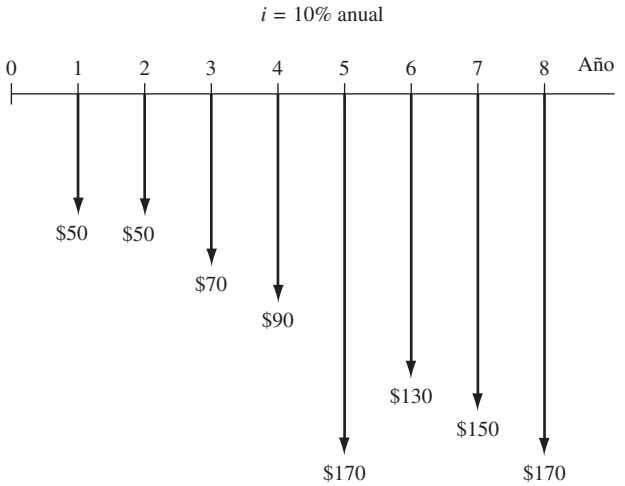
Años	Ingresos, $	Egresos, $
0	0	−70 000
1-6	9 000	−13 000
7-9	28 000	−14 000
10-16	38 000	−19 000

3.33 Un inversionista acaba de comprar una propiedad con un esquema de financiamiento único con el vendedor. El precio del contrato es de $1.6 millones. El plan de pagos es *Z* dólares ahora, 2*Z* dólares en el año 2 y 3*Z* dólares en los años 3 a 5. Si la tasa de interés de la transacción es de 10% anual, ¿de cuánto es el pago en el año 2?

3.34 Cuatro estudiantes emprendedores recién graduados de ingeniería eléctrica tienen el plan de iniciar una nueva compañía de equipos de energía solar con base en tecnología ETS (energía térmica solar). Recurrieron a un grupo de inversionistas para solicitarles un préstamo de $5 millones. Acuerdan que el préstamo se saldaría asignando 80% de las utilidades anuales de la empresa durante los primeros cuatro años. En el quinto año la organización pagaría el saldo en efectivo. El plan de negocios de la compañía indica que no se esperan utilidades el año próximo, pero en los años 2 a 4 las estiman en $1.5 millones anuales. Si los inversionistas aceptan el trato con una tasa de interés de 15% anual y el plan de negocios funciona a la perfección, ¿cuál es la cantidad esperada del último pago (en el *año 5*)?

Gradientes diferidos

3.35 Calcule el valor presente en el año 0 para los flujos que se muestran a continuación. Sea $i = 10\%$ anual.



3.36 Para los flujos de efectivo que se indican, determine el valor presente en el año 0 si la tasa de interés es de 12% anual.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flujo de efectivo, $	13	13	13	13	16	19	22	25	28	31

3.37 Una herramienta de medición remota de temperatura de bajo costo es capaz de identificar las ruedas de ferrocarril que necesitan reparación mucho antes de que ocurra una falla estructural. Si Railroad BNF ahorra $100 000 en los años 1 a 5, $110 000 en el año 6 y cantidades constantes que aumentan $10 000 cada año hasta el vigésimo, ¿cuál es el valor anual equivalente durante los 20 años de ahorros? La tasa de interés es de 10% anual.

3.38 Calcule el valor presente en el año 0 de los flujos de efectivo que se muestran a continuación con una tasa de interés de 15% anual.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flujo de efectivo, $	90	90	90	85	80	75	70	65	60	55

3.39 Pedernales Electric Cooperative estima que el valor presente *ahora* de los ingresos por una inversión en fuentes renovables de energía es de $12 475 000. En los años 1 y 2 no habrá ingresos, pero en el año 3 serán de $250 000, y de ahí en adelante se incrementarán de acuerdo con un gradiente aritmético hasta el año 15. ¿Cuál es el gradiente requerido si la tasa de interés es de 15% anual? Obtenga la solución *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

3.40 Calcule el costo anual en los años 1 a 9 de la serie de egresos siguiente. Utilice una tasa de interés de 10% anual.

Año	Egresos, $	Año	Egresos, $
0	5 000	5	7 500
1	5 500	6	8 000
2	6 000	7	8 500
3	6 500	8	9 000
4	7 000	9	9 500

3.41 El costo asociado a la manufactura de lubricantes de alto rendimiento sigue de cerca al costo del petróleo crudo. Durante los últimos 10 años, una pequeña refinería independiente tuvo un costo de $3.4 millones en los años 1 a 3, y después se incrementó 3% anual hasta este año. Determine el valor equivalente actual (es decir, *ahora*) del costo de manufactura con una tasa de interés de 10% anual. Hágalo *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

3.42 Encuentre el valor futuro en el año 10 de $50 000 en el año 0 y cantidades que aumentan 15% anual hasta el año 10, con una tasa de interés de 10% anual.

3.43 El costo de la colegiatura en las universidades públicas registró un aumento constante durante muchos años. Una

institución del medio oeste mantuvo constante la colegiatura durante cuatro años para los estudiantes que estuvieran en el 3% superior de su grupo. Uno de tales estudiantes a quien le gusta la investigación planea trabajar en la universidad y continuar en ella hasta obtener el grado de doctor (en un tiempo total de nueve años). Si la colegiatura durante los primeros cuatro años es de $7 200 anuales y aumenta 5% cada año durante los siguientes cinco, ¿cuál es el valor presente del costo de la colegiatura con una tasa de interés de 8% anual?

3.44 Una empresa inversionista privada adquirió una compañía de cable y asumió su deuda como parte de la transacción. El trato se estructuró de modo que la empresa inversionista recibió $3 millones inmediatamente después de cerrarlo (en el año 0) por la venta de algunos activos. Este año (año 1) el ingreso fue de $3.36 millones, y se proyecta que aumente 12% cada año por el aumento de clientes. En el año de la compra, ¿cuál fue el valor presente de los ingresos durante un periodo de 10 años? La empresa espera una tasa de rendimiento de 15% anual para cualquiera de sus compras.

3.45 Calcule el valor presente en el año 0 de una serie de flujos de efectivo que comienza en el año 0 con $150 000 y aumenta 10% anual hasta el año 5. Suponga que $i = 10\%$ anual.

Gradientes diferidos decrecientes

3.46 Para los flujos de efectivo siguientes, determine el valor de G de modo que el valor presente en el año 0 sea igual a $16 000 con una tasa de interés de 10% anual.

Año	0	1	2	3	4	5
Flujo de efectivo $	0	8 000	8 000	8 000–G	8 000–2G	8 000–3G

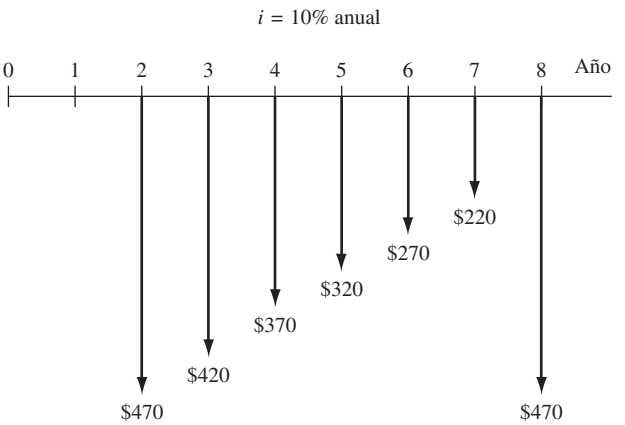
3.47 Para los siguientes flujos de efectivo, calcule el valor anual equivalente en los *años 1 a 7* con una tasa de interés de 10% anual.

Año	Flujo de efectivo, $	Año	Flujo de efectivo, $
0	850	4	650
1	800	5	600
2	750	6	550
3	700	7	500

3.48 El costo de bombeo para la distribución de agua del río Ohio a la empresa Wheeling Steel para enfriamiento fue de $1.8 millones durante los primeros tres años. Un programa de conservación de la energía dio como resultado una disminución de los costos de $1.77 millones en el año 4, $1.74 millones en el año 5, y cantidades que se reducían $30 000 cada año hasta el noveno. ¿Cuál es el valor anual equivalente de los costos de bombeo durante nueve años con una tasa de interés de 12% anual?

3.49 Los ingresos por la explotación de yacimientos minerales por lo general disminuyen a medida que se dificulta la extracción de las reservas. Determine el valor futuro en el año 10 de una concesión minera que produjo ingresos de $14 000 en los años 1 a 4 y después disminuyeron 5% cada año hasta el décimo. Use una tasa de interés de 18% anual. Obtenga la solución *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

3.50 Para los flujos de efectivo siguientes, determine el valor futuro en el año 8 con una tasa de interés de 10% anual.



3.51 Los ingresos por la venta de software de aplicaciones (apps) por lo general son constantes durante varios años y después disminuyen muy rápido conforme el mercado se satura. Los ingresos por una aplicación de teléfonos inteligentes fueron de $38 000 en los años 1 a 3, y luego se redujeron geométricamente 15% anual hasta el año 7. Calcule el ingreso anual equivalente en los años 1 a 7 con una tasa de interés de 10% anual.

3.52 Calcule el valor futuro en el año 10 de una serie de flujo de efectivo que comienza en el año 0 con $100 000 y disminuye 12% por año. Utilice una tasa de interés de 12% anual.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

3.53 Un fabricante de válvulas de desagüe quiere disponer de $1 900 000 dentro de tres años para iniciar una nueva línea de productos. Si la compañía planea depositar dinero cada año a partir de *hoy*, la ecuación que representa un interés de 8% anual es:

a) $1\,900\,000(A/F,8\%,3)$
b) $1\,900\,000(A/F,8\%,4)$
c) $1\,900\,000 + 1\,900\,000(A/F,8\%,3)$
d) $1\,900\,000 + 1\,900\,000(A/F,8\%,2)$

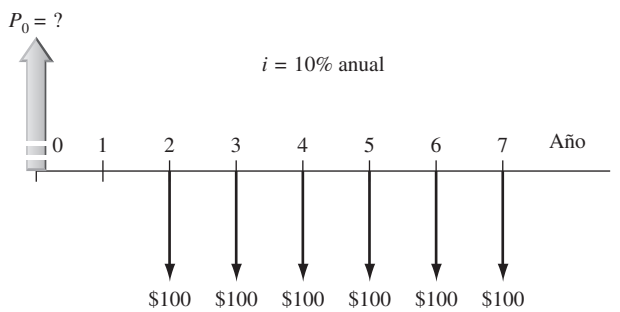
3.54 El valor presente en el año 0 de un arrendamiento que requiere un pago de $9 000 *ahora* y cantidades que aumentan 5% cada año hasta el décimo, con un interés de 8% anual, es:

a) $73 652
b) $79 939
c) $86 335
d) Más de $87 000

3.55 Para el diagrama que se ilustra, los valores respectivos de *n* para la ecuación siguiente son:

$$P_0 = 100(P/A,10\%,n)(P/F,10\%,n)$$

a) 6 y 1
b) 6 y 2
c) 7 y 1
d) 7 y 2



3.56 La empresa Summit Metals planea expandir sus operaciones de manufactura en Wichita, Kansas, dentro de cinco años, con un costo de $10 000 000. Si pretende depositar dinero en una cuenta cada año durante cuatro años a partir del segundo (el primer depósito ocurrirá en el año 2) para pagar la expansión, la ecuación que representa el monto del depósito con una tasa de interés de 9% es:

a) $A = 10\,000\,000(A/F,9\%,5)$
b) $A = 10\,000\,000(A/F,9\%,4)$
c) $A = 10\,000\,000(A/P,9\%,4)$
d) $A = 10\,000\,000(A/F,9\%,4)(P/F,9\%,1)$

3.57 La cantidad de dinero que una persona debe depositar dentro de tres años a fin de retirar $10 000 por año durante 10 años a partir del año 15, con una tasa de interés de 10% anual, es de:

a) $15 500 *b*) $17 200
c) $19 300 *d*) $21 500

3.58 Cindy quiere depositar dinero durante cuatro años consecutivos comenzando dentro de tres años para retirar $50 000 dentro de 12 años. Suponga que la tasa de interés es de 8% anual. El depósito anual es el más cercano a:

a) $6 990
b) $7 670
c) $8 530
d) $10 490

3.59 El valor presente neto en el año 0 de la serie de ingresos y egresos siguiente con 8% anual es el más cercano a:

Años	Ingresos, $	Egresos, $
0	12 000	–1 000
1-6	700	–100
7-11	900	–200

a) $14 300 *b*) $15 500
c) $16 100 *d*) $16 500

3.60 Para los flujos de efectivo siguientes, el valor anual equivalente en los periodos 1 a 5, con una tasa de interés de 10% anual, es el más cercano a:

Periodo anual	Cantidad, $
0	1 000
1	1 000
2	1 000
3	1 000
4	1 000
5	1 500

a) $1 120 *b*) $1 240
c) $1 350 *d*) $1 490

3.61 Para los siguientes flujos de efectivo, el valor de *X* que hará que el valor presente en el año 0 sea igual a $5 000, con una tasa de interés de 10% anual, es el más cercano a:

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Flujo de efectivo, $	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	*X*

a) $2 895 *b*) $3 125
c) $3 305 *d*) $3 765

3.62 Con objeto de disponer de efectivo para emergencias, Baring Systems, contratista militar, quiere tener $2 000 000 en un fondo de contingencia dentro de cuatro años. La cantidad que la empresa debe depositar en cada uno de los años 0 a 4, con una tasa de interés de 10% anual, es la más cercana a:

a) $420 100 *b*) $327 600
c) $284 600 *d*) $206 900

ESTUDIO DE CASO

PRESERVACIÓN DE TIERRA PARA USO PÚBLICO

Antecedentes e información

El Fideicomiso para Terrenos Públicos es una organización nacional que compra y supervisa el mejoramiento de grandes extensiones de terreno para agencias gubernamentales de todos los niveles. Su misión consiste en garantizar la preservación de los recursos naturales mientras proporciona el desarrollo necesario, aunque mínimo, para el uso recreativo por el público. Todos los proyectos del fideicomiso se evalúan con 7% anual, y los fondos de reserva del fideicomiso ganan 7% al año.

Un estado del sur de Estados Unidos, con añejos problemas de agua subterránea, solicitó al fideicomiso encargarse de la compra de 10 000 acres de tierra para recargar los acuíferos y del desarrollo de tres parques con diferentes tipos de uso de terreno. Los 10 000 acres se adquirirán poco a poco durante los siguientes cinco años con $4 millones gastados inmediatamente en las compras. Se espera que las cantidades de compra total anual disminuyan 25% cada año hasta el quinto y luego cesen para este proyecto específico.

Una ciudad con 1.5 millones de habitantes inmediatamente al sureste de este terreno depende por completo de este manto acuífero. Sus ciudadanos adquirieron una emisión de bonos el año pasado y el gobierno de la ciudad ahora dispone de $3 millones para comprar tierras. La tasa de interés del bono es 7% anual efectivo.

Los ingenieros civiles que laboran en la planeación del parque intentan completar todo el desarrollo en un periodo de tres años, que inicia en el año 4, cuando la cantidad invertida sea de $550 000. Se espera que los aumentos en los costos de construcción sean de $100 000 cada año hasta el sexto.

En una junta reciente se tomaron los siguientes acuerdos:

- Comprar ahora el incremento inicial del terreno. Utilizar los fondos de la emisión de bonos para apoyar esta compra. Tomar la cantidad restante de las reservas del fideicomiso.
- Elevar los fondos restantes del proyecto durante los siguientes dos años en cantidades anuales iguales.
- Evaluar otra opción de financiamiento (sugerida informalmente por un individuo en la junta), en la cual el fideicomiso proporcione todos los fondos, excepto los $3 millones disponibles ahora, hasta que el desarrollo de los parques dé inicio en el año 4.

Ejercicios del estudio de caso

1. Para cada uno de los dos años, ¿cuál es la cantidad anual equivalente necesaria para suministrar los fondos restantes del proyecto?
2. Si el fideicomiso acordó apoyar todos los costos excepto los $3 millones procedentes de los bonos ahora disponibles, determine la cantidad anual equivalente que debe aumentarse en los años 4 a 6 para suministrar todos los fondos restantes del proyecto. Suponga que el fideicomiso no cargará, ni al estado ni a la ciudad, ningún interés adicional a 7% sobre los fondos prestados.
3. Visite el sitio web de TPL (www.tpl.org) e identifique algunos de los factores económicos y no económicos que piense deben tomarse en cuenta cuando el fideicomiso decida comprar los terrenos para protegerlos de desarrollos inmobiliarios potenciales.

CAPÍTULO 4

Tasas de interés nominales y efectivas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Efectuar cálculos de tasas de interés y flujos de efectivo para periodos diferentes a un año.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
4.1	Enunciados	• Comprender los enunciados de las tasas de interés que incluyan las tasas nominal y efectiva.
4.2	Tasa efectiva anual	• Deducir y aplicar la fórmula de la tasa de interés anual efectiva.
4.3	Tasa efectiva	• Calcular la tasa de interés efectiva para cualquier periodo declarado.
4.4	Periodo de pago y periodo de capitalización	• Determinar el periodo de pago (PP) y el periodo de capitalización (PC) de los cálculos de equivalencia.
4.5	Flujos de efectivo únicos con PP $\geq$ PC	• Realizar cálculos de equivalencia para flujos de efectivo únicos y PP $\geq$ PC.
4.6	Flujos de series de efectivo con PP $\geq$ PC	• Efectuar cálculos de equivalencia para series y gradientes de flujos de efectivo y PP $\geq$ PC.
4.7	Cantidades únicas y series con PP $<$ PC	• Hacer cálculos de equivalencia para flujos de efectivo con PP $<$ PC.
4.8	Capitalización continua	• Deducir y utilizar la fórmula de la tasa de interés efectiva para las tasas de interés de capitalización continua.
4.9	Tasas variables	• Efectuar cálculos de equivalencia para tasas de interés que varían de un periodo a otro.

En todas las relaciones de la ingeniería económica hasta ahora desarrolladas, la tasa de interés ha sido un valor constante anual. En un alto porcentaje de los proyectos evaluados en la práctica por ingenieros profesionales, la tasa de interés compuesto se calcula con mayor frecuencia para periodos diferentes a un año; los periodos semestrales, trimestrales y mensuales son frecuentes. De hecho, en algunas evaluaciones de proyectos llegan a presentarse cálculos de interés compuesto semanal, diario e incluso continuo. Asimismo, en nuestra vida personal, muchos de nuestros movimientos financieros —préstamos de todo tipo (hipotecas para vivienda, tarjetas de crédito, automóviles, embarcaciones), cuentas de cheques y de ahorro, inversiones, planes de acciones, etcétera— poseen tasas de interés compuesto para periodos menores de un año. Esto requiere dos términos nuevos: **tasas de interés nominales y efectivas**.

En este capítulo se explicará y se mostrará cómo aplicar las tasas de interés nominal y efectiva tanto en la práctica de la ingeniería como en situaciones de la vida diaria. También se llevan a cabo cálculos de equivalencia de frecuencias de capitalización en combinación con frecuencias de flujo de efectivo.

EP

El caso del ofrecimiento de una tarjeta de crédito: El día de hoy, Dave recibió una oferta especial para obtener una nueva tarjeta de crédito del Chase Bank en alianza con una gran aerolínea con la que vuela frecuentemente. Le ofrecen un paquete generoso de beneficios si la firma en cierta fecha dentro de 60 días. El paquete incluye puntos adicionales en la línea aérea (una vez hecha la primera compra), prioridad al documentar sus vuelos en el aeropuerto (durante un año), permitir gratis el exceso de equipaje (hasta un máximo de 10 ocasiones), puntos adicionales por ser viajero frecuente en la aerolínea, acceso a salones especiales de la línea (siempre y cuando utilice la tarjeta con frecuencia), más otras ventajas (descuentos en la renta de automóvil, cruceros y descuentos en la compra de arreglos florales). La tarifa anual es de $85 por la membresía y no comienza hasta el segundo año, y las transferencias desde otras tarjetas de crédito tienen un cobro reducido si se hacen en el plazo de la membresía inicial.

Dave ya tiene una tarjeta de crédito con un banco que planea dejar debido a su mal servicio para los clientes y sus altas comisiones. Si acepta el ofrecimiento, transferirá a la nueva tarjeta el saldo de $1 000 que hay en la actual.

En un folleto que acompaña a la carta de ofrecimiento se incluye "información sobre precios". Ahí aparecen tasas de interés, cobros de interés y comisiones. A continuación se presenta el resumen de algunos de dichos conceptos.

TPA (tasa porcentual anual) para compras y transferencias de saldo*	**14.24% anual** (suma del 3.25% de la tasa *prime* actual en Estados Unidos más 10.99% de la TPA agregada para determinar la TPA de la transferencia de saldo a Chase Bank)
TPA por disposiciones de efectivo y sobregiros*	**19.24% anual**
TPA de castigo por retraso en el pago mínimo, exceder el límite de crédito y pagos no realizados por rechazo de cheques*†	**29.99% anual (TPA máxima de castigo)**

Las comisiones son las siguientes:

Membresía anual:	$85; gratis el primer año
Transferencias de saldo:	$5 o 3% de cada transferencia, lo que sea mayor
Disposiciones de efectivo:	$10 o 3% de cada disposición, lo que sea mayor
Pago retrasado:	$39 por cada atraso, si el saldo supera $250
Exceder el límite de crédito:	$39 por cada ocasión
Cheque o pago rechazado:	$39 por cada vez que ocurra

* Todas las TPA son variables, con base en la tasa *prime* de 3.25% más 10.99% para determinar la TPA por compras o saldo; más 15.99% para determinar la TPA por disposición de efectivo o exceder el crédito; más 26.99% para determinar la TPA de castigo.

† La TPA de castigo se aplica en forma indefinida a futuras transacciones. Si no se recibe el pago mínimo antes de 60 días, la TPA se aplica a todos los saldos insolutos y todas las transacciones futuras en la cuenta.

(*continúa*)

Este caso se utiliza en los temas (y secciones) siguientes de este capítulo:

Enunciados de las tasas de interés nominal y efectiva (4.1)

Tasas de interés anual efectivas (4.2)

Relaciones de equivalencia: series con PP ≥ PC (4.6)

4.1 Definiciones de las tasas de interés nominal y efectiva ●●●

En el capítulo 1 aprendimos que la diferencia fundamental entre el interés simple y el interés compuesto consiste en que el interés compuesto incluye el interés sobre el interés ganado en el periodo anterior, mientras que el interés simple no lo incluye. Aquí analizaremos las *tasas de interés nominal* y *efectiva*, que implican la misma relación básica. En este caso la diferencia estriba en que los conceptos de nominal y de efectivo se deben aplicar cuando se calcula el interés compuesto más de una vez al año. Por ejemplo, si una tasa de interés es de 1% mensual, deben tomarse en cuenta los términos *nominal* y *efectivo* para las tasas de interés.

Comprender y emplear correctamente las tasas de interés efectivas es importante para la práctica de la ingeniería y de las finanzas personales. Los proyectos de ingeniería, según se estudiaron en el capítulo 1, se financian por medio de deuda y de capital propio. Los intereses por préstamos, hipotecas, bonos y acciones se basan en tasas de interés compuesto para periodos menores a un año. Un estudio de ingeniería económica debe tomar en cuenta esos efectos. En nuestras finanzas personales, administramos la mayoría de nuestros desembolsos e ingresos de efectivo para periodos distintos a un año. De nuevo, se presenta el efecto de los cálculos de interés compuesto para periodos más frecuentes que un año. Primero analicemos una **tasa de interés nominal**.

Tasa de interés nominal *r*

La tasa de interés nominal, *r*, es una tasa de interés que **no considera** la capitalización de intereses. Por definición,

$$r = \text{tasa de interés por periodo} \times \text{número de periodos} \quad (4.1)$$

Una tasa nominal puede calcularse *para cualquier periodo mayor que el periodo establecido* con la ecuación (4.1). Por ejemplo, la tasa de interés de 1.5% mensual es la misma que cada una de las siguientes tasas:

Periodo	Tasa nominal según la ecuación (4.1)	¿Qué es?
24 meses	$1.5 \times 24 = 36\%$	Tasa nominal por 2 años
12 meses	$1.5 \times 12 = 18\%$	Tasa nominal por 1 año
6 meses	$1.5 \times 6 = 9\%$	Tasa nominal por 6 meses
3 meses	$1.5 \times 3 = 4.5\%$	Tasa nominal por 3 meses

Observe que ninguna de estas tasas nominales menciona nada sobre la capitalización del interés; todas son de la forma "*r*% por periodo". Estas tasas nominales se calculan en la misma forma que las tasas simples con la ecuación (1.7), es decir, la tasa de interés se *multiplica* por el número de periodos.

Una vez calculada la tasa nominal, debe incluirse en la definición de la tasa de interés el **periodo de capitalización (PC)**. Como ejemplo, de nuevo consideremos la tasa nominal de 1.5% mensual. Si se define el PC como un mes, el enunciado de la tasa nominal es de 18% anual *compuesto mensualmente*, o 4.5% trimestral *compuesto mensualmente*. Ahora estamos en posición de definir una **tasa de interés efectiva**.

Tasa de interés efectiva *i*

La tasa de interés efectiva *i* es aquella en que **se toma en cuenta la capitalización del interés**. Por lo general, se expresa como tasa anual efectiva, pero se puede utilizar cualquier periodo como base.

La forma más común de enunciar la tasa de interés cuando la capitalización ocurre en periodos más cortos que un año es "% por periodo, capitalizable PC-mente", por ejemplo, 10% por año capitalizable mensualmente, o 12% anual capitalizable semanalmente. Una tasa efectiva no siempre incluye en su enunciado el periodo de capitalización. Si no se menciona el PC, se da por entendido que es el mismo que el periodo

citado con la tasa de interés. Por ejemplo, una tasa de interés de "1.5% mensual" significa que el interés se capitaliza cada mes; es decir, se asume que el PC es un mes. Entonces, un enunciado equivalente de la tasa de interés efectiva sería 1.5% por mes capitalizado mensualmente.

Todos los enunciados siguientes son de tasas de interés efectivas porque **enuncian que son efectivas** o porque **no se menciona el periodo capitalizable**. En este último caso, el PC es el mismo que el periodo de la tasa de interés.

Enunciado	PC	Significado
$i = 10\%$ anual	PC no estipulado; PC = año	Tasa efectiva por año
$i = 10\%$ efectivo anual con capitalización mensual	PC estipulado; PC = mes	Tasa efectiva por año
$i = 1\frac{1}{2}\%$ mensual	PC no estipulado; PC = mes	Tasa efectiva por mes
$i = 1\frac{1}{2}\%$ efectivo mensual, con capitalización mensual	PC estipulado; PC = mes	Tasa efectiva por mes; los términos *efectiva* y *con capitalización mensual* son redundantes
$i = 3\%$ efectivo trimestral, con capitalización diaria	PC estipulado; PC = día	Tasa efectiva por trimestre

Todas las tasas nominales de interés pueden convertirse a tasas efectivas. La fórmula para hacer esto se estudia en la sección siguiente.

Todas las fórmulas de interés, factores, valores tabulados y funciones de hojas de cálculo deben usar una tasa de interés efectiva para incluir en forma apropiada el valor del dinero en el tiempo.

El término **TPA (tasa porcentual anual)** con frecuencia es el que se establece como la tasa de interés anual para las tarjetas de crédito, préstamos e hipotecas inmobiliarias. Es la misma que la **tasa nominal**. Una TPA de 15% es la misma que 15% nominal por año o 1.25% nominal mensual. Asimismo, el término **RPA (rendimiento porcentual anual)** es el que suele establecerse como tasa de rendimiento de inversiones, certificados de depósito y cuentas de ahorro. Es la misma que la **tasa efectiva**. Los nombres son diferentes pero las interpretaciones son idénticas. Como veremos en las secciones siguientes, la tasa efectiva siempre es mayor o igual que la tasa nominal, y en forma similar, RPA ≥ TPA.

Con estas descripciones, siempre hay tres unidades de tiempo asociadas al enunciado de una tasa de interés.

Tiempo (o periodo) (*t*), es el periodo en que se expresa el interés. Ésta es la *t* del enunciado de *r*% por periodo *t*; por ejemplo, 1% *mensual*. La unidad de tiempo de un año es por mucho la más común, de ahí que se suponga así cuando no se especifica otra unidad.

Periodo de capitalización (***PC***), es la unidad de tiempo más corta durante la que se paga o gana interés. Se identifica por el término capitalización en el enunciado de la tasa de interés, por ejemplo, 8% anual *compuesto mensualmente*. Si no se especifica, entonces se supone que es de un año.

Frecuencia de composición (***m***), es el número de veces que la capitalización ocurre dentro del periodo *t*. Si los periodos de capitalización PC y de tiempo *t* son los mismos, la frecuencia de capitalización es 1, por ejemplo, 1% mensual*, compuesto mensualmente.*

Considere la tasa (nominal) de 8% anual, capitalizable mensualmente. Tiene un periodo *t* de un año, un periodo de capitalización PC de un mes, y una frecuencia de capitalización *m* de 12 veces por año. Una tasa de 6% por año, capitalizable en forma semanal, tiene $t = 1$ año, PC = 1 semana y $m = 52$, con base en el estándar de 52 semanas por año.

En capítulos anteriores, todas las tasas de interés tenían valores de *t* y PC de un año, por lo que la frecuencia de capitalización era siempre $m = 1$. Esto significa que todas las tasas eran efectivas en virtud de que el periodo de interés y el de capitalización eran el mismo. Ahora será necesario expresar una tasa nominal como una tasa efectiva sobre el mismo tiempo que el periodo de capitalización.

La tasa efectiva se determina a partir de una tasa nominal por medio de la fórmula siguiente:

$$\textbf{Tasa efectiva por PC} = \frac{r\% \text{ por tiempo } t}{m \text{ periodos de capitalización por } t} = \frac{r}{m} \qquad (4.2)$$

Como ejemplo, suponga que $r = 9\%$ anual, compuesto mensualmente; entonces, $m = 12$. Con la ecuación (4.2) se obtiene la tasa efectiva de 9%/12 = 0.75% mensual, con un periodo de capitalización

mensual. Es importante observar que el cambio del periodo del interés t no altera el periodo de capitalización, que en este caso es un mes. Por tanto, dos expresiones equivalentes de la misma tasa de interés son: $r = 9\%$ por año, con capitalización* mensual, y $r = 4.5\%$ por semestre, con capitalización mensual.

EJEMPLO 4.1

A continuación se listan las diferentes tasas de préstamo bancario para tres proyectos de equipo de generación de electricidad. Determine en cada inciso la tasa efectiva considerando el periodo de capitalización de cada tasa.

a) 9% anual, compuesto trimestralmente.
b) 9% anual, compuesto mensualmente.
c) 4.5% semestral, compuesto semanalmente.

Solución

Con la ecuación (4.2) calcule la tasa efectiva por PC para diferentes periodos de composición. La gráfica de la figura 4-1 indica la tasa efectiva por PC y su distribución en el tiempo.

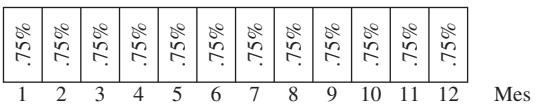
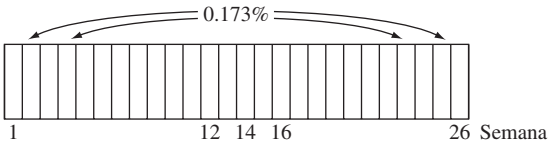
r % nominal por *t*	Periodo de capitalización (PC)	Frecuencia de capitalización (*m*)	Tasa efectiva por PC $\left(\frac{r}{m}\right)$	Distribución en los periodos *t*
a) 9% por año	Trimestre	4	2.25%	
b) 9% por año	Mes	12	0.75%	
c) 4.5% por semestre	Semana	26	0.173%	

Figura 4-1
Relaciones entre el periodo de interés *t*, el periodo de capitalización PC y la tasa de interés efectiva por PC.

A veces no es evidente si la tasa establecida es nominal o efectiva. Básicamente existen tres formas de expresar las tasas de interés, como lo indica la tabla 4-1. La columna de la derecha contiene el enunciado relativo a la tasa de interés efectiva. Para el primer formato, se da una tasa de interés nominal y se estipula el periodo de capitalización. Debe calcularse la tasa efectiva (lo cual se analiza en las siguientes secciones). En el segundo formato, la tasa establecida se identifica como efectiva (también se le denomina RPA), así que la tasa se utiliza directamente en los cálculos.

En el tercer formato no se identifica el periodo de capitalización; por ejemplo, 8% anual. En tal caso, dicha tasa es efectiva exclusivamente durante el periodo (de capitalización) de un año. Para cualquier otro periodo, debe calcularse la tasa efectiva.

TABLA 4-1 Diversas formas de expresar las tasas de interés nominal y efectiva

Formato en que se enuncia la tasa	Ejemplo de enunciado	Comentarios sobre la tasa efectiva
Se estipula la tasa nominal y también el periodo de capitalización	8% anual, con capitalización trimestral	Se calcula la tasa efectiva para cualquier periodo (se estudia en las siguientes dos secciones)
Se estipula la tasa efectiva	8.243% efectivo por año, con capitalización trimestral	Se utiliza la tasa efectiva de 8.243% por año directamente para los flujos de efectivo anuales
Se estipula la tasa de interés pero no el periodo de capitalización	8% anual	La tasa es efectiva para un PC igual al periodo estipulado de un año; se calcula la tasa efectiva para todos los periodos

* N. del T.: Las expresiones "capitalizable" o "compuesto" se usan en forma indistinta en español.

EJEMPLO 4.2 El caso del ofrecimiento de una tarjeta de crédito

EP

Como se dijo en la introducción de este caso, a Dave le ofrecen una tarjeta de crédito que, según la carta del Chase Bank, no podía rechazar. La TPA por la transferencia de saldo es de 14.24% anual, sin mención del periodo de capitalización. Por tanto, se deduce que se trata del tercer formato de la tabla 4-1; es decir, se estipula la tasa de interés pero no el PC. Entonces, debemos concluir que éste es de un año, lo mismo que el periodo anual de la TPA. Sin embargo, Dave sabe lo que todos nosotros, que los pagos de tarjeta de crédito se requieren cada mes.

a) En primer lugar, determine las tasas de interés efectivas para *periodos de capitalización de un año y un mes*, de modo que Dave conozca las tasas efectivas que pagará cuando transfiera el saldo de $1 000 de su tarjeta actual a la nueva.

b) En segundo lugar, suponga que inmediatamente después de aceptar la tarjeta y transferir los $1 000, Dave compra un boleto por pagar un mes después. ¿Cuál es el saldo total de su adeudo?

Después, Dave observa con detalle la "información sobre el precio" y descubre una cláusula en letra pequeña que dice que el Chase Bank utiliza el método del saldo diario (inclusive para las transacciones nuevas) para determinar el saldo con que se calcula el interés que se adeuda en el momento del pago.

c) Pospondremos lo que implica esta nueva observación, y por ahora ayudaremos a Dave a determinar la *tasa de interés efectiva diaria* con que se calcula el interés que adeuda al final de un mes si el PC es de un día.

Solución

a) El periodo de interés es un año. Se aplica la ecuación (4.2) para ambos valores del PC de 1 año ($m = 1$ periodo de capitalización por año) y un mes ($m = 12$ periodos de capitalización por año).

PC de 1 año: Tasa efectiva por año $= 14.24/1 = 14.24\%$

PC de 1 mes: Tasa efectiva por mes $= 14.24/12 = 1.187\%$

b) El interés será con la tasa efectiva mensual más la comisión de 3% por transferencia de saldo.

$$\begin{aligned}\text{Cantidad que se adeuda después de 1 mes} &= 1\,000 + 1\,000(0.01187) + 0.03(1\,000)\\ &= 1\,000 + 11.87 + 30\\ &= \$1\,041.87\end{aligned}$$

Al incluir la comisión de $30, esto representa una tasa de interés de $(41.87/1\,000)(100\%) = 4.187\%$ para un periodo de un solo mes.

c) De nuevo se aplica la ecuación (4.2), ahora con $m = 365$ periodos de capitalización por año.

PC diario: Tasa efectiva por día $= 14.24/365 = 0.039\%$

4.2 Tasas de interés efectivas anuales

En esta sección se estudiarán las **tasas de interés anuales**. Por tanto, el periodo fundamental t será de un año, y el de composición, PC, puede ser cualquier periodo menor que un año. Por ejemplo, una tasa *nominal* de 18% anual compuesta trimestralmente equivale a una tasa *efectiva* de 19.252% anual.

Las literales con que se representan las tasas de interés nominal y efectiva son

r = tasa de interés nominal anual

PC = periodo de cada capitalización

m = número de periodos de capitalización o composición por año

i = tasa de interés efectiva por periodo de composición $= r/m$

i_a = tasa de interés efectiva anual

La relación $i = r/m$ es exactamente la misma que en la ecuación (4.2)

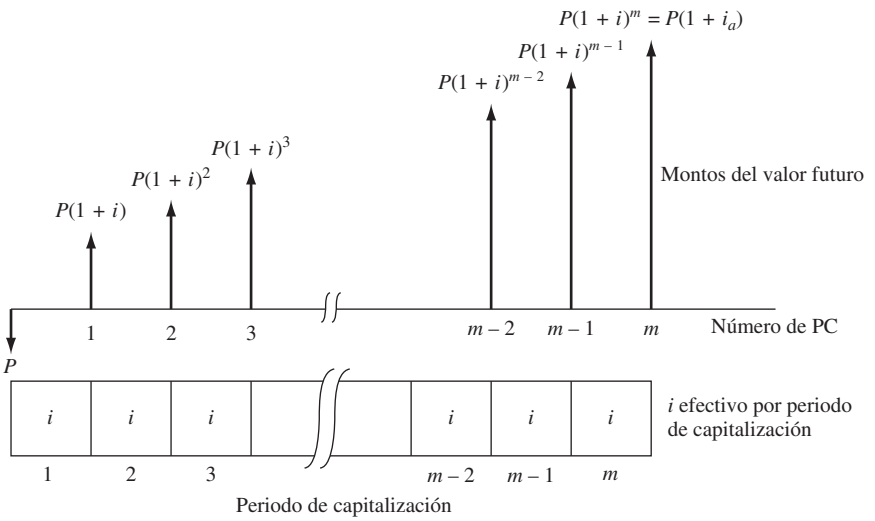


Figura 4-2
Cálculo del valor futuro con una tasa i capitalizado m veces en un año.

Como ya se señaló, el análisis de las tasas de interés nominal y efectiva es análogo al del interés simple y compuesto. Como en el interés compuesto, una tasa de interés efectiva en cualquier punto del año incluye (capitaliza) la tasa de interés de todos los periodos de composición previos del año. Por tanto, deducir una fórmula para la tasa de interés efectiva es semejante a la lógica para establecer la relación del valor futuro $F = P(1 + i)^n$. Se empleará la simplificación de $P = \$1$.

El valor futuro ***F* al final de un año** es el principal P más los intereses acumulados $P(i)$ durante el año. Como el interés se capitaliza varias veces durante el año, se usa el símbolo i_a para escribir la fórmula para F con $P = \$1$.

$$F = P + Pi_a = 1(1 + i_a)$$

Considere ahora la figura 4-2. La tasa efectiva i por PC debe capitalizarse durante todos los periodos m para obtener el efecto total de la capitalización al final del año. Esto significa que F también se representa de la siguiente manera:

$$F = 1(1 + i)^m$$

Iguale las dos expresiones para F y despeje i_a. La **fórmula de la tasa de interés efectivo anual** para i_a es

$$\boldsymbol{i_a = (1 + i)^m - 1} \qquad \textbf{(4.3)}$$

La ecuación (4.3) sirve para calcular la tasa de interés anual efectiva i_a para cualquier número de periodos de capitalización por año cuando i es la tasa para un periodo de capitalización.

Si la tasa anual efectiva i_a y la frecuencia de composición m tienen valores conocidos, la ecuación (4.3) se resuelve para i a fin de determinar la *tasa de interés efectiva por periodo de composición*.

$$i = (1 + i_a)^{1/m} - 1 \qquad (4.4)$$

Como ejemplo, en la tabla 4-2 se utiliza la tasa de 18% anual capitalizada durante diferentes periodos (anuales a semanales) para determinar las tasas de interés anuales efectivas. En cada caso, la tasa del periodo de composición i por PC se aplica m veces durante el año. Mediante la ecuación (4.3), la tabla 4-3 resume la tasa anual efectiva para tasas nominales frecuentes. En los cálculos se consideran 52 semanas y 365 días por año. En la sección 4.8 se analizan los valores de la columna correspondiente a la capitalización continua.

TABLA 4-2 Tasas de interés efectivo anual con la ecuación (4.3)

r = 18% anual, capitalizado PC-mente

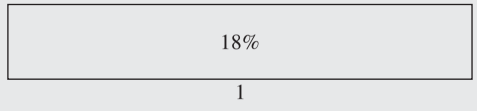
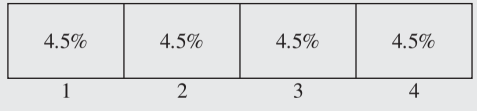
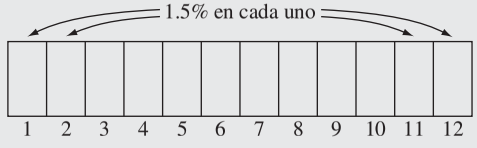
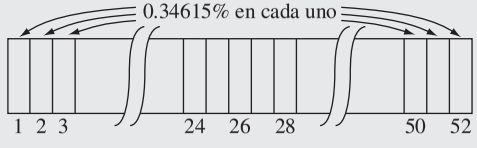
Periodo de capitalización, PC	Veces de capitalización por año, m	Tasa por periodo capitalizado, i%	Distribución de i durante el año de los periodos de capitalización	Tasa anual efectiva, $i_a = (1 + i)^m - 1$
Año	1	18		$(1.18)^1 - 1 = 18\%$
Semestre	2	9		$(1.09)^2 - 1 = 18.81\%$
Trimestre	4	4.5		$(1.045)^4 - 1 = 19.252\%$
Mes	12	1.5		$(1.015)^{12} - 1 = 19.562\%$
Semana	52	0.34615		$(1.0034615)^{52} - 1 = 19.684\%$

TABLA 4-3 Tasas de interés anual efectivo para tasas nominales seleccionadas

Tasa nominal r%	Semestral ($m = 2$)	Trimestral ($m = 4$)	Mensual ($m = 12$)	Semanal ($m = 52$)	Diaria ($m = 365$)	Continua ($m = \infty$; $e^r - 1$)
0.25	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0.50	0.501	0.501	0.501	0.501	0.501	0.501
1.00	1.003	1.004	1.005	1.005	1.005	1.005
1.50	1.506	1.508	1.510	1.511	1.511	1.511
2	2.010	2.015	2.018	2.020	2.020	2.020
3	3.023	3.034	3.042	3.044	3.045	3.046
4	4.040	4.060	4.074	4.079	4.081	4.081
5	5.063	5.095	5.116	5.124	5.126	5.127
6	6.090	6.136	6.168	6.180	6.180	6.184
7	7.123	7.186	7.229	7.246	7.247	7.251
8	8.160	8.243	8.300	8.322	8.328	8.329
9	9.203	9.308	9.381	9.409	9.417	9.417
10	10.250	10.381	10.471	10.506	10.516	10.517
12	12.360	12.551	12.683	12.734	12.745	12.750
15	15.563	15.865	16.076	16.158	16.177	16.183
18	18.810	19.252	19.562	19.684	19.714	19.722
20	21.000	21.551	21.939	22.093	22.132	22.140
25	26.563	27.443	28.073	28.325	28.390	28.403
30	32.250	33.547	34.489	34.869	34.968	34.986
40	44.000	46.410	48.213	48.954	49.150	49.182
50	56.250	60.181	63.209	64.479	64.816	64.872

EJEMPLO 4.3

Janice es ingeniera en Southwest Airlines. Compró acciones a \$6.90 cada una y las vendió exactamente un año después en \$13.14 por acción. Está muy complacida con las utilidades de su inversión. Ayude a Janice a comprender exactamente lo que ganó en términos de: *a*) tasa anual efectiva y *b*) tasa efectiva para una capitalización trimestral y para otra mensual. Ignore cualesquiera comisiones por comprar y vender las acciones y también los dividendos pagados a los accionistas.

Solución

a) La tasa de rendimiento anual efectiva i_a tiene un periodo de capitalización de un año, pues las fechas de compra y venta de las acciones están separadas exactamente por dicho periodo. Con base en el precio de compra de \$6.90 por acción y con la definición de tasa de interés de la ecuación (1.2),

$$i_a = \frac{\text{cantidad de incremento en un año}}{\text{precio original}} \times 100\% = \frac{6.24}{6.90} \times 100\% = 90.43\% \text{ por año}$$

b) Para las tasas anuales efectivas de 90.43% anual con capitalización trimestral y de 90.43% con capitalización mensual, las tasas efectivas correspondientes para cada periodo de capitalización se obtienen con la ecuación (4.4).

Trimestre: $m = 4$ veces por año $\quad i = (1.9043)^{1/4} - 1 = 1.17472 - 1 = 0.17472$

Lo cual es 17.472% por trimestre, con capitalización trimestral.

Mes: $m = 12$ veces por año $\quad i = (1.9043)^{1/12} - 1 = 1.05514 - 1 = 0.05514$

Esto es 5.514% por mes, con capitalización mensual.

Comentario

Observe que estas tasas trimestral y mensual son menores que la tasa anual efectiva dividida entre el número de trimestres o de meses por año. En el caso de los meses sería de 90.43%/12 = 7.54% mensual. Este cálculo es incorrecto porque ignora que la capitalización ocurre 12 veces durante el año y por eso da como resultado la tasa anual efectiva de 90.43%.

La función de una hoja de cálculo que produce el resultado de la ecuación (4.3), es decir, la **tasa anual efectiva** i_a, es la función INT.EFECTIVO. El formato es

= INT.EFECTIVO(tasa_nominal_por_año;frecuencia_de_capitalización)

= INT.EFECTIVO(*r*%,*m*) **(4.5)**

Observe que la tasa introducida en la función INT.EFECTIVO es la **tasa nominal anual *r*% por año**, no la tasa efectiva *i*% por periodo de capitalización. La función calcula en forma automática el valor de *i* que se emplea en la ecuación (4.3). Como ejemplo, suponga que la tasa nominal anual es $r = 5.25\%$ por año, con capitalización trimestral, y que se desea obtener la tasa anual efectiva i_a. La entrada correcta es =INT. EFECTIVO(5.25%,4) para obtener $i_a = 5.354\%$ anual. Esto es el equivalente de la ecuación (4.3) en una hoja de cálculo con $i = 5.25/4 = 1.3125\%$ por trimestre con $m = 4$.

$$i_a = (1 + 0.013125)^4 - 1 = 0.05354 \quad (5.354\%)$$

Lo que hay que recordar sobre la función INT.EFECTIVO es que la tasa nominal *r* que se introduzca debe expresarse en el mismo periodo que el de la tasa efectiva requerida, que en este ejemplo es de un año.

La función TASA.NOMINAL en una hoja de cálculo calcula la **tasa anual nominal *r***. El formato es

= TASA.NOMINAL(tasa_efectiva,frecuencia_de_capitalización_por_año)

= TASA.NOMINAL(i_a%,*m*) **(4.6)**

Esta función está diseñada para mostrar **sólo** tasas **anuales** nominales. En consecuencia, el valor de *m* que se introduzca debe ser el número de veces que se capitaliza el interés en un año. Por ejemplo, si la tasa anual efectiva es de 10.381% anual, con capitalización trimestral, y se busca la tasa nominal anual, la función es = TASA.NOMINAL(10.381%,4) para producir $r = 10\%$ anual, con capitalización trimestral. Las tasas nominales para periodos menores de un año se determinan con la ecuación (4.1). Por ejemplo, la tasa trimestral es $10\%/4 = 2.5\%$.

Lo que se debe recordar cuando se utilice la función TASA.NOMINAL es que la respuesta siempre es una tasa nominal anual, que la tasa que se introduzca debe ser una tasa anual efectiva, y que el valor de *m* debe ser igual al número de veces que se capitaliza el interés en un año.

EJEMPLO 4.4 El caso del ofrecimiento de una tarjeta de crédito EP

En nuestro ejemplo progresivo, Dave planea aceptar el ofrecimiento de una tarjeta de crédito del Chase Bank con una TPA (tasa nominal) de 14.24% anual, o 1.187% mensual. Transferirá un saldo de $1 000 y planea pagarlo más $30 por la comisión por transferencia, al final del primer mes. Supongamos que Dave hace la transferencia y pocos días después su empleador lo asigna por un año a Camerún, en África noroccidental. Dave acepta esta asignación y con la prisa de su partida olvida informar su cambio de domicilio a la compañía de la tarjeta de crédito. Como no tiene acceso al correo, no paga el saldo mensual que adeuda, que en el ejemplo 4.2 calculamos de $1 041.87.

a) Si esta situación continúa durante 12 meses, calcule la deuda total después de dicho tiempo y la tasa de interés anual efectivo que habrá acumulado Dave. Recuerde que la letra pequeña del contrato acerca del interés de la tarjeta y de las comisiones menciona una TPA de castigo de 29.99% anual después del retraso del pago mínimo, más una comisión por pago atrasado de $39 cada vez que ocurra uno.

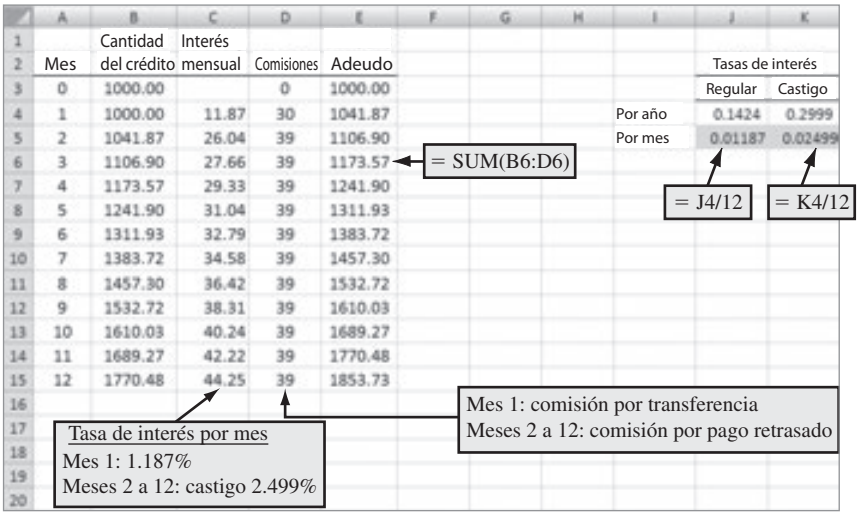
b) Si no hubiera TPA de castigo ni comisión por atraso, ¿cuál sería la tasa de interés anual efectiva que se cobraría por ese año? Compare ésta con la respuesta del inciso *a*).

Solución

a) Como Dave no pagó el monto del primer mes, el nuevo saldo de $1 041.87 y todos los saldos mensuales futuros acumularán intereses con la tasa mensual mayor de

$$29.99\%/12 = 2.499\% \text{ mensual}$$

Además, cada mes se sumará la comisión de $39 por pago retrasado, a partir del segundo mes, y por ello de entonces en adelante se cobrarán intereses sobre estas comisiones. A continuación se presentan los detalles de los primeros tres meses y los últimos dos. La figura 4-3 muestra los intereses y comisiones de los 12 meses.



Mes	Cantidad del crédito	Interés mensual	Comisiones	Adeudo
0	1000.00		0	1000.00
1	1000.00	11.87	30	1041.87
2	1041.87	26.04	39	1106.90
3	1106.90	27.66	39	1173.57
4	1173.57	29.33	39	1241.90
5	1241.90	31.04	39	1311.93
6	1311.93	32.79	39	1383.72
7	1383.72	34.58	39	1457.30
8	1457.30	36.42	39	1532.72
9	1532.72	38.31	39	1610.03
10	1610.03	40.24	39	1689.27
11	1689.27	42.22	39	1770.48
12	1770.48	44.25	39	1853.73

Figura 4-3
Cantidades mensuales que se adeudan por una tarjeta de crédito, ejemplo 4.4.

Mes 1: $1\,000 + 1\,000(0.01187) + 30 = \$1\,041.87$
Mes 2: $1\,041.87 + 1\,041.87(0.02499) + 39 = \$1\,106.91$
Mes 3: $1\,106.91 + 1\,106.91(0.02499) + 39 = \$1\,173.57$
⋮
Mes 11: $1\,689.25 + 1\,689.25(0.02499) + 39 = \$1\,770.46$
Mes 12: $1\,770.46 + 1\,770.46(0.02499) + 39 = \$1\,853.71$

La *tasa mensual efectiva* se determina con el factor F/P para obtener el valor de i con el que \$1 000 de hoy equivalen a \$1 853.71 después de 12 periodos.

$$1\,853.71 = 1\,000(F/P, i, 12) = 1\,000(1 + i)^{12}$$

$$1 + i = (1.85371)^{1/12} = 1.05278$$

$$i = 5.278\% \text{ mensual}$$

Como el periodo de capitalización es de un mes se utiliza la ecuación (4.3) para determinar la *tasa anual efectiva* de 85.375% anual, con capitalización mensual.

$$i_a = (1 + i)^m - 1 = (1.05278)^{12} - 1$$

$$= 0.85375 \quad (85.375\%)$$

b) Si no hubiera comisiones de castigo y la tasa nominal anual de 14.24% (o 1.187% mensual) se aplicara durante los 12 meses, la tasa anual efectiva sería de 15.207% anual, con capitalización mensual. Según la ecuación (4.3), con cierto error de redondeo,

$$i_a = (1 + i)^m - 1 = (1.01187)^{12} - 1 = 0.15207$$

En primer lugar, Dave no pagaría la tasa establecida de 14.24% debido a que se trata de la TPA (tasa nominal), no de la RPA (tasa efectiva) de 15.207%. En segundo lugar, y mucho más importante, hay una enorme diferencia entre 1) el incremento de la tasa con una TPA de 29.99% y 2) las comisiones mensuales de \$39 por no realizar un pago. Estas grandes comisiones se vuelven parte del saldo del crédito y acumulan intereses con la tasa de castigo de 29.99% anual. El resultado es una tasa anual efectiva que pasa de 15.207% a 85.375% anual, con capitalización mensual.

Comentario

Esta sólo es una ilustración del porqué el mejor consejo que puede darse a una persona o empresa con deudas es que las disminuya. La TPA establecida por las instituciones que manejan tarjetas de crédito, préstamos e hipotecas llega a ser engañosa; además, al agregarse comisiones de castigo, la tasa efectiva se incrementa con mucha rapidez.

Cuando se aplica la ecuación (4.3) para hallar i_a el resultado normalmente no es un número entero. Por consiguiente, un factor de ingeniería económica no puede obtenerse directamente de las tablas de factores de interés. Existen tres maneras de determinar el valor del factor.

- Utilizar la fórmula del factor sustituyendo i por la tasa i_a.
- Emplear la función de una hoja de cálculo con i_a (como se estudió en la sección 2.4).
- Llevar a cabo una interpolación lineal entre dos tasas tabuladas (según se indica en la sección 2.4).

4.3 Tasas de interés efectivas para cualquier periodo

Con la ecuación (4.3) que se presenta en la sección 4.2 se calcula una tasa de interés efectiva por año a partir de cualquier tasa efectiva en un periodo menor. Dicha ecuación se generaliza para determinar la **tasa de interés efectiva para cualquier periodo** (menor o mayor que un año).

$$\textbf{\textit{i} efectivo por periodo} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \qquad \textbf{(4.7)}$$

donde i = tasa efectiva por periodo especificado (por ejemplo, semestral)

r = tasa de interés nominal para el mismo periodo (semestral)

m = número de veces que se capitaliza el interés por periodo (veces cada 6 meses)

El término r/m siempre es la tasa de interés efectiva en un periodo de capitalización PC, y m es siempre el número de veces que se capitaliza el interés por periodo en el lado izquierdo de la ecuación (4.7). En lugar del símbolo i_a, esta expresión general emplea i para denotar la tasa de interés efectiva, que se apega al uso de i en lo que resta del libro. Los ejemplos 4.5 y 4.6 ilustran el empleo de esta ecuación.

EJEMPLO 4.5

Tesla Motors fabrica vehículos eléctricos de alto rendimiento. Un ingeniero pertenece al comité de Tesla que evalúa propuestas para incorporar maquinaria de medición de coordenadas, de nueva generación, a la fabricación automática de partes de alta precisión. Tres propuestas de venta incluyen las tasas de interés que los vendedores cargarán a los saldos insolutos. Para entender mejor los costos financieros, la dirección de Tesla encarga al ingeniero determinar las tasas anual y semestral efectivas para cada propuesta, que se presentan a continuación:

Propuesta 1: 9% anual, compuesto trimestralmente

Propuesta 2: 3% trimestral, compuesto trimestralmente

Propuesta 3: 8.8% anual, compuesto mensualmente

a) Determine la tasa efectiva de cada propuesta con pagos semestrales.
b) ¿Cuáles son las tasas anuales efectivas? Éstas formarán parte de la elección de la propuesta final.
c) ¿Qué propuesta tiene la tasa anual efectiva más baja?

Solución

a) Hay que convertir las tasas nominales a una tasa semestral, determinar m y después, con la ecuación (4.7), calcular la tasa de interés semestral efectiva i. Para la propuesta 1,

$$r = 9\% \text{ anual} = 4.5\% \text{ por seis meses}$$

$$m = \text{dos trimestres por seis meses}$$

$$i\% \text{ efectiva durante seis meses} = \left(1 + \frac{0.045}{2}\right)^2 - 1 = 1.0455 - 1 = 4.55\%$$

La tabla 4-4 (sección de la izquierda) resume las tasas semestrales efectivas de las tres propuestas.

TABLA 4-4 Tasas de interés efectivas anuales y semestrales para las tres propuestas, ejemplo 4.5

	Tasas semestrales			Tasas anuales		
Propuesta	*r* nominal por 6 meses, %	PC por 6 meses, *m*	Ecuación (4.7), *i* efectiva, %	*r* nominal por un año, %	PC por año, *m*	Ecuación (4.7), *i* efectiva, %
1	4.5	2	4.55	9	4	9.31
2	6.0	2	6.09	12	4	12.55
3	4.4	6	4.48	8.8	12	9.16

b) Para la tasa anual efectiva, el periodo en la ecuación (4.7) es de un año. Para la propuesta 1,

$$r = 9\% \text{ anual} \qquad m = 4 \text{ trimestres por año}$$

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.09}{4}\right)^4 - 1 = 1.0931 - 1 = 9.31\%$$

La sección de la derecha de la tabla 4-4 resume las tasas anuales efectivas.

c) La propuesta 3 incluye la tasa anual efectiva menor de 9.16%, que equivale a una tasa semestral efectiva de 4.48% cuando el interés se capitaliza en forma mensual.

EJEMPLO 4.6

Una compañía de internet planea invertir dinero en un nuevo fondo de capital riesgoso, que actualmente reembolsa 18% anual con un periodo de composición diario. ¿Cuál es el valor de la tasa de interés efectiva *a*) anual y *b*) semestral?

Solución

a) Aplique la ecuación (4.7), con $r = 0.18$ y $m = 365$.

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.18}{365}\right)^{365} - 1 = 19.716\%$$

b) En este caso, $r = 0.09$ cada seis meses y $m = 182$ días.

$$i\% \text{ efectiva semestral} = \left(1 + \frac{0.09}{182}\right)^{182} - 1 = 9.415\%$$

4.4 Relaciones de equivalencia. Periodo de pago y periodo de capitalización ●●●

Una vez desarrollados los procedimientos y fórmulas para determinar las tasas de interés efectivas tomando en cuenta el periodo de capitalización, es necesario considerar el **periodo de pago**.

El periodo de pago (PP) es el tiempo entre los flujos de efectivo (ingresos o egresos). Es común que no coincidan las duraciones del periodo de pago y del periodo de capitalización (PC). Es importante determinar si PP = PC, si PP > PC o si PP < PC.

Si una compañía deposita dinero cada mes en una cuenta que produce con una tasa nominal de 8% anual con capitalización semestral, los depósitos de flujo de efectivo definen un periodo de pago de un mes, y la tasa de interés nominal define un periodo de capitalización de seis meses. En la figura 4-4 se presentan estas duraciones. En forma similar, si una persona deposita un cheque una vez al año en una cuenta que capitaliza trimestralmente el interés, entonces PP = 1 año y PC = 3 meses.

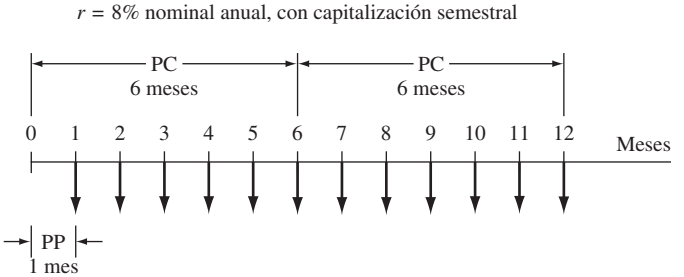


Figura 4-4
Diagrama de flujo de efectivo durante un año para un periodo de pago (PP) mensual y un periodo de capitalización (PC) semestral.

TABLA 4-5 Secciones en que aparecen los cálculos de equivalencia con base en el periodo de pago y su comparación con el periodo de capitalización

Duración	Involucra cantidades únicas (sólo *P* y *F*)	Involucra series uniformes o gradientes (*A*, *G* o *g*)
PP = PC	Sección 4.5	Sección 4.6
PP > PC	Sección 4.5	Sección 4.6
PP < PC	Sección 4.7	Sección 4.7

Como ya vimos, para llevar a cabo correctamente los cálculos de equivalencia es esencial utilizar la misma duración para el periodo de capitalización y el periodo de pago. Las siguientes tres secciones (4.5 a 4.7) describen los procedimientos para determinar los valores correctos de i y n para los factores de la ingeniería económica y las soluciones en hoja de cálculo. Primero se compara la duración del PP con la duración del PC, después se identifica la serie de flujos de efectivo con pagos únicos (P y F) o con una serie (A, G o g). La tabla 4-5 contiene las referencias a las diferentes secciones. Las referencias a las diferentes secciones de la tabla 4.5 son las mismas cuando PP = PC y cuando PP > PC porque los procedimientos para determinar i y n son los mismos, como se estudió en las secciones 4.5 y 4.6.

Un principio general que debe recordarse al hacer cálculos de equivalencia es que cuando hay flujos de efectivo es necesario tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo. Por ejemplo, suponga que los flujos de efectivo ocurren cada seis meses y que el interés tiene un periodo de capitalización trimestral. Después de tres meses no hay flujo de efectivo ni es necesario determinar el efecto de la composición trimestral. Sin embargo, en el sexto mes es necesario considerar los intereses acumulados durante los dos trimestres anteriores.

4.5 Relaciones de equivalencia. Pagos únicos con PP ≥ PC ●●●

Con sólo estimaciones de P y F, el periodo de pago no se identifica de manera específica. En virtualmente todas las situaciones, PP será igual o mayor que PC. La duración del PP se define por el periodo de interés que se mencione en el enunciado de la tasa de interés. Si, por ejemplo, la tasa es de 8% anual, entonces PP = PC = un año. No obstante, si la tasa es de 10% anual con capitalización trimestral, entonces el PP es de 1 año, el PC es de un trimestre, o tres meses, y PP > PC. Como se explica en seguida, los procedimientos de cálculo de la equivalencia son los mismos en ambos casos.

Cuando sólo se trata de flujos de efectivo de pago único, hay dos formas igualmente correctas de determinar i y n para los factores P/F y F/P. El método 1 es más fácil de aplicar, porque las tablas de interés de la parte posterior del libro por lo común ofrecen el valor del factor. El método 2 quizá requiera cálculos mediante la fórmula para el factor, pues la tasa de interés efectiva que resulta no es un número entero. En el caso de las hojas de cálculo, cualquier método es aceptable; sin embargo, por lo general el método 1 es más fácil.

Método 1: Se determina la tasa de interés efectiva durante el ***periodo de composición PC***, y se iguala n al número de periodos de composición entre P y F. Las relaciones para calcular P y F son

$$P = F(P/F, i\%\ \text{efectiva por PC, número total de periodos } n) \quad (4.8)$$

$$F = P(F/P, i\%\ \text{efectiva por PC, número total de periodos } n) \quad (4.9)$$

Por ejemplo, suponga que la tasa establecida de la tarjeta de crédito es una tasa efectiva de 15% anual, compuesta mensualmente. En este caso, PC es igual a un mes. Para calcular P o F a lo largo de un periodo de dos años, se calcula la tasa mensual efectiva de 15%/12 = 1.25% y el total de meses de 2(12) = 24. Así, los valores 1.25% y 24 se utilizan para el cálculo de los factores P/F y F/P.

Cualquier periodo es válido para determinar la tasa de interés efectiva; sin embargo, es común que la tasa de interés asociada con el PC sea mejor porque suele ser un número entero. Por ello, es posible utilizar las tablas de factores del final de este libro.

Método 2*:** Se determina la **tasa de interés efectiva para el *periodo t de la tasa nominal, y se establece n igual al número total de periodos utilizando el mismo periodo.

Las fórmulas de P y F son las mismas que las de las ecuaciones (4.8) y (4.9), salvo que el término *i% efectiva por t* se sustituye por la tasa de interés. En el caso de una tasa de tarjeta de crédito de 15% anual compuesto mensualmente, el periodo t es un año. La tasa de interés efectiva durante un año y los valores n son

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^{12} - 1 = 16.076\%$$

$$n = 2 \text{ años}$$

El factor P/F que se obtiene es el mismo por ambos métodos: $(P/F,1.25\%,24) = 0.7422$ con la tabla 5 al final del texto; y $(P/F,16.076\%,2) = 0.7422$ mediante la fórmula del factor P/F.

EJEMPLO 4.7

En los últimos 10 años, la empresa Gentrack realizó depósitos en una cuenta especial. La compañía vende composta producida en fábricas ubicadas en Estados Unidos y Vietnam. La figura 4-5 muestra el diagrama de flujo de efectivo en unidades de $1 000. Calcule cuánto hay ahora (después de 10 años) en la cuenta con una tasa de interés de 12% anual, compuesto semestralmente.

Solución

Sólo interesan los valores de P y F. Ambos métodos se ejemplifican para calcular F en el año 10.

Método 1: Con el PC semestral se expresa la tasa efectiva semestral de 6% por cada periodo de seis meses. Hay $n = (2)$(número de años) periodos semestrales por cada flujo de efectivo. Con los valores de los factores de la tabla 11 se observa que el valor futuro, por medio de la ecuación (4.9), es

$$\begin{aligned} F &= 1\,000(F/P,6\%,20) + 3\,000(F/P,6\%,12) + 1\,500(F/P,6\%,8) \\ &= 1\,000(3.2071) + 3\,000(2.0122) + 1\,500(1.5938) \\ &= \$11\,634 \quad (\$11.634 \text{ millones}) \end{aligned}$$

Método 2: Se expresa la tasa efectiva anual con base en un periodo de composición semestral.

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^{2} - 1 = 12.36\%$$

El valor de n es el número real de años. Con la fórmula del factor $(F/P,i,n) = (1.1236)^n$ y la ecuación (4.9) se obtiene la misma respuesta que con el método 1.

$$\begin{aligned} F &= 1\,000(F/P,12.36\%,10) + 3\,000(F/P,12.36\%,6) + 1\,500(F/P,12.36\%,4) \\ &= 1\,000(3.2071) + 3\,000(2.0122) + 1\,500(1.5938) \\ &= \$11\,634 \quad (\$11.634 \text{ millones}) \end{aligned}$$

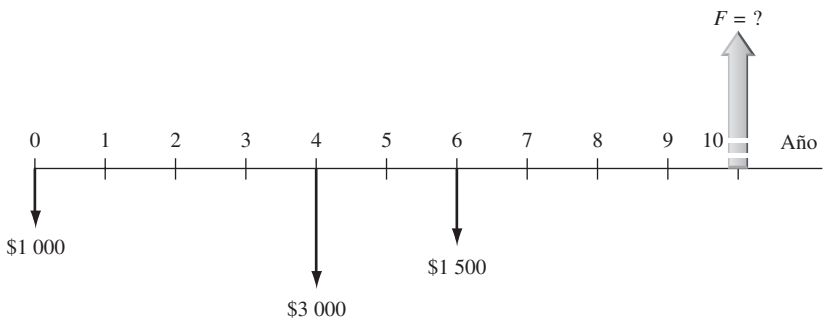


Figura 4-5
Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 4.7.

TABLA 4-6 Ejemplos de valores de *n* y de *i* donde PP = PC o PP > PC

Serie de flujo de efectivo	Tasa de interés	Qué encontrar; datos	Notación estándar
$500 semestrales durante 5 años	16% anual, con capitalización semestral	Encontrar *P*; dado *A*	$P = 500(P/A,8\%,10)$
$75 mensuales durante 3 años	24% anual, con capitalización mensual	Encontrar *F*; dado *A*	$F = 75(F/A,2\%,36)$
$180 trimestrales durante 15 años	5% trimestral	Encontrar *F*; dado *A*	$F = 180(F/A,5\%,60)$
Incremento de $25 por mes durante 4 años	1% mensual	Encontrar *P*; dado *G*	$P = 25(P/G,1\%,48)$
$5 000 por trimestre durante 6 años	1% mensual	Encontrar *A*; dado *P*	$A = 5\,000(A/P,3.03\%,24)$

4.6 Relaciones de equivalencia. Series con PP ≥ PC ●●●

Cuando se incluyen series gradientes o uniformes en la sucesión de flujo de efectivo, el procedimiento es esencialmente el mismo que el del método 2 expuesto, salvo que ahora PP se define por la frecuencia de los flujos de efectivo. Esto también establece la unidad de tiempo de la tasa de interés efectiva. Por ejemplo, si los flujos de efectivo son *trimestrales*, el PP es de un *trimestre* y, por consiguiente, se necesita una tasa de interés efectiva *trimestral*. El valor *n* es el número total de trimestres. Si PP es igual a un trimestre, cinco años se traducen en un valor de *n* de 20 trimestres. Esto constituye una aplicación directa de la siguiente directriz general:

Cuando los flujos de efectivo implican una serie (es decir, *A, G, g*) y el periodo de pago es igual o mayor que el periodo de capitalización:

- Se calcula la tasa de interés efectiva *i* por periodo de pago.
- Se determina *n* como el número total de periodos de pago.

Al llevar a cabo cálculos de equivalencia para series, *sólo* estos valores de *i* y *n* se pueden utilizar en las tablas de interés, las fórmulas de factores y las funciones de hoja de cálculo. En otras palabras, no hay otras combinaciones que proporcionen respuestas correctas, como en el caso de los *flujos de efectivo de pago único*.

La tabla 4-6 muestra la formulación correcta de diversas series de flujo de efectivo y tasas de interés. Observe que *n* siempre es igual al número total de periodos de pago y que *i* es una tasa de interés efectiva que se expresa de acuerdo con el mismo periodo que *n*.

EJEMPLO 4.8

La compañía Excelon Energy pagó $500 semestrales en los pasados siete años por un contrato de mantenimiento de software. ¿Cuál es la cantidad equivalente después del último pago si estos fondos se obtienen de un consorcio que ha estado reembolsando 8% de intereses anuales con composición trimestral?

Solución

La figura 4-6 muestra el diagrama de flujo de efectivo. El periodo de pago (seis meses) es más largo que el periodo de capitalización (tres meses); es decir, PP > PC. Si aplicamos la directriz es necesario determinar una **tasa de interés efectiva semestral**. Aplique la ecuación (4.7) con $r = 4\%$ por cada periodo de seis meses y $m = 2$ trimestres por cada periodo semestral.

$$i\% \text{ efectiva semestral} = \left(1 + \frac{0.04}{2}\right)^2 - 1 = 4.04\%$$

La tasa de interés efectiva semestral también se obtiene de la tabla 4-3 con un valor *r* de 4% y $m = 2$ para llegar a $i = 4.04\%$.

El valor $i = 4.04\%$ parece razonable, pues esperamos que la tasa de interés efectiva sea un poco superior a la tasa de interés nominal de 4% por cada periodo de seis meses. El número total de periodos de pagos semestrales es $n = 2(7) = 14$. La relación para F es

$$F = A(F/A,4.04\%,14)$$

$$= 500(18.3422)$$

$$= \$9\ 171.09$$

Para determinar el valor del factor F/A de 18.3422 con una hoja de cálculo, ingrese la función VF de la figura 2-9, es decir, $= -\text{VF}(4.04\%,14.1)$. De otro modo, la respuesta final de \$9 171.09 se obtiene directamente con la función $= -\text{VF}(4.04\%,14\ 500)$.

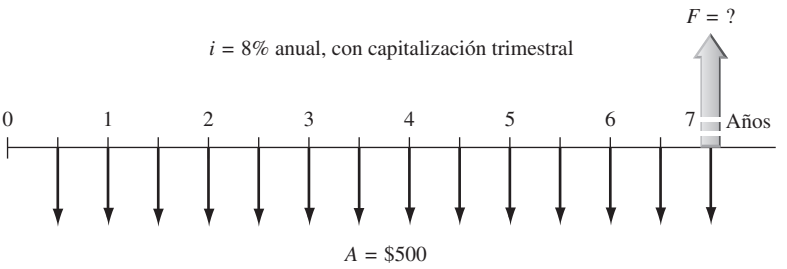


Figura 4-6
Diagrama de depósitos semestrales para determinar el valor de *F,* ejemplo 4.8.

EJEMPLO 4.9 El caso del ofrecimiento de una tarjeta de crédito

EP

En la continuación de la experiencia de Dave y su viaje de trabajo a África, supongamos que él recordaba que el saldo total era de \$1 030, inclusive el saldo de \$30 por concepto de la comisión por transferencia, y que se propone abrir una cuenta de cheques que cada mes haga depósitos de manera automática para saldar toda la cuenta en dos años. Como sabía que el pago mínimo era de \$25 por mes, Dave decidió asegurarse de que su pago mensual superara esta cantidad para evitar cualesquiera penalizaciones por la TPA de castigo de 29.99% anual. ¿Qué cantidad debe solicitar que se pague desde su cuenta cada mes? ¿Cuál es el RPA que pagará si este plan se sigue con toda exactitud y el Chase Bank no cambia la TPA durante el periodo de dos años? Asimismo, suponga que Dave deja la tarjeta de crédito en su casa y no hace más cargos con ella.

Solución

Se necesita la serie mensual A para un total de $n = 2(12) = 24$ pagos. En este caso, PP = PC = 1 mes, y la tasa efectiva mensual es de $i = 14.24\%/12 = 1.187\%$ por mes.

Solución a mano: Con una calculadora o lápiz y papel se determina el valor A/P.

$$A = P(A/P,i,n) = 1\ 030(A/P,1.187\%,24) = 1\ 030(0.04813)$$

$$= \$49.57 \text{ mensuales durante 24 meses}$$

Solución con computadora: Use la función $= -\text{PAGO}(1.187\%,24,1)$ para determinar el valor del factor 0.04813 para calcular A para $n = 24$ pagos. O como alternativa, utilice la función $= \text{PAGO}(1.187\%,24,1\ 030)$ para obtener directamente el pago mensual A requerido de $A = \$\text{-}49.57$.

La *tasa de interés anual efectiva TIAE* se calcula con la ecuación (4.7) y $r = 14.24\%$ anual, con capitalización mensual, y $m = 12$ veces por año.

$$i \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.1424}{12}\right)^{12} - 1 = 1.15207 - 1$$

$$= 15.207\% \text{ anual}$$

Ésta es la misma tasa anual efectiva i_a que se obtuvo en el ejemplo 4.4*b*).

EJEMPLO 4.10

El Scott and White Health Plan (SWHP) compró un sistema robotizado de prescripción de recetas médicas para atender con mayor rapidez y exactitud, con medicación estable en forma de píldoras, a pacientes con problemas crónicos de salud, como diabetes, tiroides e hipertensión. Suponga que el sistema de alto volumen tiene un costo de $3 millones de instalación y un costo estimado de $200 000 anuales para materiales, operación, personal y mantenimiento. La vida esperada es de 10 años. Un ingeniero biomédico del SWHP desea calcular el total de ingresos que se requieren por cada periodo semestral para recuperar la inversión, los intereses y los costos anuales. Determine este valor semestral A a mano y por computadora, si los fondos están evaluados a 8% anual con dos periodos de composición:

Tasa 1. 8% anual, compuesto *semestralmente*.
Tasa 2. 8% anual, compuesto *mensualmente*.

Solución

La figura 4-7 muestra el diagrama de flujo de efectivo. Durante los 20 periodos semestrales, los costos anuales se presentan cada dos periodos (un periodo sí y otro no) y se busca la serie de recuperación de capital para cada periodo de seis meses. Este esquema complica un poco la solución a mano con el factor P/F en lugar del factor P/A para determinar P en el caso de los 10 costos anuales de $200 000. Se recomienda la solución por computadora en tales casos.

Solución a mano (tasa 1): A continuación se resumen los pasos para calcular el valor semestral A:

PP = PC a 6 meses; se calcula la tasa de interés efectiva por cada periodo semestral.

Tasa de interés efectiva semestral $i = 8\%/2 = 4\%$ por 6 meses, con un periodo de composición semestral.

Número de periodos semestrales $n = 2(10) = 20$.

Se calcula P, con el factor P/F para $n = 2, 4, ..., 20$ periodos, pues los costos son anuales, no semestrales. Después se utiliza el factor A/P a lo largo de los 20 periodos para determinar el valor semestral de A.

$$P = 3\,000\,000 + 200\,000\left[\sum_{k=2,4}^{20}(P/F,4\%,k)\right]$$

$$= 3\,000\,000 + 200\,000(6.6620) = \$4\,332\,400$$

$$A = \$4\,332\,400(A/P,4\%,20) = \$318\,778$$

Conclusión: Se requiere un ingreso de $318 778 cada seis meses para cubrir los costos y un interés de 8% anual con periodo de composición semestral.

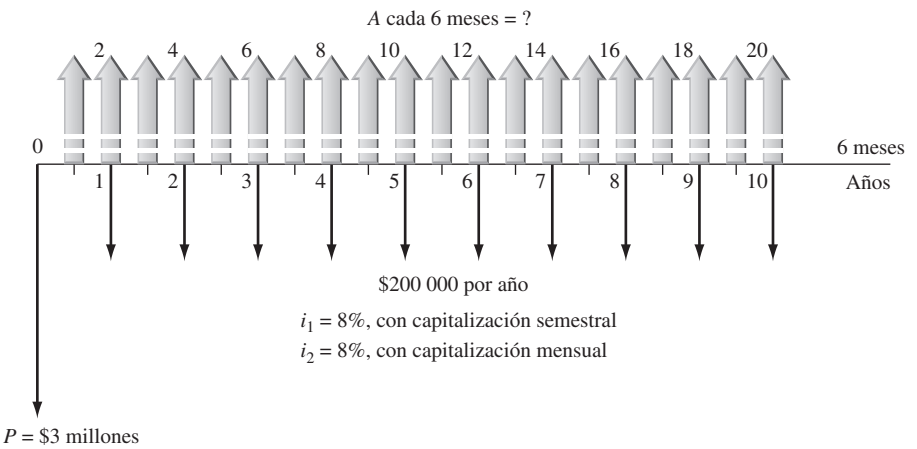


Figura 4-7
Diagrama de flujo de efectivo con dos periodos de capitalización, ejemplo 4.10.

Solución a mano (tasa 2): El PP es semestral, pero el PC ahora es mensual; por tanto, PP > PC. Para calcular la tasa semestral efectiva, se aplica la tasa de interés efectiva, ecuación (4.7), con $r = 4\%$ y $m = 6$ meses por cada periodo semestral.

$$i \text{ semestral efectiva} = \left(1 + \frac{0.04}{6}\right)^6 - 1 = 4.067\%$$

$$P = 3\,000\,000 + 200\,000\left[\sum_{k=2,4}^{20} (P/F,4.067\%,k)\right]$$

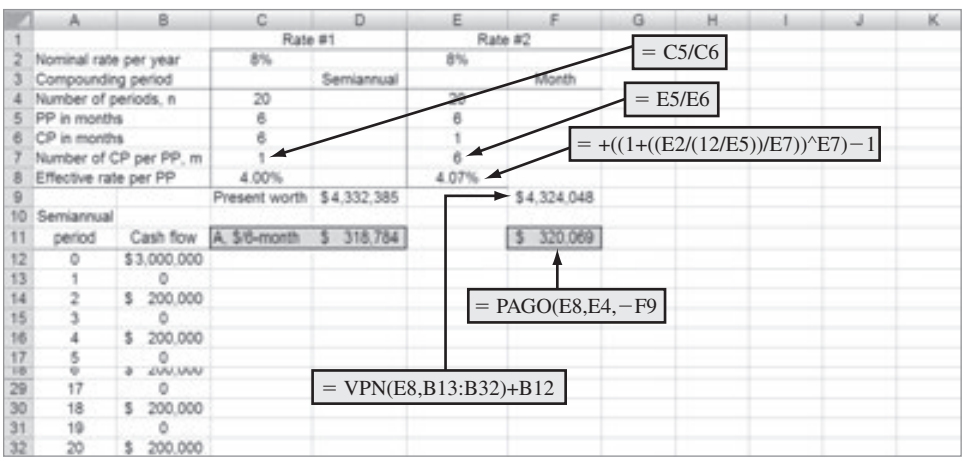
$$= 3\,000\,000 + 200\,000(6.6204) = \$4\,324\,080$$

$$A = \$4\,324\,080(A/P,4.067\%,20) = \$320\,064$$

Ahora se requieren \$320 064, o \$1 286, más cada seis meses para cubrir la capitalización más frecuente de 8% de interés anual. Observe que todos los factores P/F y A/P deben calcularse con las fórmulas de los factores a 4.067%. Este método por lo general implica más cálculos y es más susceptible de error que la solución en hoja de cálculo.

Solución con computadora (tasas 1 y 2): La figura 4-8 muestra una solución general del problema con ambas tasas (varios renglones en el fondo de la hoja de cálculo no se perciben en la pantalla. Éstos siguen el patrón del flujo de efectivo de \$200 000, seis meses sí y seis no, hasta la celda B32.) Las funciones en C8 y E8 son expresiones generales para la tasa de interés efectiva por cada PP expresado en meses. Esto permite llevar a cabo cierto análisis de sensibilidad para diferentes valores de PP y PC. Observe las funciones en C7 y E7 para determinar m para las fórmulas de la tasa de interés efectiva. Dicha técnica funciona bien para las hojas de cálculo una vez que se introducen los valores de PP y PC en la unidad de tiempo del PC.

Cada periodo de seis meses se encuentra en los flujos de efectivo, incluso las entradas con \$0, de manera que las funciones VPN y PAGO funcionen correctamente. Los valores finales de A en D14 (\$318 784) y F14 (\$320 069) son los mismos (salvo por el redondeo) que los anteriores.



	A	B	C	D	E	F
1			Rate #1		Rate #2	
2	Nominal rate per year		8%		8%	
3	Compounding period			Semiannual		Month
4	Number of periods, n		20		20	
5	PP in months		6		6	
6	CP in months		6		1	
7	Number of CP per PP, m		1		6	
8	Effective rate per PP		4.00%		4.07%	
9			Present worth	$4,332,385		$4,324,048
10	Semiannual					
11	period	Cash flow	A, $/6-month	$ 318,784		$ 320,069
12	0	$3,000,000				
13	1	0				
14	2	$ 200,000				
15	3	0				
16	4	$ 200,000				
17	5	0				
29	17	0				
30	18	$ 200,000				
31	19	0				
32	20	$ 200,000				

Figura 4-8
Solución en hoja de cálculo para la serie semestral A con diferentes periodos de composición, ejemplo 4.10.

4.7 Relaciones de equivalencia. Pagos únicos y series con PP < PC ●●●

Si una persona deposita dinero cada mes en una cuenta de ahorros con un interés compuesto trimestral, ¿ganan intereses todos los depósitos mensualmente antes del siguiente periodo de composición trimestral? Si un banco le cobra a una persona intereses el día 15 del mes en sus pagos de la tarjeta de crédito, y si la persona hace el pago completo el día primero, ¿reduce la institución financiera los intereses sobre la base de un pago anticipado? La respuesta común es no. Sin embargo, si una empresa grande hiciera pagos mensuales para cubrir un préstamo bancario de \$10 millones, con un interés compuesto trimestral, el ejecutivo de finanzas de la empresa probablemente insistiría en que el banco redujera la cantidad de

intereses, basándose en el pago anticipado. Éstos constituyen ejemplos de PP < PC. El momento de ocurrencia de las transacciones de flujo de efectivo entre puntos de capitalización implica la pregunta de cómo manejar la **capitalización interperiódica**. Fundamentalmente existen dos políticas: los flujos de efectivo entre periodos *no ganan intereses* o ganan un *interés compuesto*.

En el caso de una política de no intereses interperiódicos, los flujos negativos (depósitos o pagos, en función del punto de vista que se use para los flujos) *se realizan al final del periodo de capitalización,* y los flujos positivos (recepciones o retiros), *al principio*.

Como ejemplo, si se tiene un interés compuesto trimestral, los depósitos mensuales se trasladan al final del trimestre (no se obtienen intereses interperiódicos), y todos los retiros se trasladan al principio (no se pagan intereses durante todo el trimestre). Tal procedimiento altera significativamente la distribución de los flujos de efectivo antes de aplicar la tasa de interés efectiva trimestral para determinar P, F o A. Esto lleva, en efecto, a los flujos de efectivo a una situación donde PP = PC, según se analizó en las secciones 4.5 y 4.6. El ejemplo 4.11 ilustra este procedimiento y el hecho económico de que, dentro de un marco temporal de un periodo de capitalización, no hay ninguna ventaja en intereses si se efectúan pagos anticipados. Por supuesto, quizá se presenten factores no económicos.

EJEMPLO 4.11

El año pasado, la empresa AllStar Venture Capital acordó invertir fondos en Clean Air Now (CAN), compañía nueva en Las Vegas que surgió de investigaciones sobre ingeniería mecánica en la Universidad de Nevada, en Las Vegas. El producto es un sistema nuevo de filtración que se emplea en la captura y conservación de carbono (CCC) en las plantas carboeléctricas. El administrador de los fondos generó el diagrama de flujo de efectivo que se muestra en la figura 4-9*a*) en unidades de $1 000 desde el punto de vista de AllStar. Se incluyen pagos (flujos de salida) para CAN realizados en el primer año, y recepciones (flujos de entrada) de CAN para AllStar. En el primer año no se esperan ingresos; sin embargo, el producto es promisorio y hay pedidos anticipados de plantas del este de Estados Unidos que buscan operar sin ninguna emisión. La tasa de interés es de 12% anual, con capitalización trimestral, y AllStar usa la política de no aplicar intereses interperiódicos. ¿Por cuánto estará AllStar en "números rojos" al final del año?

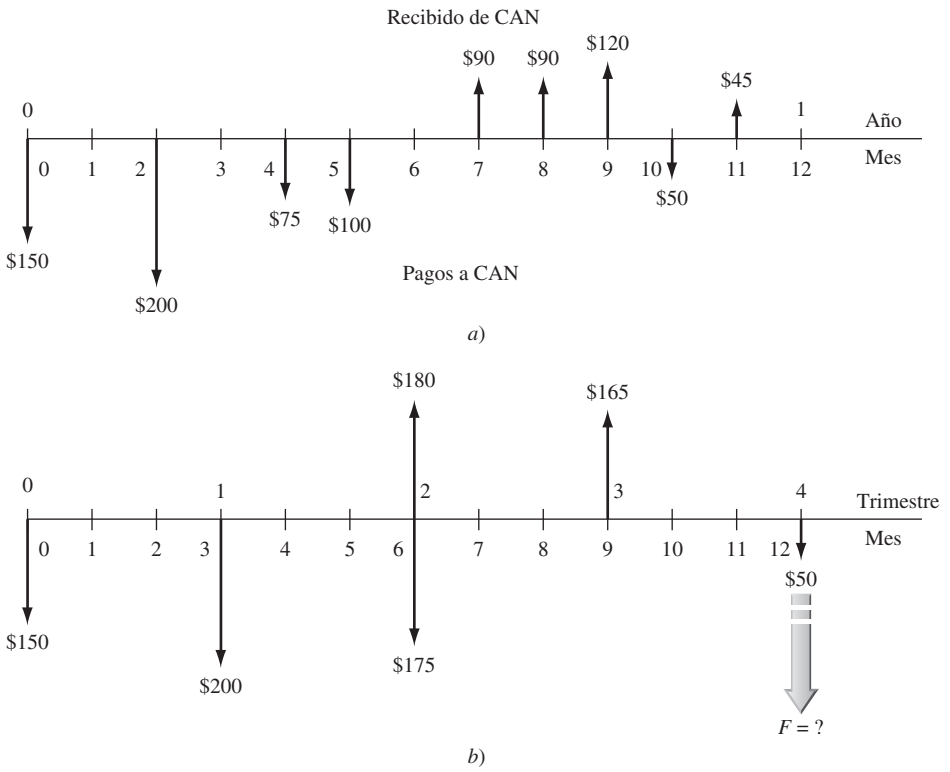


Figura 4-9
Flujos de efectivo *a*) reales y *b*) trasladados (en $1 000) para los periodos de capitalización trimestral sin interés entre periodos, ejemplo 4.11.

Solución

Sin considerar ningún interés entre periodos, la figura 4.9*b*) refleja el traslado de los flujos de efectivo. Todos los flujos de efectivo negativos (pagos a CAN) están trasladados al final del trimestre respectivo, y todos los flujos de efectivo positivos (ingresos) están trasladados al principio del trimestre respectivo. Calcule el valor de F con 12%/4 = 3% trimestral.

$$\begin{aligned} F &= 1\,000[-150(F/P,3\%,4) - 200(F/P,3\%,3) + (-175 + 180)(F/P,3\%,2) \\ &\quad + 165(F/P,3\%,1) - 50] \\ &= \$-262\,111 \end{aligned}$$

AllStar tiene una inversión neta de $262 111 en CAN, al final del año.

Si PP < PC y se obtienen intereses por composición entre periodos, los flujos de efectivo no se trasladan; así, los valores equivalentes P, F o A se determinan con la tasa de interés efectiva por periodo de pago. Las relaciones de la ingeniería económica se determinan de la misma forma que en las acciones anteriores para PP ≥ PC. La fórmula de la tasa de interés efectiva tendrá un valor m menor que 1, pues tan sólo hay una parte fraccionaria del PC en un PP. Por ejemplo, los flujos de efectivo semanales y la composición trimestral requieren que $m = 1/13$ de un trimestre. Cuando la tasa de interés nominal es de 12% anual, con periodo de composición trimestral (el mismo que 3% cada trimestre, con composición trimestral), la tasa de interés efectiva por cada PP es

$$i\% \text{ efectiva semanal} = (1.03)^{1/13} - 1 = 0.228\% \text{ semanal}$$

4.8 Tasa de interés efectiva para capitalización continua

Si dejamos que la capitalización se presente con más frecuencia cada vez, los periodos de capitalización se acortan. Entonces, el valor de m, es decir, el número de periodos de composición por periodo de pago, aumenta.

El **interés compuesto** se presenta cuando la duración del PC, periodo de capitalización, se vuelve infinitamente pequeño, y m, el número de veces que se capitaliza por periodo el interés, se hace infinito. Los negocios con grandes flujos de efectivo diarios consideran en todas sus transacciones que el interés se capitaliza en forma continua.

Conforme m se aproxima al infinito, la tasa de interés efectiva, ecuación (4.7), debe expresarse de otra forma. Primero recordemos la definición de la base del logaritmo natural.

$$\lim_{h\to\infty}\left(1 + \frac{1}{h}\right)^h = e = 2.71828+ \qquad (4.10)$$

El límite de la ecuación (4.7) conforme m se aproxima al infinito se determina mediante $r/m = 1/h$, de la cual se deduce $m = hr$.

$$\begin{aligned} \lim_{m\to\infty} i &= \lim_{m\to\infty}\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \\ &= \lim_{h\to\infty}\left(1 + \frac{1}{h}\right)^{hr} - 1 = \lim_{h\to\infty}\left[\left(1 + \frac{1}{h}\right)^h\right]^r - 1 \end{aligned}$$

$$i = e^r - 1 \qquad (4.11)$$

Con la ecuación (4.11) se calcula la **tasa de interés efectiva continua**, cuando los periodos de i y r son los mismos. Como ejemplo, si la tasa anual nominal $r = 15\%$ anual, la tasa de interés efectiva continua anual es

$$i\% = e^{0.15} - 1 = 16.183\%$$

Por conveniencia, la tabla 4-3 incluye tasas de interés efectivas continuas para las tasas nominales listadas.

Para encontrar una tasa efectiva o nominal de capitalización continua con las funciones **INT.EFECTIVO** o **TASA.NOMINAL** en una hoja de cálculo, se introduce un valor muy grande para la frecuencia de capitalización, m, en las ecuaciones (4.5) o (4.6), respectivamente. Un valor de 10 000 o mayor da suficiente exactitud. En el ejemplo 4.12 se ilustran ambas funciones.

EJEMPLO 4.12

a) Calcule las tasas de interés anual y efectiva mensual para una tasa de interés de 18% anual con composición continua.

b) Un inversionista necesita un rendimiento efectivo de al menos 15%. ¿Cuál es la tasa nominal anual mínima aceptable para la composición continua?

Solución a mano

a) La tasa mensual nominal es $r = 18\%/12 = 1.5\%$, o 0.015 mensual. De acuerdo con la ecuación (4.11), la tasa mensual efectiva es

$$i\% \text{ mensual} = e^r - 1 = e^{0.015} - 1 = 1.511\%$$

Asimismo, la tasa anual efectiva con $r = 0.18$ anual es

$$i\% \text{ anual} = e^r - 1 = e^{0.18} - 1 = 19.722\%$$

b) Despeje r en la ecuación (4.11) considerando el logaritmo natural.

$$e^r - 1 = 0.15$$
$$e^r = 1.15$$
$$\ln e^r = \ln 1.15$$
$$r = 0.13976$$

Por tanto, una tasa de 13.976% anual, con periodo de composición continua, generará 15% efectivo de rendimiento anual. La fórmula general para calcular la tasa nominal, dada la tasa efectiva continua i, es $r = \ln(1 + i)$.

Solución con hoja de cálculo

a) Se emplea la función INT.EFECTIVO con una tasa nominal mensual de $r = 1.5\%$ y una tasa anual de $r = 18\%$ con un valor grande para m a fin de obtener los valores de i efectiva. Las funciones por introducir en la hoja de cálculo, así como sus respuestas, son las siguientes:

Mensual:	=INT.EFECTIVO(1.5%,10 000)	i efectiva = 1.511% mensual
Anual:	=INT.EFECTIVO(18%,10 000)	i efectiva = 19.722% anual

b) Se usa la ecuación (4.6) con el formato = TASA.NOMINAL(15%,10 000) para obtener la tasa nominal de 13.976% anual, con capitalización continua.

EJEMPLO 4.13

Las ingenieras Marci y Suzanne invierten \$5 000 durante 10 años a 10% anual. Calcule el valor futuro para ambas si Marci recibe intereses anuales compuestos, y Suzanne, intereses continuos.

Solución

Marci: El valor futuro para un periodo de composición anual es

$$F = P(F/P,10\%,10) = 5\,000(2.5937) = \$12\,969$$

Suzanne: Con la ecuación (4.11), primero se encuentra la tasa efectiva i anual para usarla en el factor F/P.

$$i\% \text{ efectiva} = e^{0.10} - 1 = 10.517\%$$

$$F = P(F/P,10.517\%,10) = 5\,000(2.7183) = \$13\,591$$

La composición continua genera \$622 de incremento en ganancias. Por comparación, la composición diaria genera una tasa efectiva de 10.516% (F = \$13 590), apenas un poco menor que el 10.517% de la composición continua.

En algunas actividades de negocios, los flujos de efectivo se presentan durante el día. Ejemplos de costos son los costos de energía y agua, costos de inventario y costos de mano de obra. Un modelo realista de estas actividades consiste en incrementar la frecuencia de los flujos de efectivo para que se tornen continuos. En tales casos se efectúa un análisis económico para un **flujo de efectivo continuo** (también denominado flujo continuo de fondos) y para la composición continua de intereses antes estudiada. Entonces, es necesario derivar expresiones diversas para los factores. De hecho, las diferencias económicas para los flujos de efectivo continuos, relativos al flujo de efectivo discreto y a los supuestos de composición discreta, normalmente no son muy grandes. En consecuencia, muchos estudios de ingeniería económica no exigen al analista que utilice estas formas matemáticas para llevar a cabo la evaluación apropiada de un proyecto y tomar una decisión.

4.9 Tasas de interés que varían con el tiempo

Las tasas de interés reales para una corporación varían año con año, según el estado financiero de la empresa, de su sector en el mercado, de las economías nacional e internacional, de las fuerzas de inflación y de muchos otros factores. Las tasas de préstamo pueden incrementarse de un año a otro. Las hipotecas de bienes inmuebles financiadas mediante un interés de tipo HTA (hipoteca de tasa ajustable) constituyen un buen ejemplo. La tasa de hipoteca se ajusta un poco cada año para reflejar la antigüedad del préstamo, el costo actual del dinero de la hipoteca, etcétera.

Cuando los valores de P, F y A se calculan con una tasa de interés constante o promedio durante la vida de un proyecto, las alzas y bajas de i son insignificantes. Si la variación de i es grande, los valores equivalentes variarán de manera considerable de los que se calculan mediante la tasa constante. Aunque un estudio de ingeniería económica puede ajustar matemáticamente los valores variables de i, los cálculos resultan más complicados.

Para definir el valor de P para los valores del flujo de efectivo futuro (F_t) con diferentes valores de i (i_t) para cada año t, supondremos una *composición anual*. Sea

$$i_t = \text{tasa de interés efectiva anual para el año } t \ (t = \text{años 1 a } n)$$

Para determinar el valor presente, se calcula P para cada valor F_t con la i_t que aplique y sumando los resultados. De acuerdo con la notación estándar y el factor P/F,

$$P = F_1(P/F,i_1,1) + F_2(P/F,i_1,1)(P/F,i_2,1) + \cdots + F_n(P/F,i_1,1)(P/F,i_2,1)\cdots(P/F,i_n,1) \quad (4.12)$$

Cuando sólo hay cantidades únicas, es decir, una P y una F en el año final n, el último término de la ecuación (4.12) es la expresión del valor presente del flujo de efectivo futuro.

$$P = F_n(P/F,i_1,1)(P/F,i_2,1)\cdots(P/F,i_n,1) \quad (4.13)$$

Si se requiere la serie uniforme equivalente A durante todos los años n, primero se calcula P con cualquiera de las dos últimas ecuaciones; en seguida se sustituye el símbolo A por cada símbolo F_t. Como el valor equivalente P se determinó numéricamente con las tasas variables, esta nueva ecuación sólo tendrá una incógnita: A. El ejemplo 4.14 ilustra tal procedimiento.

EJEMPLO 4.14

CE, Inc., arrienda equipo pesado para perforación de túneles. Las utilidades netas del equipo en cada uno de los últimos cuatro años disminuyeron, como indica la siguiente tabla. Ésta, además, incluye las tasas de rendimiento anuales sobre el capital invertido. La tasa de rendimiento se ha incrementado. Determine el valor presente P y la serie uniforme equivalente A de la serie de utilidades netas. Tome en cuenta la variación anual de las tasas de rendimiento.

Año	1	2	3	4
Utilidad neta	\$70 000	\$70 000	\$35 000	\$25 000
Tasa anual	7%	7%	9%	10%

Solución

La figura 4-10 muestra los flujos de efectivo, las tasas de cada año y los valores equivalentes de P y A. Con la ecuación (4.12) se calcula P. Como para los años 1 y 2 el rendimiento neto es \$70 000 y la tasa anual es 7%, el factor P/A se aplica exclusivamente para estos dos años.

$$\begin{aligned} P &= [70(P/A,7\%,2) + 35(P/F,7\%,2)(P/F,9\%,1) \\ &\quad + 25(P/F,7\%,2)(P/F,9\%,1)(P/F,10\%,1)](1\,000) \\ &= [70(1.8080) + 35(0.8013) + 25(0.7284)](1\,000) \\ &= \$172\,816 \end{aligned} \tag{4.14}$$

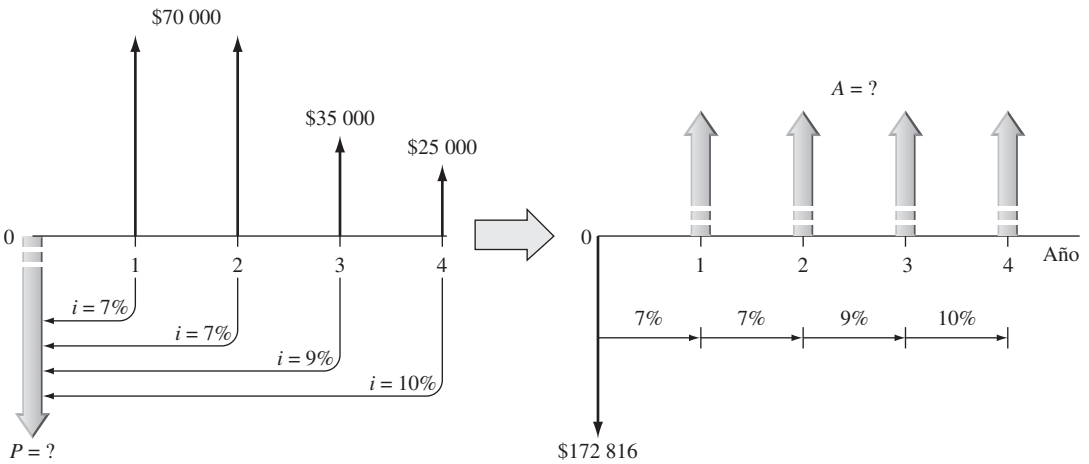


Figura 4-10
Valores equivalentes de P y A para tasas de interés variables, ejemplo 4.14.

Para determinar una serie anual equivalente se sustituye el símbolo A por los valores de utilidad neta en la parte derecha de la ecuación (4.14), se iguala a $P = \$172\,816$ y se despeja A. Esta ecuación toma en cuenta los valores variables i de cada año. La figura 4-10 muestra la transformación del diagrama de flujo de efectivo.

$$\$172\,816 = A[(1.8080) + (0.8013) + (0.7284)] = A[3.3377]$$

$$A = \$51\,777 \text{ anuales}$$

Comentario

Si se utiliza el promedio de las cuatro tasas anuales, es decir, 8.25%, el resultado es $A = \$52\,467$. Esto representa \$690 de presupuesto sobreestimado anual sobre la utilidad neta anual equivalente.

Cuando hay un flujo de efectivo en el año 0 y las tasas de interés varían anualmente, debe incluirse dicho flujo de efectivo al determinar el valor de P. En el cálculo de la serie uniforme equivalente A durante todos los años hay que incluir el año 0, pues es importante considerar este flujo de efectivo inicial en $t = 0$. Esto se logra con la inserción del factor de valor para $(P/F,i_0,0)$ en la relación para A. Este factor de valor siempre es 1.00. También es correcto encontrar el valor A mediante una relación de valor futuro para F en el año n. En este caso, el valor A se determina con el factor F/P, y el flujo de efectivo en el año n se toma en cuenta con la inclusión del factor $(F/P,i_n,0) = 1.00$.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Como muchas situaciones reales implican frecuencias de flujo de efectivo y periodos de capitalización distintos a un año, es necesario utilizar las tasas de interés nominal y efectiva. Cuando se establece una tasa nominal r, la tasa de interés efectiva por cada periodo de pago se determina con la ecuación de la tasa de interés efectiva.

$$\textbf{\textit{i} efectiva} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

El símbolo m es el número de periodos de composición (PC) por periodo de pago (PP). Si la composición de los intereses se torna cada vez más frecuente, la duración de un PC se aproxima a cero, lo cual da como resultado una composición continua, y la tasa de interés efectiva i es igual a $\boldsymbol{e^r - 1}$.

Todos los factores de la ingeniería económica requieren una tasa de interés efectiva. Los valores de i y n colocados en un factor dependen del tipo de serie de flujo de efectivo. Si sólo hay cantidades únicas (P y F), existen diversas formas de llevar a cabo cálculos de equivalencia con los factores. Sin embargo, cuando hay flujos de efectivo en serie (A, G y g), sólo cierta combinación de la tasa de interés efectiva i y del número de periodos n es correcta para los factores. Esto requiere que las duraciones relativas de PP y PC se consideren conforme se determinen i y n. La tasa de interés y los periodos de pago deben tener la misma unidad de tiempo, con la finalidad de que los factores tomen en cuenta correctamente el valor del dinero en el tiempo.

De un año (o periodo de interés) a otro, las tasas de interés varían. Para llevar a cabo cálculos de equivalencia con exactitud para P y A, cuando las tasas varían significativamente, debe utilizarse la tasa de interés que se aplica, no una tasa promedio o constante.

PROBLEMAS

Tasas nominal y efectiva

4.1 A partir del enunciado de un interés de 18% anual, con capitalización mensual, determine los valores del periodo de interés, periodo de capitalización y frecuencia de capitalización.

4.2 A partir del enunciado de un interés de 1% mensual, determine los valores del periodo de interés, periodo de capitalización y frecuencia de capitalización.

4.3 Determine el número de veces que el interés se capitalizaría en seis meses para los siguientes intereses establecidos: *a*) 18% anual, con capitalización mensual, *b*) 1% mensual y *c*) 2% trimestral.

4.4 Para una tasa de interés de 1% bimestral, determine el número de veces que se capitalizaría el interés en *a*) dos meses, *b*) dos periodos semestrales y *c*) tres años.

4.5 Identifique el periodo de capitalización para los siguientes intereses establecidos: *a*) 3% trimestral, *b*) 10% anual, con capitalización semestral; *c*) 7.2% nominal por año, con capitalización mensual; *d*) 3.4% efectivo trimestral, con capitalización semanal, y *e*) 2% mensual, con capitalización continua.

4.6 Clasifique los siguientes enunciados de tasa de interés como nominal o efectiva: *a*) 1.5% mensual, con capitalización diaria; *b*) 17% anual, con capitalización trimestral; *c*) 15% efectivo anual, con capitalización mensual; *d*) 0.6% nominal por mes, con capitalización semanal; *e*) 0.3% semanal, con capitalización semanal, y *f*) 8% anual.

4.7 Convierta las tasas de interés dadas en la columna de la izquierda de la tabla siguiente en las tasas nominales listadas en la columna de la derecha (suponga que hay cuatro semanas en un mes).

Tasa de interés dada	Tasa de interés deseada
1% mensual	Tasa nominal anual
3% trimestral	Tasa nominal semestral
2% trimestral	Tasa nominal anual
0.28% semanal	Tasa nominal trimestral
6.1% semestral	Tasa nominal por cada dos años

4.8 ¿Qué tasa de interés nominal anual equivale a 11.5% anual, con capitalización mensual?

4.9 Para Federal Credit Union, que ofrece una tasa de interés de 8% anual, con capitalización trimestral, determine la tasa nominal semestral.

4.10 El Second National Bank of Fullertum anuncia una TPA de 14% con capitalización mensual para los préstamos a estudiantes. Determine el RPA. Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

4.11 Para una tasa efectiva anual i_a de 15.87% con capitalización trimestral, calcule *a*) la tasa efectiva trimestral y *b*) la tasa anual nominal. *c*) ¿Cuál es la función de hoja de cálculo con que se obtiene la tasa anual nominal pedida en el inciso anterior?

4.12 Las empresas de alta tecnología como IBM, AMD e Intel han empleado nanotecnología durante muchos años para fabricar microchips más rápidos y de menor consumo de energía. Una compañía muy reconocida en la industria de los chips tuvo un crecimiento rápido, de manera que utiliza una tasa mínima atractiva de rendimiento de 60% anual. Si esta TMAR es una tasa efectiva anual con capitalización mensual, determine la tasa mensual efectiva.

4.13 Una tasa de interés de 21% anual, con capitalización cuatrimestral, ¿a cuál tasa efectiva anual es equivalente? Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

4.14 Una tasa de interés de 8% semestral con capitalización mensual, ¿a qué tasa efectiva trimestral equivale?

4.15 A una compañía pequeña que fabrica engranes modulares con poco balanceo para optimizar el diseño de los rodamientos de camiones se le informó que la tasa de interés por un préstamo hipotecario sería de 4% *efectivo* por trimestre, con capitalización mensual. El propietario está confundido con la terminología y pidió al lector su ayuda. ¿Cuáles son *a*) la TPA y *b*) el RPA?

4.16 La compañía 'N Out Payday Loans anuncia que por una cuota de sólo $10 se obtienen préstamos inmediatos de hasta $200 por un mes. Si una persona acepta la oferta, ¿cuáles son *a*) la tasa de interés nominal anual y *b*) la tasa efectiva anual?

4.17 Un documento que requiere el aval del gobierno presentó una TPA de 21% y un RPA de 22.71%. Calcule la frecuencia de la capitalización con que las dos tasas son equivalentes.

4.18 Julie tiene una mala calificación crediticia, además de que fue despedida de su empleo hace dos meses. Consiguió otro nuevo en el que comienza la próxima semana y en el que espera que le paguen su salario en dos semanas. Como tiene poco dinero para pagar la renta, decidió pedir un préstamo de $100 a una empresa que le cobrará sólo $10 de intereses si paga los $110 en menos de una semana después de que le den el préstamo. ¿Cuáles son las tasas que pagará por este préstamo: *a*) nominal anual y *b*) efectiva anual?

Equivalencia cuando PP ≥ PC

4.19 Suponga el lector que deposita 25% de su salario mensual de $5 500 en una cuenta de ahorros de cierta unión de crédito que paga intereses compuestos en forma semestral. *a*) ¿Cuáles son el pago y los periodos de capitalización? *b*) ¿Es el periodo de pago mayor o menor que el periodo de capitalización?

4.20 En una situación en la que el interés se capitaliza en forma trimestral y los flujos de efectivo únicos (es decir, F y P) están separados por cinco años, ¿cuál debe ser el *periodo de capitalización* de la tasa de interés si el valor de n en la ecuación P/F o F/P es *a*) $n = 5$, *b*) $n = 20$ o *c*) $n = 60$?

4.21 Cuando el interés se capitaliza trimestralmente y ocurre una serie uniforme de flujos de efectivo de $4 000 cada seis meses, ¿qué periodos de tiempo para i y n deben usarse?

4.22 La empresa Pinpoint Laser Systems planea apartar hoy $260 000 para sustituir sus motores sincrónicos de cuatro polos y 38 MW cuando sea necesario. Si se espera que el reemplazo ocurra en tres años, ¿cuánto habrá en la cuenta de inversión en que la compañía apartó el dinero? Suponga que se obtiene una tasa de rendimiento de 12% anual, con capitalización trimestral.

4.23 La compañía Wheeling-Pittsburgh Steel investiga si ya debe reemplazar parte de su equipo de oxigenación de calderas o posponer la decisión. El costo posterior (por ejemplo, tres años después) se estima en $1 700 000. ¿Cuánto puede desembolsar hoy la empresa si su tasa mínima atractiva de rendimiento es de 1.5% mensual?

4.24 ¿Cuánto puede prestar Wells Fargo a un desarrollador que le pagaría con la venta de seis lotes a $190 000 cada dos años después de hoy? Suponga que el banco otorga préstamos a una tasa nominal de 14% anual, con capitalización semestral.

4.25 ¿Cuánto habrá en una cuenta de alto rendimiento en el National Bank de Arizona 12 años después de hoy si se depositan ahora $5 000 y luego $7 000 dentro de cinco años? La cuenta paga una tasa de interés de 8% anual, con capitalización trimestral.

4.26 La empresa Loadstars Sensors fabrica sensores sensibles a la fuerza de una carga con base en tecnología de capacitancia. La compañía quiere tener en cuatro años $28 millones para expandir su planta. Si ya apartó $12 millones en una cuenta, ¿cuánto más debe agregar la empresa a la cuenta el año próximo (es decir, un año después de hoy) de modo que tenga los $28 millones en cuatro años a partir de ahora? La cuenta paga un interés de 12% anual, con capitalización trimestral.

4.27 Una compañía consultora de ingeniería estructural estudia sus requerimientos de flujo de efectivo para los siguientes seis años. La empresa espera sustituir máquinas y equipos de oficina en varias fechas durante un periodo de planeación de seis años. En específico, espera gastar $21 000 dentro de dos años, $24 000 en tres años y $10 000 en cinco años. ¿Cuál es el valor presente de los gastos planeados con una tasa de interés de 10% anual, con capitalización semestral?

4.28 La empresa Irvin Aerospace de Santa Ana, California, ganó un concurso para desarrollar un sistema de atenuación del aterrizaje con una bolsa de aire para una cápsula espacial avanzada, para el Centro de Investigaciones de la NASA en Langley. El sistema de cómputo de la compañía usa modelación por interacción con un fluido estructural para probar y analizar cada concepto de diseño de bolsa de aire. ¿Cuál es el valor presente del contrato con 16% anual, con capitalización trimestral, si el costo por trimestre en los años 1 a 5 es de $2 millones por trimestre?

4.29 La empresa Heyden Motion Solutions hizo un pedido total de $7 millones en tubos sin costura para sus collarines a Timken Company, de Canton, Ohio (un collarín es la conexión tubular pesada entre un tubo y su unión). Con 12% anual, con capitalización semestral, ¿cuál es el costo uniforme equivalente por periodo semestral durante un periodo de amortización de cinco años?

4.30 En 2010, la Administración Nacional para la Seguridad en el Tráfico en las Autopistas elevó la especificación de eficiencia del combustible a 35.5 millas por galón (mpg) para los automóviles y camiones ligeros para el año 2016. Las reglas costarán a los consumidores un promedio de $926 por vehículo adicional en los modelos 2016. Suponga que Yolanda comprará en dicho año un automóvil nuevo y planea pagarlo durante cinco años. ¿De cuánto tendría que ser el ahorro mensual en el costo de la gasolina para que Yolanda recuperara el gasto adicional? Use una tasa de interés de 0.75% mensual.

4.31 Fort Bliss, una base militar del ejército estadounidense, contribuyó con $3.3 millones de dólares del costo total de $87 millones por una planta desalinizadora construida y operada por El Paso Water Utilities (EPWU). A cambio, EPWU acordó vender agua a Fort Bliss a $0.85 por cada 1 000 galones durante 20 años. Si la base militar utiliza 200 millones de galones de agua por mes, ¿cuál es el costo mensual para el ejército por el agua? El costo de capital de $3.3 millones se amortiza con una tasa de interés de 6% anual, con capitalización mensual.

4.32 Al comenzar 2011, el ayuntamiento, las oficinas administrativas y los juzgados municipales de la ciudad de El Paso, Texas, adoptarán una jornada de trabajo de 10 horas diarias con cuatro días laborables a la semana, de principios de mayo a finales de septiembre. La semana reducida afectará a 25% de los 6 100 empleados y generará un ahorro de $42 600 por mes durante esos cinco meses, debido al menor consumo de combustible, instalaciones y servicios de limpieza. Si este programa de trabajo se siguiera durante los siguientes 10 años, ¿cuál sería el valor futuro de los ahorros al final de dicho plazo (es decir, al final de 2020)? Utilice una tasa de interés de 0.5% mensual.

4.33 En octubre de 2009, Wal-Mart comenzó a vender ataúdes en su sitio web, lo que afectó a muchas empresas funerarias. Los precios variaban de $999 por los modelos de acero, como *Recuerdo de papá*, a $3 199 por el *Sienna Bronze*. Parte del modelo de negocios es lograr que las personas planeen su futuro, de modo que la compañía les permite pagar los ataúdes en un periodo de 12 meses sin intereses. Alguien adquirió el modelo *Sienna Bronze* e hizo 12 pagos mensuales iguales (de los meses 1 al 12) sin intereses. ¿Cuánto ahorró esta persona cada mes en comparación con otra que pagó una tasa de interés de 6% anual, con capitalización mensual?

4.34 La empresa NRG Energy planea construir una planta solar gigante en Santa Teresa, Nuevo México, para suministrar electricidad a West Texas Electric. La planta tendrá 390 000 helióstatos que concentrarán la luz solar en 32 torres de agua para generar vapor. Se generará energía suficiente para abastecer a 30 000 viviendas. Si la empresa gasta $28 millones por mes durante dos años en la construcción de la planta, ¿cuánto tiene que obtener cada mes de los años 3 a 22 (es decir, durante 20 años) para recuperar su inversión más 18% anual, con capitalización mensual?

4.35 Muchos estudiantes universitarios tienen tarjetas Visa que cobran una tasa de interés de "24% simple anual" (es decir, 2% mensual). Cuando el saldo en dicha tarjeta es de $5 000, el pago mínimo es de $110.25.

a) ¿Cuál es la cantidad correspondiente a intereses en el primer pago?

b) ¿Cuánto tiempo tardará, en meses, pagar el saldo si el tarjetahabiente hace pagos mensuales de $110.25 y no hace más cargos en la tarjeta?

4.36 Bart es un graduado de ingeniería que no cursó la materia de ingeniería económica durante sus estudios de licenciatura. Después de trabajar más o menos un año enfrentó problemas financieros y pidió un préstamo de $500 a un amigo en el departamento de finanzas de su oficina. Bart estuvo de acuerdo en saldar el principal más $75 de intereses un mes después. Los dos se separaron en distintos empleos y transcurrió un año. El amigo escribió un correo electrónico a Bart exactamente pasado el año y le pidió el pago del préstamo más el interés con capitalización mensual, pues Bart no hizo ningún pago durante el año. *a*) ¿Cuánto adeuda ahora Bart a su amigo? *b*) ¿Cuál es la tasa efectiva anual que Bart paga por el préstamo de $500?

4.37 AT&T anunció que la cuota por terminación anticipada de sus teléfonos inteligentes pasaría de $175 a $375. La cuota se reduciría $10 por cada mes del contrato de dos años. Los operadores inalámbricos justifican las tarifas con énfasis en que el costo de un teléfono nuevo se descuenta en gran parte de lo que el operador paga al fabricante. Suponga que AT&T paga $499 por un iPhone que luego vende en $199. ¿Cuánta utilidad tendría que ganar la empresa cada mes (es decir, antes de la terminación) si quisiera obtener una tasa de rendimiento de 1.5% mensual sobre su inversión de $300 en un cliente que cancelara el contrato después de 12 meses?

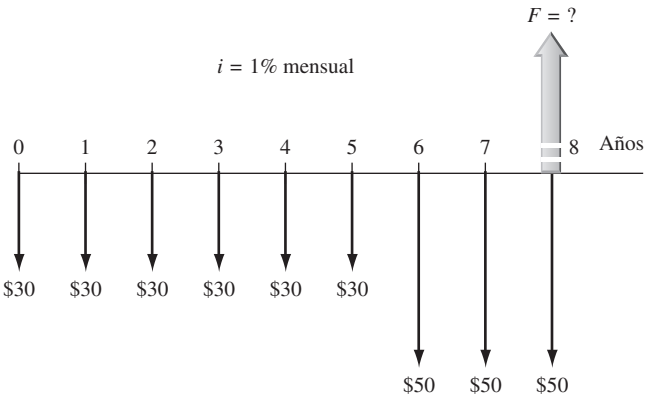
4.38 ¿Cuál es el valor futuro de un costo presente de $285 000 para Monsanto, Inc., dentro de cinco años, con una tasa de interés de 2% mensual?

4.39 La empresa de recuperación ambiental RexChem Partners planea financiar el proyecto de un sitio que requerirá un periodo de cuatro años para su limpieza. La compañía planea pedir ahora un préstamo de $3.6 millones. ¿Cuánto tendría que obtener la empresa en un solo pago al concluir el proyecto a fin de ganar 24% anual, con capitalización trimestral, por su inversión?

4.40 Para los flujos de efectivo que se presentan a continuación, determine el valor uniforme equivalente en los años 1 a 5 con una tasa de interés de 18% anual y capitalización mensual.

Año	1	2	3	4	5
Flujo de efectivo	200 000	0	350 000	0	400 000

4.41 Para el diagrama de flujo siguiente, encuentre el valor de F, con una tasa de interés de 1% mensual.



4.42 De acuerdo con la Oficina de Contabilidad del Gobierno (OCG), si el Servicio Postal de Estados Unidos no cambia su modelo de negocios perderá $480 millones el próximo mes y $500 millones el mes siguiente a ése, y las pérdidas aumentarán $20 millones mensuales durante los siguientes 10 años. Con una tasa de interés de 0.25% mensual, ¿cuál es la cantidad uniforme equivalente por mes de las pérdidas hasta el año 10?

4.43 Se proyecta que los costos de mantenimiento del equipo para fabricar interruptores a prueba de explosiones asciendan a $100 000 en el año 1 y se incrementen 4% cada año hasta el año 5. ¿Cuál es el valor presente de los costos de mantenimiento con una tasa de interés de 10% anual y capitalización trimestral?

Equivalencia cuando PP < PC

4.44 Si se depositan $1 000 por mes en una cuenta de inversión que paga una tasa de interés de 6% anual con capitalización trimestral, ¿cuánto habrá en la cuenta al cabo de cinco años? No hay capitalización interperiódica.

4.45 Freeport McMoran compró dos bombas peristálticas modelo MTVS (que inyectan ácido sulfúrico y antiescalante King Lee) para usarlas en su planta de acondicionamiento de agua por nanofiltración. El costo de las bombas fue de $950 por cada una. Si el costo de los productos químicos es de $11 por día, determine el costo equivalente *por mes* con una tasa de interés de 12% anual y capitalización mensual. Suponga que hay 30 días en un mes y que una bomba tiene una vida de tres años.

4.46 Los ingresos por reciclamiento de papel y cartón en el Centro de Maniobras de Fort Benning del ejército estadounidense fueron de $3 000 en promedio por mes durante dos años y medio. ¿Cuál es el valor futuro de los ingresos (después de los dos años y medio) con una tasa de interés de 6% anual y capitalización trimestral? Suponga que no hay capitalización interperiódica.

4.47 El camión Autocar E3 de recarga tiene un sistema de recuperación de energía desarrollado por Parker Hannifin LLC que se espera reduzca 50% el consumo de combustible. El fluido presurizado pasa de los tanques acumuladores de fibra de carbono reforzada a dos motores hidrostáticos que impulsan el vehículo hacia delante (el camión recarga los acumuladores cuando frena). El costo del combustible para un camión regular de recarga es de $900 por mes. ¿Cuánto puede desembolsar una compañía privada de tratamiento de residuos ahora por el sistema de recuperación si quiere recuperar su inversión en tres años más un rendimiento de 14% anual, con capitalización semestral? Suponga que no hay capitalización interperiódica.

Capitalización continua

4.48 ¿Cuál es la tasa de interés efectiva anual que es igual a 1.2% mensual, con capitalización continua? Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

4.49 ¿Cuál es la tasa de interés efectiva trimestral que es igual a 1.6% nominal por mes, con capitalización continua?

4.50 ¿Qué tasa nominal mensual es equivalente a una efectiva de 1.3% mensual, con capitalización continua?

4.51 Compañías como GE, que tienen enormes montos de flujo de efectivo cada día, basan sus cálculos financieros en la capitalización continua. Si la empresa desea obtener 25% efectivo anual con capitalización continua, ¿qué tasa diaria nominal de rendimiento tiene que ganar? Suponga que en un año hay 365 días.

4.52 La empresa U.S. Steel planea una expansión de su planta que se espera tenga un costo de $13 millones. ¿Cuánto dinero en total debe apartar la compañía ahora para tener el dinero requerido en dos años? Los fondos de capital ganan intereses de 12% anual, con capitalización continua.

4.53 Se espera que los gastos periódicos por el software de control de inventarios en Baron Chemicals asciendan a $150 000 de inmediato, $200 000 en un año y $350 000 en dos años. ¿Cuál es el valor presente de los costos con una tasa de interés de 10% anual y capitalización continua?

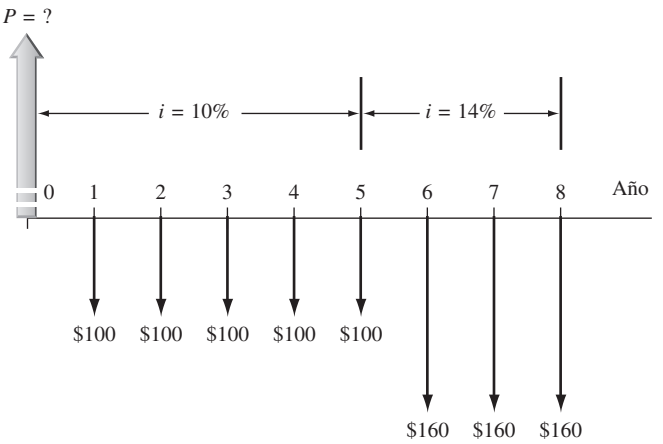
Tasas de interés variables

4.54 Muchas compañías pequeñas usan cuentas por cobrar como garantía para obtener préstamos con fines de continuación de operaciones y pago de nóminas. Si una compañía pide $300 000 hoy con una tasa de interés de 1% mensual, pero la tasa cambia a 1.25% por mes después de cuatro meses, ¿cuánto adeudará la empresa al cabo de un año?

4.55 El costo de mantenimiento de las calderas en una fundición de cobre fue constante: $140 000 en cada uno de los últimos cinco años. Si la tasa de interés fue de 8% anual durante los primeros tres años y luego se incrementó a 10% en los años 4 y 5, ¿cuál es el valor futuro equivalente (en el año 5) del costo de mantenimiento? Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

4.56 Si se llenan nanotubos de carbono con alambres minúsculos de fierro y carburo de fierro, es posible extruir nanoalambres increíblemente delgados por medio del impacto de los nanotubos de carbono con un haz de electrones. Si Gentech Technologies planea gastar $1.7 millones en el año 1, $2.1 en el año 2 y $3.4 millones en el año 3 para desarrollar la tecnología, determine el valor presente de las inversiones en el año 0 si la tasa de interés en el año 1 es de 10%, y en los años 2 y 3 es de 12% anual.

4.57 Calcule *a*) el valor presente *P* y *b*) el valor uniforme anual equivalente *A* de los flujos de efectivo que se muestran a continuación.



PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

4.58 El término *tasa de porcentaje anual* es lo mismo que:
a) Tasa efectiva
b) Tasa nominal
c) Rendimiento porcentual anual
d) Todos los anteriores

4.59 Una tasa de interés es efectiva si se cumplen todas las condiciones siguientes, *excepto si*:
a) El periodo de capitalización no está establecido
b) El periodo de interés y el de capitalización son el mismo
c) El enunciado del interés dice que la tasa de interés es efectiva
d) El periodo de interés es más corto que el de capitalización

4.60 Una tasa de interés de 12% nominal anual con capitalización semanal es:
a) Una tasa efectiva anual
b) Una tasa efectiva semanal
c) Una tasa nominal anual
d) Una tasa nominal semanal

4.61 Una tasa de interés de 1.5% mensual con capitalización continua es la misma que:
a) Una efectiva de 1.5% mensual
b) 4.5% trimestral con capitalización continua
c) 6.0% trimestral con capitalización continua
d) 9% semestral

4.62 Una tasa efectiva anual de 12.68% con capitalización mensual es lo más cercano a:
a) 12% anual
b) 12% anual con capitalización anual
c) 1% mensual
d) 1% mensual con capitalización anual

4.63 Para una tasa de interés de 2% mensual, la tasa de interés efectiva *semestral* es:
a) 2.02%
b) 12.005%
c) 12.31%
d) 12.62%

4.64 Si se hacen depósitos trimestrales durante tres años en una cuenta que paga interés compuesto de 1% mensual, el valor de *n* en el factor F/A que determinará a *F* al final del periodo de tres años es:
a) 3
b) 12
c) 36
d) Ninguno de los anteriores

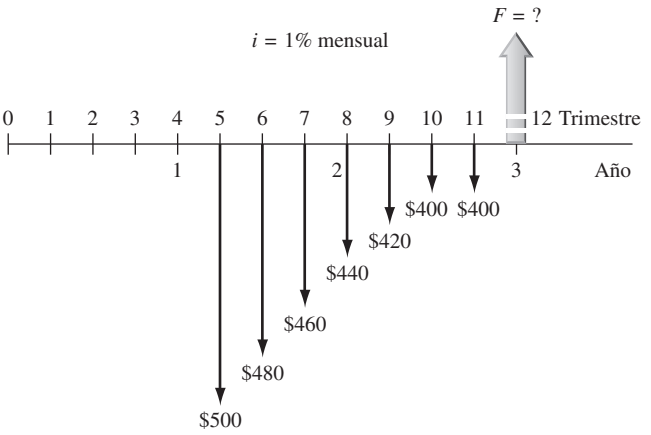
4.65 Clasifique las siguientes tasas de interés como nominales o efectivas.
Tasa 1: 1.5% trimestral
Tasa 2: 1.5% trimestral con capitalización mensual
a) Ambas son tasas nominales.
b) La tasa 1 es nominal y la tasa 2 es efectiva.
c) La tasa 1 es efectiva y la tasa 2 es nominal.
d) Ambas son efectivas.

4.66 Al resolver problemas de series uniformes, *n* en la notación estándar del factor es igual al número de flechas (es decir, flujos de efectivo) en el diagrama de flujo de efectivo original cuando:
a) El periodo de pago (PP) es mayor que el de capitalización (PC).
b) El periodo de capitalización es igual al periodo de pago.
c) Ambos, *a*) y *b*), son correctos.
d) El periodo de capitalización es mayor que el periodo de pago.

4.67 Una ingeniera que ahorra para su jubilación planea depositar en una cuenta de inversiones $500 cada *trimestre*, a partir del siguiente después de hoy. Si la cuenta paga 6% anual con capitalización semestral, el total que tendrá al final de 25 años es lo más cercano a:
a) $50 000
b) $56 400
c) $79 700
d) $112 800

4.68 Una compañía que fabrica potenciómetros motorizados de ala giratoria espera gastar $50 000 por cierta máquina dentro de cuatro años. Con una tasa de interés de 12% anual y capitalización trimestral, el valor presente del costo de la máquina se representa con la ecuación siguiente:
a) $P = 50\,000(P/F, 3\%, 16)$
b) $P = 50\,000(P/F,i$ efectiva/6 meses,8)
c) $P = 50\,000(P/F,$ *i* efectiva/año,4)
d) Cualquiera de las anteriores

4.69 Para el diagrama de flujo que se muestra, la unidad del periodo de pago (PP) es:
a) Meses
b) Trimestres
c) Semestres
d) Años



4.70 Una compañía pequeña planea gastar $10 000 en el año 2 y $10 000 en el año 5. Con una tasa de interés *efectiva* de 10% anual y capitalización semestral, la ecuación que representa el valor anual equivalente *A* en los años 1 a 5 es:
a) $A = 10\,000(P/F,10\%,2)(A/P,10\%,5) + 10\,000(A/F,10\%,5)$
b) $A = 10\,000(A/P,10\%,4) + 10\,000(A/F,10\%,5)$
c) $A = 10\,000(P/F,5\%,2)(A/P,5\%,10) + 10\,000(A/F,5\%,10)$
d) $A = [10\,000(F/P,10\%,5) + 10\,000](A/F,10\%,5)$

4.71 Suponga que hace depósitos *mensuales* de $200 a partir de un mes después de hoy en una cuenta que paga 6% anual con capitalización semestral. Si quiere saber el total después de *cuatro años*, el valor de *n* que debe usar en el factor F/A es:
a) 2 *b*) 4 *c*) 8 *d*) 12

4.72 Se estima que el costo de reemplazar cierta parte de una línea de producción de teléfono inalámbrico con un videochip en seis años será de $500 000. Con una tasa de interés de 14% anual y capitalización semestral, la cantidad uniforme que debe depositarse en un fondo de amortización cada seis meses es lo más cercano a:
a) $21 335
b) $24 825
c) $27 950
d) $97 995

ESTUDIO DE CASO

CON EL TIEMPO, ¿LA PROPIEDAD DE UNA CASA ES UNA GANANCIA NETA O UNA PÉRDIDA NETA?

Antecedentes

Los Carrolton deliberan si compran una casa o siguen pagando renta los siguientes 10 años. A ambos les aseguran sus empleadores que no habrá transferencias a otros sitios al menos en ese número de años. Además, la escuela de sus hijos es muy buena por su educación preuniversitaria, y les gusta su vecindario.

Disponen de un total de $40 000 y estiman que pueden gastar $2 850 por mes para el pago total de la casa.

Si los Carrolton no pagan la casa, continuarán rentando en $2 700 mensuales la que habitan actualmente. También colocan $40 000 en un instrumento de inversión que esperan gane una tasa de 6% anual. Además, *al final de cada año* agregarán a dicha inversión la misma cantidad que los pagos de la hipoteca mensual durante 15 años. Esta alternativa se llama plan de rentar y no comprar.

Información

Hoy en día se dispone de dos planes de financiamiento hipotecario de tasa fija. Los siguientes son los detalles.

Plan	Descripción
A	Tasa fija de interés de 5.25% anual a 30 años; 10% de enganche
B	Tasa fija de interés de 5.0% anual, 10% de enganche

Información adicional:

- El precio de la casa es de $330 000.
- Los impuestos y el seguro (IyS) ascienden a $500 mensuales.
- Nuevos gastos por el préstamo (cuota de origen, cuota de avalúo, cuota de investigación, etcétera): $3 000.

Cualquier monto que no se gaste en el pago del enganche o en los pagos mensuales se invertirá y ganará intereses de 6% anual (0.5% mensual).

Los Carrolton planean vender la casa después de 10 años y suponen un incremento de precio de 10%, es decir, $363 000 (después de pagar todos los gastos de la venta).

Ejercicios del estudio de caso

1. A continuación se analiza la hipoteca a 30 años con tasa fija (plan A). No se toman en cuenta los impuestos sobre las ganancias de los ahorros ni las inversiones.

   Realice un análisis similar para el préstamo a 15 años (plan B) y el plan de rentar y no comprar. Los Carrolton decidieron usar el *valor futuro más grande después de 10 años* como criterio para seleccionar el mejor plan. Haga el análisis para ellos y elija el mejor plan.

Análisis del plan A: Préstamo con tasa fija a 30 años

La cantidad de dinero que se requiere por adelantado es de:	
Pago del enganche (10% de $330 000)	$33 000
Cuotas iniciales (origen, investigación, trámite, etcétera)	3 000
Total	$36 000

La cantidad del préstamo es $297 000, y el pago mensual equivalente, principal e intereses (PeI) se determina con 5.25%/12 mensual = 0.4375% por 30(12) = 360 meses.

$$A = 297\,000(A/P,0.4375\%,360) = 297\,000(0.005522)$$
$$= \$1\,640$$

Cuando los $500 de impuestos y el seguro se suman, el pago mensual total es

$$\text{PAGO}_A = \$2\,140 \text{ por mes}$$

El valor futuro del plan A es la suma de tres componentes en valor futuro: el restante de los $40 000 disponibles de los costos de cierre (F_{1A}), el dinero que no se utilizó del disponible para los pagos mensuales (F_{2A}) y el incremento del valor de la casa al venderse 10 años más tarde (F_{3A}). Esto se calcula a continuación.

$$F_{1A} = (40\,000 - 36\,000)(F/P,0.5\%,120)$$
$$= \$7\,278$$

El dinero disponible que no se gasta en pagos mensuales después de pagar la hipoteca y su valor futuro después de 10 años es

$$2\,850 - 2\,140 = \$710$$
$$F_{2A} = 710(F/A,0.5\%,120)$$
$$= \$116\,354$$

El dinero neto disponible de la venta de la casa en 10 años (F_{3A}) es la diferencia entre el precio de venta neto ($363 000) y el saldo del préstamo.

Saldo del préstamo

$$= 297\,000(F/P,0.4375\%,120) - 1\,640(F/A,0.4375\%,120)$$
$$= 297\,000(1.6885) - 1\,640(157.3770)$$
$$= \$243\,386$$

$$F_{3A} = 363\,000 - 243\,386 = \$119\,614$$

El valor futuro total del plan A es

$$\boldsymbol{F_A = F_{1A} + F_{2A} + F_{3A}}$$
$$\boldsymbol{= 7\,278 + 116\,354 + 119\,614}$$
$$\boldsymbol{= \$243\,246}$$

2. Realice este análisis con las mismas estimaciones, excepto que cuando la casa se venda 10 años después de su compra habrá disminuido su precio de mercado, y su precio neto de venta será de sólo 70% del precio de compra, es decir, $231 000.

ETAPA DE APRENDIZAJE 2

Herramientas básicas de análisis

ETAPA DE APRENDIZAJE 2
HERRAMIENTAS BÁSICAS DE ANÁLISIS

CAPÍTULO 5
Análisis del valor presente

CAPÍTULO 6
Análisis del valor anual

CAPÍTULO 7
Análisis de la tasa de rendimiento: un proyecto

CAPÍTULO 8
Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples

CAPÍTULO 9
Análisis beneficio/costo y economía del sector público

Un proyecto o alternativa de ingeniería se formula para fabricar o comprar un **producto**, desarrollar un **proceso** o proveer un **servicio** con resultados específicos. Un análisis de ingeniería económica evalúa las estimaciones de flujo de efectivo para parámetros como costo inicial, costos e ingresos anuales, costos no recurrentes y posible valor de rescate sobre una vida útil estimada del producto, proceso o servicio. Los capítulos en esta etapa de aprendizaje desarrollan y demuestran las herramientas y técnicas básicas para evaluar una o más opciones mediante factores, fórmulas y funciones de hojas de cálculo aprendidas en la etapa 1.

Al terminar estos capítulos, el lector será capaz de evaluar la mayor parte de las propuestas de proyectos de ingeniería con técnicas de análisis económico bien aceptadas, como valor presente, valor futuro, costo capitalizado, costo del ciclo de vida, valor anual, tasa de rendimiento o análisis de beneficio/costo.

El epílogo de esta etapa brinda un enfoque útil en la selección del método de ingeniería económica que arroje el mejor análisis de las estimaciones y condiciones existentes una vez definidas las alternativas mutuamente excluyentes.

Nota importante: Si se va a considerar la depreciación o el análisis después de impuestos en los métodos de evaluación expuestos en los capítulos 5 a 9, entonces es preferible que después del capítulo 6 se estudien los capítulos 16 y 17.

CAPÍTULO 5

Análisis del valor presente

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Evaluar y elegir alternativas mediante diversas técnicas de valor presente.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
5.1	Formulación de alternativas	• Identificar los proyectos mutuamente excluyentes e independientes; definir las opciones de ingresos y costos.
5.2	VP de alternativas con vidas iguales	• Seleccionar la mejor alternativa de las disponibles con vidas iguales mediante un análisis del valor presente.
5.3	VP de alternativas con vidas diferentes	• Seleccionar la mejor alternativa de vidas diferentes con un análisis del valor presente.
5.4	Análisis del VF	• Seleccionar la mejor alternativa por medio del análisis del valor futuro.
5.5	Cálculo y análisis del CC	• Seleccionar la mejor alternativa con un análisis del costo capitalizado (CC).

Una cantidad futura de dinero convertida a su valor equivalente ahora tiene un monto de valor presente (VP) siempre menor que el flujo de efectivo real porque, para cualquier tasa de interés mayor que cero, todos los factores *P*/*F* tienen un valor presente menor que 1.0. Por tal razón, con frecuencia se hace referencia a cálculos de valor presente con la denominación de *flujo de efectivo descontado (FED)*, y la tasa de interés se conoce como *tasa de descuento*. Además de VP, otros dos términos comunes son *valor presente (VP)* y *valor presente neto (VPN)*. Hasta aquí, hemos efectuado cálculos de valor presente para un proyecto o alternativa únicos. En este capítulo se consideran técnicas para comparar dos o más alternativas mutuamente excluyentes mediante el método del valor presente. Aquí se estudian dos aplicaciones adicionales: **valor futuro** y **costo capitalizado**. Los costos capitalizados se aplican en proyectos con vidas esperadas muy largas u horizontes de planeación extensos.

Para entender cómo organizar un análisis económico, este capítulo empieza con una descripción de proyectos independientes y mutuamente excluyentes, así como de alternativas de ingresos y de servicio.

EP

El caso del agua para fabricar semiconductores: La contribución de los semiconductores a las ventas mundiales es de 250 mil millones de dólares por año, que equivale a cerca de 10% del PIB (producto interno bruto) mundial. Esta industria produce los microchips para muchos equipos de comunicación, entretenimiento, transporte y computación actuales de uso cotidiano. En función del tipo y tamaño de la planta de fabricación (fab), es grande la necesidad de agua ultrapura (AUP) para fabricar los diminutos circuitos integrados, y la demanda va de 500 a 2 000 galones por minuto (gpm). El agua ultrapura se obtiene con procesos especiales que suelen incluir tecnologías de ósmosis inversa o sustratos de resinas desionizadoras. El agua potable producto de la purificación de agua de mar o la extracción de agua subterránea salobre llega a costar de 2 a 3 dólares por cada 1 000 galones, pero la obtención de AUP en el sitio de fabricación de los semiconductores cuesta de 1 a 3 dólares más por cada 1 000 galones.

La construcción de una planta de fabricación cuesta más de $2.5 mil millones, y se necesita más o menos 1% de esta cifra, es decir, $25 millones, para proveer el agua ultrapura necesaria, lo que incluye el equipo de reciclamiento del agua de desecho.

Una nueva empresa en la industria, Angular Enterprises, estimó los costos de dos opciones para abastecer con agua la planta de fabricación que planea. Tiene la fortuna de contar con la opción de desalar agua del mar o extraer agua de fuentes subterráneas en el sitio elegido para sus instalaciones. Las estimaciones iniciales de costo para el sistema de AUP son las siguientes.

Fuente	Agua de mar (S)	Agua subterránea (G)
Costo inicial del equipo, $M	–20	–22
AOC, $M anuales	–0.5	–0.3
Valor de rescate, % del costo inicial	5	10
Costo del AUP, $ por cada 1 000 galones	4	5

La compañía hizo las siguientes estimaciones para el sistema de AUP.

Vida del equipo de AUP	10 años
Necesidades de AUP	1 500 gpm
Tiempo de operación	16 horas diarias durante 250 días del año

Este caso se utiliza en los siguientes temas (secciones) y problemas del capítulo:

- Análisis del VP de alternativas de vidas iguales (sección 5.2)
- Análisis del VP de alternativas de vidas diferentes (sección 5.3)
- Análisis del costo capitalizado (sección 5.5)
- Problemas 5.20 y 5.34

5.1 Formulación de alternativas ● ● ●

La evaluación y selección de propuestas económicas requiere un **flujo de efectivo estimado** durante un periodo específico, técnicas matemáticas para calcular la **medida del valor** (se invita al lector a revisar el ejemplo 1.2, sobre medidas posibles) y un **criterio para elegir la mejor alternativa**. Las alternativas se

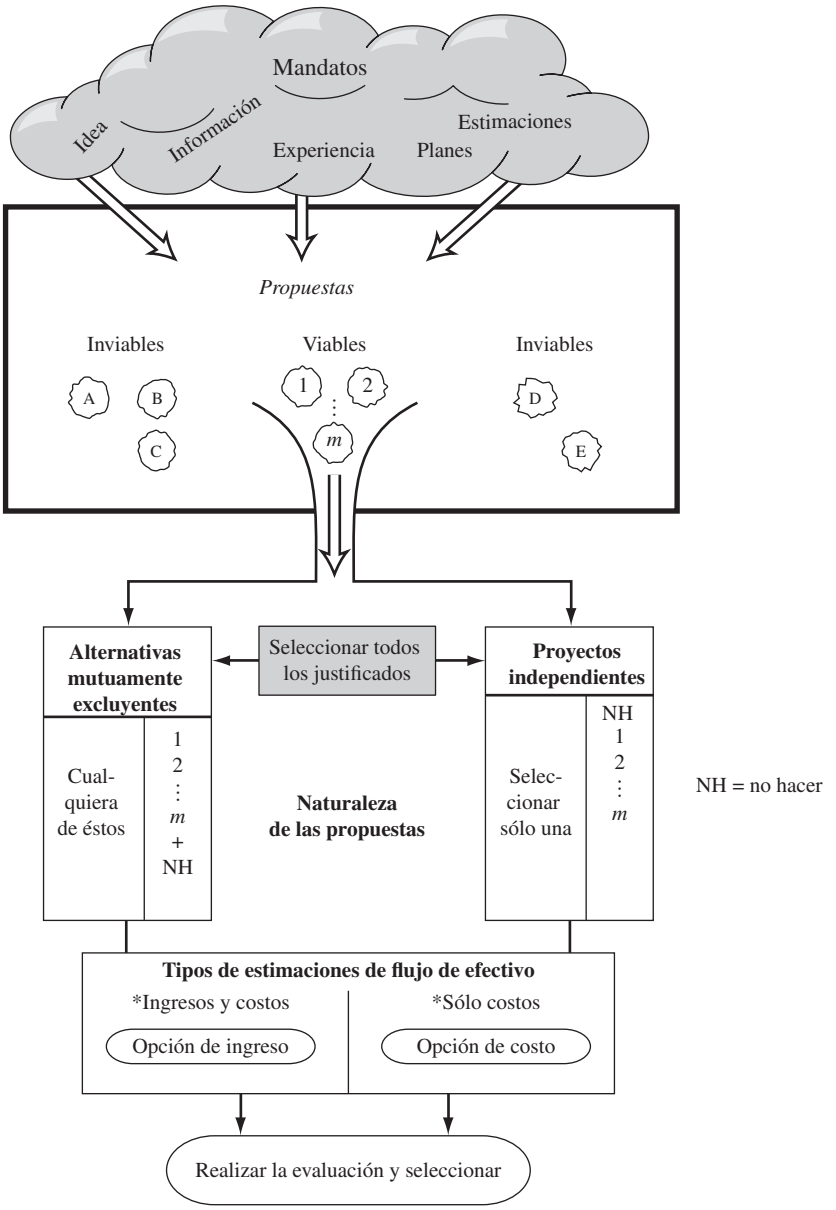


Figura 5-1
Ruta desde las propuestas hasta la evaluación económica para elegir.

plantean a partir de propuestas para lograr un propósito establecido. Esta sucesión se describe en la figura 5-1; algunos proyectos son viables desde los puntos de vista económico, tecnológico y legal, mientras que otros no. Una vez eliminadas las ideas que obviamente no son viables, se trabaja con las propuestas restantes que sí lo sean para formar las alternativas que se evaluarán. La evaluación económica es uno de los medios principales para seleccionar la mejor alternativa.

La naturaleza de las propuestas económicas siempre es una de las dos siguientes:

Alternativas mutuamente excluyentes: Sólo puede seleccionarse un proyecto. Con fines de terminología, a cada proyecto viable se le llama *alternativa*.

Proyectos independientes: Puede seleccionarse más de un proyecto. Cada propuesta viable se denomina *proyecto*.

La opción de no hacer (NH) regularmente se entiende como otra opción al momento de la evaluación.

Elegir la opción de "no hacer" implica **mantener el enfoque actual**; no se inicia algo nuevo. No se generan nuevos costos, ingresos ni ahorros.

No hacer

Si fuera absolutamente imprescindible seleccionar una o más opciones, no es válido adoptar la de *no hacer*. Esto ocurre cuando deba acatarse un mandato por razones de seguridad, legales, gubernamentales o de otro tipo.

Las alternativas mutuamente excluyentes y los proyectos independientes se seleccionan con métodos por completo distintos. La selección de una alternativa mutuamente excluyente sucede, por ejemplo, cuando un ingeniero debe escoger el mejor motor de diésel de entre varios modelos; sólo se elige uno y el resto se rechaza. Si no hay justificación económica para ninguna opción, todas se rechazan y automáticamente se elige la opción NH. En proyectos independientes es posible aceptar uno, dos o más, y en realidad todos los que tengan justificación económica, siempre y cuando haya capital disponible. Esto conduce a los dos criterios de evaluación siguientes, fundamentalmente distintos:

Las alternativas mutuamente excluyentes **compiten entre sí** y se analizan por pares. Los proyectos independientes se evalúan uno a la vez y **sólo compiten con el proyecto NH**.

Todas las técnicas de análisis de los capítulos 5 a 9 sirven para evaluar cualquier tipo de propuesta: mutuamente excluyente o independiente. Cuando las técnicas que se describen en cada capítulo se ejecutan de manera correcta, arrojan la misma conclusión sobre la opción por seleccionar. Este capítulo cubre el método del valor presente.

Entre la evaluación de las alternativas mutuamente excluyentes y las independientes es posible establecer un paralelo. Suponga que hay m proyectos independientes; puede seleccionarse uno, dos, más de dos, o ninguno. Entonces, si se incluyen o se omiten todos los proyectos del grupo seleccionado, existe un total de **2^m alternativas mutuamente excluyentes**. Este número incluye la opción NH (no hacer), como se indica en la figura 5-1. Por ejemplo, si un ingeniero tiene tres modelos de motor de diésel (A, B y C) y puede seleccionar cualquier cantidad de ellos, hay $2^3 = 8$ opciones: NH, A, B, C, AB, AC, BC y ABC. Por lo general, en las aplicaciones de la vida real existen restricciones, como límites presupuestales, que eliminaría muchas de las 2^m opciones. El análisis de proyectos independientes sin límites presupuestales se examina en este capítulo y hasta el capítulo 9; el capítulo 12 trata los proyectos independientes con límite presupuestal, lo cual se conoce como presupuesto de capital.

Por último, es importante reconocer la naturaleza de las estimaciones del flujo de efectivo antes de comenzar el cálculo de la medida de valor que conducirá a la selección final. El flujo de efectivo determina si las alternativas se basan en el ingreso o en el costo. Todas las alternativas evaluadas en un estudio particular de ingeniería económica deben ser del mismo tipo. Las definiciones de estos tipos son las siguientes:

De ingreso. Cada alternativa genera costos (flujos de salida de efectivo) e ingresos (flujos de entrada de efectivo), y posibles ahorros que también se consideran ingresos. Los ingresos varían según la opción.

De costo. Cada alternativa sólo tiene costos estimados en el flujo de efectivo. Los ingresos o ahorros se consideran iguales para todas las alternativas; su elección no depende de ellos. Este tipo también se conoce como de **alternativas de servicio**.

Alternativa de ingresos o de costos

Aunque los procedimientos exactos varían un poco en los flujos de efectivo de entrada o salida, se cubren todas las técnicas y lineamientos aplicables a ambos tipos desde aquí hasta el capítulo 9, y en cada uno se detallan las diferencias en la metodología de evaluación.

5.2 Análisis de valor presente de alternativas con vidas iguales ●●●

La comparación de alternativas con vidas iguales mediante el método de valor presente es muy sencilla. Ahora, al valor presente P lo llamaremos VP de la alternativa. El método del valor presente es muy popular porque los gastos o los ingresos se transforman en **unidades monetarias equivalentes del día de hoy**; es decir, todos los flujos de efectivo futuros se convierten (descuentan) a cantidades del presente (por ejemplo, dólares) con una tasa de rendimiento específica, que es la TMAR. Así, es muy fácil percibir la ventaja económica de una opción sobre otra. Las condiciones requeridas y el procedimiento de evaluación son los siguientes:

Si las alternativas tienen capacidades idénticas para el mismo periodo (vida), se cumple el **requerimiento de igual servicio**. Se calcula el VP con la TMAR establecida para cada alternativa.

Requerimiento de igual servicio

Para alternativas **mutuamente excluyentes (ME)**, ya sea que impliquen sólo ingresos o costos, se aplican los siguientes lineamientos para justificar un proyecto único o seleccionar una de varias alternativas.

Evaluación de proyectos

Selección de alternativas ME

Una alternativa. Si VP $\geq$ 0, se alcanza o se excede la tasa mínima atractiva de rendimiento requerida y la alternativa se justifica económicamente.

Dos o más alternativas. Seleccione aquella con el valor VP **mayor en términos numéricos**, es decir, el menos negativo o el más positivo. Esto indica un VP menor de los costos para alternativas de costo o un VP mayor de flujos de efectivo netos para alternativas de ingresos.

Observe que la guía para seleccionar una alternativa con el menor costo o el mayor ingreso aplica el criterio de **mayor en términos numéricos**. Éste no es el valor absoluto de la cantidad de VP, pues el signo sí importa. La selección siguiente aplica correctamente la directriz para dos alternativas A y B.

VP_A	VP_B	Alternativa seleccionada
$−2 300	$−1 500	B
−500	+1 000	B
+2 500	+2 000	A
+4 800	−400	A

Para proyectos **independientes**, cada VP se considera por separado, es decir, en comparación con el proyecto NH, que siempre tiene un VP = 0. La directriz para la selección es la siguiente:

Selección de proyectos independientes

Para uno o más proyectos independientes: Se eligen todos los proyectos con VP $\geq$ 0 calculado con la TMAR.

Los proyectos independientes deben tener flujos de efectivo positivos y negativos para obtener un valor de VP que exceda cero; es decir, deben ser proyectos de ingresos.

Todos los análisis de VP requieren una TMAR como valor *i* en las relaciones de VP. Las bases determinadas para establecer una TMAR realista se resumieron en el capítulo 1 y se detallan en el capítulo 10.

EJEMPLO 5.1

Cierto laboratorio de una universidad es contratista de investigación de la NASA para sistemas espaciales de celdas de combustible a base de hidrógeno y metanol. Durante las investigaciones surgió la necesidad de evaluar la economía de tres máquinas de igual servicio. Analice el valor presente con los costos siguientes. La TMAR es de 10% anual.

	A base de electricidad	A base de gas	A base de energía solar
Costo inicial, $	–4 500	3 500	–6 000
Costo de operación anual (COA), $/año	–900	–700	–50
Valor de rescate *S*, $	200	350	100
Vida, años	8	8	8

Solución

Éstas son alternativas de costo; los valores de rescate se consideran un costo "negativo", de manera que les precederá un signo +. (Si cuesta dinero retirar un activo, el estimado del costo de retiro tendrá un signo −.) El VP de cada máquina se calcula con $i = 10\%$ para $n = 8$ años. Utilice subíndices *E*, *G* y *S*.

$$VP_E = -4\,500 - 900(P/A,10\%,8) + 200(P/F,10\%,8) = \$-9\,208$$

$$VP_G = -3\,500 - 700(P/A,10\%,8) + 350(P/F,10\%,8) = \$-7\,071$$

$$VP_S = -6\,000 - 50(P/A,10\%,8) + 100(P/F,10\%,8) = \$-6\,220$$

Se selecciona entonces la máquina impulsada por energía solar, pues el VP de sus costos es el más bajo y posee el VP mayor en términos numéricos.

EJEMPLO 5.2 El caso del agua para fabricar semiconductores

PE

Como se dijo en la introducción de este capítulo, el agua ultrapura (AUP) es un insumo caro en la industria de los semiconductores. Con las opciones de agua de mar o subterránea, es buena idea determinar si un sistema es más económico que el otro. Seleccione uno de los dos sistemas con una TMAR de 12% anual y el método del valor presente.

Solución

Un primer cálculo importante es el costo anual del AUP. La relación general y los costos estimados de las dos opciones son los siguientes:

$$\textbf{Relación del costo del AUP: } \frac{\$}{\text{año}} = \left(\frac{\text{costo en \$}}{1\,000 \text{ galones}}\right)\left(\frac{\text{galones}}{\text{minuto}}\right)\left(\frac{\text{minutos}}{\text{hora}}\right)\left(\frac{\text{horas}}{\text{día}}\right)\left(\frac{\text{días}}{\text{año}}\right)$$

Agua de mar: $(4/1\,000)(1\,500)(60)(16)(250) = \$1.44$ M por año

Agua subterránea: $(5/1\,000)(1\,500)(60)(16)(250) = \$1.80$ M por año

Calcule el VP con $i = 12\%$ anual y seleccione la opción con el costo más bajo (VP más grande). En unidades de \$1 millón:

Relación del VP: VP = primer costo − VP del COA − VP del AUP + VP del valor de rescate

$$\begin{aligned} VP_S &= -20 - 0.5(P/A,12\%,10) - 1.44(P/A,12\%,10) + 0.05(20)(P/F,12\%,10) \\ &= -20 - 0.5(5.6502) - 1.44(5.6502) + 1(0.3220) \\ &= \$-30.64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP_G &= -22 - 0.3(P/A,12\%,10) - 1.80(P/A,12\%,10) + 0.10(22)(P/F,12\%,10) \\ &= -22 - 0.3(5.6502) - 1.80(5.6502) + 2.2(0.3220) \\ &= \$-33.16 \end{aligned}$$

Con base en este análisis del valor presente, la opción del agua de mar es \$ 2.52 M más barata.

5.3 Análisis de valor presente de alternativas con vidas diferentes

Cuando se comparan alternativas mutuamente excluyentes que poseen vidas diferentes con el método de valor presente, debe satisfacerse el requerimiento de igual servicio. Se sigue el procedimiento de la sección 5.2, con una excepción:

El VP de las alternativas debe compararse respecto del **mismo número de años** y deben terminar al mismo tiempo para que satisfagan el requerimiento de igual servicio.

Requerimiento de igual servicio

Esto es necesario porque la comparación del valor presente implica calcular el VP equivalente de flujos de efectivo futuros en cada alternativa. Una comparación justa requiere que los montos del VP representen flujos de efectivo asociados con igual servicio. Para alternativas de costo, si no se comparan las que tengan igual servicio siempre se favorecerá la opción mutuamente excluyente de vida más corta (para costos) aunque no sea la más económica, pues se involucran periodos más breves de costos. El requerimiento de igual servicio se satisface con cualquiera de los siguientes dos enfoques:

MCM: Se compara el VP de las alternativas durante un periodo igual al **mínimo común múltiplo (MCM)** de sus vidas estimadas.

Periodo de estudio: Se compara el VP de las alternativas con un **periodo de estudio especificado de *n* cantidad de años**. Este enfoque no necesariamente considera la vida útil de una alternativa; a este método se le conoce como *horizonte de planeación*.

MCM o periodo de estudio

En cualquier caso, el VP de cada opción se calcula a partir de la TMAR, y la directriz para realizar la selección es la misma que la de las opciones con la misma vida. El enfoque del MCM automáticamente hace que los flujos de efectivo de todas las alternativas se extiendan el mismo periodo, como se requie-

re. Por ejemplo, las alternativas con vidas esperadas de tres y cuatro años se comparan durante un periodo de 12 años. El primer costo de una alternativa se reinvierte al comienzo de cada ciclo de vida, y el valor de rescate estimado se toma en cuenta al final de cada ciclo de vida cuando se calculen los VP durante el periodo del MCM. Además, el enfoque del MCM requiere ciertas suposiciones respecto de los ciclos de vida subsecuentes.

Las suposiciones con el enfoque del MCM son las siguientes:

1. El servicio ofrecido por las opciones será necesario durante un número de años igual al MCM o más.
2. La alternativa seleccionada se repetirá durante cada ciclo de vida del MCM exactamente en la misma forma.
3. Los estimados del flujo de efectivo serán los mismos en cada ciclo de vida.

Como se demostrará en el capítulo 14, la tercera suposición es válida sólo cuando se espera que los flujos de efectivo varíen exactamente de acuerdo con el índice de inflación (o deflación) aplicable al periodo del MCM. Si se espera que los flujos de efectivo varíen por cualquier otro índice, el análisis de VP debe conducirse con un valor constante en dólares que considere la inflación (véase el capítulo 14).

Un análisis de periodo de estudio es necesario si no es realizable la primera suposición acerca de la cantidad de tiempo de las alternativas. Para el enfoque del periodo de estudio, se elige un horizonte de tiempo durante el cual se realiza el análisis económico. Se ignoran todos los flujos de efectivo ocurridos más allá del periodo de estudio. Debe considerarse un valor de mercado estimado al final de este periodo. El horizonte de tiempo escogido debe ser relativamente corto, en especial cuando las metas de negocio de corto plazo son muy importantes. El enfoque del periodo de estudio suele aplicarse en análisis de reemplazo (véase el capítulo 11); también es útil cuando el MCM de las alternativas genera un periodo de evaluación irreal, por ejemplo, cinco y nueve años.

EJEMPLO 5.3

La empresa National Homebuilders, Inc., planea comprar nuevo equipo de corte y terminado. Dos fabricantes ofrecen las cotizaciones siguientes.

	Fabricante A	Fabricante B
Costo inicial, $	–15 000	–18 000
Costo anual de operación y mantenimiento, $ por año	–3 500	–3 100
Valor de rescate, $	1 000	2 000
Vida, años	6	9

a) Determine qué fabricante debe seleccionarse con base en la comparación del valor presente si la TMAR es de 15% anual.

b) La empresa tiene una práctica estandarizada de evaluación para todos sus proyectos de un periodo de cinco años. Si se utiliza el periodo de estudio de cinco años y no se espera que varíe el valor de rescate, ¿qué fabricante debe seleccionarse?

Solución

a) Como los dos equipos poseen diferentes vidas, compárelos respecto del MCM de 18 años. Para ciclos de vida posteriores al primero, el costo inicial se repite en el año 0 del nuevo ciclo, que es el último año del ciclo anterior. Éstos serán los años 6 y 12 para el fabricante A, y el año 9 para el B. El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 5-2. Se calcula el VP a 15% respecto de 18 años.

$$\begin{aligned} VP_A = &-15\,000 - 15\,000(P/F,15\%,6) + 1\,000(P/F,15\%,6) \\ &-15\,000(P/F,15\%,12) + 1\,000(P/F,15\%,12) + 1\,000(P/F,15\%,18) \\ &-3\,500(P/A,15\%,18) \\ = &\$-45\,036 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP_B = &-18\,000 - 18\,000(P/F,15\%,9) + 2\,000(P/F,15\%,9) \\ &+ 2\,000(P/F,15\%,18) - 3\,100(P/A,15\%,18) \\ = &\$-41\,384 \end{aligned}$$

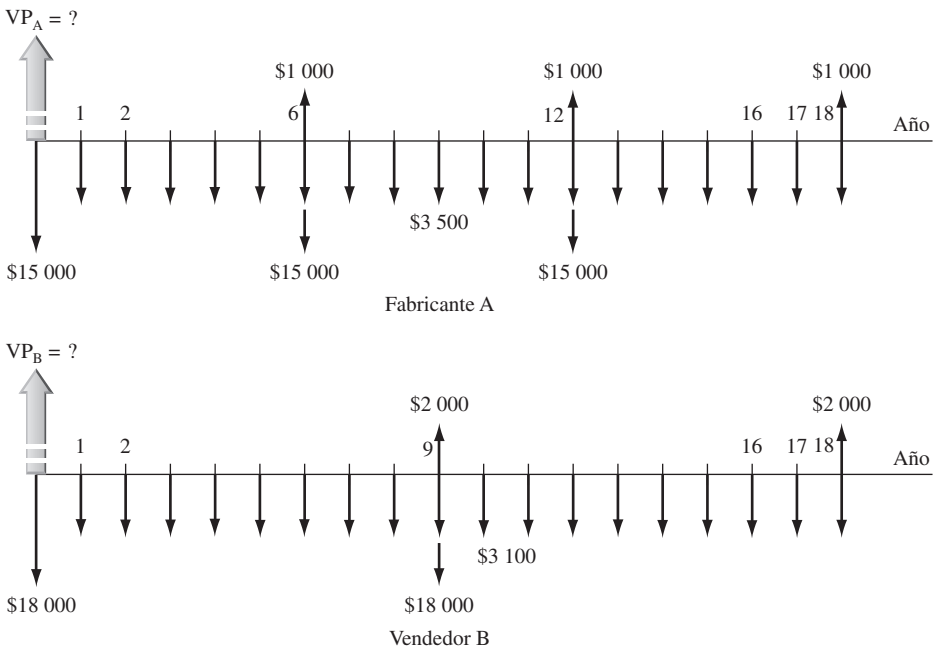


Figura 5-2
Diagrama de flujo de efectivo de alternativas de vidas diferentes, ejemplo 5.3*a*).

Se elige al fabricante B, pues el costo es menor en términos de VP; es decir, el VP_B es mayor, en términos numéricos, que el VP_A.

b) Para un periodo de estudio de cinco años no se necesita repetir ningún ciclo. El análisis de VP es

$$VP_A = -15\,000 - 3\,500(P/A,15\%,5) + 1\,000(P/F,15\%,5)$$
$$= \$-26\,236$$

$$VP_B = -18\,000 - 3\,100(P/A,15\%,5) + 2\,000(P/F,15\%,5)$$
$$= \$-27\,397$$

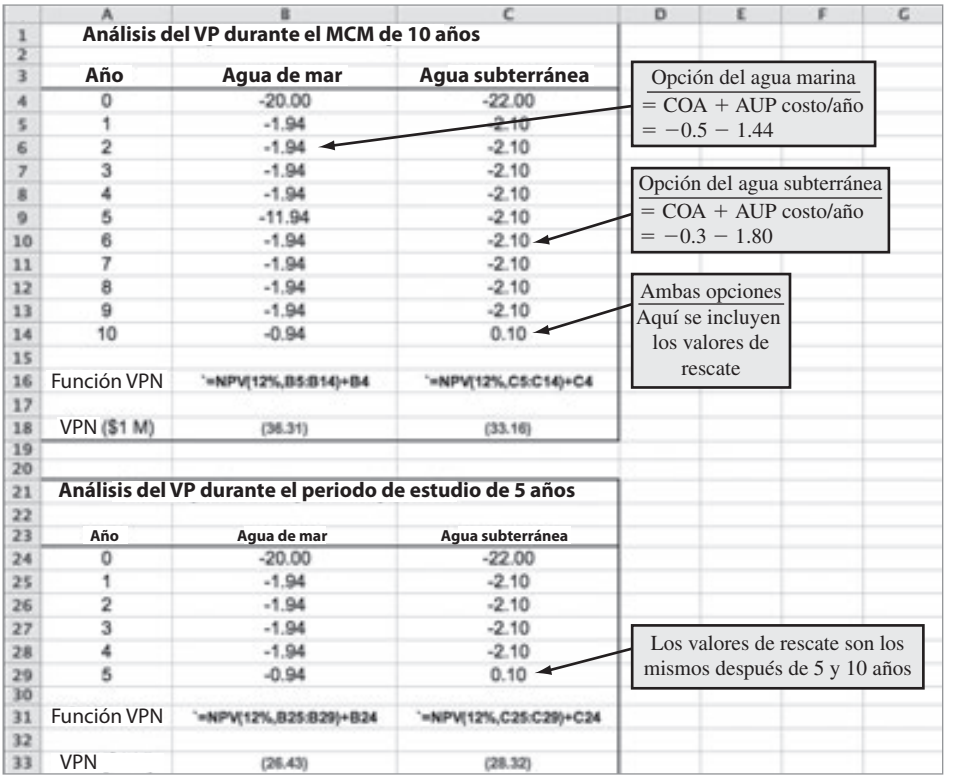
Ahora se elige al fabricante A con base en su VP más pequeño. Esto significa que el periodo de estudio acortado de cinco años provocó el cambio de decisión económica. En situaciones como ésta debe examinarse con mucho cuidado la práctica de usar un periodo de estudio fijo a fin de garantizar que se utilice el enfoque apropiado, es decir, MCM o periodo de estudio fijo, con objeto de satisfacer el requerimiento de igual servicio.

EJEMPLO 5.4 El caso del agua para fabricar semiconductores

EP

Cuando se estudió este caso en la introducción, se vio que las estimaciones iniciales de la vida del equipo eran de 10 años para ambas opciones de obtención de AUP (agua ultrapura): agua de mar o subterránea. Como es fácil imaginar, un poco de investigación deja claro que el agua de mar es más corrosiva y que la vida del equipo es más corta: cinco años en lugar de 10. Sin embargo, se espera que en vez de sustituir el equipo, una rehabilitación total que cuesta $10 M después de cinco años extienda su vida al periodo anticipado de 10 años de servicio.

Con todas las demás estimaciones sin cambio, es importante determinar si esta reducción de 50% de la vida útil esperada y el gasto por la rehabilitación cambiarían la decisión de adoptar la opción del agua de mar, como se resolvió en el ejemplo 5.2. Para hacer el análisis completo, considere opciones de 10 años y cinco años para el uso esperado del equipo, sin importar la fuente de AUP.



	A	B	C
1	**Análisis del VP durante el MCM de 10 años**		
2			
3	**Año**	**Agua de mar**	**Agua subterránea**
4	0	-20.00	-22.00
5	1	-1.94	-2.10
6	2	-1.94	-2.10
7	3	-1.94	-2.10
8	4	-1.94	-2.10
9	5	-11.94	-2.10
10	6	-1.94	-2.10
11	7	-1.94	-2.10
12	8	-1.94	-2.10
13	9	-1.94	-2.10
14	10	-0.94	0.10
15			
16	Función VPN	`=NPV(12%,B5:B14)+B4	`=NPV(12%,C5:C14)+C4
17			
18	VPN ($1 M)	(36.31)	(33.16)
19			
20			
21	**Análisis del VP durante el periodo de estudio de 5 años**		
22			
23	**Año**	**Agua de mar**	**Agua subterránea**
24	0	-20.00	-22.00
25	1	-1.94	-2.10
26	2	-1.94	-2.10
27	3	-1.94	-2.10
28	4	-1.94	-2.10
29	5	-0.94	0.10
30			
31	Función VPN	`=NPV(12%,B25:B29)+B24	`=NPV(12%,C25:C29)+C24
32			
33	VPN	(26.43)	(28.32)

Figura 5-3
Análisis del VP con los enfoques del MCM y del periodo de estudio del caso del agua para fabricar semiconductores, ejemplo 5.4.

Solución

Una forma fácil y rápida de llevar a cabo este análisis dual es por medio de una hoja de cálculo y la función VPN. En la figura 5-3 se muestran los detalles.

MCM de 10 años: En la parte superior de la hoja de cálculo, es necesario el MCM de 10 años para satisfacer el requerimiento de igual servicio; sin embargo, el costo inicial en el año 5 es de $−10 M de la rehabilitación y no los $ −20 gastados en el año 0. El flujo de efectivo de cada año se introduce en celdas consecutivas; los $ −11.94 M en el año 5 corresponden al costo de operación anual y al del AUP de $ −1.94 M más el costo de $ −10 M. Las funciones VPN de la hoja de cálculo determinan los VP con 12% anual, en unidades de $1 millón.

$$VP_S = \$-36.31 \qquad VP_G = \$-33.16$$

Ahora *es más barata la opción del agua subterránea*; la decisión económica se invierte con la nueva estimación de la vida y el gasto de la rehabilitación en el año 5.

Periodo de estudio de 5 años: En la parte inferior de la figura 5-3 se aprecian los detalles del análisis del VP con el segundo enfoque para evaluar las alternativas de diferentes vidas, es decir, un periodo de estudio específico que es de cinco años en este caso. Por tanto, se ignoran todos los flujos de efectivo después de cinco años.

De nuevo cambia la decisión con los VP a 12% *en favor de la opción del agua de mar.*

$$VP_S = \$-26.43 \qquad VP_G = \$-28.32$$

Comentarios

La decisión cambió con los enfoques del MCM y del periodo de estudio. Ambas respuestas son correctas según la forma en que se cumpla el requerimiento de igual servicio. Este análisis demuestra cuán importante es comparar alternativas mutuamente excluyentes durante periodos verosímiles, y tomarse el tiempo necesario para hacer las estimaciones más exactas del costo, vida y TMAR al llevar a cabo la evaluación.

Si la evaluación del VP se realiza en forma incorrecta por utilizar las vidas de las dos opciones, *se viola el requerimiento de igual servicio* y los VP favorecen la opción de vida más corta, es decir, al agua de mar. Los valores de VP son

Opción S: $n = 5$ años, $VP_S = \$ -26.43$ M, según el cálculo en la parte inferior izquierda de la figura 5-3.

Opción G: $n = 10$ años, $VP_G = \$ -33.16$ M, según el cálculo en la parte superior derecha de la figura 5-3.

En **proyectos independientes** es innecesario el enfoque del MCM porque cada proyecto se compara con la opción de no hacer, y no entre sí, por lo que no es problema que se satisfaga el requerimiento de igual servicio. Sólo hay que usar la TMAR para determinar el VP durante la vida respectiva de cada proyecto y **seleccionar todos los proyectos con VP $\geq$ 0**.

5.4 Análisis de valor futuro ●●●

El valor futuro (VF) de una opción puede determinarse directamente del flujo de efectivo, o al multiplicar el VP por el factor F/P, con la TMAR establecida. El valor n en el factor F/P es el valor del MCM o un periodo de estudio específico. El análisis de las alternativas con el VF se aplica en especial a decisiones con grandes capitales de inversión cuando el objetivo principal es maximizar la *prosperidad futura* de los accionistas de una corporación.

El análisis de valor futuro suele utilizarse durante un periodo de estudio específico si el activo (equipo, edificio, etcétera) se vende o cambia algún tiempo antes de que se alcance su vida esperada. Suponga que un empresario planea comprar una compañía y espera venderla en tres años. El análisis de VF es el mejor método para tomar la decisión de venderla o conservarla. El ejemplo 5.5 ilustra este uso del análisis del VF. Otra aplicación excelente para el análisis de VF es en proyectos que producirán hasta el final de un periodo de inversiones multianuales, como instalaciones de generación eléctrica, carreteras de peaje, aeropuertos y otras similares. Se analizan mediante el VF de los compromisos de inversión hechos durante la construcción.

Las directrices para seleccionar con el VF son las mismas que con el análisis VP; si VF $\geq$ 0, significa que se logrará o se excederá la TMAR. Para dos (o más) alternativas mutuamente excluyentes, seleccione aquella cuyo VF sea mayor en términos numéricos.

Selección de opciones ME

EJEMPLO 5.5

Una corporación británica de distribución de alimentos adquirió una cadena canadiense de negocios de comida por £75 millones hace tres años. Hubo una pérdida neta de £10 millones al final del primer año en que fueron propietarios. El flujo de efectivo neto se incrementó con un gradiente aritmético de £ +5 millones por año a partir del segundo año, y se espera que continúe esta tendencia en el futuro próximo. Esto significa que este año se logró equilibrar el flujo de efectivo neto; debido al pesado financiamiento de deuda para comprar la cadena canadiense, la junta internacional de directores espera una TMAR de 25% anual por cualquier venta.

a) Se ofrecieron a la corporación británica £159.5 millones por una compañía francesa que desea adquirir una sucursal en Canadá. Mediante el análisis de VF, determine si se alcanzará la TMAR con este precio de venta.

b) Si la corporación británica aún es propietaria de la cadena, ¿qué precio de venta debe obtener al final de los cinco años de tener el título de propiedad tan sólo para lograr la TMAR?

Solución

a) Plantee la relación del valor futuro en el año 3 (VF_3) con una $i = 25\%$ anual y un precio de oferta de £159.5 millones. La figura 5-4*a*) representa el diagrama de flujo de efectivo en unidades de millones de £.

$$VF_3 = -75(F/P,25\%,3) - 10(F/P,25\%,2) - 5(F/P,25\%,1) + 159.5$$
$$= -168.36 + 159.5 = £-8.86 \text{ millones}$$

No, la TMAR de 25% no se logrará si se acepta la oferta de £159.5 millones.

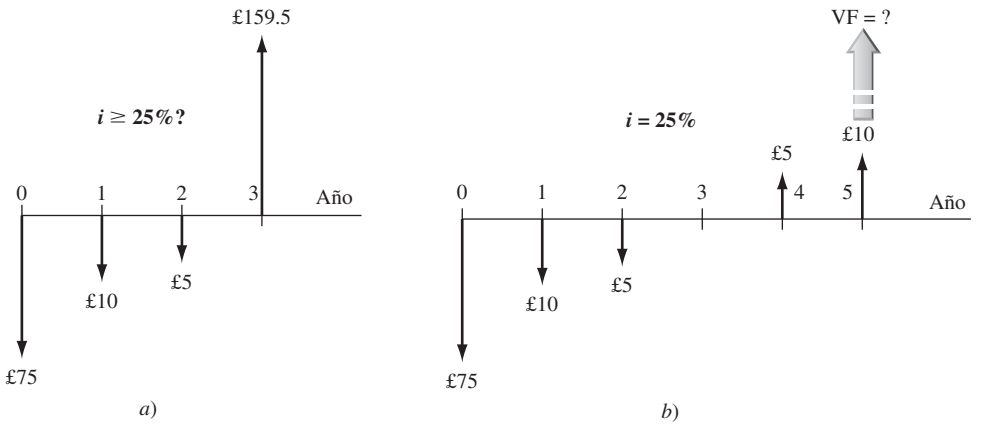


Figura 5-4
Diagramas de flujo de efectivo del ejemplo 5.5. *a*) $i = ?$, *b*) VF = ?

b) Determine el valor futuro dentro de cinco años ahora con 25% anual. La figura 5-4*b*) representa el diagrama de flujo de efectivo. Los factores A/G y F/A se aplican al gradiente aritmético.

$$\begin{aligned} VF_5 &= -75(F/P,25\%,5) - 10(F/A,25\%,5) + 5(A/G,25\%,5)(F/A,25\%,5) \\ &= £-246.81 \text{ millones} \end{aligned}$$

La oferta debe ser de al menos £ 246.81 millones para lograr la TMAR. Esto es más o menos 3.3 veces el precio de compra sólo cinco años antes, en gran parte debido al requerimiento de la TMAR de 25%.

5.5 Cálculo y análisis del costo capitalizado ●●●

Muchos proyectos del sector público, como puentes, presas, autopistas de cuota, vías férreas y plantas hidroeléctricas y de otro tipo, tienen vidas útiles esperadas muy largas. El horizonte de planeación adecuado para estos casos es **una vida perpetua o infinita**. Los fondos permanentes de organizaciones filantrópicas y de universidades también tienen vidas perpetuas. El valor económico de estos tipos de proyectos o fondos se evalúa con el valor presente de los flujos de efectivo.

El **costo capitalizado (CC)** es el valor presente de una opción que tiene una vida muy larga (más de 35 o 40 años) o cuando el horizonte de planeación se considera muy largo o infinito.

La fórmula para calcular el CC se deriva del factor $P = A(P/A,i\%,n)$, donde $n = \infty$ periodos. Tome la ecuación para P con el factor P/A y divida el numerador y el denominador entre $(1 + i)^n$ para obtener

$$P = A\left[\frac{1 - \dfrac{1}{(1+i)^n}}{i}\right]$$

Conforme n se aproxima a ∞, el término entre corchetes se convierte en $1/i$. Se reemplazan los símbolos VP y P con CC como recordatorio de que es la equivalencia de un costo capitalizado. Como el valor de A también se denota con VA, valor anual, la fórmula del costo capitalizado es sólo:

$$\mathbf{CC = \frac{A}{i} \quad o \quad CC = \frac{VA}{i}} \tag{5.1}$$

Si se despeja A o VA, la cantidad de dinero fresco que se genera cada año por la capitalización de una cantidad CC es

$$\mathbf{VA = CC(}i\mathbf{)} \tag{5.2}$$

Ésta es la misma que el cálculo $A = P(i)$ para un número infinito de periodos. La ecuación (5.2) se aclara si se considera el valor del dinero en el tiempo. Si se invierten ahora $ 20 000 (ésta es la capitali-

zación) a 10% anual, la cantidad máxima de dinero que se puede retirar al final de cada año *por siempre* será de $2 000, es decir, el interés acumulado cada año. Esto permite que los $20 000 originales ganen interés para que otros $2 000 se acumulen el próximo año.

Los flujos de efectivo (costos, ingresos y ahorros) en el cálculo del costo capitalizado por lo general son de dos tipos: *recurrentes*, también llamados *periódicos*, y *no recurrentes*. Un costo de operación anual de $50 000 y un costo de repeticiones estimado en $40 000 cada 12 años son ejemplos de flujos de efectivo recurrentes. Algunos ejemplos de flujos de efectivo no recurrentes son la inversión inicial en el año 0 y flujos de efectivo únicos en momentos futuros, como una tarifa de $500 000 dentro de dos años.

El procedimiento para calcular el CC para un número infinito de secuencias de flujo de efectivo es el siguiente:

1. Se elabora un diagrama con todos los flujos de efectivo no recurrentes (los que suceden una vez) y al menos dos ciclos de todos los flujos de efectivo recurrentes (periódicos).
2. Se encuentra el valor presente de todas las cantidades no recurrentes. Éste es su valor de CC.
3. Se calcula el valor anual uniforme equivalente (valor *A*) durante *un ciclo de vida* de todas las cantidades recurrentes (éste es el mismo valor en todos los ciclos de vida subsecuentes, como se explica en el capítulo 6.) Se agrega a todas las cantidades uniformes (*A*) que tienen lugar del año 1 hasta el infinito. El resultado es el valor anual uniforme equivalente total (VA).
4. Se divide el VA obtenido en el paso 3 entre la tasa de interés *i* para obtener el valor CC. Ésta es una aplicación de la ecuación (5.1).
5. Se suman los valores del CC obtenidos en los pasos 2 y 4.

Elaborar el diagrama de flujo de efectivo (paso 1) es más importante en los cálculos de CC que en cualquier otro lugar, pues ayuda a separar las cantidades no recurrentes de las recurrentes. En el paso 5 se obtuvieron ya los valores presentes de todos los flujos de efectivo componentes; el total del costo capitalizado será tan sólo su suma.

EJEMPLO 5.6

La Autoridad de Transporte del Condado de Haverty (HCTA) acaba de instalar un software nuevo para cobrar y registrar las cuotas. El director quiere conocer el costo total equivalente de todos los costos futuros en que se incurre por la compra del sistema de software. Si el nuevo sistema se utilizara por un tiempo indefinido, encuentre el valor equivalente *a*) actual y *b*) por cada año de aquí en adelante.

El sistema tiene un costo de instalación de $150 000 y un costo adicional de $50 000 después de 10 años. El costo del contrato de mantenimiento es de $5 000 por los primeros cuatro años y $8 000 después de éstos. Además se espera un costo de actualización recurrente de $15 000 cada 13 años. Suponga que $i = 5\%$ anual para los fondos del condado.

Solución

a) Se aplica el procedimiento anterior de cinco pasos para hallar el CC.

1. Elabore un diagrama de flujo de efectivo para dos ciclos (figura 5-5).

2. Encuentre el valor presente de los costos no recurrentes de $150 000 ahora y $50 000 en el año 10, con $i = 5\%$. Designe este costo capitalizado como CC_1.

$$CC_1 = -150\,000 - 50\,000(P/F,5\%,10) = \$-180\,695$$

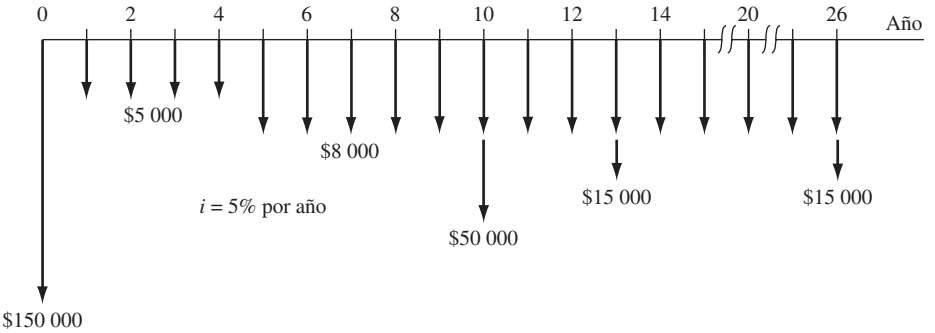


Figura 5-5
Flujo de efectivo para dos ciclos de costos recurrentes y todas las cantidades no recurrentes, ejemplo 5.6.

3 y 4. Convierta el costo recurrente de \$15 000 a un valor anual A durante 13 años, y calcule el costo capitalizado CC_2 a 5% anual con la ecuación (5.1).

$$A = -15\,000(A/F,5\%,13) = \$\,-847$$

$$CC_2 = -847/0.05 = \$\,-16\,940$$

Hay varias maneras de convertir la serie A del costo de mantenimiento anual del software y los valores CC. Un método directo es considerar primero la serie de \$ −5 000 con un costo capitalizado de

$$CC_3 = -5\,000/0.05 = \$\,-100\,000$$

El segundo método es convertir la serie del costo de mantenimiento de \$ −3 000 a un costo capitalizado CC_4 en el año 4, y calcular el valor presente en el año 0 (consulte en la figura 5-5 los momentos en que ocurren los flujos de efectivo).

$$CC_4 = \frac{-3\,000}{0.05}(P/F,5\%,4) = \$-49\,362$$

5. El costo capitalizado total CC_T para la Autoridad de Transporte del Condado de Haverty es la suma de los cuatro valores de CC.

$$CC_T = -180\,695 - 16\,940 - 100\,000 - 49\,362$$
$$= \$-346\,997$$

b) La ecuación (5.2) determina el monto de VA para siempre.

$$VA = Pi = CC_T(i) = \$346\,997(0.05) = \$17\,350$$

La interpretación correcta es que los funcionarios del condado de Haverty comprometieron el equivalente de \$17 350 para siempre para operar y dar mantenimiento al software de administración de cuotas.

Para comparar **dos alternativas con base en el costo capitalizado**, utilice el procedimiento anterior con el fin de determinar el CC_T de cada una. Como el costo capitalizado representa el valor presente total de financiamiento y mantenimiento dada una alternativa de vida infinita, las alternativas se comparan automáticamente para el mismo número de años (es decir, infinito). La alternativa con el menor costo capitalizado representa la más económica. Esta evaluación se ilustra en el ejemplo 5.7, que es progresivo para este capítulo.

EJEMPLO 5.7 El caso del agua para la fabricación de semiconductores

EP

Nuestro caso de estudio avanzó (en el ejemplo 5.4) hasta el punto en que la vida de la opción del agua de mar puede ampliarse a 10 años con un costo por la rehabilitación mayor después de cinco años. Esta ampliación sólo es posible una vez, después de lo cual comienza un nuevo ciclo de vida. En unidades de \$1 millón, las estimaciones y VP (a partir de la figura 5-3) son las siguientes:

Agua de mar: $P_S = \$-20$; $COA_S = \$-1.94$; $n_S = 10$ años; rehabilitación, año 5 $= \$-10$;
$S_S = 0.05(20) = \$1.00$; $VP_S = \$-36.31$

Agua subterránea: $P_G = \$-22$; $COA_G = \$-2.10$; $n_G = 10$ años; $S_G = 0.10(22) = \$2.2$;
$VP_G = \$-33.16$

Si se acepta que el requerimiento de agua ultrapura (AUP) continuará en todo el futuro próximo, una cifra que sería bueno conocer es el valor presente de las opciones de largo plazo con la TMAR de 12% anual. ¿Cuáles son estos costos capitalizados de las dos opciones con las estimaciones hechas hasta este momento?

Solución

Hay que calcular el valor equivalente A de cada opción durante su vida respectiva, para después determinar el CC con la relación $CC = A/i$. Se elegirá la opción con el CC más bajo. Este enfoque satisface el requerimiento de igual servicio porque el horizonte de tiempo es infinito cuando se determina el CC.

Agua de mar: $A_S - VP_S(A/P,12\%,10) = -36.31(0.17698) = \$-6.43$

$CC_S = -6.43/0.12 = \$-53.58$

Agua subterránea: $A_G = VP_G(A/P,12\%,10) = -33.16(0.17698) = \$-5.87$

$CC_G = -5.87/0.12 = \$-48.91$

En términos del costo capitalizado, *la alternativa del agua subterránea es más barata.*

Comentario

Si no se considerara viable la ampliación de la vida de la opción del agua de mar, podría usarse en el análisis la alternativa original de cinco años. En este caso, los cálculos del valor equivalente *A* y del CC en unidades de $1 millón son los siguientes:

$$A_{S,5\text{ años}} = -20(A/P,12\%,5) - 1.94 + 0.05(20)(A/F,12\%,5)$$
$$= \$-7.33$$
$$CC_{S,\,5\text{ años}} = -7.33/0.12 = \$-61.08$$

Ahora, la ventaja económica de la opción del agua subterránea es aún mayor.

Si se compara una alternativa de vida finita (por ejemplo, cinco años) con otra de vida muy larga o indefinida, se pueden utilizar los costos capitalizados en la evaluación. Para determinar dicho costo en la opción de vida finita, calcule el valor equivalente *A* para un ciclo de vida y divida entre la tasa de interés, ecuación (5.1). Este procedimiento se ilustra en el ejemplo 5.8 con una hoja de cálculo.

EJEMPLO 5.8

El Congreso Estatal ordenó un programa de reciclamiento en toda la entidad para incluir todos los tipos de desechos de plástico, papel, metal y vidrio. La meta es que en 2020 no llegue nada de ellos al relleno sanitario. A continuación se describen dos opciones de equipo para separar los materiales. La tasa de interés para los proyectos estatales es de 5% anual.

Opción de un contratista (C): Por $ 8 millones ahora y $25 000 anuales se tendrían servicios de separación en un máximo de 15 sitios. No se menciona el periodo de contratación, por lo que se entiende que el contrato y los servicios durarán tanto como el estado los necesite.

Opción de compra (P): Adquirir equipo en cada sitio por $275 000 por sitio y gastar $12 000 anuales en costos de operación (COA). La vida esperada del equipo es de cinco años y no tiene valor de rescate.

a) Efectúe un análisis de costo capitalizado para un total de 10 sitios de reciclamiento.
b) Determine el máximo número de sitios en los que puede comprarse el equipo y todavía tener un costo capitalizado menor que el de la opción del contratista.

Solución

a) La figura 5-6, columna B, detalla la solución. El contrato, según se propone, tiene una vida larga. Por tanto, los $ 8 millones ya son un costo capitalizado. El cargo anual de $A = \$\ 25\ 000$ se divide entre $i = 0.05$ para determinar su CC. Se suman los dos valores y resulta $CC_C = \$\ -8.5$ millones.

Para la opción finita, de comprar a cinco años, la columna B muestra el costo inicial ($ −275 000) por sitio), el COA ($ −12 000) y el valor *A* equivalente de $ −755 181, que se determina por medio de la función PAGO (celda con leyenda). Se divide *A* entre la tasa de interés de 5% para determinar $CC_P = \$\ -15.1$ millones.

La opción del contratista es por mucho la más económica para los 10 sitios planeados.

b) Una manera rápida de encontrar el número máximo de sitios para los que $CC_P < CC_C$ es usar la herramienta **Goal Seek** de Excel, que se estudió en el capítulo 2, ejemplo 2.10. (Véase el apéndice A para los detalles del uso de esta herramienta.) En la figura 5-6 se muestra el formato para igualar los dos valores de CC conforme se modifique (disminuya) el número de sitios. El resultado, en la columna C, indica que con 5.63 sitios las opciones equivalentes en lo económico. Como el número de sitios debe ser un entero, *cinco o*

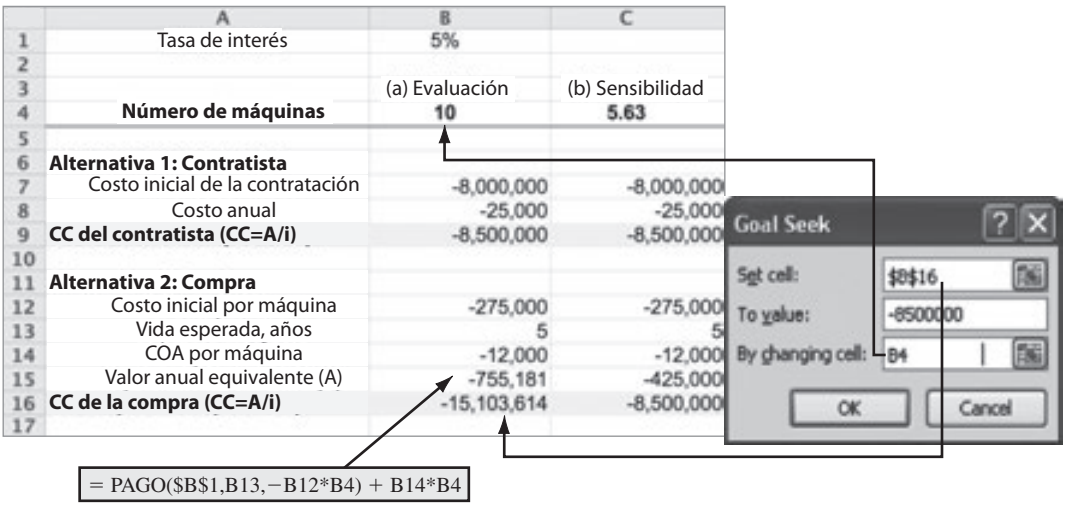


Figura 5-6
Solución en una hoja de cálculo del ejemplo 5.8 con costo capitalizado *a*) para 10 sitios de reciclado y *b*) para determinar el número de sitios que hace que las alternativas sean iguales en lo económico.

menos sitios hacen favorable la compra del equipo, y seis o más sitios favorecen la contratación de los servicios de separación.

Este enfoque para resolver el problema se llama *análisis del punto de equilibrio* en los últimos capítulos del libro. Otra forma de determinar el número de sitios es por ensayo y error. Introduzca diferentes valores en la celda B4 hasta que los valores del CC favorezcan la opción de comprar.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método del valor presente para comparar alternativas implica convertir todos los flujos de efectivo a dólares actuales con la TMAR. Se elige la opción con el mayor valor VP numérico. Cuando las alternativas poseen vidas diferentes, se deben comparar periodos de servicio iguales. Esto se efectúa mediante la comparación durante el MCM de las vidas o de un periodo específico de estudio. Los dos enfoques permiten comparar alternativas de acuerdo con el requisito de servicios iguales. Cuando se emplea un periodo de estudio, cualquier valor restante en una alternativa se reconoce mediante el valor de mercado futuro esperado.

Si la vida de las alternativas se considera muy larga o infinita, el criterio de comparación es el costo capitalizado. El valor CC se calcula con la relación A/i, en virtud de que el factor P/A se reduce a $1/i$ en el límite de $n = \infty$.

PROBLEMAS

Tipos de proyectos

5.1 ¿Cuál es la diferencia entre alternativas mutuamente excluyentes y proyectos independientes?

5.2 *a*) ¿Cuál es el significado de la opción de no hacer?
b) ¿Cuándo *no* es posible la opción de no hacer?

5.3 *a*) ¿Cuántas alternativas son posibles con cuatro proyectos independientes identificados como W, X, Y y Z?
b) Liste todas las posibilidades.

5.4 ¿Cuál es la diferencia entre una alternativa de ingresos y otra de costos?

5.5 ¿Qué quiere decir el término *servicio igual*?

5.6 ¿Cuáles son los dos enfoques para satisfacer el requerimiento de servicio igual?

Comparación de alternativas. Vidas iguales

5.7 Una compañía que fabrica interruptores magnéticos de membrana investiga dos opciones de producción con los flujos de efectivo estimados que aparecen a continuación (en unidades de $1 millón). ¿Cuál debe seleccionarse según el criterio del análisis del valor presente y con una tasa de 10% anual?

	Interno	Contrato
Costo inicial, $	–30	0
Costo anual, $ por año	–5	–2
Ingreso anual, $ por año	14	3.1
Valor de rescate, $	2	—
Vida, años	5	5

5.8 El gerente de una planta de procesamiento de alimentos debe decidir entre dos máquinas para etiquetar. La máquina A tiene un costo inicial de $42 000, un costo anual de operación de $28 000 y una vida de servicio de cuatro años. La máquina B costará $51 000 al comprarla y tendrá un costo de operación anual de $17 000 durante su vida de cuatro años. Con una tasa de interés de 10% anual, ¿cuál debe seleccionarse según el criterio del análisis del valor presente?

5.9 Un ingeniero metalúrgico estudia dos materiales para un vehículo espacial. Todas las estimaciones están terminadas. *a*) ¿Cuál debe seleccionarse con el criterio de comparar el valor presente con una tasa de interés de 12% anual? *b*) ¿Con qué costo inicial el material *no seleccionado en el inciso anterior* se convertiría en la opción más económica?

	Material X	Material Y
Costo inicial, $	–15 000	–35 000
Costo de mantenimiento, $ por año	–9 000	–7 000
Valor de rescate, $	2 000	20 000
Vida, años	5	5

5.10 Con objeto de retener a sus ingenieros de alto rendimiento, una gran compañía de semiconductores les da acciones corporativas como parte de su paquete de compensación. En un año en particular, la empresa ofreció 1 000 acciones de clase A o clase B. Las de clase A se vendían en $30 cada una en ese momento, y los analistas del mercado pronostican que se incrementará a razón de 6% anual durante los próximos cinco años. Las acciones de clase B se vendían a $20 cada una, pero se esperaba que su precio aumentara 12% por año. Con una tasa de interés de 8% anual, ¿cuáles acciones deben elegir los ingenieros con base en el criterio del valor presente y un horizonte de planeación de cinco años?

5.11 El Departamento de Bomberos del Condado de Murphy estudia dos opciones para actualizar sus ya anticuadas instalaciones físicas. El plan A implica remodelar las estaciones en Alameda Avenue y el Boulevard Trowbridge, que tienen 57 y 61 años de edad, respectivamente (el estándar es alrededor de 50 años de uso para una estación). El costo de remodelar la estación Alameda se estima en $952 000, y la de Trowbridge, en $1.3 millones. El plan B requiere comprar cinco acres de terreno en algún punto entre las dos estaciones, construir una nueva estación, y vender los terrenos y estructuras de los sitios previos. El costo del terreno en esa zona es de $366 000 por acre. El tamaño de la nueva estación sería de 9 000 pies cuadrados con un costo de construcción de $151.18 por pie cuadrado. Se espera que el costo de los servicios de un contratista por los gastos generales, utilidades, etcétera, sea de $340 000, y el de los arquitectos, de $81 500 (suponga que todos los costos del plan B ocurren en el momento 0). Si se adopta el plan A, el costo adicional por el personal y el equipo sería de $126 000 por año. Con el plan B, se espera que la venta de los sitios antiguos produzca una cantidad neta positiva de $500 000 dentro de cinco años. Utilice una tasa de interés de 6% anual y una vida útil de 50 años para las estaciones remodeladas y nuevas, con objeto de determinar el mejor plan con el criterio del valor presente.

5.12 Delcon Properties es un desarrollador comercial de plazas y centros comerciales en distintos lugares del país. La compañía necesita analizar la factibilidad económica del drenaje pluvial en un terreno de 60 acres que planea desarrollar. Como el desarrollo no comenzará antes de tres años, el terreno está expuesto a daños debido a las tormentas intensas que erosionan y remueven el suelo. Si no se instala el drenaje, se espera que el costo de rellenar y recuperar el área sea de $1 500 por tormenta. Otra manera sería instalar en forma temporal tubería de acero corrugado para impedir la erosión. El costo de la tubería sería de $3 por pie, y la longitud total es de 7 000 pies. Parte del tubo es rescatable, con un valor de $4 000 al final del periodo de tres años después de hoy y cuando comience la construcción. Si se supone que las tormentas ocurren en forma regular con intervalos de tres meses y comienzan dentro de tres meses, ¿qué alternativa debe seleccionarse según el criterio del valor presente y con una tasa de interés de 4% trimestral?

5.13 Un organismo público de operación hidráulica vacila entre dos tamaños de tubo para una nueva línea de conducción. Una línea de 250 mm tendría un costo inicial de $155 000, mientras que otra de 300 mm costaría $210 000. Como hay mayores pérdidas por fricción en el tubo de 250 mm, se espera que el costo del bombeo

sea $3 000 más por año que con la línea de 250 mm. Si se espera que la obra dure 30 años, ¿qué diámetro debe seleccionarse de acuerdo con el criterio del valor presente y una tasa de interés de 10% anual?

5.14 El supervisor de una alberca de la comunidad elaboró dos métodos para aplicar cloro en el agua. Si se aplica en forma de gas se requiere un equipo con un costo inicial de $8 000 y una vida útil de cinco años. El cloro costaría $650 anuales, y la mano de obra, $800 por año. Otra manera es utilizar cloro seco en forma manual, con costos anuales de $1 000 por el material y $1 900 por la mano de obra. ¿Cuál método debe emplearse si se evalúan con el método del valor presente y una tasa de interés de 10% anual?

5.15 Anion es una empresa de consultoría en ingeniería ambiental que trata de cuidar el ambiente al adquirir un automóvil para uso general de la oficina. Considera un vehículo híbrido de gasolina y electricidad, y otro totalmente eléctrico. El híbrido en estudio es un Volt de GM que costaría $35 000 y tiene un rango de 40 millas si usa su batería y varios cientos de millas más si emplea el motor de gasolina. Por otro lado, el modelo Leaf de Nissan es totalmente eléctrico con un rango de sólo 100 millas, después del cual la batería de litio debe recargarse. El rango limitado de este último vehículo crea un efecto psicológico conocido como *ansiedad de rango*. Esto hace que la compañía prefiera el Volt, con un valor de rescate de $15 000 en cinco años. El Leaf puede arrendarse por $349 mensuales (los pagos se harían al final del mes) durante cinco años después de un pago inicial de $1 500 por "activación de la cuenta". Si la empresa de consultoría planea ignorar el efecto de la ansiedad de rango cuando tome su decisión, ¿qué automóvil es la mejor opción de acuerdo con el análisis del valor presente y una tasa de interés de 0.75% mensual? Suponga que ambos vehículos tienen el mismo costo de operación.

5.16 Un ingeniero especialista en ductos en Kuwait trabaja para el gigante petrolero BP y quiere hacer un análisis del valor presente para dos tipos de tubería, el primero sobre todo en tierra y el segundo bajo el mar. La ruta subacuática es más cara al principio debido a la protección contra la corrosión y el costo de instalación, pero la seguridad y el mantenimiento son más baratos, lo que reduce los costos anuales. Efectúe un análisis de valor presente para el ingeniero, con una tasa de 15% anual.

	Tierra	Subacuática
Costo de instalación, $ millones	–215	–350
Bombeo, operación y seguridad, $ millones por año	–22	–2
Reemplazo de válvulas y accesorios en el año 25, $ millones	–30	–70
Vida esperada, años	50	50

Comparación de alternativas. Vidas diferentes

5.17 Una compañía que fabrica interruptores eléctricos tiene que escoger uno de tres métodos de ensamblado. El método A tiene un costo inicial de $40 000, un costo de operación anual de $9 000 y una vida de servicio de dos años. El método B costaría $80 000 al comprarlo, con un costo de operación anual de $6 000 durante su vida de cuatro años. El método C costaría $130 000 al inicio, con un costo de operación anual de $4 000 a lo largo de su vida de ocho años. Los métodos A y B no tienen valor de rescate, pero el método C sí lo tendría y se estima en $12 000. ¿Cuál método debe seleccionarse? Use el análisis del valor presente con una tasa de interés de 10% anual.

5.18 La empresa Midwest and Light opera 14 plantas carboeléctricas en varias entidades de Estados Unidos. La compañía firmó hace poco un acuerdo para pagar $60 millones en costos de mitigación por la lluvia ácida. El acuerdo incluye $21 millones para reducir las emisiones de las barcazas y camiones en el valle del río Ohio, $24 millones para proyectos de conservación de energía y su producción de fuentes alternas, $3 millones para la bahía de Chesapeake, $2 millones para el parque nacional Shenandoah y $10 millones para adquirir tierras de conservación vulnerables en los Apalaches. Se enfrenta la cuestión de cómo distribuir el dinero a lo largo del tiempo. El plan A implica gastar hoy $5 millones y los restantes $55 millones por igual durante un periodo de 10 años (es decir, $ 5.5 millones en cada uno de los años 1 a 10). El plan B requiere gastos de $5 millones ahora, $25 millones dentro de dos años y $30 millones en siete años. Determine el plan más económico de acuerdo con el análisis de valor presente para un periodo de 10 años y una tasa de interés de 10% anual.

5.19 Para un proceso robotizado de soldadura, se analizan máquinas que tienen los siguientes costos. Con una tasa de interés de 10% anual, determine cuál alternativa debe seleccionarse según el criterio del valor presente. Obtenga la solución *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

	Máquina X	Máquina Y
Costo inicial, $	–250 000	–430 000
Costo de operación anual, $ por año	–60 000	–40 000
Valor de rescate, $	70 000	95 000
Vida, años	3	6

5.20 El caso del agua para la fabricación de semiconductores EP

En los ejemplos 5.2 y 5.4, al hacer el análisis del valor presente cambió varias veces la decisión entre usar agua de mar o subterránea. A continuación se presenta un resumen en unidades de $1 millón.

Agua de mar (S)				Agua subterránea (G)			
Vida *n*, años	Costo inicial, $	VP a 12%, $	Seleccionada	Vida *n*, años	Costo inicial, $	VP a 12%, $	Seleccionada
10	–20	–30.64	**Sí**	10	–22	–33.16	No
5	–20 adicional –10 después 5 años	–36.31	No	10	–22	–33.16	**Sí**
5 (periodo de estudio)	–20	–26.43	**Sí**	5 (periodo de estudio)	–22	–28.32	No

La confusión sobre cuál es la fuente recomendable del AUP persiste para el gerente general. El día de ayer le pidieron a usted que resolviera el problema por medio de determinar el costo inicial X_S de la opción del agua de mar para garantizar que es la más económica. El gerente fijó el periodo de estudio en 10 años, sólo porque es el tiempo de arrendamiento de la construcción donde se ubicaría la planta. Como el equipo para el agua de mar debe rehabilitarse o sustituirse en cinco años, el gerente general le dijo que supusiera que se adquiriría otro nuevo después de cinco años de uso. ¿Cuál es el costo inicial máximo que debe pagar Angular Enterprises para la opción de agua de mar?

5.21 La medición exacta del flujo de aire requiere un tubo recto sin obstrucciones por un mínimo de 10 diámetros corriente arriba y cinco diámetros corriente abajo del dispositivo de medición. En una aplicación de campo, las restricciones físicas ponen en riesgo las características del tubo, de modo que el ingeniero analiza la instalación de dispositivos de medición en un codo, aunque sabe que la medición será menos exacta pero sí satisfactoria para el proceso de control. Éste es el plan 1, que duraría sólo tres años, después de los cuales se dispondría de un sistema más exacto y con los mismos costos que el plan 1. Este plan tendría un costo inicial de $26 000, y el mantenimiento costaría $5 000 por año.

El plan 2 implica instalar una sonda sumergible de diseño reciente. La sonda de acero inoxidable se instalaría en un tubo móvil con el transmisor colocado en una cavidad impermeable en un riel. El costo inicial de este sistema es de $83 000, pero como es más exacto y durable, no tendría que reemplazarse al menos durante seis años. Su costo de mantenimiento se estima en $1 400 anuales más $2 500 en el año 3 para sustituir el software de procesamiento de señales. Ninguno de los dos sistemas tiene valor de rescate. Con una tasa de interés de 10% anual, ¿cuál debe elegirse según el criterio del valor presente?

5.22 Un ingeniero estudia dos recubrimientos para un tanque de evaporación que recibiría una concentración salina de una planta desalinizadora. Un recubrimiento plástico costaría al inicio $0.90 por pie cuadrado, y se necesitaría sustituirlo en 15 años cuando tuvieran que eliminarse los sólidos precipitados en el tanque por medio de equipo pesado. Dicha remoción costaría $500 000. Un recubrimiento de caucho elastómero es más resistente, por lo que se espera dure al menos 30 años, pero costaría $2.20 por pie cuadrado. Si el tamaño del tanque es de 110 acres (1 acre = 43 560 pies cuadrados), ¿cuál recubrimiento es más efectivo en cuanto a costo según el criterio del valor presente y una tasa de interés de 8% anual?

5.23 Una hipoteca deportiva es el instrumento de trabajo principal de Stadium Capital Financing Group, compañía con sede en Chicago, Illinois. Es una forma innovadora de financiar programas deportivos con problemas de efectivo por medio de hacer que los seguidores de los equipos firmen el pago de una "hipoteca" durante cierto número de años por el derecho de tener buenos lugares en los juegos de futbol durante varias décadas con el precio fijo que tengan actualmente. En California, el periodo con el precio bloqueado es de 50 años. Suponga que el fanático X, de UCLA, compra ahora una hipoteca en $130 000 para tener boletos de $290 durante 50 años, mientras que el fanático Y compra boletos en $290 en el año 1, con un aumento en los precios de $20 por año durante 50 años. *a*) ¿Cuál fanático hizo el mejor trato si la tasa de interés es de 8% anual? *b*) ¿Cuánto debe estar dispuesto a pagar el fanático X por la hipoteca a fin de que ambos planes fueran exactamente equivalentes en lo económico? (Suponga que no tiene ninguna razón para dar más dinero a UCLA.)

5.24 Una corporación de procesamiento químico estudia tres métodos para deshacerse de un residuo no peligroso: aplicación en un terreno, incineración en una capa fluida y un contrato privado para deshacerse de ellos. A continuación se presentan las estimaciones de cada método. Determine cuál es el de menor costo según el criterio del valor presente y 10% anual para los escenarios siguientes:

a) Las estimaciones tal como se muestran.
b) El costo del contrato se incrementa 20% al renovarlo cada dos años.

	Aplicación en un terreno	Incineración	Contrato
Costo inicial, $	–130 000	–900 000	0
Costo de operación anual, $ por año	–95 000	–60 000	–120 000
Valor de rescate, $	25 000	300 000	0
Vida, años	3	6	2

5.25 Un asistente de Stacy le dio montos del VP de cuatro alternativas que estudian para desarrollar un sistema de control remoto de las vibraciones en una plataforma marina. Los resultados aparecen en la tabla y usan una TMAR de 14% anual. Determine la opción que debe elegirse si *a*) las opciones son excluyentes y si *b*) los proyectos son independientes.

	I	J	K	L
Vida *n*, años	3	4	12	6
VP durante *n* años, $	16.08	31.12	–257.46	140.46
VP durante 6 años, $	26.94	15.78	–653.29	140.46
VP durante 12 años, $	39.21	60.45	–257.46	204.46

Criterio del valor futuro

5.26 Un ingeniero industrial estudia la compra de dos robots para una compañía que fabrica fibra óptica. El robot X tendría un costo inicial de $80 000, un costo de operación y mantenimiento (OyM) de $30 000 y un valor de rescate de $40 000. El robot Y tendría un costo inicial de $97 000, un costo anual de OyM de $27 000 y un valor de rescate de $50 000. ¿Cuál debe seleccionarse según el criterio del valor futuro y una tasa de interés de 15% anual? Use un periodo de estudio de tres años.

5.27 Se utilizan dos procesos para producir un polímero que disminuye las pérdidas por fricción en los motores. El proceso T tendría un costo de $750 000, un costo de operación de $60 000 anuales y un valor de rescate de $80 000 después de su vida de dos años. El proceso W tendría un costo inicial de $1 350 000, un costo de operación de $25 000 por año y un valor de rescate de $120 000 después de cuatro años de vida. El proceso W también requeriría una actualización al final del año 2 con un costo de $90 000. ¿Cuál proceso debe seleccionarse con el criterio del valor futuro y una tasa de interés de 12% por año?

5.28 Compare las siguientes alternativas de acuerdo con el criterio del valor futuro y una tasa de interés de 8% anual.

	P	Q
Costo inicial, $	–23 000	–30 000
Costo de operación anual, $	–4 000	–2 500
Valor de rescate, $	3 000	1 000
Vida, años	3	6

5.29 Dos fabricantes proveen sistemas MRI para imágenes médicas. El hospital St. Jude desea reemplazar su equipo actual que compró hace ocho años por un sistema con tecnología más nueva y moderna. El sistema K tendría un costo inicial de $1 600 000, un costo de operación de $70 000 por año y un valor de rescate de $400 000 después de su vida de cuatro años. El sistema L tendría un costo inicial de $2 100 000, un costo de operación de $50 000 el primer año con un aumento esperado de $3 000 por año de entonces en adelante, y no tendría valor de rescate al terminar su vida de ocho años. ¿Cuál sistema debe elegirse con el criterio del valor futuro y una tasa de interés de 12% anual?

5.30 Un desarrollador de centros comerciales firmó un contrato para construir uno de lujo por $100 millones en City Center, debido a que los gobiernos de la ciudad y el condado acordaron rebajas en impuestos a las ventas por un total de $18.7 millones durante 10 años. El contrato establece que el desarrollador demuela los edificios actuales dos años después de la firma, y que el centro comercial esté construido al final del año 3. Sin embargo, por la recesión en los bienes raíces en Estados Unidos, el desarrollador obtuvo un nuevo contrato que requiere que se demuelan los edificios al final del año 1 pero que no se construya el centro comercial durante siete años después de la firma. Suponga que el costo de la demolición es de $1.3 millones y que el desarrollador no construye el centro comercial hasta dentro de siete años (con un costo de $100 millones). Determine la diferencia en el costo del valor futuro en el año 7 de los dos contratos con una tasa de interés de 10% anual.

Costo capitalizado

5.31 Un hombre de negocios próspero quiere comenzar un fondo permanente para apoyar la investigación sobre sustentabilidad. El donante planea dar montos iguales de dinero durante cada uno de los próximos cinco años, más uno ahora (es decir, seis donativos), de modo que puedan retirarse $100 000 por año para siempre a partir del año 6. Si el fondo gana un interés de 8% por año, ¿cuánto dinero debe donarse en cada ocasión?

5.32 Bob, un filántropo, no está seguro de la tasa de rendimiento que sus donativos pueden generar una vez entregados a su institución favorita. Determine el costo capitalizado de $10 000 cada cinco años *para siempre*, a partir de cinco años después de hoy, con una tasa de interés anual de *a*) 3% y *b*) 8%. *c*) Explique la notable diferencia entre los dos costos capitalizados.

5.33 Encuentre el costo capitalizado de un costo presente de $300 000, costos anuales de $35 000 y costos periódicos cada cinco años de $75 000. Utilice una tasa de interés de 12% anual.

5.34 El caso del agua para la fabricación de semiconductores

Se prevé que las necesidades de agua ultrapura (AUP) en las nuevas instalaciones de Angular Enterprises continuarán por un largo tiempo, 50 años. Ésta es la lógica de basar en el costo capitalizado las decisiones económicas entre el agua de mar desalinizada (S) y el agua subterránea (G). Estos costos fueron (ejemplo 5.7) de $CC_S = \$ -53.58$ millones y $CC_G = \$ -48.91$ millones.

El agua subterránea es claramente la elección más económica.

El día de ayer, el gerente general desayunó con el presidente de Brissa Water, quien le ofreció satisfacer las necesidades de AUP con un costo de $ 5 millones por año para un futuro indefinido. Esto significaría depender de un contratista para obtener el agua pero se eliminarían el equipo, tratamiento y otras actividades costosas para obtener AUP en el sitio. El gerente pide a usted que haga una recomendación acerca de esta opción que parece atractiva, con las siguientes consideraciones y la misma TMAR de 12% anual que se empleó en los otros análisis.

a) El costo anual de $5 millones permanece constante durante el tiempo necesario.
b) El costo anual comienza en $5 millones sólo para el año 1, y luego se incrementa 2% anual (este aumento está por arriba del costo de proveer AUP por cualquiera de los otros dos métodos).

5.35 Compare las siguientes alternativas con el criterio de sus costos capitalizados y una tasa de interés de 10% anual.

	Alternativa M	Alternativa N
Costo inicial, $	–150 000	–800 000
Costo de operación anual, $ por año	–50 000	–12 000
Valor de rescate, $	8 000	1 000 000
Vida, años	5	∞

5.36 El costo de mantener cierto monumento permanente en Washington, D.C., ocurre con desembolsos periódicos de $1 000 cada año y $5 000 cada cuatro años. Calcule el costo capitalizado del mantenimiento con una tasa de 10% anual.

5.37 Como usted está agradecido por lo que aprendió en su curso de ingeniería económica, planea iniciar un fondo permanente para becas con el nombre de su profesor. Planea depositar dinero ahora con la estipulación de que las becas se empiecen a entregar dentro de 12 años (que es el momento exacto en que su hija entrará a la universidad). El interés que se acumule entre el día de hoy y el año 12 se agregará al principal del fondo. Después de eso, los intereses que se ganen cada año se entregarán como becas. Si usted quiere que el monto de las becas sea de $40 000 por año, ¿cuánto debe donar ahora si el fondo percibe intereses a razón de 8% anual?

5.38 Un grupo patriota de bomberos reúne dinero para levantar un monumento permanente (es decir, de vida infinita) en la ciudad de Nueva York para honrar a los caídos en el cumplimiento del deber. El costo inicial del monumento será de $150 000, y el mantenimiento anual costará $5 000. Después habrá un costo único adicional de $20 000 en dos años para agregar los nombres que se hubieran omitido al inicio. Con una tasa de interés de 6% anual, ¿cuánto dinero debe reunirse ahora con objeto de construir y dar mantenimiento al monumento para siempre?

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

5.39 Una suposición inherente en el método del valor presente es que:
a) Las alternativas se usarán sólo durante la vida de la alternativa *de más corta vida*.
b) Las alternativas se usarán sólo durante la vida de la alternativa *de vida más larga.*
c) Los flujos de efectivo de cada alternativa cambiarán sólo por la tasa de inflación o deflación en ciclos de vida sucesivos.
d) Al menos una de las alternativas tendrá una vida finita.

5.40 Cuando sólo puede seleccionarse una opción entre dos o más se dice que las opciones son:
a) Mutuamente excluyentes
b) Independientes
c) De costos
d) De ingresos

5.41 Para las siguientes opciones mutuamente excluyentes, la(s) que debe(n) elegirse es (son):

Alternativa	VP, $
A	–25 000
B	–12 000
C	10 000
D	15 000

a) Sólo C
b) Sólo A
c) C y D
d) Sólo D

5.42 Las alternativas que se muestran a continuación se van a comparar con el criterio de sus valores presentes. Con una tasa de interés de 10% anual, los valores de *n* que deben usarse en los factores de la serie uniforme con

objeto de hacer una comparación correcta con el método del valor presente son:

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial, $	–50 000	–90 000
Costo de operación anual, $ por año	–10 000	–4 000
Valor de rescate, $	13 000	15 000
Vida, años	3	6

a) $n = 3$ años para A y $n = 3$ años para B
b) $n = 3$ años para A y $n = 6$ años para B
c) $n = 6$ años para A y $n = 6$ años para B
d) Ninguna de las anteriores

5.43 El monto del *valor futuro* de la opción P con una tasa de interés de 8% anual es el más cercano a:

	P	Q
Costo inicial, $	–23 000	–30 000
Costo de operación anual, $ por año	–4 000	–2 500
Valor de rescate, $	3 000	1 000
Vida, años	3	6

a) $VF_P = \$ -88\,036$
b) $VF_P = \$ -86\,026$
c) $VF_P = \$ -81\,274$
d) $VF_P = \$ -70\,178$

5.44 El valor presente de \$50 000 ahora, \$10 000 por año en los años 1 a 15 y \$20 000 por año en los años 16 al infinito, con una tasa de 10% anual, es el más cercano a:
a) Menos de $\$ -169\,000$
b) $\$ -169\,580$
c) $\$ -173\,940$
d) $\$ -195\,730$

5.45 Un donante (usted) desea comenzar un fondo que entregará becas de \$40 000 anuales a partir del año 5 y continuarán indefinidamente. Si la universidad gana 10% anual por el fondo, la cantidad que usted debe donar ahora es la más cercana a:
a) $\$ -225\,470$
b) $\$ -248\,360$
c) $\$ -273\,200$
d) $\$ -293\,820$

Los problemas 5.46 a 5.48 se basan en la información siguiente:

	Alternativa I	Alternativa J
Costo inicial, $	–150 000	–250 000
Ingresos anuales, $ por año	20 000	40 000
Gastos anuales, $ por año	–9 000	–14 000
Valor de rescate, $	25 000	35 000
Vida, años	3	6

La tasa de interés es de 15% anual.

5.46 En la comparación de las alternativas I y J con el método del valor presente, el valor de n que debe usarse en $11\,000(P/A,i,n)$ para la alternativa I es:
a) 3
b) 6
c) 18
d) 36

5.47 Al comparar las alternativas I y J con el método del valor presente, la ecuación que genera el valor presente de la alternativa J es:
(*a*) $VP_J = -250\,000 + 40\,000(P/A,15\%,6) + 35\,000(P/F,15\%,6)$
(*b*) $VP_J = -250\,000 + 26\,000(P/A,15\%,6) + 35\,000(P/F,15\%,6)$
(*c*) $VP_J = -250\,000 - 26\,000(P/A,15\%,6) + 35\,000(P/F,15\%,6)$
(*d*) $VP_J = -250\,000 - 26\,000(P/A,15\%,6) - 35\,000(P/F,15\%,6)$

5.48 Al comparar las alternativas I y J con el método del valor presente, la ecuación que genera el valor presente de la alternativa I es:
(*a*) $VP_I = -150\,000 + 11\,000(P/A,15\%,3) + 25\,000(P/F,15\%,3)$
(*b*) $VP_I = -150\,000 + 11\,000(P/A,15\%,6) + 25\,000(P/F,15\%,6)$
(*c*) $VP_I = -150\,000 + 11\,000(P/A,15\%,6) + 175\,000(P/F,15\%,3) + 25\,000(P/F,15\%,6)$
(*d*) $VP_I = -150\,000 + 11\,000(P/A,15\%,6) - 125\,000(P/F,15\%,3) + 25\,000(P/F,15\%,6)$

Los problemas 5.49 y 5.50 se basan en la información siguiente:

	Máquina X	Máquina Y
Costo inicial, $	–80 000	–95 000
Costo de operación anual, $ por año	–20 000	–15 000
Valor de rescate, $	10 000	30 000
Vida, años	2	4

La tasa de interés es de 10% anual.

5.49 La ecuación que genera el valor presente de la máquina X es:
(*a*) $VP_X = -80\,000 - 15\,000(P/A,10\%,4) + 30\,000(P/F,10\%,4)$
(*b*) $VP_X = -80\,000 - 20\,000(P/A,10\%,4) - 80\,000(P/F,10\%,2) + 10\,000(P/F,10\%,4)$
(*c*) $VP_X = -80\,000 - 20\,000(P/A,10\%,2) + 10\,000(P/F,10\%,2)$
(*d*) $VP_X = -80\,000 - 20\,000(P/A,10\%,4) - 70\,000(P/F,10\%,2) + 10\,000(P/F,10\%,4)$

5.50 Al comparar las máquinas con el método del valor presente, el valor presente de la máquina Y es el más cercano a:
a) $\$ -112\,320$
b) $\$ -122\,060$
c) $\$ -163\,040$
d) $\$ -175\,980$

5.51 El costo capitalizado de $10 000 cada cinco años *para siempre* a partir de *ahora* con una tasa de interés de 10% anual es el más cercano a:
a) $ −13 520
b) $ −16 380
c) $ −26 380
d) $ −32 590

5.52 Con una tasa de interés de 10% anual, el costo capitalizado de $10 000 en el año 0, $5 000 en los años 1 a 5 y $1 000 anuales de entonces en adelante es el más cercano a:
a) $ −29 652
b) $ −35 163
c) $ −38 954
d) $ −43 221

ESTUDIO DE CASO

COMPARACIÓN DE LAS PRESTACIONES DEL SEGURO SOCIAL

Antecedentes

Cuando Sheryl se graduó de Northwestern University en 2000 y comenzó a trabajar para BAE Systems, no prestó mucha atención a la deducción mensual del seguro social. Era un "mal necesario" que sería útil en los años de la jubilación. Sin embargo, ese futuro estaba tan lejos que esperaba que ese sistema de jubilación quebrara y desapareciera para la época en que ella pudiera obtener algún beneficio de sus contribuciones.

Este año, Sheryl y Brad, otro ingeniero de BAE, se casaron. Hace poco recibieron noticias de la Administración del Seguro Social sobre sus montos potenciales de jubilación en caso de que decidieran jubilarse y comenzar a gozar de los beneficios en sus edades actuales. Como ambos esperan jubilarse en pocos años, decidieron poner más atención a los beneficios pronosticados y analizar los números.

Información

Descubrieron que sus beneficios proyectados eran sustancialmente los mismos, lo que tiene sentido porque sus salarios son muy parecidos. Aunque los números son un poco distintos en sus documentos, los mensajes son similares y se resumen como sigue:

Si deja de trabajar y comienza a recibir los beneficios…

A la edad de 62, su pago sería de	$1 400 mensuales
Con la jubilación completa (a los 67 años), su pago sería de	$2 000 mensuales
A la edad de 70 años, su pago sería de	$2 480 mensuales

Estas cantidades representan una disminución de 30% por retiro anticipado (a los 62 años) y un aumento de 24% por retiro retrasado (a los 70 años).

Esta pareja también se enteró de que es posible que la esposa reciba los beneficios del marido en el momento en que uno de ellos tenga jubilación completa. En otras palabras, si Sheryl comienza a los 67 años con sus beneficios de $ 2000, Brad puede recibir un beneficio igual de 50% del de ella. Entonces, cuando Brad llegue a los 70 años puede descontinuar los beneficios de su esposa y comenzar los propios. Entre tanto, sus beneficios habrían aumentado 24%. Por supuesto, esta estrategia se invierte si Brad toma sus beneficios y Sheryl recibe los beneficios conyugales hasta la edad de 70 años.

Todas estas opciones los llevaron a definir los siguientes planes alternos:

- **A:** Cada uno toma sus beneficios a la edad de 62, con una reducción de 30%, por $1 400 mensuales.
- **B:** Cada uno toma sus beneficios de la jubilación completa a la edad de 67 años y recibe $2 000 mensuales.
- **C:** Cada uno retrasa sus beneficios hasta la edad de 70 años, con un incremento de 24%, por $2 480 mensuales.
- **D:** Una persona toma los beneficios completos de $2 000 por mes a la edad de 67 años y la otra recibe los beneficios conyugales ($1 000 por mes a la edad de 67 años) y los invierte para retrasar los beneficios de $ 2 480 a la edad de 67 años.

Por supuesto, se dan cuenta de que las cantidades cambiarán con el tiempo de acuerdo con sus salarios respectivos y el número de años durante los que ellos y sus empleadores hicieron aportaciones al Seguro Social.

Ejercicios del estudio de caso

Brad y Sheryl tienen la misma edad. Brad determinó que la mayor parte de sus inversiones generan 6% anual. Con esta tasa de interés, es posible el análisis de las cuatro opciones. Sheryl y Brad planean responder las preguntas siguientes, pero no disponen de tiempo esta semana, ¿puede ayudarlos el lector? (Haga el análisis para una persona a la vez, no para la pareja, y deténgase a la edad de 85 años.)

1. ¿Cuánto es el total (sin considerar el valor del dinero en el tiempo) que pagará cada plan, del A al D, hasta la edad de 85 años?
2. ¿Cuál es el valor futuro con 6% anual de cada plan a la edad de 85 años?
3. Trace los valores futuros de todos los planes en una gráfica de una hoja de cálculo.
4. En lo económico, ¿cuál es la mejor combinación de planes para Brad y Sheryl, si se supone que ambos vivirán hasta los 85 años de edad?
5. Plantee al menos una pregunta adicional que considere pudieran tener Sheryl y Brad, y respóndala.

CAPÍTULO 6

Análisis del valor anual

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Utilizar diferentes técnicas de valor anual para evaluar y seleccionar alternativas.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
6.1	Ventajas del VA	• Demostrar que el monto del VA es el mismo para cada ciclo de vida.
6.2	Montos de la RC y del VA	• Calcular e interpretar los montos de la recuperación del capital (RC) y del VA.
6.3	Análisis del VA	• Seleccionar la mejor alternativa con el criterio del valor anual.
6.4	Vida perpetua	• Evaluar alternativas con vidas muy largas por medio del análisis del VA.
6.5	Análisis del CCV	• Analizar el costo del ciclo de vida (CCV) con los métodos del VA.

Con este capítulo ampliamos nuestro repertorio de herramientas para comparar alternativas. En el capítulo 5 estudiamos el método del VP. Aquí analizaremos el método del valor anual equivalente, o VA. Por lo común, el análisis del VA se considera el más recomendable pues resulta fácil calcular el valor VA, porque la mayoría de la gente comprende el concepto de medida del valor —VA en unidades monetarias anuales— y porque los supuestos de este método son esencialmente los mismos que los del método del VP.

Al valor anual también se le asignan otros nombres, como valor anual equivalente (VAE), costo anual equivalente (CAE), equivalente anual (EA) y costo anual uniforme equivalente (CAUE). La alternativa que se elija con el método del VA siempre será la misma que la elegida con el método del VP y con cualquier otro método para la evaluación de alternativas, siempre y cuando los métodos se apliquen correctamente.

Una aplicación adicional del análisis del VA que se presenta aquí es el análisis del **costo del ciclo de vida (CCV)**. Este método considera todos los costos de un producto, proceso o sistema desde su concepto hasta la retirada progresiva.

6.1 Ventajas y aplicaciones del análisis del valor anual

En muchos estudios de ingeniería económica, el método del VA es el más recomendable cuando se le compara con el VP, el VF y la tasa de rendimiento (capítulos 7 y 8). Como el VA es el valor anual uniforme equivalente de todos los ingresos y desembolsos estimados durante el ciclo de vida del proyecto o alternativa, cualquier persona familiarizada con pagos anuales, es decir, unidades monetarias anuales, por ejemplo, dólares por año, puede entender con facilidad el concepto de VA. El VA, que posee la misma interpretación económica que el valor A utilizado hasta ahora, es el equivalente de los valores VP y VF con la TMAR para n años. Los tres valores se pueden calcular fácilmente, uno a partir del otro, con la fórmula

$$\mathbf{VA = VP}(A/P,i,n) = \mathbf{VF}(A/F,i,n) \qquad \textbf{(6.1)}$$

El valor n en los factores representa el número de años para comparar opciones de servicio igual; es el MCM del periodo de estudio establecido del análisis del VP o VF.

Cuando todas las estimaciones del flujo de efectivo se convierten a un VA, este valor se aplica a cada año del ciclo de vida y para *cada ciclo de vida adicional*.

El método del valor anual ofrece un primer cálculo y tiene una ventaja de interpretación debido a que debe calcularse para **sólo un ciclo de vida**. El VA determinado para un ciclo de vida es el mismo que para todos los ciclos futuros. Por tanto, **no es necesario emplear el MCM** de las vidas para satisfacer el requerimiento de igual servicio.

Requerimiento de igual servicio y mínimo común múltiplo

Como en el caso del método del VP, existen tres supuestos fundamentales del método del VA que deben entenderse. Cuando las alternativas que se comparan tienen vidas diferentes, se establecen los siguientes supuestos:

1. Los servicios proporcionados son necesarios al menos durante el MCM de las vidas de las alternativas.
2. La alternativa elegida se repite para los ciclos de vida subsiguientes exactamente de la misma forma que para el primer ciclo de vida.
3. Todos los flujos de efectivo tienen los mismos valores calculados en cada ciclo de vida.

En la práctica, ningún supuesto es necesariamente correcto. Si en una evaluación particular los primeros dos supuestos no son razonables, se debe establecer un periodo de estudio para el análisis. Observe que, para la suposición 1, el periodo puede ser el futuro indefinido (para siempre). En la tercera suposición, se espera que todos los flujos de efectivo cambien exactamente con la tasa de inflación (o deflación). Si ésta no fuera una suposición razonable, deben estimarse de nuevo los flujos de efectivo para cada ciclo de vida y aplicar otra vez un periodo de estudio. En la sección 6.3 se presenta un análisis del VA para un periodo de estudio específico.

EJEMPLO 6.1

En el ejemplo 5.3, de la empresa National Homebuilders, Inc., evaluamos las opciones del vendedor A (seis años de vida) y el vendedor B (nueve años de vida). Se utilizó el análisis del VP y el MCM de 18 años. Consideremos sólo la opción del vendedor A. El diagrama de la figura 6-1 muestra los flujos de efectivo de los tres ciclos de vida (costo inicial, $−15 000; costos anuales, $ −3 500; valor de rescate, $1 000). Demuestre la equivalencia con $i = 15\%$ del VP durante tres ciclos de vida y del VA durante un ciclo. En el ejemplo 5.3, el valor presente calculado para el proveedor A fue de VP = $−45 036.

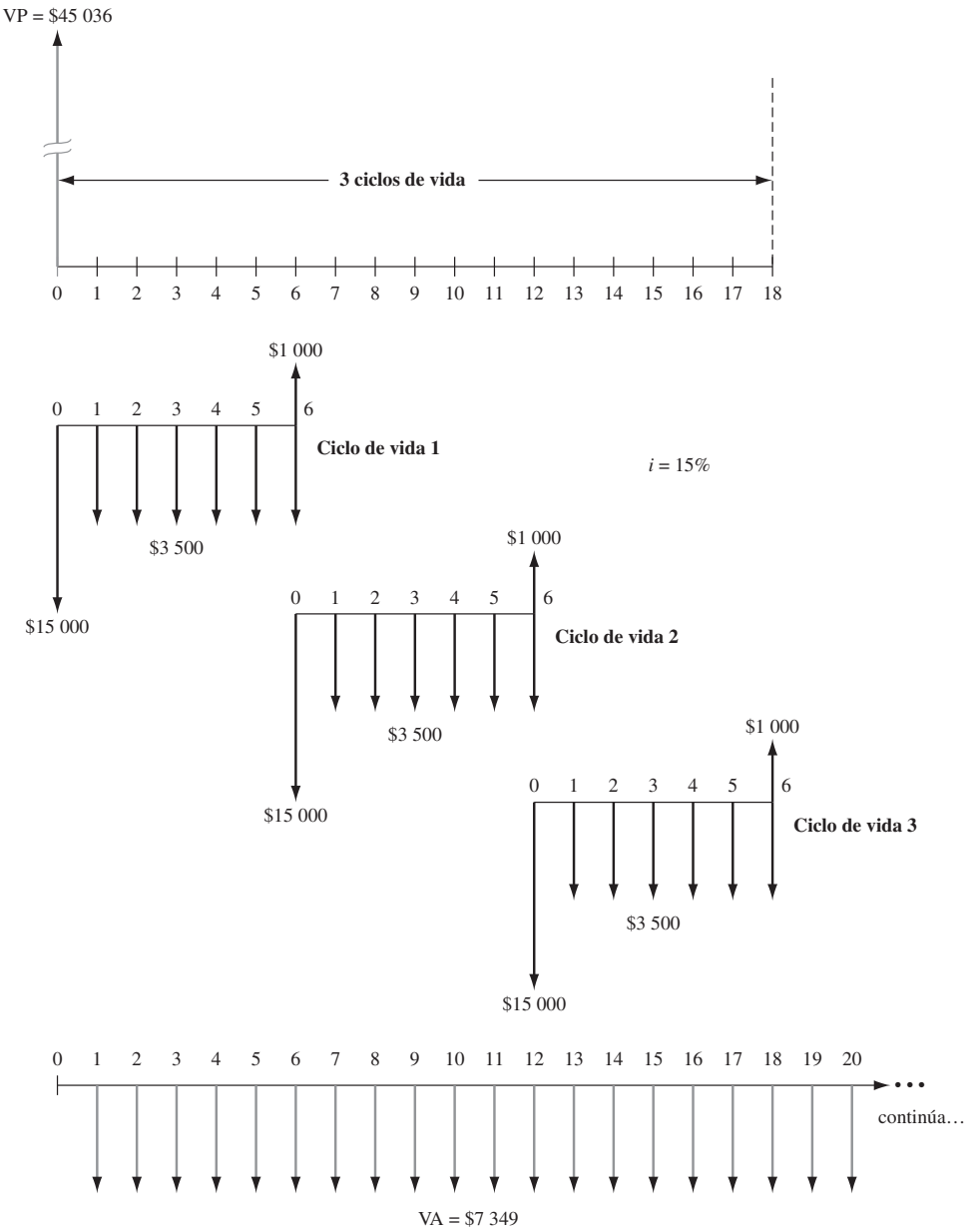


Figura 6-1
Valores VP y VA para tres ciclos de vida, ejemplo 6.1.

Solución

Se calcula el valor anual uniforme equivalente de todos los flujos de efectivo en el primer ciclo de vida.

$$\text{VA} = -15\,000(A/P,15\%,6) + 1\,000(A/F,15\%,6) - 3\,500 = \$\ -7\,349$$

Cuando se lleva a cabo el mismo cálculo sobre cada ciclo de vida, el VA es de $ −7 349. Después se aplica la ecuación (6.1) al VP para 18 años:

$$\text{VA} = -45\,036(A/P,15\%,18) = \$\ -7\,349$$

El VA de un ciclo de vida y el VP basado en 18 años son iguales.

El valor anual no sólo es un excelente método para estudios de ingeniería económica, sino también para cualquier caso donde sea factible aplicar un análisis de VP (y VF y de beneficio/costo). El método del VA es particularmente útil en cierta clase de estudios: de reemplazo de activos y de tiempos de retención para disminuir costos anuales globales (ambos examinados en el capítulo 11), estudios de punto de equilibrio y decisiones de fabricar o comprar (capítulo 13), así como en todos los estudios relacionados con costos de fabricación o producción en los que la medida costo/unidad o ganancia/unidad constituya el foco de atención.

Si se toman en cuenta los impuestos, algunas grandes empresas e instituciones financieras utilizan un enfoque un poco distinto del método del VA, conocido con el término *valor económico agregado*, o VEA. Esta técnica, que se estudia en el capítulo 17, se centra en el potencial de crecimiento de capital que una alternativa ofrece a una corporación. Los valores resultantes del EVA equivalen a un análisis del VA de flujos de efectivo después de impuestos.

6.2 Cálculo de la recuperación de capital y de valores del VA ●●●

Una alternativa debe tener las siguientes estimaciones de flujos de efectivo:

Inversión inicial *P*. Representa el costo inicial total de todos los activos y servicios necesarios para dar comienzo a la alternativa. Cuando se llevan a cabo partes de estas inversiones durante varios años, su valor presente constituye una inversión inicial equivalente. Esta cantidad se denota con *P*.

Valor de rescate *S*. Es el valor terminal estimado de los activos al final de su vida útil; *S* tiene un valor de cero si no se anticipa ningún valor de rescate; *S* es negativo si la disposición de los activos tendrá un costo monetario. En periodos de estudio más cortos que la vida útil, *S* es el valor comercial estimado o valor comercial al final del periodo de estudio.

Valor de rescate/mercado

Cantidad anual *A*. Es la cantidad anual equivalente (costos solamente para alternativas de servicio; costos y entradas para alternativas de ingresos). A menudo se trata de un costo de operación anual (COA), así que la estimación es de hecho un valor equivalente *A*.

El valor anual (VA) para una alternativa está conformado por dos elementos: la **recuperación del capital** para la inversión inicial *P* con una tasa de interés establecida (por lo general la TMAR) y la cantidad anual equivalente *A*. Las siglas RC indican el elemento relativo a la recuperación del capital. En forma de ecuación,

$$\mathbf{VA = RC + A} \qquad \mathbf{(6.2)}$$

Tanto RC como *A* representan costos. La cantidad anual total *A* se determina a partir de los costos periódicos uniformes (y posiblemente ingresos) y cantidades no periódicas. Los factores P/A y P/F pueden ser necesarios para obtener primero una cantidad presente; después el factor A/P convierte esta cantidad en el valor *A* de la ecuación (6.2). (Si la opción tiene que ver con un proyecto de ingresos, habrá estimaciones positivas de flujos de efectivo en los cálculos del valor de *A*.)

La recuperación de una cantidad de capital *P* comprometida para un activo, **más** el valor del capital en el tiempo a una tasa de interés particular, constituye un **principio fundamental de análisis económico**.

La recuperación de capital (RC) es la cantidad anual equivalente que el activo, proceso o sistema debe ganar (nuevos ingresos) cada año tan sólo para **recuperar la inversión inicial más una tasa de rendimiento especificada** durante su vida útil. En el cálculo de la RC se considera cualquier valor de rescate que se espere.

Recuperación de capital

Con el factor A/P se convierte *P* en un costo anual equivalente. Si hay un valor de rescate positivo anticipado *S* al final de la vida útil del activo, su valor anual equivalente se recupera mediante el factor A/F. Esto reduce el costo anual equivalente de posesión del activo. Así, la RC se calcula como

$$\mathbf{RC = -}P\mathbf{(}A/P,i,n\mathbf{) + }S\mathbf{(}A/F,i,n\mathbf{)} \qquad \mathbf{(6.3)}$$

EJEMPLO 6.2

Lockheed Martin está incrementando la fuerza de empuje adicional del motor principal de sus cohetes con la finalidad de obtener más contratos de lanzamiento de satélites con empresas europeas interesadas en inaugurar nuevos mercados globales de comunicaciones. Se espera que un equipo de rastreo colocado en tierra requiera una inversión de $13 millones, de los cuales $8 millones se comprometen ahora y los restantes $5 millones se gastan al final del año 1 del proyecto. Se espera que los gastos de operación anuales para el sistema comiencen a efectuarse el primer año y continúen a $0.9 millones anuales. La vida útil del rastreador es de ocho años, con un valor de rescate de $0.5 millones. Calcule el VA del sistema si la TMAR actual de la corporación es de 12% anual.

Solución

Recuperación de capital: Se determina *P* en el año 0 de las dos inversiones, y después se calcula la recuperación de capital con la ecuación (6.3). En unidades de $1 millón,

$$P = 8 + 5(P/F,12\%,1) = \$12.46$$
$$\text{RC} = -12.46(A/P,12\%,8) + 0.5(A/F,12\%,8)$$
$$= -12.46(0.20130) + 0.5(0.08130)$$
$$= \$-2.47$$

La interpretación correcta de este resultado es de gran importancia para Lockheed Martin. Significa que en cada uno de los ocho años, el rendimiento total equivalente del rastreador debe ser de al menos $2 470 000 sólo para recuperar la inversión del valor presente inicial más el rendimiento requerido de 12% anual. Esto no incluye el COA de $ 0.9 millones cada año.

Valor anual: Para determinar el VA, los flujos de efectivo de la figura 6-2*a*) deben convertirse a una serie VA equivalente durante ocho años (figura 6-2*b*). Como RC = $−2.47 millones es un *costo anual equivalente*, según lo indica el signo menos, el VA total se determina como sigue.

$$\text{VA} = -2.47 - 0.9 = \$-3.37 \text{ millones anuales}$$

Éste es el VA para todos los ciclos de vida futuros de ocho años, siempre y cuando los costos se eleven con la misma tasa de interés que la inflación; asimismo, se espera que los mismos costos y servicios se apliquen en cada uno de los ciclos de vida subsiguientes.

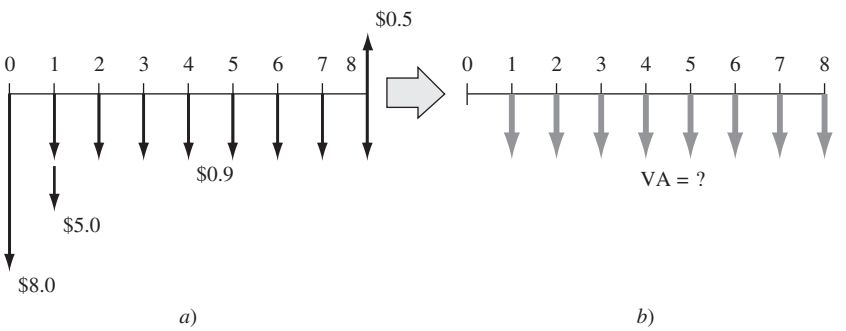


Figura 6-2
a) Diagrama de flujo de efectivo de los costos del rastreador de satélite y *b*) conversión a un VA equivalente (en unidades de $1 millón), ejemplo 6.2.

Existe una segunda forma, también correcta, para determinar la RC. Cualquiera de los métodos ofrece el mismo resultado. Existe una relación entre los factores A/P y A/F.

$$(A/F,i,n) = (A/P,i,n) - i$$

Ambos factores se encuentran presentes en la ecuación (6.3) de RC. Si se sustituye el factor A/F se obtiene

$$\text{RC} = -P(A/P,i,n) + S[(A/P,i,n) - i]$$
$$= -[(P - S)(A/P,i,n) + S(i)]$$

Hay una lógica fundamental en esta fórmula. Restar S de la inversión inicial P antes de aplicar el factor A/P implica que se recuperará el valor de rescate. Esto reduce la RC, el costo anual de propiedad del activo. Sin embargo, el hecho de que S no se recupere hasta el año n de la posesión se compensa al cargar el interés anual $S(i)$ a la RC. Si bien cualquier relación para calcular la RC produce el mismo resultado, es mejor emplear de manera consistente el mismo método. En este libro se utilizará el primer método, el de la ecuación (6.3).

Para obtener la solución por computadora, se emplea la función PAGO para determinar sólo la RC en una sola celda de la hoja de cálculo. La función general PAGO(*i*%,*n*,*P*,*F*) se vuelve a escribir con la inversión inicial, como P y $-S$, para el valor de rescate. El formato es

$$\textbf{= PAGO(}i\%,n,P,-S\textbf{)} \qquad \textbf{(6.4)}$$

Como ejemplo, determine el valor de la RC en el ejemplo 6.2. La inversión inicial equivalente es de $12.46 millones. La función completa para la cantidad RC exclusivamente (en unidades de $1 millón) es PAGO(12%,8,12.46,−0.5). La respuesta, $−2.47 (millones), aparece en la celda de la hoja de cálculo.

Como se vio en la sección 3.1, en una hoja de cálculo puede insertarse una función dentro de otra. En el caso del ejemplo 6.2, la inversión inicial se distribuye en un periodo de dos años. La función PAGO en una celda, con la función VP incrustada (en negritas), se escribe: = PAGO(12%,8,**8+VP(12%,1,–5)**,−0.5), y se obtiene el mismo valor de RC = $−2.47.

6.3 Evaluación de alternativas mediante el análisis del valor anual

El método del valor anual por lo común es la técnica de evaluación más sencilla cuando se especifica la TMAR. El VA se calcula durante la vida respectiva de cada alternativa y los criterios de selección son los mismos que los empleados en el método del VP. Para opciones **mutuamente excluyentes**, ya sean de costo o de ingresos, los criterios son los siguientes:

Una alternativa: Si VA ≥ 0, la TMAR solicitada se alcanza o se rebasa y la alternativa se justifica en cuanto a economía.

Dos o más alternativas: Se elige la alternativa con el VA **numéricamente más grande**, es decir, el menos negativo o el más positivo. Esto indica un VA más bajo en costo para alternativas de costo, o un VA más grande de los flujos de efectivo para alternativas de ingresos.

Evaluación de proyectos

Selección de alternativas ME

Si alguno de los tres supuestos en la sección 6.1 no resulta aceptable para una alternativa, se debe aplicar un análisis de periodo de estudio. Después, las estimaciones de flujos de efectivo a lo largo del periodo de estudio se convierten a cantidades de VA. Los dos ejemplos que siguen ilustran el método del VA para un proyecto y dos alternativas.

EJEMPLO 6.3

A Heavenly Pizza, que se encuentra en Toronto, le va muy bien en la competencia del servicio de entrega rápida. Muchos estudiantes de las universidades del área trabajan tiempo parcial entregando órdenes solicitadas por internet. El dueño, Jerry, ingeniero graduado en ingeniería de software, tiene planes de comprar e instalar cinco sistemas portátiles para automóvil con el objetivo de incrementar la velocidad y la precisión de entrega. Los sistemas ofrecen un vínculo entre el programa de colocación de la orden en la red y el sistema On-Star para las direcciones generadas por satélite de cualquier domicilio en el área. El resultado que se espera consiste en lograr un servicio más rápido y amable para el cliente, además de mayores ingresos.

Cada sistema tiene un costo de 4 600 dólares, una vida útil de cinco años y un valor estimado de rescate de $300. El costo total de operación de todos los sistemas es de $1 000 para el primer año, los cuales se incrementan en $100 anuales en lo sucesivo. La TMAR es de 10%. Calcule el valor anual para responder las siguientes preguntas del dueño. Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

a) ¿De cuánto es el ingreso nuevo anual necesario para recuperar la inversión con una TMAR de 10% anual?
b) Jerry estima conservadoramente un incremento de ingresos de $6 000 anuales para los cinco sistemas. ¿Es viable financieramente el proyecto desde el punto de vista de la TMAR?
c) Con base en la respuesta del inciso *b*), calcule el ingreso nuevo que debe tener Heavenly Pizza para que el proyecto se justifique en el aspecto económico. Los costos de operación continúan tal como se estimaron.

Solución a mano

a) La primera pregunta se responde con el cálculo de la recuperación del capital, por medio de la ecuación (6.3).

$$\begin{aligned} \text{RC} &= -5[4\,600(A/P,10\%,5)] + 5[300(A/F,10\%,5)] \\ &= -5[4\,600(0.26380)] + 5[300(0.16380)] \\ &= \$-5\,822 \end{aligned}$$

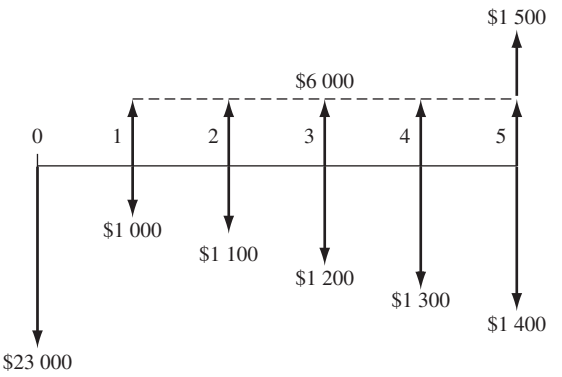
Los cinco sistemas deben generar un ingreso anual equivalente de $5 822 con objeto de que se recupere la inversión inicial más un rendimiento de 10% anual.

b) La figura 6-3 muestra los flujos de efectivo durante cinco años. La serie del costo anual de operación, en combinación con el ingreso estimado de $6 000 anuales, forman una serie gradiente aritmético con una cantidad base de $5 000 y $G = \$-100$. El proyecto es financieramente viable si VA ≥ 0 con $i = 10\%$ anual. Se aplica la ecuación (6.2), donde A es la serie de ingreso neto anual equivalente.

$$\begin{aligned} \text{VA} &= \text{RC} + A = -5\,822 + 5\,000 - 100(A/G,10\%,5) \\ &= \$-1\,003 \end{aligned}$$

El sistema no se justifica financieramente con el nivel de ingreso neto de $6 000 anuales.

Figura 6-3
Diagrama de flujo de efectivo para calcular el VA, ejemplo 6.3.



c) Sea R el ingreso requerido, e igualemos a cero la relación del VA para encontrar el ingreso mínimo que justifique el sistema.

$$0 = -5\,822 + (R - 1\,000) - 100(A/G,10\%,5)$$
$$R = -5\,822 - 1\,000 - 100(1.8101)$$
$$= \$7\,003 \text{ por año}$$

Solución con hoja de cálculo

La hoja de cálculo de la figura 6-4 resume las estimaciones y responde las preguntas planteadas para Heavenly Pizza con los mismos valores que se calcularon a mano.

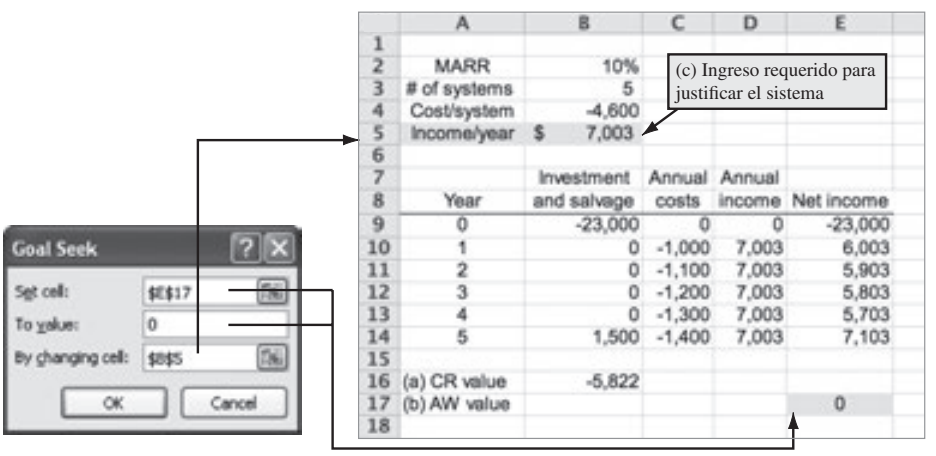
Figura 6-4
Solución con hoja de cálculo del ejemplo 6.3. *a*) La recuperación del capital aparece en la celda B16, *b*) el VA en la celda E17, y *c*) la herramienta Buscar objetivo y los egresos en la celda B5.

	A	B	C	D	E
1					
2	MARR	10%			
3	# of systems	5			
4	Cost/system	-4,600			
5	Income/year	$ 6,000			
6					
7		Investment	Annual	Annual	
8	Year	and salvage	costs	income	Net income
9	0	-23,000	0	0	-23,000
10	1	0	-1,000	6,000	5,000
11	2	0	-1,100	6,000	4,900
12	3	0	-1,200	6,000	4,800
13	4	0	-1,300	6,000	4,700
14	5	1,500	-1,400	6,000	6,100
15					
16	(a) CR value	-5,822			
17	(b) AW value				-1,003
18					
19					
20					
21					
22					

= −PAGO($B$2, 5, VPN($B$2,B10:B14)+B9)

= −PAGO($B$2, 5, VPN($B$2,E10:E14)+E9)

a) y *b*)



	A	B	C	D	E
1					
2	MARR	10%			
3	# of systems	5			
4	Cost/system	-4,600			
5	Income/year	$ 7,003			
6					
7		Investment	Annual	Annual	
8	Year	and salvage	costs	income	Net income
9	0	-23,000	0	0	-23,000
10	1	0	-1,000	7,003	6,003
11	2	0	-1,100	7,003	5,903
12	3	0	-1,200	7,003	5,803
13	4	0	-1,300	7,003	5,703
14	5	1,500	-1,400	7,003	7,103
15					
16	(a) CR value	-5,822			
17	(b) AW value				0
18					

c)

Las referencias en la celda se usan en las funciones de la hoja de cálculo para introducir los cambios en los valores estimados.

a) La recuperación del capital RC = $ −5 822 aparece en la columna B mediante la función PAGO con una función VPN incorporada, como se aprecia en la leyenda de la celda.
b) El valor anual equivalente VA = $ −1 003 aparece en la columna E con la función PAGO. La serie de gradiente aritmético de los costos e ingresos estimados de $6 000 en las columnas C y D, respectivamente, se suma para obtener el ingreso neto necesario para la función PAGO.
c) El ingreso mínimo requerido se determina en la parte inferior de la figura 6-4. Esto se realiza fácilmente si se establece que VA = 0 (columna E) en la herramienta Buscar objetivo de modo que ésta encuentre el ingreso anual de $7 003 para balancear la ecuación del VA.

EJEMPLO 6.4

Luby's Cafeterias se encuentra en el proceso de formar una unidad de negocios independiente que suministre alimentos a las instituciones de atención a personas de la tercera edad, como centros de asistencia y centros de cuidados de largo plazo. Como las comidas se preparan en instalaciones centrales y se distribuyen en camiones por toda la ciudad, es muy importante el equipo que conserva calientes o fríos los alimentos. Michele es la gerente general de esta unidad, y desea escoger entre dos proveedores de unidades de conservación de temperatura que sean móviles y fáciles de esterilizar después de cada uso. Emplee las siguientes estimaciones de costo para seleccionar la unidad más económica, con una TMAR de 8% anual.

	Hamilton (H)	Infinity Care (IC)
Costo inicial *P*, $	–15 000	–20 000
OyM anual, $/año	–6 000	–9 000
Costo de rehabilitación, $	0	–2 000 cada 4 años
Valor de venta *S*, % de *P*	20	40
Vida, años	4	12

Solución

La mejor técnica de evaluación de estas alternativas de vida diferente es el método del valor anual, donde el VA se toma a 8% anual durante las vidas respectivas de cuatro y 12 años.

$$\begin{aligned} VA_H &= \text{equivalente anual de } P - \text{OyM anual} + \text{equivalente anual de } S \\ &= -15\,000(A/P,8\%,4) - 6\,000 + 0.2(15\,000)(A/F,8\%,4) \\ &= -15\,000(0.30192) - 6\,000 + 3\,000(0.22192) \\ &= \$-9\,863 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VA_{IC} &= \text{equivalente anual de } P - \text{OyM anual} - \text{equivalente anual de la rehabilitación} \\ &\quad + \text{equivalente anual de } S \\ &= -20\,000(A/P,8\%,12) - 9\,000 - 2\,000[(P/F,8\%,4) + (P/F,8\%,8)](A/P,8\%,12) \\ &\quad + 0.4(20\,000)(A/F,8\%,12) \\ &= -20\,000(0.13270) - 9\,000 - 2\,000[0.7350 + 0.5403](0.13270) + 8\,000(0.05270) \\ &= \$-11{,}571 \end{aligned}$$

La unidad Hamilton es considerablemente menos costosa según el criterio de la equivalencia anual.

Si los proyectos son **independientes**, se calcula el valor anual con la TMAR. Todos los proyectos que satisfacen la relación VA ≥ 0 son aceptables.

Selección de proyectos independientes

6.4 VA de una inversión permanente ●●●

En esta sección se estudia el valor anual equivalente del costo capitalizado que vimos en la sección 5.5. La evaluación de proyectos del sector público, como control de inundaciones, canales de riego, puentes y otros proyectos de gran escala, exigen la comparación de alternativas con vidas de tal duración que

pueden considerarse infinitas en términos del análisis económico. En este tipo de análisis, el valor anual (y el monto de la recuperación del capital) de la inversión inicial es el interés anual perpetuo sobre la inversión inicial, es decir, $A = Pi = (CC)i$. Esta es la ecuación (5.2).

Los flujos de efectivo periódicos a intervalos regulares o irregulares se manejan exactamente como en los cálculos convencionales del VA; **se convierten a cantidades anuales uniformes equivalentes *A* para un ciclo**. Esta operación los anualiza automáticamente para cada ciclo de vida subsiguiente. Se suman los valores de A a la cantidad RC para determinar el VA total, como en la ecuación (6.2).

EJEMPLO 6.5

La Oficina de Reciclaje de Estados Unidos considera tres propuestas para incrementar la capacidad del canal de desagüe principal en una región agrícola de Nebraska. La propuesta A requiere dragar el canal con el propósito de remover el sedimento y la maleza acumulada durante los años anteriores de la operación. La capacidad del canal tendrá que mantenerse en el futuro cerca del flujo máximo para el que se diseñó, como consecuencia del incremento de la demanda de agua. La Oficina tiene planes de comprar equipo de dragado y accesorios con un valor de $650 000. Se espera que el equipo tenga una vida de 10 años con un valor de rescate de $17 000. Se estima que los costos anuales de operación totalizarán $50 000. Para controlar la maleza en el canal y las orillas se rociarán herbicidas que no dañan el medio durante la temporada de riego. Se espera que el programa de control de maleza tenga un costo anual de $120 000.

La propuesta B consiste en recubrir el canal con concreto, lo cual tendrá un costo inicial de $4 millones. Se supone que el recubrimiento será permanente, aunque habrá necesidad de un mantenimiento mínimo cada año con un costo de $5 000. Además, se harán reparaciones del recubrimiento cada cinco años con un costo de $30 000.

La propuesta C consiste en instalar una nueva tubería por otra ruta. Los cálculos son un costo inicial de $6 millones, $3 000 de mantenimiento anual para el derecho de paso y una vida de 50 años.

Compare las alternativas sobre la base del valor anual con una tasa de interés de 5% anual.

Solución

Como se trata de una inversión para un proyecto permanente, se calcula el VA para un ciclo de todos los costos recurrentes. Para las propuestas A y C, los valores de RC se calculan con la ecuación (6.3), con $n_A = 10$ y $n_C = 50$, respectivamente. Para la propuesta B, RC es sencillamente igual a $P(i)$.

Propuesta A	
RC del equipo de dragado:	
–650 000(*A*/*P*,5%,10) + 17 000(*A*/*F*,5%,10)	$ –82 824
Costo anual del dragado	–50 000
Costo anual del control de maleza	–120 000
	$–252 824
Propuesta B	
RC de la inversión inicial: –4 000 000(0.05)	$–200 000
Costo de mantenimiento anual	–5 000
Costo de reparación del recubrimiento: –30 000(*A*/*F*,5%,5)	–5 429
	$–210 429
Propuesta C	
RC de la tubería: –6 000 000(*A*/*P*,5%,50)	$–328 680
Costo de mantenimiento anual:	–3 000
	$–331 680

Se elige la propuesta B como resultado de que su VA de costos es el menor.

Comentario

Observe el uso del factor A/F para el costo de reparación del recubrimiento en la propuesta B. Se aplica el factor A/F en lugar del factor A/P porque el costo de reparación del recubrimiento empieza el año 5, no el año 0, y continúa indefinidamente en intervalos de cinco años.

Si la vida de 50 años de la propuesta C se considera infinita, RC = $P(i)$ = $−300 000, en lugar de $−328 680 para $n = 50$. Ésta es una diferencia económica pequeña. La forma de considerar, desde el punto de vista económico, las vidas de 40 años o más es una cuestión de práctica "local".

EJEMPLO 6.6

Al final de cada año, todos los propietarios y empleados de la cooperativa Bell County Utility reciben un bono según las utilidades netas de la cooperativa en el año anterior. Bart acaba de recibir un bono de $8 530. Planea invertirlo en un programa de anualidades que paga 7% anual. Los planes de largo plazo de Bart son renunciar a su trabajo en la cooperativa cuando aún sea lo bastante joven para iniciar su propio negocio. Parte de los gastos de su vida futura se pagarán con los réditos que el bono de este año genere durante los años que todavía pase en la cooperativa.

a) Con una hoja de cálculo determine el retiro al final del año que puede anticipar (a partir de un año después de que renuncie) y que continuará para siempre. Él piensa trabajar otros 15 o 20 años.
b) Determine la cantidad que Bart debe acumular después de 15 y 20 años a fin de generar $3 000 anuales para siempre.

Solución con hoja de cálculo

a) La figura 6-5 muestra el diagrama de flujo de efectivo para $n = 15$ años de acumulación a 7% anual para los $8 530 depositados hoy. La cantidad acumulada después de $n = 15$ años se denota como $F_{\text{después 15}} = ?$ y la serie de retiros comienza al final del año 16. El diagrama para $n = 20$ parece igual, excepto por un periodo de acumulación de 20 años.

La hoja de cálculo de la figura 6-6 muestra las funciones y respuestas para $n = 15$ años en las columnas C y D. La función VF presenta el total de $23 535 acumulado a 7% después de 15 años. El retiro perpetuo se determina por medio de tratar esta cantidad acumulada como valor P y de la aplicación de la fórmula

$$A = P(i) = 23\,535(0.07) = \$1\,647 \text{ por año}$$

La función de la hoja de cálculo = D9*B7 efectúa el mismo cálculo en el formato de celda de referencia en la columna D.

Las respuestas para $n = 20$ años se muestran en la columna E. Con un rendimiento de 7% consistente anual, el ingreso perpetuo de Bart se estima en $1 647 después de 15 años, o $2 311 si espera 20 años.

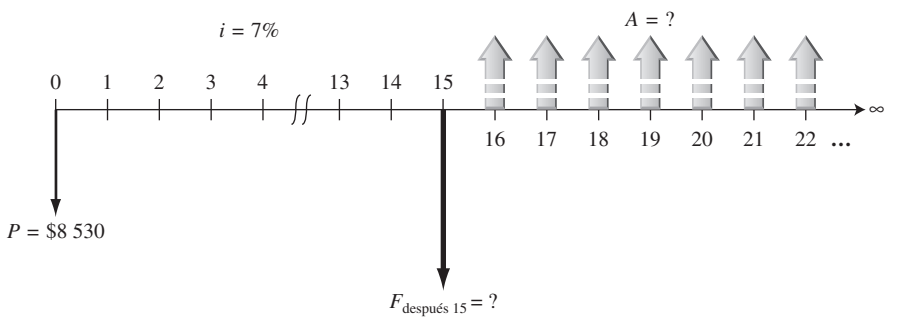


Figura 6-5
Diagrama para una serie perpetua que comienza después de 15 años de acumulación, ejemplo 6.6.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3			Funciones	Número de años, n	
4		Estimados	para n = 15 años	15	20
5					
6					
7	Tasa de interés, % anual	7%			
8	Cantidad depositada hoy	$8,530			
9	Cantidad acumulada después de n años		'=-FV(B7,D4,,B8)	$ 23,535	$ 33,008
10	a) Retiro perpetuo, $ por año		'=D9*B7	$ 1,647	$ 2,311
11					
12					
13	b) Acumulación requerida para $3 000/año	7%	'= 3000/B13	$ 42,857	$ 42,857
14					
15	Años acumulados para $3 000 por año	23.86	'= NPER(7%,-8530,42857)		
16					

Figura 6-6
Solución con hoja de cálculo, ejemplo 6.6.

b) Para obtener un retiro anual perpetuo de $3 000 es necesario determinar cuánto debe acumularse un año antes del primer retiro de $3 000. Esta es una aplicación de la relación $A = P(i)$ resuelta para P, o

$$P = \frac{A}{i} = \frac{3\,000}{0.07} = \$42\,857$$

Este valor P es independiente del tiempo que Bart trabaje en la cooperativa, porque debe acumular esta cantidad para lograr su objetivo. La figura 6-6, en su renglón 13, muestra la función y el resultado. Observe que el número de años n no forma parte de la función = 3 000/B13.

Comentario

Con la función NPER se determina cuántos años se requieren para que la cantidad actual de $8 530 se conviertan en $ 42 857 a 7% anual. La función en el renglón 15 indica que Bart tendrá que trabajar en la cooperativa otros 24 años.

6.5 Análisis del costo del ciclo de vida ●●●

Las técnicas del VP y del VA estudiadas hasta este momento se centraron en estimaciones del costo inicial P, costos de operación y mantenimiento (COA u OyM), valor de rescate S y costos periódicos predecibles de reparaciones y actualización, más cualesquiera ingresos estimados que pudieran favorecer una alternativa sobre otra. Por lo general surgen costos implícitos al evaluar los costos de la vida completa del proyecto. Un análisis del costo del ciclo de vida incluye dichas estimaciones adicionales hasta donde es posible determinarlas en forma realista.

El análisis del **costo del ciclo de vida (CCV)** utiliza los métodos del VA o del VP para evaluar estimaciones del costo para el ciclo de vida completo de uno o más proyectos. Las estimaciones cubrirán **toda la vida**, desde la etapa conceptual inicial hasta las de diseño y desarrollo, pasando por la operación e incluso su término y eliminación. Se incluyen hasta donde es posible tanto los **costos directos como los indirectos**, así como las diferencias en las proyecciones de ingresos y ahorros entre las alternativas.

Algunas aplicaciones comunes del CCV son el estudio de la vida útil de aeronaves militares y comerciales, plantas nuevas de manufactura, nuevos modelos de automóviles, y algunas líneas nuevas y adecuaciones de productos, así como sistemas gubernamentales en los niveles federal y estatal. Por ejemplo, el Departamento de la Defensa exige que sus contratistas incluyan un presupuesto CCV y su análisis en la propuesta inicial de la mayoría de sistemas de defensa.

Lo más común es que el análisis del CCV incluya costos, y que se utilice el método del VA para realizarlo, en especial si sólo se evalúa una opción. Si se esperan ingresos u otros beneficios que impliquen alguna diferencia entre las alternativas, se recomienda un análisis del VP. Los proyectos del sector público por lo general se evalúan con el análisis del beneficio/costo (véase el capítulo 9) y no con el CCV, debido a que es difícil realizar con exactitud estimaciones acerca de la ciudadanía. Los *costos directos* mencionados incluyen los de materiales, mano de obra, equipos, suministros y otros relacionados directamente con un producto, proceso o sistema. Algunos ejemplos de *componentes del costo indirecto* son fiscales, administrativos, jurídicos, de garantías, de calidad, de recursos humanos, de seguros, de software, compras, etcétera. En el capítulo 15 se estudian con más detalle los costos directos e indirectos.

El análisis de CCV se aplica con mayor eficacia cuando un porcentaje sustancial de los costos de la vida útil (después de la compra) relacionados con la inversión inicial se gastarán en la operación y mantenimiento directo e indirecto (y costos similares) una vez que el sistema esté en operación. Por ejemplo, la evaluación de la compra de dos alternativas de equipo con vidas útiles estimadas de cinco años y costos de operación y mantenimiento de 5 a 10% de la inversión inicial no requiere un análisis del CCV. Sin embargo, supongamos que Exxon-Mobil quiere evaluar el diseño, construcción, operación y apoyo de un nuevo tipo y estilo de buque-tanque para transportar petróleo a través de grandes distancias del océano. Si los costos iniciales son de $100 millones con costos de apoyo y operación que van de 25 a 35% de dicha cantidad durante una vida de 25 años, la lógica de un análisis del CCV brindará una comprensión mejor de la viabilidad del proyecto.

Para entender el análisis del CCV, primero se deben entender las fases y etapas de la ingeniería de sistemas o desarrollo de sistemas. Existen muchos libros y manuales acerca del desarrollo y análisis

de sistemas. Por lo general, las estimaciones del CCV se clasifican en un formato simplificado para las fases integrales de *adquisición, operación* y *retiro/eliminación*, y sus etapas respectivas.

Fase de adquisición: Son todas las actividades previas a la entrega de los productos y servicios.

- Etapa de definición de requerimientos. Incluye la determinación de las necesidades del usuario/cliente, su asesoría en relación con el sistema que se planea y la preparación de la documentación de los requerimientos del sistema.
- Etapa de diseño preliminar. Incluye el estudio de factibilidad y los planes iniciales; es probable que en este punto se decida continuar o no.
- Etapa de diseño detallado. Incluye planes elaborados para los recursos (de capital, personal, instalaciones, sistemas de información, mercadotecnia, etcétera); se adquieren algunos activos en caso de que se justifique económicamente.

Fase de operación: Todas las actividades marchan y se dispone de los productos y servicios.

- Etapa de construcción e implantación. Incluye compras, construcción y puesta en marcha de los componentes del sistema, pruebas, preparación, etcétera.
- Etapa de uso. Emplea el sistema para generar productos y servicios; constituye la parte más larga del ciclo de vida.

Fase de término y eliminación: Cubre todas las actividades para la transición hacia un nuevo sistema; remoción, reciclamiento o eliminación del sistema antiguo.

EJEMPLO 6.7

En la década de 1860, General Mills Inc. y Pillsbury Inc. comenzaron a participar en el negocio de la harina en las ciudades gemelas de Mineápolis y St. Paul, Minnessota. En la década de 2000 a 2010, General Mills compró a Pillsbury con una combinación de efectivo y acciones por más de $10 mil millones e integró las líneas de productos. Los ingenieros en alimentos, diseñadores de comida y expertos en seguridad hicieron muchas estimaciones de costo a medida que determinaban las necesidades de los consumidores y la capacidad combinada de la compañía para producir y comercializar con tecnología y seguridad apropiadas nuevos productos alimenticios. En este punto sólo se dispone de estimaciones de costo, no ingresos ni utilidades.

Suponga que se realizaron las siguientes estimaciones de los costos principales con base en un estudio de seis meses sobre dos nuevos productos que podrían tener una vida de 10 años para la compañía. Use el análisis del CCV con una TMAR de 18% para dicha industria, a fin de determinar el tamaño del proyecto en términos de VA. (El tiempo se indica en años del producto. Como todas las cifras son costos, no van precedidas de un signo de menos.)

Estudio de hábitos de los consumidores (año 0)	$0.5 millones
Diseño preliminar del producto alimenticio (año 1)	0.9 millones
Diseño preliminar de la planta y equipos (año 1)	0.5 millones
Diseño detallado del producto y pruebas de mercadotecnia (años 1 y 2)	1.5 millones cada año
Diseño detallado de la planta y equipos (año 2)	1.0 millones
Adquisición del equipo (años 1 y 2)	$2.0 millones cada año
Modernizaciones del equipo (año 2)	1.75 millones
Compras de nuevo equipo (años 4 y 8)	2.0 millones (año 4) + 10% anual por compra en adelante
Costo de operación anual del equipo (COA, años 3 a 10)	200 000 (año 3) + 4% anual de ahí en adelante
Mercadotecnia, año 2	$8.0 millones
años 3 a 10	5.0 millones (año 3) y −0.2 millones anuales de entonces en adelante
sólo el año 5	3.0 millones adicionales
Recursos humanos, 100 nuevos empleados durante 2 000 horas por año (años 3 a 10)	$20 por hora (año 3) + 5% anual
Término y eliminación (años 9 y 10)	$1.0 millones cada año

Solución

El análisis del CCV puede complicarse rápidamente debido al número de elementos involucrados. Calcule el VP por fase, sume los VP y después encuentre el VA durante 10 años. Los valores están en unidades de $1 millón.

Fase de adquisición:
Definición de requerimientos: estudio del consumidor

$$\text{VP} = \$0.5$$

Diseño preliminar: producto y equipo

$$\text{VP} = 1.4(P/F,18\%,1) = \$1.187$$

Diseño detallado: prueba del producto y mercadotecnia, y equipos

$$\text{VP} = 1.5(P/A,18\%,2) + 1.0(P/F,18\%,2) = \$3.067$$

Fase de operación:
Construcción y puesta en marcha: equipo y COA

$$\text{VP} = 2.0(P/A,18\%,2) + 1.75(P/F,18\%,2) + 2.0(P/F,18\%,4) + 2.2(P/F,18\%,8)$$

$$+ 0.2\left[\frac{1-\left(\frac{1.04}{1.18}\right)^8}{0.14}\right](P/F,18\%,2) = \$6.512$$

Uso: mercadotecnia

$$\text{VP} = 8.0(P/F,18\%,2) + [5.0(P/A,18\%,8) - 0.2(P/G,18\%,8)](P/F,18\%,2) + 3.0(P/F,18\%,5)$$
$$= \$\ 20.144$$

Uso: recursos humanos: (100 empleados)(2 000 h/año)($20/h) = $ 4.0 millones en el año 3

$$\text{VP} = 4.0\left[\frac{1-\left(\frac{1.05}{1.18}\right)^8}{0.13}\right](P/F,18\%,2) = \$\ 13.412$$

Fase de término:

$$\text{VP} = 1.0(P/A,18\%,2)(P/F,18\%,8) = \$\ 0.416$$

La suma de todos los costos de VP da VP = $45.238 millones. Por último, calcule el VA durante la vida esperada de 10 años.

VA = 45.238 millones $(A/P,18\%,10)$ = $10.066 millones anuales

Ésta es la estimación del CCV del compromiso anual equivalente para los dos productos propuestos.

Es frecuente que las alternativas comparadas por el CCV no tengan el mismo nivel de producción o cantidad de uso. Por ejemplo, si una alternativa ha de producir 20 millones de unidades por año y otra 35 millones por año, deben compararse los montos de VA con el criterio de unidad monetaria o unidad producida, como dólar/unidad o euro/hora operada.

La figura 6-7 presenta un panorama de la distribución de los costos en todo el ciclo de vida. Para algunos sistemas, como los militares, los costos de operación y mantenimiento aumentan con rapidez después de su adquisición y se mantienen elevados hasta su término.

El CCV total de un sistema se establece o bloquea pronto en un momento temprano del ciclo de vida. No es raro que de 75 a 85% de todo el CCV de la vida útil completa esté comprometido durante las etapas de diseños preliminar y detallado. Como se aprecia en la figura 6-8*a*), el CCV real u observado (curva

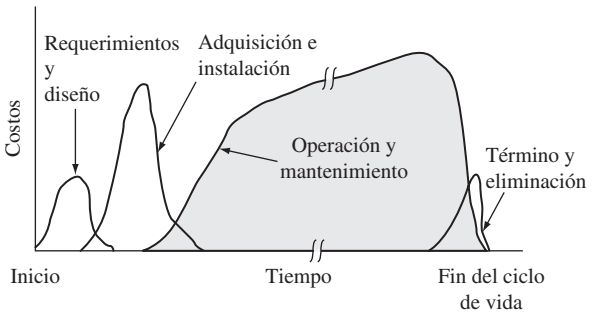


Figura 6-7
Distribución típica de los costos del ciclo de vida de las fases de un ciclo de vida.

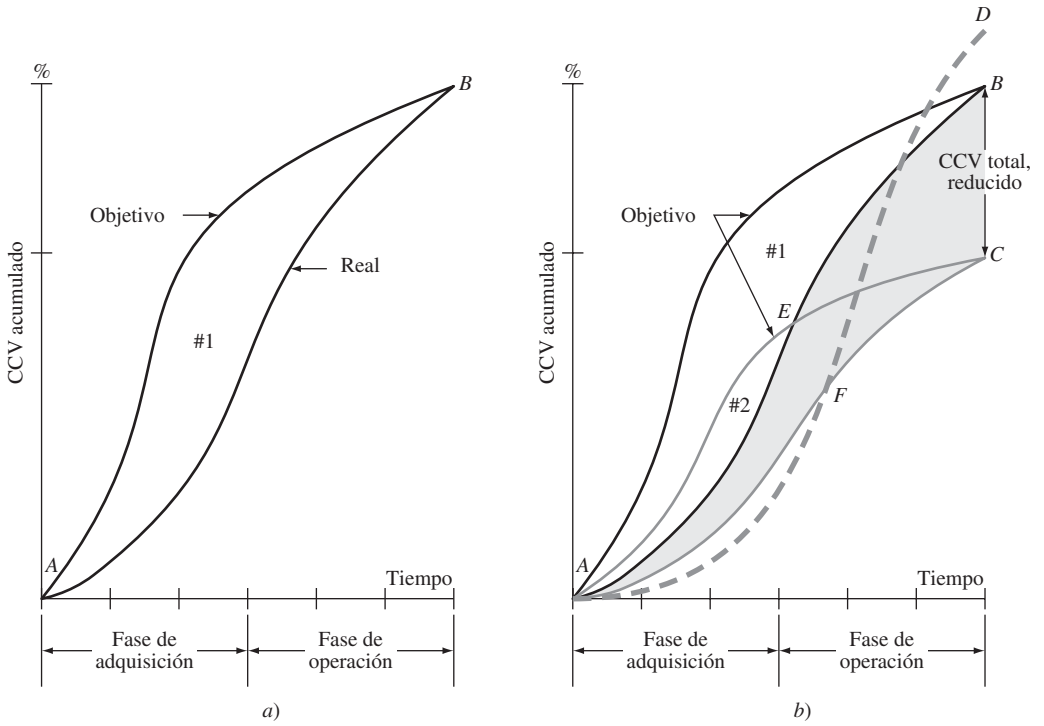


Figura 6-8
Envolventes del CCV para los costos objetivo y real: *a*) diseño 1, *b*) diseño 2 mejorado.

inferior *AB*) sigue al CCV establecido durante toda la vida útil (a menos que alguna falla mayor incremente el CCV total del diseño #1 sobre el punto *B*).

El potencial para reducir significativamente el CCV total ocurre sobre todo durante las etapas iniciales. Un diseño más eficaz y equipo más eficiente coloca la envolvente del diseño #2 en la figura 6-8*b*). Ahora la curva del CCV objetivo, *AEC*, se encuentra por debajo de todos los puntos *AB*, igual que el CCV real de la curva *AFC*. Ésta es la envolvente menor #2 que buscamos. El área sombreada representa la reducción del CCV real.

Aunque pueda establecerse una envolvente de CCV eficaz en un momento temprano de la fase de adquisición, no es raro que se introduzcan medidas no previstas para ahorrar costos durante el comienzo de las fases de adquisición y operación. Estos "ahorros" aparentes quizás incrementen en realidad el CCV total, como lo muestra la curva *AFD*. Este estilo de ahorros *ad hoc*, impuesto con frecuencia por la dirección al inicio de las etapas de diseño o construcción, llega a aumentar mucho los costos después, en especial en la etapa posterior a la venta de la etapa de uso. Por ejemplo, el empleo de concreto y acero de baja resistencia ha ocasionado muchas veces la falla estructural, lo que incrementa el CCV de toda la vida útil.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método del valor anual para comparar alternativas a menudo se prefiere sobre el método del valor presente, pues la comparación del VA tiene que ver con un solo ciclo de vida; es una ventaja diferente cuando se comparan alternativas de vida distintas. El VA para el primer ciclo de vida es el VA para el segundo, tercero y todos los ciclos de vida sucesivos, según ciertos supuestos. Cuando se especifica un periodo de estudio, el cálculo del VA se determina para dicho periodo, independientemente de las vidas de las alternativas.

En el caso de las alternativas de vida infinita (a perpetuidad), el costo inicial se anualiza multiplicando sencillamente P por i. Si se trata de alternativas de vida finita, el VA en el transcurso de un ciclo de vida es igual al valor anual equivalente perpetuo.

El análisis del costo del ciclo de vida es apropiado para sistemas que tengan un gran porcentaje de costos de operación y mantenimiento. El análisis del CCV ayuda a estudiar todos los costos, desde la etapa de diseño hasta la de operación y término.

PROBLEMAS

Cálculos del valor anual

6.1 Si se pide al lector que compare el valor anual (VA) de alternativas después de comparar su valor presente (VP), ¿qué factor multiplicado por los montos de VP proporcionan los valores anuales correctos?

6.2 Liste tres suposiciones inherentes al método del valor anual para comparar alternativas.

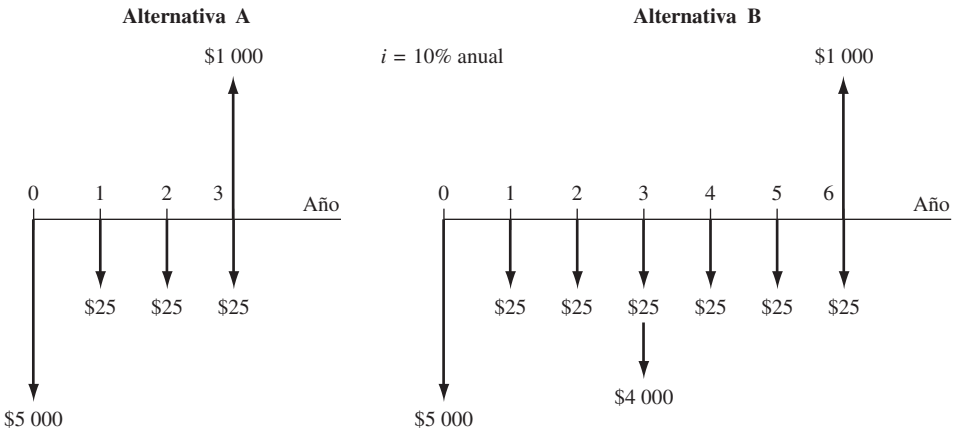
6.3 En el método del valor anual para comparar alternativas con vidas diferentes, ¿por qué se calcula el VA de las alternativas *durante sus respectivos ciclos de vida* en lugar del mínimo común múltiplo de sus vidas?

6.4 James desarrolló los dos diagramas de flujo de efectivo que se aprecian en la parte inferior de esta página. Los flujos de la alternativa B representan dos ciclos de vida de A. Calcule el valor anual de cada uno durante los ciclos de vida respectivos para demostrar que son el mismo. Use una tasa de interés de 10% anual.

6.5 Un activo tiene un costo inicial de $20 000, un costo de operación anual de $12 000 y un valor de rescate de $4 000 después de sus cuatro años de vida. Si el proyecto se necesitará durante seis años, ¿cuál debe ser el valor de mercado (rescate) del activo de dos años de antigüedad para que el valor anual sea el mismo que para un ciclo de vida del activo? Utilice una tasa de interés de 10% anual.

6.6 Una hipoteca deportiva es una manera innovadora de financiar programas deportivos que requieren efectivo, por medio de permitir que los fanáticos de los equipos paguen una "hipoteca" por el derecho de comprar buenos asientos en los juegos de futbol para varias décadas con los precios de los boletos de la temporada bloqueados en los precios actuales. En Notre Dame, el periodo del precio bloqueado es de 50 años. Si un fanático paga $ 130 000 por la "hipoteca" ahora (es decir, en el año 0), cuando los boletos cuestan $290 cada uno, ¿cuál es el costo anual equivalente de los boletos durante el periodo de 50 años con una tasa de interés de 8% anual?

6.7 Si un fanático compra una hipoteca deportiva para los juegos USC, con un pago de $130 000 en diez pagos iguales *a partir de hoy*, y luego paga un precio fijo de $290 por año durante 50 años (comenzando un año después de hoy) por los boletos de la temporada, ¿cuál es el VA de los boletos en los años 1 a 50, con un interés de 8% anual?



6.8 Hace ocho años, Ohio Valley Trucking compró un camión de gran capacidad en $115 000 a fin de proporcionar servicios de movimiento de tierras. La compañía lo vendió hoy en $45 000. Los costos de operación y mantenimiento fueron de $10 500 por año, en promedio. Una reparación completa al final del año 4 tuvo un costo adicional de $3 600. Calcule el costo anual del camión con 8% de interés por año.

6.9 La reparación mayor del sistema de suspensión de un carro de cinco años de antigüedad cuesta $2 000 porque la garantía expiró después de tres años de poseerlo. El costo del mantenimiento periódico ha sido de $800 cada dos años. Si el dueño dona el vehículo a la asistencia pública después de ocho años de tenerlo, ¿cuál es el costo anual equivalente de las reparaciones y el mantenimiento en el periodo de ocho años en que se poseyó? Use una tasa de interés de 8% anual y suponga que el propietario pagó $800 por el mantenimiento inmediatamente antes de donar el carro en el año 8.

Recuperación de capital

6.10 Hace 10 años, Jacobson Recovery compró un triturador en $285 000 para compactar vehículos de 18 ruedas. Anticipaba un valor de rescate de $50 000 después de 10 años. Durante este tiempo sus ingresos anuales promediaron $52 000. *a*) ¿Recuperó su inversión y tuvo una tasa de rendimiento del 12% anual? *b*) Si el costo anual de OyM fue de $10 000 el primer año y se incrementó de manera constante $1 000 por año, ¿el VA fue positivo o negativo con 12% anual? Suponga que se obtuvo el valor de rescate de $50 000.

6.11 Sylvia recibió una herencia de $500 000 de su tía favorita que falleció hace poco. Sylvia planea comprar un condominio en Hawai en la misma zona en que vivió su tía durante toda su vida para rentarlo a vacacionistas. Espera obtener 8% anual por la compra durante un periodo de 20 años. El costo inicial del condominio es de $500 000 y espera conservadoramente venderlo en 90% de su precio de compra. Para este análisis no se consideran costos anuales de OyM. *a*) ¿Cuál es el monto de la recuperación del capital? *b*) Si hay un auge real en la renta de bienes raíces dentro de 10 años, ¿qué precio de venta (como porcentaje del precio de compra original) es necesario en ese momento (año 10) para obtener la misma cantidad con 8% de rendimiento esperado durante el periodo de 20 años?

6.12 Humana Hospital Corporation instaló una máquina de tomografía nueva con un costo de $750 000 este año en su nueva clínica médica profesional en Cedar Park. Se espera que este sistema moderno se utilice durante cinco años para después venderlo en $75 000. Humana usa un requerimiento de rendimiento de 24% anual para todo su equipo médico de diagnóstico. Como estudiante de bioingeniería que actualmente trabaja durante un semestre con el equipo de apoyo de Humana Corporation en Louisville, Kentucky, se le solicita calcular el ingreso mínimo requerido cada año para determinar la recuperación y rendimiento esperados. Asimismo, se pide al lector que trace dos diagramas de flujo, uno que muestre la compra del equipo de tomografía y el flujo de efectivo, y otro que ilustre la recuperación de capital requerida cada año.

Comparación de alternativas

6.13 Las cápsulas de polipropileno para muros, que se usan para recubrir conductos exteriores de chimeneas de cocina, ventiladores de baños, secadores y otras salidas de aire de los edificios, se fabrican de dos maneras. El método X tiene un costo inicial de $75 000, un costo de operación de $32 000 por año y un valor de rescate de $9 000 después de cuatro años. El método Y tiene un costo inicial de $140 000, un costo de operación de $24 000 por año y un valor de rescate de $19 000 después de cuatro años de vida. Con una tasa de interés de 10%, ¿qué método debe usarse según el criterio del análisis del valor anual?

6.14 El auto completamente eléctrico de Nissan, el Leaf, tiene un precio base de $32 780 en Estados Unidos, pero es elegible para un crédito fiscal de $7 500. Una empresa de ingeniería quiere evaluar la compra o arrendamiento de uno de los vehículos para que sus empleados los usen en los viajes hacia sus sitios de trabajo. El costo de arrendar un vehículo es de $4 200 por año (por pagar al final de cada año) después de pagar ahora un costo inicial de $2 500. Si la compañía compra el vehículo también compra una estación de recarga doméstica en $2 200, financiada en parte con 50% de un crédito fiscal. Si la empresa espera vender el carro y la estación de recarga en 40% del precio base del carro al final de tres años, ¿la empresa debe comprar o arrendar el vehículo? Use una tasa de interés de 10% anual y el análisis del valor anual.

6.15 Se dispone de un nuevo paquete de software para analizar y diseñar torres de tres lados y torres de soporte autónomo de tres y cuatro lados. Una licencia de usuario único cuesta $6 000 por año. Un sitio con licencia tiene un costo único de $22 000. Una compañía consultora de ingeniería estructural debe elegir una de dos alternativas: comprar una licencia de usuario único *ahora* y luego cada año durante los siguientes tres años (lo que daría cuatro años de servicio), o comprar ahora un sitio con licencia. Determine la estrategia que debe adoptar con una tasa de interés de 10% anual y un periodo de planeación de cuatro años, con el método del valor anual.

6.16 El cabildo de cierta ciudad del suroeste analiza construir sanitarios permanentes en 22 de sus parques pequeños (es decir, parques con superficie menor de 12

acres) o pagar una renta anual de sanitarios portátiles. El costo de construir los 22 sanitarios permanentes es de $3.8 millones. Los 22 portátiles se rentan en $7 500 cada uno por un año. La vida de servicio de los permanentes es de 20 años. Con una tasa de interés de 6% anual y el análisis del valor anual, determine si la ciudad debe construir los sanitarios permanentes o arrendar los portátiles.

6.17 Una estación remota de muestreo de aire puede energizarse con celdas de energía solar o con una línea eléctrica aérea convencional que llegue al sitio. La instalación de celdas solares costaría $16 600 y tendrían una vida útil de cinco años, sin valor de rescate. Se espera que los costos anuales por inspección, limpieza, etc., sean de $2 400. La instalación de la línea nueva costaría $31 000, con costos esperados de $1 000 anuales. Como el proyecto de muestreo del aire terminaría en cinco años, se considera que el valor de rescate de la línea es de cero. Con una tasa de interés de 10% anual, *a*) ¿qué alternativa debe seleccionarse según el criterio del valor anual?, y *b*) ¿cuál debe ser el costo inicial de la línea eléctrica aérea con objeto de que ambas alternativas sean igualmente atractivas en cuanto a lo económico?

6.18 A continuación se muestran los flujos de efectivo de dos sistemas pequeños de tratamiento de agua. Determine cuál debe elegirse de acuerdo con el análisis del valor anual, con un interés de 10% anual.

	MF	UF
Costo inicial, $	–33 000	–51 000
Costo anual, $ por año	–8 000	–3 500
Valor de rescate, $	4 000	11 000
Vida, años	3	6

6.19 PGM Consulting obtuvo un contrato del condado de Montgomery para evaluar alternativas que usan un "cerdo" robotizado impulsado con líquido que inspeccione en forma periódica las líneas subterráneas de agua potable a fin de detectar fugas, corrosión, soldaduras débiles, desplazamientos y varios defectos más. Hay dos instrumentos robóticos disponibles. El robot Joeboy tendría un costo inicial de $85 000, costos anuales de OyM de $30 000 y un valor de rescate de $40 000 luego de tres años. El robot Watcheye tendría un costo inicial de $125 000, costos de OyM de $27 000 y un valor de rescate de $33 000 al término de su vida útil de cinco años. Suponga una tasa de interés de 8% anual.

a) ¿Cuál robot es la mejor opción en lo económico?
b) Con la herramienta Buscar objetivo de una hoja de cálculo, determine el costo inicial del robot que *no* resulte seleccionado en el inciso anterior con objeto de que fuera la selección más conveniente en lo económico.

6.20 TT Racing and Performance Motor Corporation desea evaluar dos alternativas de máquinas CNC para la fabricación de motores NHRA; con el método del VA e interés de 10% anual, seleccione la mejor.

	Máquina R	Máquina S
Costo inicial, $	–250 000	–370 500
Costo anual de operación, $ por año	–40 000	–50 000
Valor de rescate, $	20 000	30 000
Vida, años	3	5

6.21 El costo de operación y mantenimiento (OyM) de montacargas que trabajen en condiciones ambientales difíciles tiende a incrementarse $1 200 anuales los primeros cinco años de operación. Para un montacargas con un costo inicial de $39 000 y un costo de OyM de $17 000 el primer año, compare el valor anual equivalente de un montacargas que opere cuatro años con el de otro que trabaje cinco años, con una tasa de interés de 12% anual. El valor de rescate de un montacargas es de $23 000 después de cuatro años y $18 000 después de cinco años.

6.22 Usted trabaja para Midstates Solar Power. Un director le solicita que determine cuál de las dos máquinas siguientes tendrá los menores *a*) recuperación de capital y *b*) costo total anual equivalente. La máquina Semi2 tiene un costo inicial de $80 000 y un costo de operación de $21 000 anuales hasta el año 5, después del cual tendría un valor de rescate de $13 000. La máquina Auto1 tiene un costo inicial de $62 000 y un costo de operación de $21 000 en el año 1, con incremento de 8% anual hasta el año 5, tiempo después del cual tendría un valor de rescate de $2 000. Utilice una tasa de interés de 10% anual para determinar ambas estimaciones.

Inversiones permanentes

6.23 El estado de Chiapas, México, decidió fondear un programa de alfabetización. El costo inicial es de $200 000 ahora, y se requiere un presupuesto de $100 000 cada siete años *para siempre*. Determine el costo anual equivalente perpetuo con una tasa de interés de 10% anual.

6.24 Calcule el costo anual equivalente perpetuo (años 1 a infinito) de $5 millones en el año 0, $2 millones en el año 10 y $100 000 en los años 11 a infinito. Utilice una tasa de interés de 10% anual.

6.25 Una operación de minería en Pensilvania tiene un sistema de supervisión de un tanque de oxígeno y del equipo para emergencias. Con base en los patrones de mantenimiento de sistemas anteriores, no hay costos de mantenimiento los dos primeros años, luego se incrementan durante un periodo y después se nivelan. Se espera que los costos de mantenimiento sean de $150 000 en el año 3, $175 000 en el año 4 y se incrementen $25 000 por

año hasta el año 6, y de ahí en adelante permanezcan constantes para la vida esperada de 10 años del sistema. Si el sistema actual se va a sustituir con sistemas similares con costos similares, determine el costo de mantenimiento anual perpetuo equivalente con $i = 10\%$ anual.

6.26 Compare dos alternativas de un sistema de seguridad para una subestación de distribución de energía por medio del análisis del valor anual con una tasa de interés de 10% anual.

	Condi	Torro
Costo inicial, $	–25 000	–130 000
Costo anual, $ por año	–9 000	–2 500
Valor de rescate, $	3 000	150 000
Vida, años	3	∞

6.27 Se espera que un puente nuevo a través del río Allegheny en Pittsburgh sea permanente y tenga un costo inicial de $30 millones. El puente debe revestirse cada cinco años con un costo de $1 millón. Los costos anuales de inspección y operación se estiman en $50 000. Determine su valor anual equivalente con una tasa de interés de 10% anual.

6.28 Para los siguientes flujos de efectivo, use el criterio del valor anual y una tasa de interés de 10% anual.

a) Determine la alternativa que es económicamente la mejor.

b) Calcule el costo inicial que se requiere para cada una de las dos opciones que no se elijan en el inciso anterior de modo que todas sean igualmente aceptables. Resuelva este problema con una hoja de cálculo.

	X	Y	Z
Costo inicial, $	–90 000	–400 000	–650 000
Costo anual, $ por año	–40 000	–20 000	–13 000
Reparación mayor cada 10 años, $	—	—	–80 000
Valor de rescate, $	7 000	25 000	200 000
Vida, años	3	10	∞

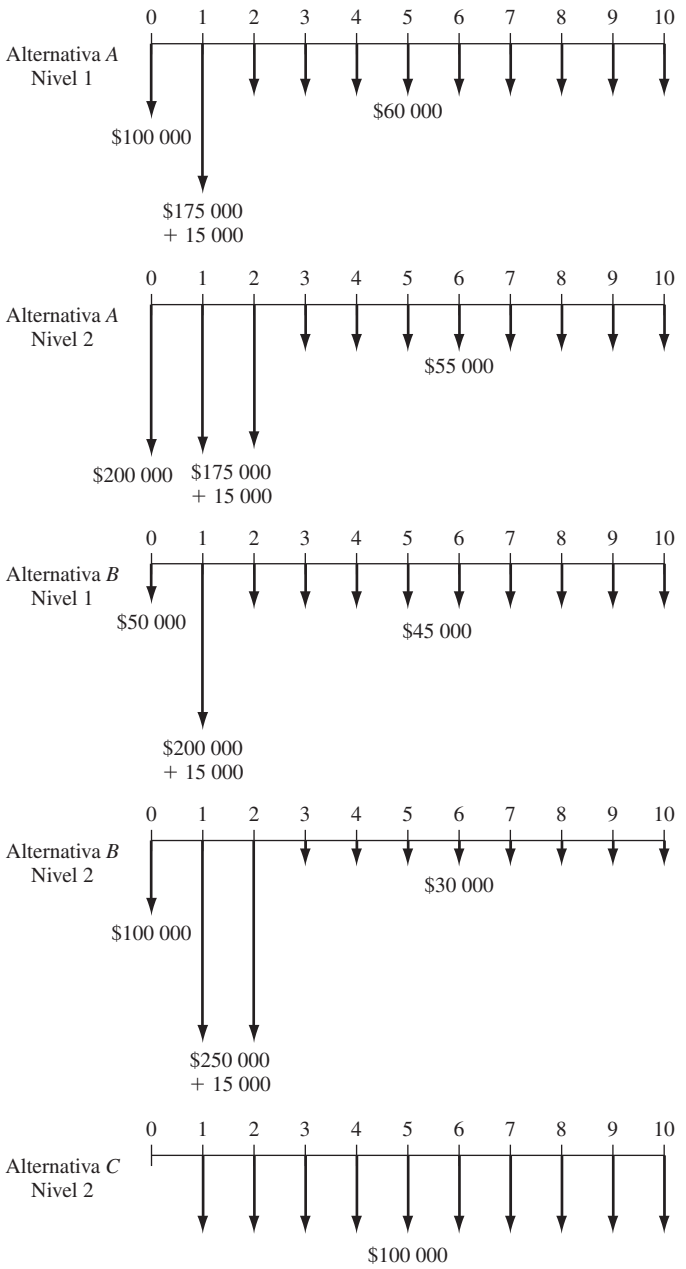
Costo del ciclo de vida

6.29 Blanton Agriculture de Santa Mónica, California, ofrece diferentes tipos y niveles de sistemas de irrigación y conservación de agua para zonas en las que el abatimiento del nivel del agua subterránea es un problema grave. Una corporación importante en India, donde ocurre un abatimiento al alarmante ritmo de 1.6 pulgadas (4 centímetros) anuales debido al crecimiento exponencial del uso de agua para riego, estudia la compra de un sistema de Blanton. Hay tres opciones con dos niveles de automatización para las dos primeras opciones. Los costos estimados y los diagramas de flujo asociados se resumen a continuación y en la página siguiente, respectivamente, para cada una de las cinco alternativas. Los costos se clasifican en diseño (Dis), desarrollo (Des) y operación (Oper). Para las alternativas A y B hay un costo adicional de $15 000 por año de instalación a fin de mantener el sistema manual actual. Los costos de desarrollo del nivel 2 se distribuyen por igual durante un periodo de dos años. La alternativa C es una adecuación del sistema actual manual sin costos de diseño o desarrollo, y no existe opción de nivel 1. Con una tasa de interés del 10% anual y un periodo de estudio de 10 años, determine qué alternativa y cuál nivel tienen el CCV más bajo.

Alternativa	Componente de costo	Nivel 1	Nivel 2
A	Dis	$100 000	$200 000
	Des	175 000	350 000
	Oper	60 000	55 000
	Tiempo de instalación	1 año	2 años
B	Dis	$ 50 000	$100 000
	Des	200 000	500 000
	Oper	45 000	30 000
	Tiempo de instalación	1 año	2 años
C	Oper		$100 000

6.30 El Pentágono solicitó a un contratista de la defensa que estimara el costo del ciclo de vida de un vehículo ligero de apoyo propuesto. La lista de conceptos incluye los siguientes: costos de investigación y desarrollo (IyD), costos de inversión no recurrentes (INR), costos de actualización recurrentes (CR), costos de mantenimiento programado y no programado (Mant), costos de uso del equipo (Equip), y costos de término y eliminación (Re/E). Use las siguientes estimaciones de costo (en unidades de $1 millón) para el ciclo de vida de 20 años a fin de calcular el CCV anual con una tasa de interés de 7% anual.

Año	IyD	INR	CR	Mant	Equip	Re/E
0	5.5	1.1				
1	3.5					
2	2.5					
3	0.5	5.2	1.3	0.6	1.5	
4		10.5	3.1	1.4	3.6	
5		10.5	4.2	1.6	5.3	
6-10			6.5	2.7	7.8	
11 en adelante			2.2	3.5	8.5	
18-20						2.7



Diagramas de flujo de efectivo para el problema 6.29

6.31 Un ingeniero de software de manufactura en una corporación aeroespacial importante recibió la responsabilidad de un proyecto para diseñar, construir, probar y aplicar el AREMSS, sistema de programación automatizado de nueva generación para el mantenimiento rutinario y expedito. También se capturarán los informes acerca de la disposición de cada servicio por parte del personal de campo, después el sistema los guardará y archivará. La aplicación inicial será para un aeroplano existente en la Fuerza Aérea para reabastecimiento de combustible en vuelo. Se espera que el sistema se utilice ampliamente durante el tiempo para programar el mantenimiento de otras aeronaves. Una vez aplicado por completo tendrán que hacerse mejoras, pero se espera que el sistema sirva como programador mundial hasta para 15 000 aviones. El ingeniero, que debe hacer una presentación la próxima semana con sus mejores estimaciones de costos para un periodo de vida de 20 años, decidió utilizar el método del costo del ciclo de vida. Con la información siguiente, determine el CCV anual actual del sistema de programación AREMSS con una tasa de interés de 6% anual.

Categoría de costo	Costo en el año (millones de $)							
	1	2	3	4	5	6 en ad.	10	18
Estudio de campo	0.5							
Diseño del sistema	2.1	1.2	0.5					
Diseño de software		0.6	0.9					
Compras de hardware			5.1					
Pruebas beta		0.1	0.2					
Elaboración del manual del usuario		0.1	0.1	0.2	0.2	0.06		
Aplicación del sistema				1.3	0.7			
Hardware de campo			0.4	6.0	2.9			
Capacitación de instructores			0.3	2.5	2.5	0.7		
Actualizaciones del software						0.6	3.0	3.7

6.32 El ejército estadounidense recibió dos propuestas para el diseño y construcción, llave en mano, de las barracas para los soldados de infantería en entrenamiento. La propuesta A implica un diseño "desnudo" y la construcción estándar de paredes, ventanas, puertas y otras características. Con esta opción serían mayores los costos de calefacción y enfriamiento, los costos de mantenimiento serían más elevados y el reemplazo sería más pronto que para la propuesta B. El costo inicial de A sería de $750 000. Los costos de calefacción y enfriamiento promediarían $72 000 anuales, y los de mantenimiento, $24 000 por año. En los años 5, 10 y 15 se necesitarían remodelaciones menores con un costo de $150 000 cada vez que se hicieran a fin de conservarlas utilizables durante 20 años. No tendrían valor de rescate.

La propuesta B incluye el diseño especial, y los costos de construcción ascenderían a $ 1.1 millones iniciales, con costos de calefacción y enfriamiento de $36 000 por año, y de mantenimiento de $12 000 anuales. No habría valor de rescate al final de su vida de 20 años. ¿Qué propuesta debe aceptarse según el criterio del análisis del costo del ciclo de vida anual, si la tasa de interés es de 6% anual?

6.33 Un municipio de tamaño medio planea desarrollar un sistema de software que ayude a seleccionar los proyectos durante los siguientes 10 años. Los costos de cada alternativa en desarrollo, programación, operación y apoyo se clasificaron según el enfoque del costo del ciclo de vida. Hay tres alternativas en estudio: M, N y O. Los costos se resumen a continuación. Use el criterio del costo del ciclo de vida para identificar la mejor opción, con una tasa de interés de 8% anual.

Alternativa	Componente	Costo estimado
M	Desarrollo	$250 000 ahora, $150 000 años 1-4
	Programación	$45 000 ahora, $35 000 años 1, 2
	Operación	$50 000 años 1-10
	Apoyo	$30 000 años 1-5
N	Desarrollo	$10 000 ahora
	Programación	$45 000 años 0, $30 000 años 1-3
	Operación	$80 000 años 1-10
	Apoyo	$40 000 años 1-10
O	Operación	$175 000 años 1-10

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

6.34 Todas las suposiciones siguientes son fundamentales para el método del valor anual, *excepto:*

a) Las alternativas se necesitarán durante *un solo* ciclo de vida.
b) Los servicios provistos se necesitarían durante al menos el MCM de la vida de las alternativas.
c) La alternativa seleccionada se repetiría para los ciclos de vida sucesivos de la misma manera exactamente que para el primer ciclo.
d) Todos los flujos de efectivo tendrán los mismos valores estimados en cada ciclo de vida.

6.35 Cuando se comparan cinco alternativas con vidas diferentes según el método del VA, se debe:

a) Calcular el VA de cada una para la vida de la alternativa con mayor vida.
b) Encontrar el VA de cada una para la vida de la alternativa con más breve vida.
c) Obtener el VA de cada una para el MCM de todas las alternativas.
d) Determinar el VA de cada alternativa durante su vida, sin considerar la vida de las demás opciones.

6.36 El valor anual de una alternativa puede calcularse a partir de su:

a) Valor presente multiplicado por $(A/P,i,n)$
b) Valor futuro multiplicado por $(F/A,i,n)$
c) Cualquiera de los dos incisos anteriores
d) Ni *a*) ni *b*)

6.37 Las alternativas que se indican a continuación se comparan con el criterio del valor anual. Con una tasa de interés de 10% anual, los valores de n que se usarían en los factores $(A/P,i,n)$ para que la comparación sea correcta con el método del valor anual son:

	A	B
Costo inicial, $	–50 000	–90 000
Costo anual, $ por año	–10 000	–4 000
Valor de rescate, $	13 000	15 000
Vida, años	3	6

a) $n = 3$ años para A y 3 años para B
b) $n = 3$ años para A y 6 años para B
c) Cualquiera de los dos incisos anteriores
d) Ni *a*) ni *b*)

6.38 Las alternativas que se presentan a continuación se comparan con el criterio del valor anual equivalente perpetuo (es decir, para siempre). Con una tasa de interés de 10% anual, la ecuación que representa el VA perpetuo de X1 es:

	X1	Y1
Costo inicial, $	–50 000	–90 000
Costo anual, $ por año	–10 000	–4 000
Valor de rescate, $	13 000	15 000
Vida, años	3	6

(*a*) $VA_{X1} = -50\,000(0.10) - 10\,000 + 13\,000(0.10)$

(*b*) $VA_{X1} = -50\,000(0.10) - 10\,000 + 13\,000(A/F,10\%,3)$

(*c*) $VA_{X1} = -50\,000(0.10) - 10\,000 - 37\,000(P/F,10\%,3)(0.10) + 13\,000(0.10)$

(*d*) $VA_{X1} = -50\,000(A/P,10\%,3) - 10\,000 + 13\,000(A/F,10\%,3)$

6.39 Para obtener el VA de un flujo de efectivo de $10 000 que ocurre cada 10 años para siempre, el primero de los cuales sucede dentro de 10 años, se debe:
a) Multiplicar $10 000 por $(A/P,i,10)$.
b) Multiplicar $10 000 por $(A/F,i,10)$.
c) Multiplicar $10 000 por i.
d) Multiplicar $10 000 por $(A/F,i,n)$ y después multiplicar por i.

Los problemas 6.40 a 6.43 se refieren a las siguientes estimaciones.

Las alternativas son mutuamente excluyentes y la TMAR es de 6% anual.

	Vendedor 1	Vendedor 2	Vendedor 3
Costo inicial, $	–200 000	–550 000	–1 000 000
Costo anual, $ por año	–50 000	–20 000	–10 000
Ingresos, $ por año	120 000	120 000	110 000
Valor de rescate, $	25 000	0	500 000
Vida, años	10	15	∞

6.40 El valor anual del flujo de efectivo para las estimaciones del vendedor 2 es el más cercano a:
a) $−63 370
b) $43 370
c) $−43 370
d) $63 370

6.41 De las siguientes tres relaciones, la correcta o correctas para calcular el valor anual del flujo de efectivo de las estimaciones del vendedor 1 es (*nota:* cifras en miles de dólares):

Relación 1: $VA_1 = -200(A/P,6\%,10) + 70 + 25(A/F,6\%,10)$

Relación 2: $VA_1 = [-200 - 50(P/A,6\%,10) + 120(P/A,6\%,10) + 25(P/F,6\%,10)](A/P,6\%,10)$

Relación 3: $VA_1 = -200(F/P,6\%,10) + 25 + (-50 + 120)(A/P,6\%,10)$

a) 1 y 3
b) Sólo 1
c) 1 y 2
d) Sólo 3

6.42 A continuación se listan los VA de las alternativas. El vendedor o vendedores que debe(n) recomendarse es (son):
$VA_1 = \$44\,723$ $VA_2 = \$43\,370$
$VA_3 = \$40\,000$

a) 1 y 2
b) 3
c) 2
d) 1

6.43 El monto de la recuperación de capital para el vendedor 3 es:
a) $40 000 por año
b) $60 000 por año
c) $43 370 por año
d) $100 000 por año

6.44 Si una alternativa de ingresos tiene un VA negativo y se calculó correctamente, significa que:
a) El valor anual equivalente de los ingresos no excede el de los costos.
b) Las estimaciones están equivocadas en algo.
c) Se introdujo por error un signo de resta o suma en la función PAGO de la hoja de cálculo.
d) La alternativa debe tener una vida más larga para que los ingresos sean superiores a los costos.

6.45 Las estimaciones para una de dos actualizaciones de un proceso son las siguientes: costo inicial de $40 000, costo anual de $5 000 anual, y valor de mercado que disminuye $2 000 por año al valor de rescate de $20 000 después de la vida esperada de 10 años. Si se usa un periodo de estudio de cuatro años para el análisis del VA con 15% anual, el valor correcto es el más cercano a:
a) $−15 000
b) $−11 900
c) $−7 600
d) $−12 600

6.46 El valor anual perpetuo de invertir ahora $50 000 y $20 000 por año a partir del año 16 y después para siempre, con 12% anual, es el más cercano a:
a) $−4 200
b) $−8 650
c) $−9 655
d) $−10 655

6.47 Todos los enunciados siguientes sobre el monto de recuperación del capital para una alternativa son falsos, *excepto:*

a) El ingreso anual no puede ser más que esta cantidad, si se selecciona la alternativa.

b) Se requiere una estimación monetaria de nuevos fondos de capital cada año de vida de la alternativa.

c) Se requiere una cantidad de ingresos para recuperar el costo inicial más un rendimiento especificado durante la vida de la alternativa.

d) No se toma en cuenta el valor de rescate, pues se devuelve al final de la vida de la alternativa.

ESTUDIO DE CASO

AMBIENTE CAMBIANTE DE UN ANÁLISIS DE VALOR ANUAL

Antecedentes e información

Harry, propietario de una distribuidora de baterías para automóvil en Atlanta, Georgia, llevó a cabo un análisis económico hace tres años, cuando decidió colocar protectores contra sobrecargas de voltajes a sus principales equipos de pruebas. En seguida se resumen los cálculos empleados y el análisis de valor anual con una TMAR = 15%. Se compararon los protectores de dos fabricantes.

	PowrUp	Lloyd's
Costo e instalación	–26 000	–36 000
Costo anual de mantenimiento, $ anual	–800	–300
Valor de rescate, $	2 000	3 000
Ahorros en reparación de equipo, $	25 000	35 000
Vida útil, años	6	10

La hoja de cálculo de la figura 6-9 es la que Harry empleó para tomar su decisión. La elección clara fue Lloyd's, pues su VA fue considerablemente más grande. Se instalaron los protectores de Lloyd's.

Durante una revisión rápida el año pasado (año 3 de la operación) se observó que los costos de mantenimiento y los ahorros en reparaciones no siguieron (ni seguirán) las estimaciones de hace tres años. De hecho, el costo del contrato de mantenimiento (que incluye una inspección trimestral) se elevará de $300 a $1 200 anuales el próximo año, y después se incrementará 10% anual los siguientes 10 años. Asimismo, los ahorros por reparaciones de los últimos tres años fueron de $35 000, $32 000 y $28 000, según los mejores cálculos que Harry pudo hacer. Él cree que los ahorros disminuirán $2 000 anuales de ahora en adelante. Por último, estos protectores de tres años de antigüedad no valen nada en el mercado en este momento, así que el valor de rescate en siete años es cero, no $3 000.

Ejercicios para el estudio de caso

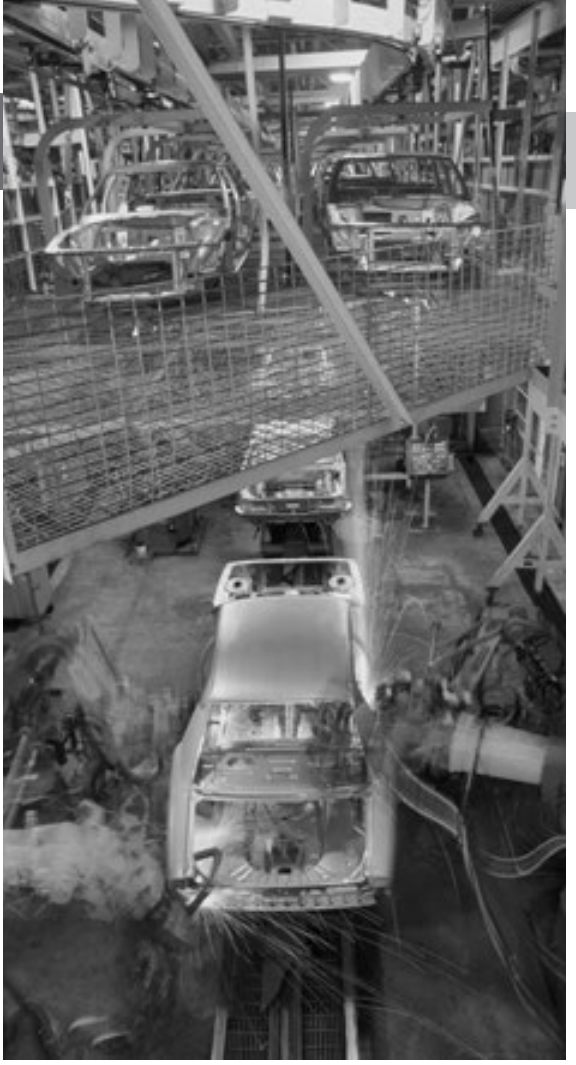
1. Trace una gráfica de los costos de mantenimiento recién calculados y las proyecciones de los ahorros en reparaciones; suponga que los protectores durarán otros siete años.
2. Con estos nuevos cálculos, ¿cuál es el nuevo VA de los protectores Lloyd's? Utilice los cálculos del costo inicial anterior y de los costos de mantenimiento para los primeros tres años. Si estos cálculos se hubieran efectuado hace tres años, ¿aún sería Lloyd's la elección más económica?
3. ¿Cómo cambió el monto de la recuperación del capital para los protectores de Lloyd's de acuerdo con estos nuevos cálculos?

	A	B	C	D	E	F	G
1	TMAR =	15%					
2							
3			PowrUp			Lloyd's	
4		Inversión	Mantenimiento	Ahorros en las	Inversión	Mantenimiento	Ahorros en las
5	Año	y rescate	anual	reparaciones	y rescate	anual	reparaciones
6	0	-26,000	0	0	-36,000	0	0
7	1	0	-800	25,000	0	-300	35,000
8	2	0	-800	25,000	0	-300	35,000
9	3	0	-800	25,000	0	-300	35,000
10	4	0	-800	25,000	0	-300	35,000
11	5	0	-800	25,000	0	-300	35,000
12	6	2,000	-800	25,000	0	-300	35,000
13	7				0	-300	35,000
14	8				0	-300	35,000
15	9				0	-300	35,000
16	10				3,000	-300	35,000
17	Elemento del VA	-6,642	-800	25,000	-7,025	-300	35,000
18	**VA total**			**$ 17,558**			**$ 27,675**

Figura 6-9
Análisis del VA de dos alternativas de protectores contra sobrecargas de voltaje, estudio de caso.

CAPÍTULO 7

Análisis de tasa de rendimiento: un proyecto



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender el significado de la tasa de rendimiento (TR) y realizar los cálculos de TR para un solo proyecto.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
7.1	Definición	• Establecer y comprender el significado de la tasa de rendimiento.
7.2	Cálculo de la TR	• Usar una relación de VP o VA para calcular la tasa de rendimiento de una serie de flujos de efectivo.
7.3	Precauciones	• Identificar las dificultades del método de la TR en relación con los métodos del VA y del VP.
7.4	TR múltiples	• Determinar el máximo número posible de valores de TR para una serie de flujos de efectivo específica.
7.5	Cálculo de la TER	• Calcular la tasa externa de rendimiento con las técnicas de la TR modificada sobre el capital invertido.
7.6	Bonos	• Calcular las tasas de interés nominal y efectiva de una inversión de bonos.

La medida de valor económico más citada para un proyecto u opción es la tasa de rendimiento (TR). Ya sea en un proyecto de ingeniería con estimaciones de flujo de efectivo o una inversión en acciones o bonos, la tasa de rendimiento es una forma bien aceptada de determinar si el proyecto o inversión es económicamente aceptable. En comparación con el VP o el VA, la TR es un tipo en general diferente de medida del valor, como se estudia en este capítulo. Aquí se explican los procedimientos para calcular una tasa de rendimiento por medio de una relación del VP o del VA, así como las precauciones necesarias al aplicar la técnica de la TR a los flujos de efectivo de un proyecto único.

La TR se conoce con otros nombres, como *tasa interna de rendimiento* (TIR), que es el nombre técnicamente correcto, y *rendimiento sobre la inversión* (RSI). Veremos el cálculo de la RSI más adelante en este capítulo.

En algunos casos, la ecuación de VP o VA se satisface con más de un valor de TR. En el presente capítulo se describe cómo reconocer esta posibilidad, así como un enfoque para encontrar los **valores múltiples**. También es posible obtener un valor confiable de TR al establecer de manera independiente información adicional sobre los flujos de efectivo del proyecto. Se cubren dos técnicas: la de la TR modificada y la del RCI (rendimiento sobre el capital invertido).

Aquí sólo se considera una opción. En el siguiente capítulo se aplican los mismos principios en el caso de opciones múltiples. Por último, aquí se analiza la tasa de rendimiento para una inversión en bonos.

7.1 Interpretación del valor de una tasa de rendimiento

Desde la perspectiva de una persona que recibe dinero en préstamo, la tasa de interés se aplica al *saldo no pagado,* de manera que la cantidad prestada y el interés total se pagan en su totalidad con el último pago del préstamo. Desde la perspectiva de quien otorga el préstamo, existe un *saldo no recuperado* en cada periodo. La tasa de interés es el rendimiento sobre este saldo no recuperado, de manera que la cantidad total prestada y el interés se recuperan en forma exacta con el último pago. La *tasa de rendimiento* define ambas situaciones.

Tasa de rendimiento

Tasa de rendimiento (TR) es la tasa pagada sobre el **saldo no pagado del dinero obtenido en préstamo**, o la tasa ganada sobre el **saldo no recuperado de una inversión**, de forma que el pago o entrada final **iguala el saldo exactamente a cero** con el interés considerado.

La tasa de rendimiento se expresa como porcentaje por periodo, por ejemplo, $i = 10\%$ anual. Se presenta como porcentaje positivo; no se considera que el interés pagado sobre un préstamo sea en realidad una tasa de rendimiento negativa desde la perspectiva del prestatario. El valor numérico de i oscila en un rango entre -100% hasta el infinito, es decir, $-100\% \leq i < \infty$. En términos de una inversión, un rendimiento de $i = -100\%$ significa que se perdió la cantidad completa.

La definición anterior no establece que la tasa de rendimiento sea sobre la cantidad inicial de la inversión, sino más bien sobre el **saldo no recuperado**, el cual varía con cada periodo. El siguiente ejemplo ilustra tal diferencia.

EJEMPLO 7.1

Con objeto de comenzar un trabajo nuevo a distancia con AB Hammond Engineers, Jane recibió un préstamo de \$1 000 con $i = 10\%$ anual durante cuatro años para adquirir equipo de oficina. Desde la perspectiva del prestamista, se espera que la inversión en esta joven ingeniera produzca un flujo de efectivo neto equivalente de \$315.47 por cada uno de los cuatro años.

$$A = \$1\,000(A/P,10\%,4) = \$315.47$$

Esto representa una tasa de rendimiento de 10% anual sobre el saldo no recuperado. Determine la cantidad de la inversión no recuperada por cada uno de los cuatro años mediante *a*) la tasa de rendimiento sobre el saldo no recuperado (la base correcta) y *b*) la tasa de rendimiento sobre la inversión inicial de \$1 000. *c*) Explique por qué no se recupera toda la inversión inicial de \$1 000 con el pago final del inciso *b*).

Solución

a) La tabla 7-1 presenta el saldo no recuperado al final de cada año en la columna 6 con la tasa de 10% sobre el *saldo no recuperado a principios del año*. Después de cuatro años se recupera la inversión total de \$1 000, y el saldo en la columna 6 es exactamente cero.

TABLA 7-1 Saldos no recuperados con la tasa de rendimiento de 10% sobre el saldo no recuperado

(1)	(2)	(3) = 0.10 × (2)	(4)	(5) = (4) − (3)	(6) = (2) + (5)
Año	Saldo no recuperado inicial	Interés sobre el saldo no recuperado	Flujo de efectivo	Cantidad recuperada	Saldo no recuperado final
0	—	—	$−1 000.00	—	$−1 000.00
1	$−1 000.00	$100.00	+315.47	$215.47	−784.53
2	−784.53	78.45	+315.47	237.02	−547.51
3	−547.51	54.75	+315.47	260.72	−286.79
4	−286.79	28.68	+315.47	286.79	0
		$261.88		$1 000.00	

TABLA 7-2 Saldos no recuperados con un rendimiento de 10% sobre la cantidad inicial

(1)	(2)	(3) = 0.10 × (2)	(4)	(5) = (4) − (3)	(6) = (2) + (5)
Año	Saldo no recuperado inicial	Interés sobre la cantidad inicial	Flujo de efectivo	Cantidad recuperada	Saldo no recuperado final
0	—	—	$−1 000.00	—	$−1 000.00
1	$−1 000.00	$100	+315.47	$215.47	−784.53
2	−784.53	100	+315.47	215.47	−569.06
3	−569.06	100	+315.47	215.47	−353.59
4	−353.59	100	+315.47	215.47	−138.12
		$400		$861.88	

b) La tabla 7-2 muestra el saldo no recuperado si el rendimiento de 10% se calcula siempre sobre *los $1 000 iniciales*. La columna 6 en el año 4 muestra la cantidad no recuperada restante de $138.12, porque en los cuatro años sólo se recuperan $861.88 (columna 5).

c) Como se aprecia en la columna 3, debe ganarse un interés total de $400 si el rendimiento de 10% anual se calcula sobre la cantidad inicial de $1 000. No obstante, si se utiliza un rendimiento de 10% sobre el saldo no recuperado sólo se obtienen $261.88 de interés. Hay más flujo de efectivo anual disponible para reducir el préstamo restante cuando la tasa se aplica al saldo no recuperado, como en el inciso *a*) y en la tabla 7-1. La figura 7-1 ilustra la interpretación correcta de la tasa de rendimiento de la tabla 7-1.

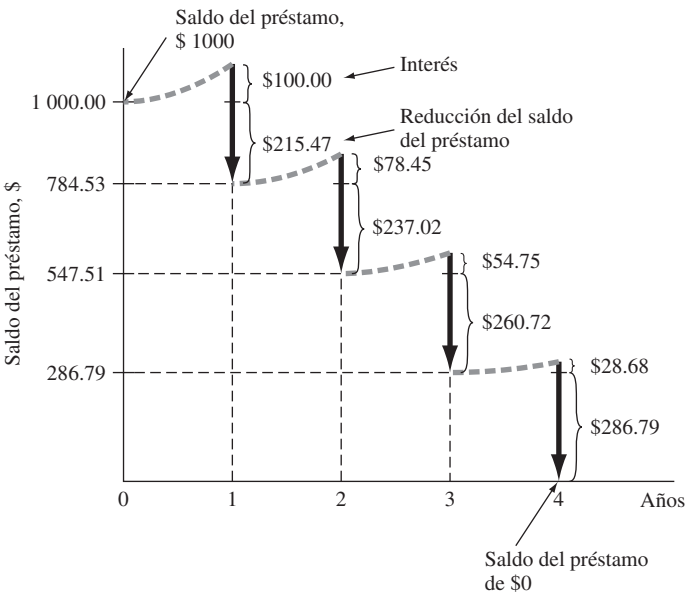


Figura 7-1
Gráfica de los saldos no recuperados y la tasa de rendimiento de 10% anual sobre una cantidad de $1 000, tabla 7-1.

Cada año, el pago de $315.47 representa 10% de interés sobre el saldo no recuperado en la columna 2 más la cantidad recuperada en la columna 5.

Como la tasa de rendimiento es la tasa de interés sobre el saldo no recuperado, los cálculos en la *tabla 7-1 para el inciso a) presentan una interpretación correcta de una tasa de rendimiento de 10%*. Claramente, una tasa de interés aplicada sólo al principal representa una tasa mayor que la establecida. En la práctica, la llamada sobretasa de interés a menudo se basa sólo en el principal, como en el inciso *b*). A esto en ocasiones se le conoce como el problema del *financiamiento a plazos*.

El financiamiento a plazos se percibe en diversas formas en las finanzas cotidianas. Un ejemplo popular son los "programas sin intereses" que ofrecen las tiendas departamentales para vender aparatos electrodomésticos, equipos de audio y video, muebles y otros bienes de consumo. Hay muchas variaciones, pero, en la mayoría de los casos, si la compra no se paga por completo en el momento en que termina la promoción, usualmente seis meses o un año después, *los cargos financieros se calculan desde la fecha original de compra*. Más aún, la letra pequeña del contrato puede estipular que el comprador utilice una tarjeta de crédito expedida por la tienda departamental, la cual con frecuencia tiene una tasa de interés mayor que la de una tarjeta de crédito regular; por ejemplo, 24% anual en comparación con un 15% anual. En todos estos tipos de programas, el tema común es un mayor interés pagado por el consumidor a lo largo del tiempo. Por lo general, la definición correcta de *i* como interés sobre el saldo no pagado no se aplica directamente; *i* se manipula con frecuencia en desventaja financiera del comprador. Esto se demostró en el caso de la tarjeta de crédito del capítulo 4.

7.2 Cálculos de la tasa de rendimiento por medio de una ecuación de VP o VA ●●●

El valor de la TR se calcula en forma diferente en comparación con el VP o el VA para una serie de flujos de efectivo. Considere un momento la ecuación de valor presente para una serie de flujo de efectivo. Con la TMAR, que se establece en forma independiente de cualesquiera flujos de efectivo de un proyecto en particular, una relación matemática determina el monto del VP en unidades monetarias reales, digamos euros o dólares. Para los valores de TR calculados en esta sección y en las posteriores se utilizan **sólo los flujos de efectivo** para calcular una tasa de interés que balancee la ecuación de valor presente. Así, la TR puede considerarse una medición relativa, y el VP y el VA, medidas absolutas. Como la tasa de interés resultante solo depende de los flujos de efectivo, el término correcto es **tasa interna de rendimiento (TIR)**; sin embargo, se emplea de manera indistinta el término *TR*. Otra definición de tasa de rendimiento se basa en nuestras interpretaciones previas del VP y VA.

Tasa de rendimiento

La *tasa de rendimiento* es la tasa de interés que hace que el valor presente o el valor anual de una serie de flujo de efectivo sea exactamente igual a cero.

Para determinar la tasa de rendimiento se plantea la ecuación de la TR con las relaciones de VP o VA igualadas a cero y se despeja la tasa de interés. Otra manera es igualar el valor presente de los flujos de salida de efectiva (costos y egresos) VP_O al valor presente de los flujos de entrada de efectivo (ingresos y ahorros) VP_I. Es decir, se resuelve para *i* con cualquiera de las siguientes relaciones:

$$\mathbf{0 = VP} \qquad \textbf{(7.1)}$$

o

$$\mathbf{VP_O = VP_I}$$

El enfoque de valor anual utiliza los valores VA en la misma forma para encontrar *i*.

$$\mathbf{0 = VA} \qquad \textbf{(7.2)}$$

o

$$\mathbf{VA_O = VA_I}$$

El valor de *i* que hace que estas ecuaciones numéricas sean correctas se llama *i**. Es la raíz de la ecuación de la TR. Para determinar si es viable la serie de flujo de efectivo de la opción, se compara *i** con la TMAR establecida.

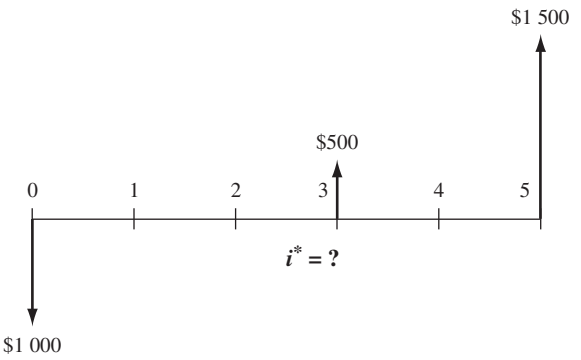


Figura 7-2
Flujo de efectivo para el que se determina el valor de *i*.

El criterio es el siguiente:

Evaluación de proyecto

Si $i^* \geq$ TMAR, se acepta el proyecto como económicamente viable.
Si $i^* <$ TMAR, el proyecto no es económicamente viable.

El objetivo de los cálculos de la ingeniería económica es la *equivalencia* en los términos VP o VA para una $i \geq 0\%$ establecida. En los cálculos de la tasa de rendimiento, el objetivo consiste en *encontrar la tasa de interés i** con la cual los flujos de efectivo son equivalentes. Los cálculos realizados aquí son contrarios a los cálculos de capítulos anteriores, donde se conocía la tasa de interés. Por ejemplo, si usted deposita $1 000 ahora y le prometen un pago de $500 dentro de tres años y otro de $1 500 dentro de cinco años, la relación de la tasa de rendimiento con el factor VP y la ecuación (7-1) es

$$1\,000 = 500(P/F,i^*,3) + 1\,500(P/F,i^*,5) \tag{7.3}$$

Debe calcularse el valor de i^* para que la igualdad esté correcta (véase la figura 7-2). Si se trasladan los $1 000 al lado derecho de la ecuación (7.3), se tiene la forma 0 = VP.

$$0 = -1\,000 + 500(P/F,i^*,3) + 1\,500(P/F,i^*,5)$$

Se resuelve la ecuación para i^* y se obtiene $i^* = 16.9\%$ a mano, mediante ensayo y error o con las funciones de una hoja de cálculo. La tasa de rendimiento siempre será mayor que cero si la cantidad total de los ingresos es mayor que la cantidad total de los desembolsos, cuando se considera el valor del dinero en el tiempo. Con $i^* = 16.9\%$ se elabora una gráfica similar a la figura 7-1. Se mostrará que los saldos no recuperados cada año, a partir de $ −1 000 en el año 1, se recuperan exactamente por los ingresos de $500 y $1 500 en los años 3 y 5.

Debe quedar claro ahora que las relaciones de la tasa de rendimiento son tan sólo una reordenación de una ecuación de valor presente. Es decir, si se supiera que la tasa de interés anterior era de 16.9% y con ella se determinara el valor presente de $500 dentro de tres años y de $1 500 dentro de cinco años, la relación VP sería:

$$\text{VP} = 500(P/F,16.9\%,3) + 1\,500(P/F,16.9\%,5) = \$1\,000$$

Esto ilustra que las ecuaciones del valor presente y de la tasa de rendimiento se plantean exactamente de la misma forma. Las únicas diferencias son lo que está dado y lo que se busca.

Hay varias formas para determinar i^* una vez establecida la relación VP: la solución manual con el método de ensayo y error, con una calculadora programable, y la solución con hoja de cálculo. La computadora es más rápida, aunque la primera ayuda a entender el funcionamiento de los cálculos de la TR. Aquí y en el ejemplo 7.2 se resumen dos métodos. Consulte el apéndice D para ver el análisis de la solución con calculadora.

i** con ensayo y error El procedimiento general con una ecuación basada en VP es el siguiente:

1. Se traza un diagrama de flujo de efectivo.
2. Se formula la ecuación de la tasa de rendimiento en la forma de la ecuación (7.1).
3. Se seleccionan valores de i mediante ensayo y error hasta equilibrar la ecuación.

Al determinar i^* con el método de ensayo y error es conveniente en el paso 3 acercarse mucho a la respuesta correcta en el primer ensayo. Si se combinan los flujos de efectivo de manera que el ingreso y los desembolsos puedan representarse por *un solo factor* como P/F o P/A, es posible buscar la tasa de inte-

rés (en las tablas) correspondiente al valor de ese factor para n años. El problema entonces es combinar los flujos de efectivo en el formato de uno solo de los factores, lo cual se realiza con el siguiente procedimiento:

1. Convierta todos los *desembolsos* en cantidades ya sea únicas (P o F) o cantidades uniformes (A) sin considerar el valor del dinero en el tiempo. Por ejemplo, si se desea convertir un valor A en un valor F, tan sólo multiplique por A el número de años n. El esquema elegido para el movimiento de los flujos de efectivo debe ser el que reduzca el error causado por ignorar el valor del dinero en el tiempo. Es decir, si la mayoría de los flujos de efectivo son una A y una pequeña cantidad es una F, la F se debe convertir en una A en lugar de hacerlo al revés.
2. Convierta todos los *ingresos* en valores únicos o uniformes.
3. Tras combinar los desembolsos y los ingresos de manera que se aplique el formato P/F, P/A o A/F, utilice las tablas de interés para encontrar la tasa de interés aproximada a la cual se satisface el valor P/F, P/A o A/F. La tasa obtenida es una buena cifra aproximada para el primer ensayo.

Es importante reconocer que la tasa de rendimiento obtenida en esta forma es sólo una *estimación* de la tasa de rendimiento real, pues ignora el valor del dinero en el tiempo. El procedimiento se ilustra en el ejemplo 7.2.

i* con hoja de cálculo El camino más rápido para determinar un valor de i^* cuando existe una serie de flujos de efectivo iguales (serie A) es aplicar la función TASA. Se trata de una útil función de una celda, donde es aceptable tener un valor P separado en el año 0 y un valor F separado en el año n. El formato es

$$\textbf{= TASA}\textit{(n,A,P,F)} \qquad \textbf{(7.4)}$$

Cuando los flujos de efectivo varían de un año a otro (de un periodo a otro), la mejor forma de encontrar i^* es ingresar los flujos de efectivo netos en celdas contiguas (incluyendo cualesquiera cantidades \$0) y aplicar la función TIR en cualquier celda. El formato es

$$\textbf{= TIR(primera_celda:última_celda,estimación)} \qquad \textbf{(7.5)}$$

donde "estimación" es el valor i en que la computadora inicia la búsqueda de i^*.

El procedimiento con base en VP para el análisis de sensibilidad y una estimación gráfica del valor i^* es el siguiente:

1. Elabore un diagrama de flujo de efectivo.
2. Formule la relación TR en la forma de la ecuación (7.1), VP = 0.
3. Ingrese en la hoja de cálculo los valores del flujo de efectivo en celdas contiguas.
4. Introduzca la función TIR para desplegar i^*.
5. Elabore una gráfica de VP con la función VPN (VP contra valores de i). De este modo se aprecia gráficamente el valor de i^* para el cual VP = 0.

EJEMPLO 7.2

Las técnicas de manufactura de eficiencia ambiental junto con el registro de la corriente del valor generan grandes diferencias financieras para los años futuros, y destacan en gran medida los factores ambientales. Los ingenieros de Monarch Paints recomendaron a la dirección invertir \$200 000 ahora en nuevos métodos para reducir el desperdicio de agua, materiales de empaque y otros desechos sólidos en su planta de manufactura de pintura para el consumidor. Los ahorros estimados son de \$15 000 por cada uno de los 10 años siguientes, más un ahorro adicional de \$300 000 al final de los 10 años en costos de modernización de la planta y equipos. Encuentre la tasa de rendimiento a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

Use el procedimiento de ensayo y error con base en una ecuación VP.

1. La figura 7-3 muestra el diagrama de flujo de efectivo.
2. Utilice el formato de la ecuación (7.1) para la ecuación de TR.

$$0 = -200\,000 + 15\,000(P/A,i^*,10) + 300\,000(P/F,i^*,10) \qquad (7.6)$$

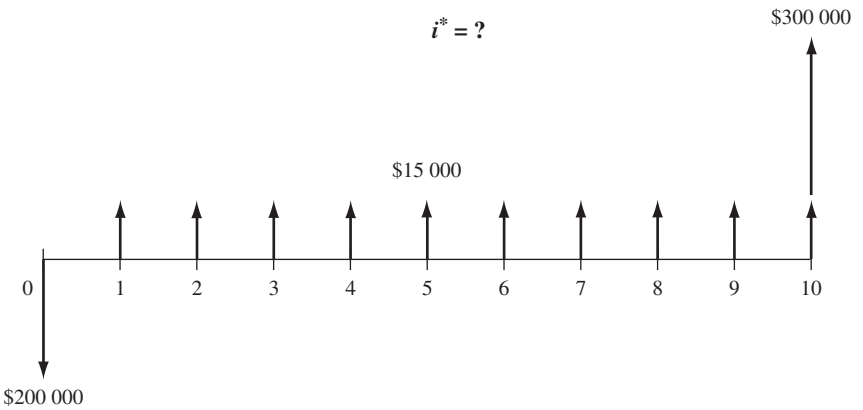


Figura 7-3
Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 7.2.

3. Con el procedimiento de estimación, determine la i para el primer ensayo. Todo el ingreso se considerará como una sola F en el año de manera que pueda utilizarse el factor P/F. Se eligió el factor P/F porque la mayoría del flujo de efectivo ($300 000) ya se ajusta a este factor y se reducen los errores creados por ignorar el valor del dinero restante en el tiempo. Sólo para la primera estimación de i, defina $P = \$200\,000$, $n = 10$ y $F = 10(15\,000) + 300\,000 = \$450\,000$. Ahora se establece que

$$200\,000 = 450\,000(P/F,i,10)$$
$$(P/F,i,10) = 0.444$$

La i aproximada está entre 8% y 9%. Utilice 9% como primer ensayo, pues esta tasa aproximada para el factor P/F es menor que el valor verdadero cuando se considera el valor del dinero en el tiempo.

$$0 = -200\,000 + 15\,000(P/A,9\%,10) + 300\,000(P/F,9\%,10)$$
$$0 < \$22\,986$$

El resultado es positivo, lo cual indica que el rendimiento es mayor que 9%. Ensaye con $i = 11\%$.

$$0 = -200\,000 + 15\,000(P/A,11\%,10) + 300\,000(P/F,11\%,10)$$
$$0 > \$ -6002$$

Como la tasa de interés de 11% es muy alta, interpole linealmente entre 9 y 11%.

$$i^* = 9.00 + \frac{22\,986 - 0}{22\,986 - (-6002)}(2.0)$$
$$= 9.00 + 1.58 = 10.58\%$$

Solución con hoja de cálculo

El modo más rápido de encontrar el valor de i^* es con la función TASA, ecuación (7.4). La entrada =TASA(10, 15 000,−200 000,300 000) despliega $i^* = 10.55\%$ por año. Es igualmente correcto emplear la función TIR. La figura 7-4, columna B, muestra los flujos de efectivo y la función TIR(B2:B12) para obtener i^*.

Para hacer el análisis completo con una hoja de cálculo use el procedimiento descrito antes.

1. La figura 7-3 muestra los flujos de efectivo.
2. La ecuación (7-6) es la de la TR.
3. La figura 7-4 muestra en la columna B los flujos netos de efectivo.
4. La función TIR en la celda B14 produce el valor de $i^* = 10.55\%$.
5. Para observar gráficamente que $i^* = 10.55\%$, la columna D muestra la gráfica del VP con diferentes valores de i. Se emplea repetidas veces la función VPN para calcular el VP de la gráfica tipo xy.

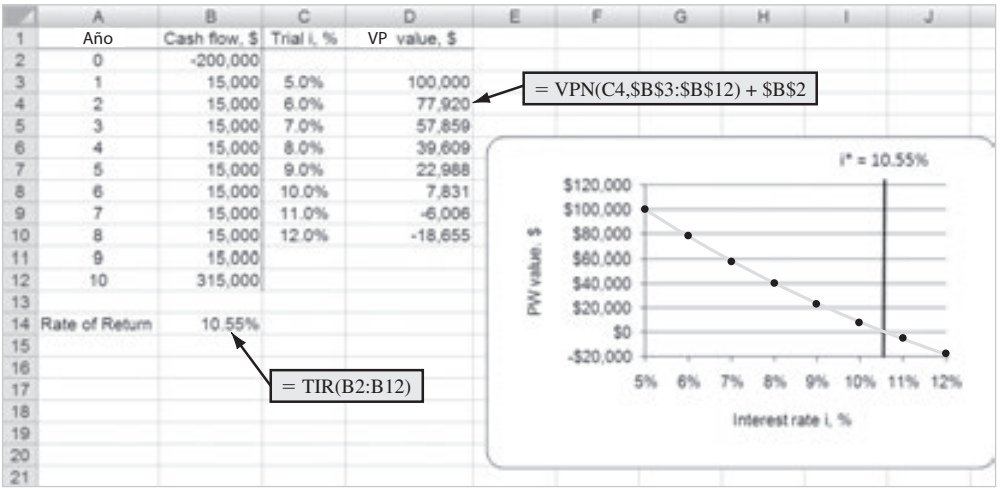


Figura 7-4
Hoja de cálculo para determinar i^* y elaborar una gráfica del VP, ejemplo 7.2.

De la misma manera que i^* se calcula con una ecuación VP, también puede determinarse de manera equivalente con una relación VA. Este método se prefiere cuando hay flujos de efectivo anuales uniformes. La solución a mano es la misma que la del procedimiento para una relación con base en VP, excepto que se utiliza la ecuación (7.2). En el ejemplo 7.2 se determina $i^* = 10.55\%$ con la ecuación del VA.

$$0 = -200\,000(A/P,i^*,10) + 15\,000 + 300\,000(A/F,i^*,10)$$

El procedimiento para la solución con hoja de cálculo es exactamente el mismo que el bosquejado líneas antes con la función TIR. La función TIR calcula internamente la función VPN para diferentes valores de i hasta que se obtiene VPN $= 0$. (No existe forma equivalente para utilizar la función PAGO, pues ésta requiere un valor fijo de i para calcular un valor A.)

7.3 Consideraciones especiales cuando se usa el método TR ●●●

El método de tasa de rendimiento por lo general se utiliza en contextos de ingeniería y negocios para evaluar un proyecto, como se analiza en este capítulo, y para seleccionar una opción entre dos o más, como se explica en el siguiente. Como ya se dijo, el análisis con la TR se lleva a cabo con base en un criterio diferente del que emplean el VP y el VA. Los flujos de efectivo en sí mismos determinan la tasa (interna) de rendimiento. Como resultado, se deben hacer algunas suposiciones y consideraciones especiales al calcular i^* con el análisis de la TR y se interprete su significado en situaciones reales. A continuación se presenta un resumen al respecto.

- ***Múltiples valores de i*.*** Según la secuencia del flujo de efectivo neto de desembolsos e ingresos, puede existir más de una raíz real para la ecuación TR, lo cual resulta en *más de un valor* i^*. Tal posibilidad se examina en la sección 7.4.
- ***Reinversión con la tasa i*.*** Los métodos VP y VA suponen que toda inversión positiva neta (es decir, flujos de efectivo positivos netos una vez considerado el valor del dinero en el tiempo) se reinvierte con la TMAR. Pero el método TR supone una reinversión con la tasa i^*. Cuando i^* no está cerca de la TMAR (por ejemplo, cuando i^* es sustancialmente mayor que la TMAR), se trata de una suposición irreal. En tales casos, el valor i^* no es una buena base para tomar decisiones. Esta situación se analiza en la sección 7.5.
- ***Procedimiento especial para evaluar múltiples alternativas.*** Utilizar correctamente el método TR para elegir entre dos o más alternativas mutuamente excluyentes requiere un procedimiento de *análisis incremental* significativamente diferente del que se usó en VP y VA. En el capítulo 8 se explica tal procedimiento.

Desde el punto de vista de un estudio de ingeniería económica, **en lugar del método de la TR debe usarse el del VA o del VP con la TMAR establecida**. Sin embargo, el método TR es muy atractivo por-

que los valores de la tasa de rendimiento se citan con mucha frecuencia; además, es fácil comparar el rendimiento de un proyecto propuesto con el de un proyecto en marcha.

Cuando es importante conocer el valor exacto de *i, un buen enfoque es determinar VP o VA con la TMAR, y luego determinar la *i** específica de la opción elegida.**

Como ilustración, si un proyecto se evalúa con una TMAR = 15% y tiene VP < 0, no hay necesidad de calcular *i**, pues *i** < 15%. No obstante, si VP es positivo pero cercano a 0, se debe calcular la *i** exacta y reportarla junto con la conclusión de que el proyecto se justifica financieramente.

7.4 Valores múltiples de la tasa de rendimiento ●●●

En la sección 7.2 se determinó una tasa de rendimiento *i** única. En las series de flujo de efectivo presentadas hasta ahora, los signos algebraicos en los *flujos de efectivo netos* sólo cambian una vez, por lo general de negativos en el año 0 a positivos en algún momento de la serie, lo cual se conoce como *serie de flujo efectivo convencional* (o *simple*). Sin embargo, en muchas series, los flujos de efectivo netos cambian entre positivo y negativo de un año al siguiente, de manera que existe más de un cambio de signo. A tal serie se le llama *no convencional* (*no simple*). Como se muestra en los ejemplos de la tabla 7-3, cada serie de signos positivos o negativos puede tener una longitud de uno o más. Los cambios relativamente grandes en monto y signo del flujo neto de efectivo (FNE) ocurren en proyectos que requieren gastos elevados al final de su vida esperada. Las plantas nucleares, minas a cielo abierto, pozos petroleros, refinerías y otros proyectos semejantes con frecuencia requieren una restauración ambiental, eliminación de desechos y otros costos elevados por la terminación de las operaciones. Su diagrama de flujo de efectivo es similar al de la figura 7-5*a*). Las plantas y sistemas con costos significativos de readecuación o inversiones adicionales en años futuros llegan a tener variaciones considerables en el signo de sus flujos de efectivo en diferentes años, como se ilustra en el patrón de la figura 7-5*b*).

TABLA 7-3 Ejemplos de flujo de efectivo neto convencional y no convencional para un proyecto de seis años

Tipo de serie	Signo del flujo neto de efectivo para cada año							Número de cambios de signo
	0	1	2	3	4	5	6	
Convencional	−	+	+	+	+	+	+	1
Convencional	−	−	−	+	+	+	+	1
Convencional	+	+	+	+	+	−	−	1
No convencional	−	+	+	+	−	−	−	2
No convencional	+	+	−	−	−	+	+	2
No convencional	−	+	−	−	+	+	+	3

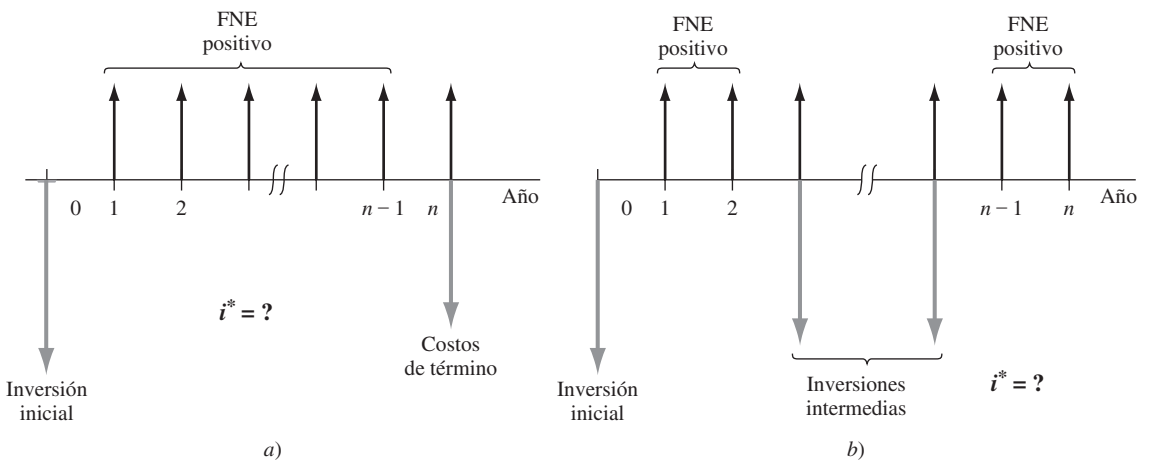


Figura 7-5
Diagramas comunes de flujos de efectivo con *a*) grandes costos de restauración o remediación y *b*) costos de modernización o readecuación.

Cuando hay más de un cambio del signo en el flujo de efectivo neto es posible que haya valores múltiples de i^* en el rango de -100% a más infinito. Existen dos pruebas que se realizan en secuencia con las series no convencionales a fin de determinar si existen sólo uno o múltiples valores de i^* que sean números reales.

Prueba 1: Regla de los signos (de Descartes), la cual establece que el número total de raíces reales siempre es menor o igual al número de cambios de signos en la serie.

Dicha regla se deriva de que la relación definida por las ecuaciones (7.1) o (7.2) para encontrar i^* es un polinomio de grado n. (Es posible que haya raíces imaginarias o infinitas que también satisfagan la ecuación.)

Prueba 2: Signo del flujo de efectivo acumulado, también conocida como *criterio de Norstrom,* establece que sólo un cambio de signo en una serie de flujos de efectivo acumulados que *comienza negativamente* indica que hay **una raíz positiva** en la relación polinomial.

No se consideran los valores de cero en la serie cuando se aplica el criterio de Norstrom. Ésta es una prueba más definitiva que determina si existe un valor, en número real, positivo de i^*. Puede haber raíces negativas que satisfagan la ecuación de la TR, pero no son valores útiles de i^*. Para efectuar esta prueba, determine la serie

$$S_t = \text{flujos de efectivo acumulados hasta el periodo } t$$

Observe el signo de S_0 y cuente los cambios de signo en la serie $S_0, S_1, \ldots, S_n$. Sólo si $S_0 < 0$ y el signo cambia una vez en la serie, existe un único número real positivo i^*.

Con los resultados de estas dos pruebas, la relación TR se resuelve para un valor único i^* o para múltiples valores de i^*, mediante ensayo y error a mano o con la función TIR de la hoja de cálculo que incorpora la opción "estimación". Se recomienda elaborar la gráfica del VP, en especial cuando se utilice una hoja de cálculo. Los ejemplos 7.3 y 7.4 ilustran las pruebas y la solución para i^*.

EJEMPLO 7.3

Sept-Îles Aluminum Company opera una mina de bauxita para abastecer su planta de recubrimiento de aluminio localizada a 2 km del tajo a cielo abierto. Se propone explotar una nueva veta que produciría 10% adicional de la bauxita disponible actualmente durante los próximos 10 años. El arrendamiento del terreno costaría $400 000 de inmediato. El contrato establece la restauración de la tierra y su desarrollo como parte de un área estatal para la vida salvaje al final de los 10 años. Se espera que esto cueste $300 000. Se estima que el incremento de la capacidad de producción genere $75 000 netos adicionales por año para la empresa. Efectúe un análisis de la TR que dé la información siguiente:

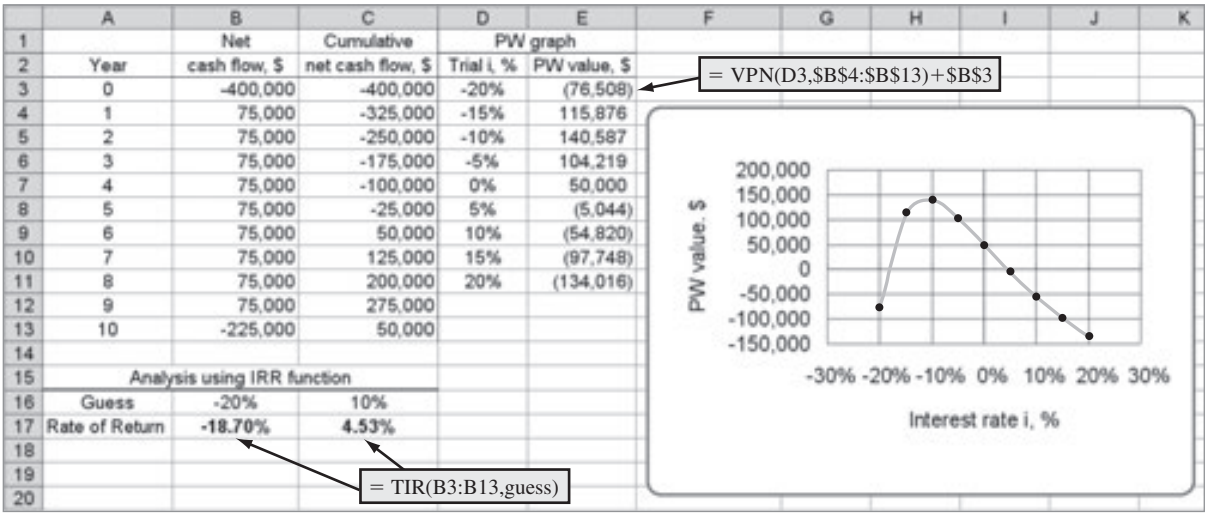
a) Tipo de serie de flujo de efectivo y posible número de valores de TR.
b) Gráfica del VP que muestre todos los valores de i^*.
c) Valores reales de i^* calculados con la ecuación de la TR y una función de hoja de cálculo.
d) Conclusiones que puedan extraerse acerca de la tasa de rendimiento correcta para este análisis.

Solución

a) Los flujos netos son como los de la figura 7-5*a*) con una inversión inicial de $-400 000, flujo neto de efectivo anual (FNE) de $75 000 para los años 1 a 10, y un costo de retiro de $-300 000 en el año 10. La figura 7-6 muestra los detalles de la serie de FNE (columna B) y el FNE acumulado (columna C) para su uso en las dos pruebas respecto de valores de i^* único y múltiples. Con base en los cambios de signo que presenta, la **serie es no convencional.**

Prueba 1: Hay dos cambios de signo en la serie de FNE, lo que indica un **máximo posible de dos raíces** para la ecuación del polinomio o valores de i^* en la ecuación de la TR.

Prueba 2: Hay un cambio de signo en la serie del FNE, lo que indica una sola raíz positiva, es decir, **un solo valor positivo de i^***.



	A	B	C	D	E
1		Net	Cumulative	PW graph	
2	Year	cash flow, $	net cash flow, $	Trial i, %	PW value, $
3	0	-400,000	-400,000	-20%	(76,508)
4	1	75,000	-325,000	-15%	115,876
5	2	75,000	-250,000	-10%	140,587
6	3	75,000	-175,000	-5%	104,219
7	4	75,000	-100,000	0%	50,000
8	5	75,000	-25,000	5%	(5,044)
9	6	75,000	50,000	10%	(54,820)
10	7	75,000	125,000	15%	(97,748)
11	8	75,000	200,000	20%	(134,016)
12	9	75,000	275,000		
13	10	-225,000	50,000		
14					
15	Analysis using IRR function				
16	Guess	-20%	10%		
17	Rate of Return	**-18.70%**	**4.53%**		
18					
19					
20					

Figura 7-6
Determinación con una hoja de cálculo de valores múltiples de i^* y gráfica del VP, ejemplo 7.3.

b) Las columnas D y E de la hoja de cálculo que aparece en la figura 7-6 usan valores de i de -20% a $+20\%$ anual, con objeto de graficar la curva VP *versus* i por medio de la función VPN. Hay dos lugares en que la curva en forma de parábola cruza el eje horizontal donde VP $= 0$; se encuentran aproximadamente en $i_1^* = -18\%$ y en $i_2^* = 5\%$.

c) La ecuación de la TR con base en cálculos del VP es

$$0 = -400\,000 + 75\,000(P/A,i^*\%,10) - 300\,000(P/F,i^*\%,10) \tag{7.7}$$

Valores de i obtenidos a mano* Si se elige obtener la solución con lápiz y papel se usa el mismo procedimiento del ejemplo 7.2. Sin embargo, la técnica de estimar el valor inicial de i en este caso no funcionará tan bien porque la mayoría de flujos de efectivo no se ajustan al factor P/F ni a F/P. En efecto, con el factor P/F el valor inicial i resulta de 1.25%. La solución de la ecuación (7.7) por ensayo y error con distintos valores de i se aproximará a la respuesta correcta de alrededor de 4.5% anual. Esto cumple con la prueba para un valor positivo de i^*.

Cálculo de i con una hoja de cálculo* Se usa la función = TIR(B3:B13,estimación) para determinar el valor de i^* en la serie de FNE en la columna B, en la figura 7-6. Al introducir diferentes valores en el campo de la "estimación" se forzará a la función a encontrar valores múltiples de i^*, si existen. Como se aprecia en la fila 17, se identifican dos valores.

$$i_1^* = -18.70\% \qquad i_2^* = +4.53\%$$

Este resultado no entra en conflicto con los resultados de la prueba, pues hay un valor positivo, pero también uno negativo satisface la ecuación de la TR.

d) Se acepta el valor positivo de $i^* = 4.53\%$ como el correcto para la tasa interna de rendimiento (TIR) de este proyecto. El valor negativo no es útil en las conclusiones económicas sobre el proyecto.

EJEMPLO 7.4

El grupo de ingeniería de diseño y prueba de Honda Motor Corp., realiza trabajos bajo contrato para fabricantes de automóviles a lo largo del mundo. Durante los últimos tres años, los flujos de efectivo neto por pagos de contrato han variado ampliamente, como se muestra a continuación, sobre todo por la incapacidad de un gran fabricante para pagar las tarifas de los contratos.

Año	0	1	2	3
Flujo de efectivo ($1 000)	+2 000	−500	−8 100	+6 800

a) Determine el número máximo de valores de i^* que satisfagan la relación TR.
b) Escriba la ecuación del VP y aproxime el (los) valor(es) de i^* con la gráfica del VP contra i.
c) ¿Qué significan los valores de i^*?

Solución

a) La tabla 7-4 muestra los flujos de efectivo anuales y acumulados. Como hay dos cambios de signo en la secuencia del flujo de efectivo, la regla de los signos indica un máximo de dos valores reales de i^*. La secuencia del flujo de efectivo acumulado empieza con un número positivo $S_0 = +2\,000$, lo cual indica que la prueba 2 no es concluyente. Se pueden encontrar hasta dos valores de i^*.

TABLA 7-4 Secuencias del flujo de efectivo y flujo de efectivo acumulado, ejemplo 7.4

Año	Flujo de efectivo ($ 1 000)	Número de secuencia	Flujo de efectivo acumulado ($ 1 000)
0	+2 000	S_0	+2 000
1	−500	S_1	+1 500
2	−8 100	S_2	−6 600
3	+6 800	S_3	+200

b) La relación VP es:

$$\text{VP} = 2\,000 - 500(P/F,i,1) - 8\,100(P/F,i,2) + 6\,800(P/F,i,3)$$

A continuación se muestran los valores VP y se grafican en la figura 7-7 para diversos valores de i. Se obtiene la característica forma parabólica de un polinomio de segundo grado que cruza el eje horizontal, i, en $i_1^* = 8\%$ e $i_2^* = 41\%$.

$i\%$	5	10	20	30	40	50
VP ($1 000)	+51.44	−39.55	−106.13	−82.01	−11.83	+81.85

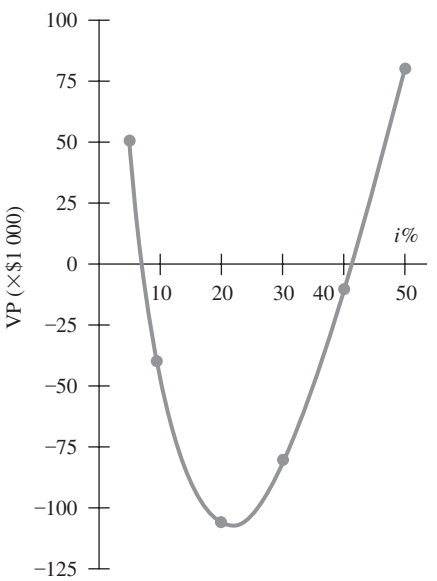
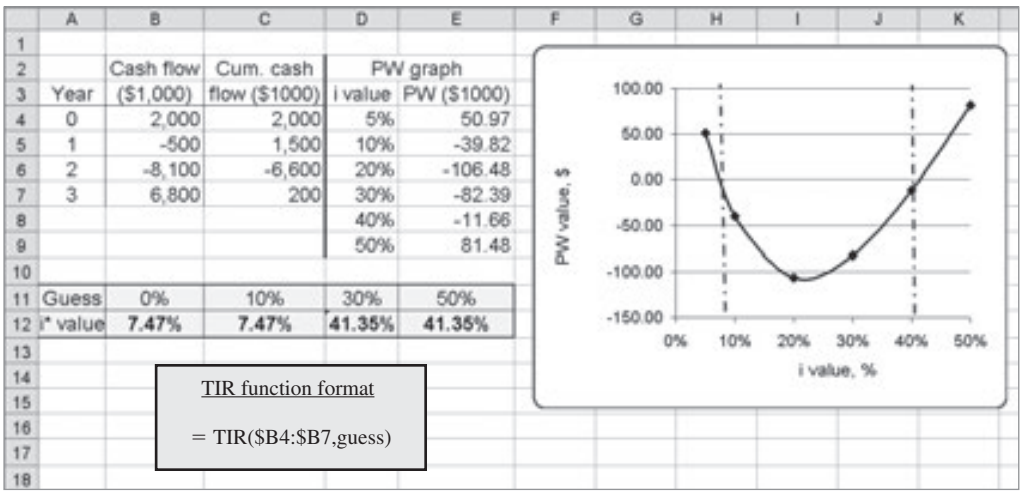


Figura 7-7
Valor presente de los flujos de efectivo con diversas tasas de interés, ejemplo 7.4.

La figura 7-8 presenta la gráfica del VP obtenida en una hoja de cálculo, en la que la curva cruza el eje horizontal dos veces en VP = 0. Asimismo, se muestra la solución para **dos valores positivos de *i**** con la función TIR y diferentes estimaciones. Dichos valores son

$$i_1^* = 7.47\% \qquad i_2^* = 41.35\%$$

c) Como ambos valores de i^* son positivos, no resultan de mucha ayuda, pues ninguno puede considerarse la verdadera TR de la serie de flujo de efectivo. Este resultado indica que se necesita más información para



Year	Cash flow ($1,000)	Cum. cash flow ($1000)	PW graph i value	PW graph PW ($1000)
0	2,000	2,000	5%	50.97
1	-500	1,500	10%	-39.82
2	-8,100	-6,600	20%	-106.48
3	6,800	200	30%	-82.39
			40%	-11.66
			50%	81.48

Guess	0%	10%	30%	50%
i* value	7.47%	7.47%	41.35%	41.35%

TIR function format

= TIR($B4:$B7,guess)

Figura 7-8
Solución con hoja de cálculo, ejemplo 7.4.

calcular la TR del proyecto, es decir, información acerca del rendimiento anticipado sobre los fondos invertidos de manera externa al proyecto y al costo de capital para obtener dinero en préstamo a fin de continuar el proyecto. Este problema es un buen ejemplo de cuándo debe utilizarse el enfoque descrito en la sección siguiente.

Si no se utiliza la opción de estimación en la función TIR, el punto de inicio es 10% anual. La función encontrará el valor TR más cercano a 10% que satisfaga la ecuación del VP. La introducción de varias estimaciones del valor permite que la función TIR encuentre valores múltiples de i^* en el rango de -100% a ∞, si existen. Con frecuencia, los valores son increíbles o inaceptables, y por ello se rechazan. A continuación se presentan algunos lineamientos. Suponga que hay dos valores de i^* para una serie particular de flujo de efectivo.

Si los resultados son	Qué hacer
Ambas $i^* < 0$	Descartar ambos valores.
Ambas $i^* > 0$	Descartar ambos valores.
Una $i^* > 0$; una $i^* < 0$	Usar la $i^* > 0$ como TR

Si se descartan ambos valores de i^*, proceda como se indica en la sección siguiente a fin de determinar una tasa de rendimiento para el proyecto. Sin embargo, recuerde la recomendación principal.

> Siempre determine primero el VP o el VA con la TMAR para una medición confiable de la justificación. Si el VP o el VA es mayor que cero y se necesita la TR, entonces calcule la i^* de los flujos de efectivo del proyecto.

Esta recomendación no pretende disuadir al lector de emplear el método de la TR, sino que constituye una llamada de atención acerca de que la técnica de la TR debe reservarse para las ocasiones en que el cálculo de un valor de i^* sea esencial para tomar decisiones.

7.5 Técnicas para eliminar tasas de rendimiento múltiples ●●●

Las técnicas desarrolladas aquí se utilizan en las condiciones siguientes:

- El VP o el VA se calcula con la TMAR y puede usarse para tomar la decisión, pero se requiere información acerca de la TR para finalizar la decisión económica, y
- Las dos pruebas del cambio de signo del flujo de efectivo (reglas de Descartes y Norstrom) indican que son posibles raíces múltiples, y

- Cuando se grafican el VP y la función TIR, se obtiene más de un valor de i^* que es positivo, o todos son negativos, y
- La dirección o los ingenieros de la empresa necesitan un valor confiable de la tasa de rendimiento con objeto de tomar una decisión económica clara.

Presentaremos dos formas de eliminar valores múltiples de i^*. El enfoque seleccionado depende de las estimaciones más confiables para evaluar el proyecto. Es importante recordar lo siguiente.

El resultado del análisis para obtener un solo valor de TR cuando existen varios valores de i^* que no son útiles **no determina la tasa interna de rendimiento (TIR)** de una serie de flujo de efectivo no convencional. La tasa resultante es función de información adicional que se provee para que la técnica seleccionada funcione, por lo que la exactitud depende de la confiabilidad de dicha información.

Nos referiremos al valor resultante como **tasa externa de rendimiento (TER)** para recordar que es diferente de la TIR obtenida en las secciones anteriores. En primer lugar es necesario identificar el **punto de vista sobre los flujos de efectivo anuales** de un proyecto. Considere lo siguiente: Usted es el gerente del proyecto y éste genera flujos de efectivo cada año. En algunos años produce flujos netos positivos y usted quiere invertir el dinero excedente con una buena tasa de rendimiento. Llamaremos a ésta **tasa de inversión i_i**; puede llamarse también *tasa de reinversión*. En otros años, el flujo neto es negativo y usted debe obtener fondos en préstamo de algún lado para continuar. La tasa de interés que pague debe ser lo más baja posible; la llamaremos **tasa de préstamo i_b**, también conocida como *tasa de financiamiento*. Debe considerar cada año el valor del dinero en el tiempo, el cual debe utilizar ya sea la tasa de inversión o la tasa de préstamo, según el signo del flujo neto del año anterior. Con este panorama ahora es posible describir dos enfoques para rectificar la situación de i^* múltiples. El valor de TR que resulte con cada método no será el mismo, pues se necesita más información un poco diferente y los flujos de efectivo reciben un tratamiento un poco distinto del punto de vista del valor del dinero en el tiempo.

Enfoque de la TR modificada (TRM) Éste es el enfoque más fácil de aplicar, y existe una función de hoja de cálculo que calcula rápidamente el valor único de la TER. Sin embargo, las tasas de inversión y préstamo deben haberse estimado en forma confiable, pues los resultados son muy sensibles a ellas. El resultado se identificará con el símbolo i'.

Enfoque del rendimiento sobre el capital invertido (RSCI) Aunque exige más rigor matemático, esta técnica proporciona una estimación más confiable de la TER y sólo requiere la tasa de inversión i_i. Usaremos el símbolo i'' para identificar el resultado.

Antes de describir las técnicas es recomendable revisar el material de la sección 7.1, inclusive el ejemplo 7.1. Aunque el valor que se determine aquí para i' o i'' no es la TR definida antes en este capítulo, se emplean los mismos conceptos que hacen que el saldo del flujo de efectivo final sea igual a cero.

Enfoque de la TR modificada

Esta técnica requiere estimar dos tasas externas para los flujos netos de efectivo del proyecto.

- **La tasa de inversión i_i** es aquella con que se invierten los fondos excedentes en alguna fuente externa al proyecto. Esta se aplica a todos los FNE anuales positivos. Es razonable usar la TMAR como el valor de esta tasa.
- **La tasa de préstamo i_b** es aquella con la que se obtienen prestados de alguna fuente externa los fondos requeridos por el proyecto. Esto se aplica a todos los FNE anuales negativos. Para esta tasa se utiliza el costo promedio ponderado del capital (CPPC).

Es posible hacer que todas las tasas sean una sola, es decir, que $i_i = i_b$ = TMAR = CPPC. Sin embargo, no es buena idea, porque implicaría que la compañía está dispuesta a obtener dinero prestado y a invertir en proyectos con la misma tasa. Esto impediría un margen de utilidad con el tiempo, por lo que la empresa no sobreviviría mucho tiempo con esta estrategia. Es común que la TMAR > CPPC, por lo que generalmente $i_i > i_b$. (Véase la sección 1.9 para un repaso rápido de la TMAR y el CPPC, y el capítulo 10 para un estudio detallado del CPPC.)

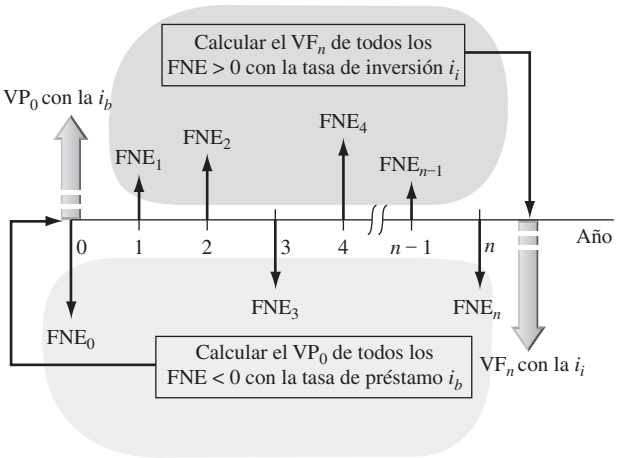


Figura 7-9
Diagrama normal de flujo de efectivo para determinar la tasa de rendimiento modificada, i'.

La figura 7-9 es un diagrama de referencia con múltiples valores de i^* porque los flujos netos de efectivo cambian de signo varias veces. El método de la TR modificada determina, como se muestra a continuación, una sola tasa externa de rendimiento i' y evalúa la factibilidad económica del proyecto.

1. Determine el monto del VP en el año 0 de *todos los FNE negativos con la tasa de préstamo* i_b (área un poco sombreada y el VP_0 resultante en la figura 7-9).
2. Calcule el monto del VF en el año n de *todos los FNE positivos con la tasa de inversión* i_i (área con sombra más oscura y el VF_n resultante en la figura 7-9).
3. Obtenga la tasa de rendimiento modificada i' con la que los *montos del VP y del VF son equivalentes* durante los n años con la siguiente ecuación, en que habrá de determinarse el valor de i'.

$$\mathbf{VF}_n = \mathbf{VP}_0\,(F/P,i'\%,n) \qquad \textbf{(7.8)}$$

Si se calcula con una hoja de cálculo en lugar de lápiz y papel, la función TIRM arroja el valor de i' directamente con el formato

$$\mathbf{= TIRM(primera_celda{:}última_celda,i_b,i_i)} \qquad \textbf{(7.9)}$$

4. El criterio para tomar la decisión económica compara la TER o i' con la TMAR.

   Si $i' >$ TMAR, el proyecto tiene justificación económica.
   Si $i' <$ TMAR, el proyecto no tiene justificación económica.

   Como en otras situaciones, en el raro caso de que $i' =$ TMAR, se es indiferente respecto de la aceptación económica del proyecto; sin embargo, la decisión habitual es aceptarlo.

EJEMPLO 7.5

A continuación se presentan los flujos de efectivo de Honda Motors del ejemplo 7.4. Existen dos valores posibles de i^* que satisfacen la ecuación del VP, 7.47% y 41.35% anual. Con el método de la TR modificada, obtenga el valor de la TER. Los estudios indican que Honda tiene un CPPC de 8.5% anual, y que se rechazan los proyectos con un rendimiento menor de 9%. Debido a la naturaleza de este negocio, se espera que cualquier excedente de los fondos generados obtenga una tasa de 12% anual.

Año	0	1	2	3
Flujo neto de efectivo ($ 1 000)	+2 000	−500	−8 100	+6 800

Solución con hoja de cálculo

De acuerdo con la información del problema, las tasas estimadas son las siguientes:

TMAR:	9% anual
Tasa de inversión, i_i:	12% anual
Tasa de préstamo, i_b:	8.5% anual

La manera más rápida de encontrar el valor de i' es con la función TIRM. La figura 7-10 muestra el resultado de $i' = 9.39\%$ anual. Como $9.39\% >$ TMAR, el proyecto se justifica en cuanto a su economía.

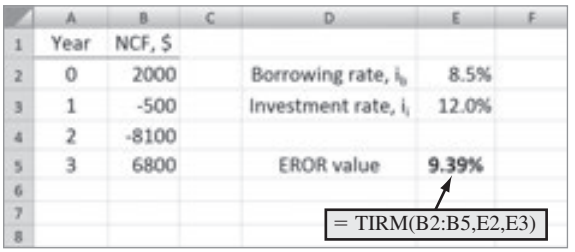


Figura 7-10
Hoja de cálculo con la función TIRM, ejemplo 7.5.

Es vital que la interpretación sea correcta. La cifra de 9.39% no es una tasa interna de rendimiento (TIR), sino la TR externa (TER) basada en las dos tasas externas con que se invierte y se obtiene en préstamo el dinero.

Solución a mano

La figura 7-9 sirve como referencia para el procedimiento de cálculo para encontrar el valor de i'.

Paso 1. Se obtiene el VP_0 de todos los FNE con $i_b = 8.5\%$.

$$\begin{aligned} VP_0 &= -500(P/F,8.5\%,1) - 8\,100(P/F,8.5\%,2) \\ &= \$-7\,342 \end{aligned}$$

Paso 2. Se calcula el VF_3 de todos los FNE positivos con $i_i = 12\%$.

$$\begin{aligned} VF_3 &= 2\,000(F/P,12\%,3) + 6\,800 \\ &= \$9\,610 \end{aligned}$$

Paso 3. Se determina la tasa i' con la que el VP y el VF son equivalentes.

$$VP_0(F/P,i',3) + VF_3 = 0$$
$$-7\,342(1 + i')^3 + 9\,610 = 0$$

$$i' = \left(\frac{9\,610}{7\,342}\right)^{1/3} - 1$$
$$= 0.939 \quad (9.39\%)$$

Paso 4. Como $i' >$ TMAR de 9%, el proyecto se justifica económicamente con este enfoque del TER.

Enfoque del rendimiento sobre el capital invertido

Antes de iniciar este enfoque debe entenderse la definición del RSCI.

El rendimiento sobre el capital invertido (RSCI) es una medida de la eficiencia con que un proyecto utiliza los fondos invertidos en él, es decir, los fondos que permanecen en el interior del proyecto. Para una corporación, el RSCI es una medición de la eficiencia con que emplea los fondos invertidos en sus operaciones, lo que incluye instalaciones, equipo, personal, sistemas, procesos y todos sus demás activos para hacer negocios.

La técnica requiere determinar la tasa de inversión i_i de los fondos excedentes generados en cualquier año en que no se necesitan para el proyecto. La tasa del RSCI, que se denota con el símbolo i'', se calcula con el enfoque llamado **procedimiento de la inversión neta**. Eso implica desarrollar una serie de ecuaciones de valor futuro (F) avanzando un año a la vez. En los años en que el saldo neto de los flujos de efectivo del proyecto sean positivos (genera fondos excedentes), se invierten con la tasa i_i. Por lo general, *se hace que la i_i sea igual a la TMAR*. Cuando el balance neto es negativo se utiliza la tasa de RSCI, pues el proyecto conserva todos sus fondos en su interior. El método del RSCI determina, como se muestra a continuación, una única tasa externa de rendimiento i'' y evalúa la viabilidad económica del proyecto. Hay que recordar que el punto de vista es que usted es el gerente del proyecto y que cuando genera flujos de efectivo excedentes, se invierten por fuera del proyecto con la tasa de inversión i_i.

1. Elabore una serie de ecuaciones de valor futuro al plantear la siguiente relación para cada año t ($t = 1, 2, \ldots, n$ años).

$$F_t = F_{t-1}(1 + k) + \text{FNE}_t \qquad \textbf{(7.10)}$$

Donde F_t = **valor futuro en el año t con base en el año anterior y el valor del dinero en el tiempo correspondiente**

FNE_t = **flujo neto de efectivo en el año t**

$$k = \begin{cases} i_i & \text{si } F_{t-1} > 0 \quad \textbf{(fondos excedentes disponibles)} \\ i'' & \text{si } F_{t-1} < 0 \quad \textbf{(el proyecto usa todos los fondos disponibles)} \end{cases}$$

2. Iguale a cero la ecuación de valor futuro para el último año n, es decir, haga $F_n = 0$, y resuelva para i'' a fin de satisfacer la ecuación. El valor obtenido de i'' es el RSCI de la tasa de inversión especificada i_i.

La serie F_t y la solución para i'' en la ecuación $F_n = 0$ se relacionan en forma matemática. Por fortuna, la herramienta Goal Seek (Buscar objetivo) de una hoja de cálculo ayuda a determinar el valor de i'' porque sólo hay una incógnita en la ecuación para F_n y el valor objetivo es cero. (En el ejemplo 7.6 se ilustra la solución con lápiz y papel y la de hoja de cálculo.)

3. El criterio para tomar la decisión económica es el mismo de antes, es decir,

Si RSCI $\geq$ TMAR, el proyecto tiene justificación económica.
Si RSCI $<$ TMAR, el proyecto no tiene justificación económica.

Es importante recordar que el **RSCI es una tasa externa de rendimiento que depende de la tasa de inversión elegida**. No es lo mismo que la tasa interna de rendimiento estudiada al principio de este capítulo, ni alguna de las tasas múltiples ni la tasa interna de rendimiento modificada (TIRM) encontrada con el método anterior. Se trata de una técnica para hallar una tasa única para el proyecto.

EJEMPLO 7.6

Se usará otra vez el flujo de efectivo del ejemplo 7.4 sobre Honda Motors (se repite en seguida). Con el método del RSCI determine el valor de la TER. La TMAR es de 9% anual, y cualquier excedente de fondos generados por el proyecto ganarán 12% anual.

Año	0	1	2	3
Flujo neto de efectivo ($1 000)	+2 000	−500	−8 100	+6 800

Solución a mano

La solución con lápiz y papel se presenta primero a fin de ilustrar la lógica del método para determinar el RSCI. En el procedimiento para obtener i'', que es el RSCI, se empleará TMAR = 9% anual, con i_i = 12% anual. En la figura 7-11 están los detalles de los flujos de efectivo y se muestra el avance a medida que se desarrolla F_t. Para obtener cada F_t se aplica la ecuación (7.10).

Paso 1. Año 0: $F_0 = \$+2\,000$

Como $F_0 > 0$, hay inversión externa en el año 1 con $i_i = 12\%$.

Año 1: $F_1 = 2\,000(1.12) - 500 = \$+1\,740$

Como $F_1 > 0$, se usa $i_i = 12\%$ para el año 2.

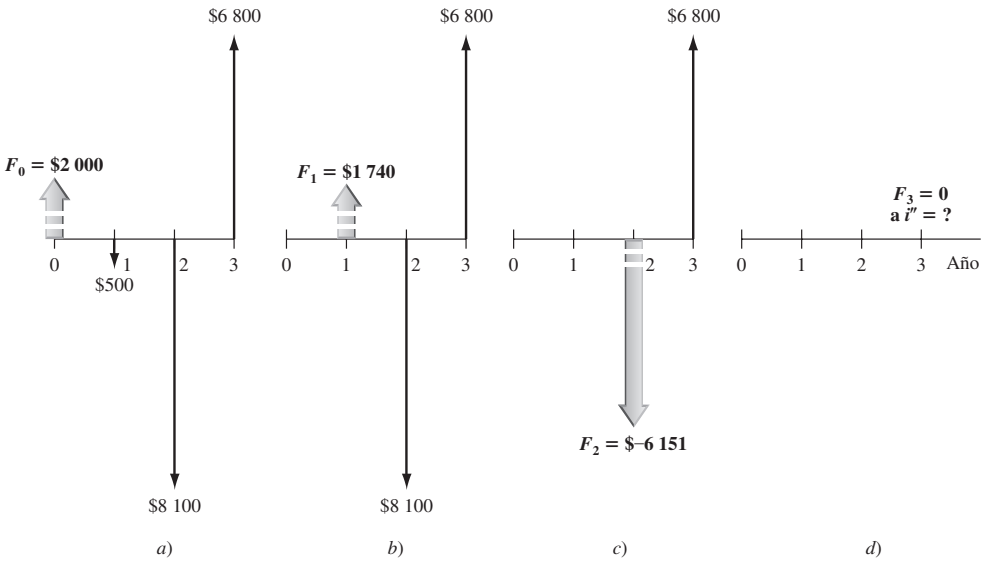


Figura 7-11
Aplicación del método del RSCI con $i_i = 12\%$ anual: *a*) flujo de efectivo original; forma equivalente en *b*) año 1, *c*) año 2 y *d*) año 3.

Año 2: $F_2 = 1\,740(1.12) - 8\,100 = \$-6\,151$

Ahora $F_2 < 0$, se usa i'' para el año 3, de acuerdo con la ecuación (7.10).

Año 3: $F_3 = -6\,151(1 + i'') + 6\,800$

Éste es el último año. Consulte en la figura 7-11 los diagramas del flujo neto de efectivo equivalente.
Vaya al paso 2.

Paso 2. Se resuelve para i'' = RSCI de $F_3 = 0$.

$$-6\,151(1 + i'') + 6\,800 = 0$$
$$i'' = 6\,800/6\,151 - 1$$
$$= 0.1055 \quad (10.55\%)$$

Paso 3. Como RSCI > TMAR = 9%, el proyecto tiene justificación económica.

Solución con hoja de cálculo

La figura 7-12 presenta la solución con una hoja de cálculo. Los valores futuros F_1 a F_3 se determinan por medio de comandos condicionales SI en las filas 3 a 5. En la columna D aparecen las funciones. En cada año se aplica la ecuación (7.10). Si hay fondos excedentes generados por el proyecto, entonces $F_{t-1} > 0$ y se emplea la tasa de inversión i_i (en la celda E7) para calcular F_t. Por ejemplo, como el valor F_1 (en la celda C3) es \$1 740 > 0, el valor del dinero en el tiempo para el año siguiente se calcula con la tasa de inversión de 12% anual, como se obtuvo antes en la solución con lápiz y papel para el año 2.

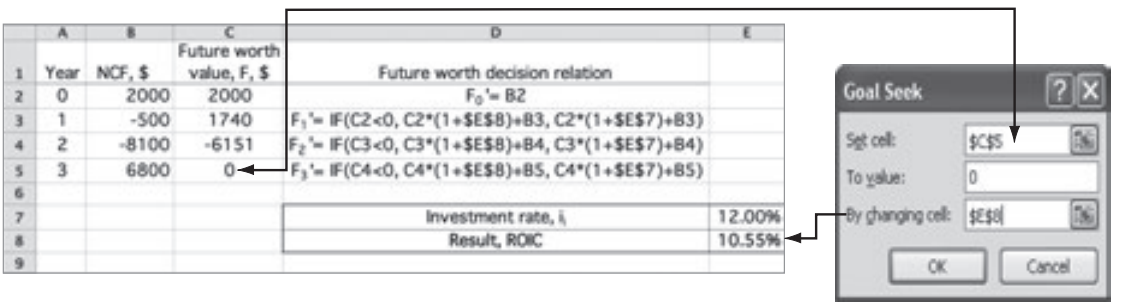


Figura 7-12
Aplicación del método del RSCI en una hoja de cálculo con la herramienta Goal Seek (Buscar objetivo), ejemplo 7.6.

La herramienta Goal Seek(Buscar objetivo) hace F_3 igual a cero al cambiar el valor del RSCI (celda E8). El resultado es $i'' = \text{RSCI} = 10.55\%$ anual. Como antes, $10.55\% > 9\%$, la TMAR, por lo que el proyecto se justifica en lo económico.

Comentario

Observe que la tasa obtenida (10.55%) con el método del RSCI es diferente que la TIRM (9.39%). Asimismo, éstas son distintas de las tasas múltiples determinadas con anterioridad (7.47% y 41.35%). Esto demuestra cuánto dependen los diferentes métodos de la información adicional que se provea cuando hay tasas múltiples i^* de acuerdo con las dos pruebas de los signos.

Ahora que sabemos dos técnicas para eliminar los valores múltiples de i^*, vemos que hay algunas conexiones entre ellos, las estimaciones de la tasa externa y las tasas resultantes (i' e i'') obtenidas con ambos métodos.

Técnica de la TR modificada Cuando tanto la tasa de préstamo i_b como la de inversión i_i son exactamente iguales a alguno de los valores múltiples de i^*, la tasa i' encontrada con la función TIRM o con lápiz y papel será igual al valor de i^*. Es decir, los cuatro parámetros tienen el mismo valor.

$$\text{Si alguna } i^* = i_b = i_i, \qquad \text{entonces } i' = i^*$$

Técnica del RSCI En forma similar, si la tasa de inversión i_i es exactamente igual a alguno de los valores múltiples de i^*, la tasa encontrada con la herramienta Goal Seek (Buscar objetivo) o con lápiz y papel al resolver la ecuación $F_n = 0$ será $i'' = i^*$.

Por último, es muy importante recordar lo siguiente.

Ninguno de los detalles de la técnica de la TR modificada (TIRM) o el rendimiento sobre el capital invertido (RSCI) son necesarios si se aplica el método del VP o del VA con una TMAR específica. El establecimiento de una TMAR significa, en efecto, fijar el valor de i^*. Por tanto, la decisión económica definitiva puede tomarse directamente a partir del valor presente (VP) o del valor anual (VA).

7.6 Tasa de rendimiento de una inversión en bonos ●●●

Un método probado por el tiempo para obtener capital es la emisión de IOU, que es deuda financiera y no patrimonial (véase el capítulo 1). Una forma muy común de IOU es un bono: documento de largo plazo emitido por una corporación o institución gubernamental (quien obtiene el préstamo) para financiar proyectos grandes. El prestatario recibe dinero hoy a cambio de la promesa de pagar el ***valor nominal V*** del bono en una fecha de vencimiento acordada. Por lo general, los bonos se emiten con valores nominales de \$1 000, \$5 000 o \$10 000. El ***dividendo del bono I,*** también llamado *interés del bono*, se paga periódicamente entre el momento en que se presta el dinero y el momento en que se paga el valor nominal. El dividendo del bono se paga c veces por año. Los periodos de pago esperados suelen ser semestrales o trimestrales. La cantidad de intereses se determina con el dividendo establecido o tasa de interés, llamada ***tasa de cupón del bono b***.

$$\mathbf{I = \frac{(\text{valor nominal})(\text{tasa de cupón del bono})}{\text{número de periodos de pago por año}}}$$

$$\mathbf{I = \frac{Vb}{c}} \qquad \mathbf{(7.11)}$$

Hay muchos tipos o clasificaciones de bonos. En la tabla 7-5 se resumen cuatro de ellas de acuerdo con la entidad que los emite, sus características fundamentales y los nombres de ejemplos o propósitos. Por ejemplo, los *títulos del tesoro* se emiten en diferentes montos (de \$1 000 en adelante) con periodos variables hasta la fecha de vencimiento (valores hasta 1 año; bonos de 2 a 10 años). En Estados Unidos, los títulos del tesoro se consideran una compra muy segura porque están respaldados por "toda la confianza y crédito del gobierno estadounidense". La tasa de inversión segura indicada en la figura 1-6 como el nivel más bajo para establecer una TMAR es la tasa de cupón de los valores del tesoro de Estados Unidos. Los fondos obtenidos con la emisión de bonos corporativos se emplean para desarrollar nuevos productos, modernizar instalaciones, entrar en mercados internacionales y otros negocios similares.

TABLA 7-5 Clasificación y características de los bonos

Clasificación	Emitido por	Características	Ejemplos
Bonos del tesoro	Gobierno federal	Respaldado por la confianza y crédito del gobierno federal	Títulos (≤ 1 año) Obligaciones (2 a 10 años) Bonos (10 a 30 años)
Municipal	Gobiernos locales	Exento de impuestos federales Emitido contra los impuestos recaudados	Obligación general Ingresos Cupón cero Compras
Hipotecas	Corporación	Respaldado por activos o garantías específicas Tasa baja/riesgo bajo de la primera hipoteca Embargo, si no se paga	Primera hipoteca Segunda hipoteca Garantía de equipo
Vales	Corporación	Sin respaldo de aval, sino de la reputación de la corporación La tasa del bono puede "flotar" Tasas de interés más altas y mayores riesgos	Convertible Subordinado Bonos chatarra o de alto rendimiento

EJEMPLO 7.7

General Electric acaba de emitir bonos de $10 000 por un total de $10 millones. Cada bono paga dividendos en forma semestral con una tasa de 6% anual. *a*) Determine la cantidad que recibirá el comprador cada seis meses y después de 10 años. *b*) Suponga que un bono se compra en un momento en que se descuenta 2%, a $9 800. ¿Cuáles son los dividendos y el pago final en la fecha de vencimiento?

Solución

a) Con la ecuación (7.11) se calcula el monto del dividendo.

$$I = \frac{10\,000(0.06)}{2} = \$\ 300 \text{ por 6 meses}$$

El valor nominal de $10 000 se salda después de 10 años.

b) Comprar el bono con un descuento sobre el valor nominal no cambia los montos del dividendo o el pago final. Por tanto, se obtienen $300 por seis meses y $10 000 después de 10 años.

La serie de flujo de efectivo de la inversión en un bono es convencional y tiene una i^* única, que se determina con más facilidad si se resuelve la ecuación del VP en la forma de la ecuación (7.1), que es $0 = \text{VP}$.

EJEMPLO 7.8

Allied Materials necesita $3 millones en capital de deuda para materiales compuestos expandidos. Está ofreciendo bonos de baja denominación en un precio de descuento de $800 para un bono de $1 000 a 4% que vence en 20 años, con interés pagadero semestralmente. ¿Qué tasas de interés nominal y efectiva anuales, compuestas semestralmente, pagará Allied Materials a un inversionista?

Solución

El ingreso que un comprador recibirá de la compra de bonos es el interés de bono $I = \$20$ cada seis meses más el valor nominal en 20 años. La ecuación con base en VP para calcular la tasa de rendimiento es

$$0 = -800 + 20(P/A,i^*,40) + 1\,000(P/F,i^*,40)$$

Resuelva con la función TIR o a mano para obtener $i^* = 2.8435\%$ semestralmente. La tasa de interés nominal anual se calcula al multiplicar i^* por 2.

$$i \text{ nominal} = (2.8435)(2) = 5.6870\% \text{ anual, compuesta semestralmente}$$

Con la ecuación (4.5), la tasa anual efectiva es

$$i_a = (1.028435)^2 - 1 = 5.7678\%$$

EJEMPLO 7.9

Gerry es un ingeniero de proyecto que asumió un riesgo financiero al comprar un bono de una corporación que incumplió su pago de intereses. Él pagó $4 240 por un bono de $10 000 a 8% con interés pagadero trimestralmente. El bono no pagó intereses durante los primeros tres años después de que Gerry lo compró. Si el interés se hubiese pagado durante los siguientes siete años y luego Gerry fuese capaz de revender el bono por $11 000, ¿qué tasa de rendimiento habría obtenido sobre la inversión? Suponga que está previsto que el bono venza 18 años después de su compra. Realice los análisis a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

El interés del bono recibido de los años 4 a 10 fue

$$I = \frac{(10\,000)(0.08)}{4} = \$\,200 \text{ por trimestre}$$

La tasa de rendimiento efectiva *por trimestre* se determina al resolver la ecuación del VP desarrollada por trimestre.

$$0 = -4\,240 + 200(P/A,i^*\text{ por trimestre},28)(P/F,i^*\text{ por trimestre},12) + 11\,000(P/F,i^*\text{ por trimestre},40)$$

La ecuación se satisface con $i^* = 4.1\%$ por trimestre, que es una tasa nominal de 16.4% anual, compuesta trimestralmente.

Solución con hoja de cálculo

Una vez que se introducen todos los flujos de efectivo en celdas contiguas, se emplea la función TIR(B2:B42) para obtener la respuesta de una tasa nominal de rendimiento de 4.10% trimestral, como se muestra en la figura 7-13, fila 43. (Observe que se ocultaron muchas filas por razones de espacio.) Éste es el mismo valor que la tasa nominal anual de

$$i^* = 4.10\%(4) = 16.4\% \text{ anual, con capitalización trimestral}$$

Gerry hizo una buena inversión con este bono.

	A	B
1	Quarter	Cash flow, $
2	0	-4,240
3	1	0
4	2	0
8	6	0
13	11	0
14	12	0
15	13	200
21	19	200
22	20	200
29	27	200
41	39	200
42	40	11,200
43	i*/qtr	4.10%

Figura 7-13
Solución con hoja de cálculo para la inversión de un bono, ejemplo 7.9.

Si se está analizando la inversión en un bono y se especifica la tasa de rendimiento que se requiere, se emplea la misma ecuación del VP para encontrar i^* con objeto de determinar la máxima cantidad por pagar por el bono ahora de modo que se garantice la obtención de la tasa. La tasa establecida es la TMAR, y los cálculos de VP se llevan a cabo exactamente de la misma forma que en el capítulo 5. A manera de ilustración, si en el último ejemplo el 12% anual con capitalización semestral fuera la TMAR objetivo, se utilizaría la ecuación del VP para calcular el máximo que debiera pagar Gerry; se determinaría que P es de $6 004. La TMAR trimestral es 12%/4 = 3%.

$$0 = -P + 200(P/A,3\%,28)(P/F,3\%,12) + 11\,000(P/F,3\%,40)$$
$$P = \$6\,004$$

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La tasa de rendimiento de una serie de flujos de efectivo se determina al igualar a cero la ecuación del VP o del VA y resolver para el valor de i^*. La tasa de rendimiento, o tasa de interés, es un término muy común que casi todos entienden. Sin embargo, la mayoría de la gente tiene grandes dificultades para calcular correctamente la tasa de rendimiento i^* si la serie del flujo de efectivo es no convencional. Para algunos tipos de series, es posible más de una TR. El número máximo de valores i^* es igual al número de cambios en los signos de la serie de flujo de efectivo neto (regla de Descartes de los signos). Además, puede encontrarse una tasa positiva única si la serie del flujo de efectivo neto acumulado empieza negativamente y tiene sólo un cambio de signo (criterio de Norstrom).

Cuando existen varias i^*, puede aplicarse cualquiera de las dos técnicas cubiertas en este capítulo para encontrar una tasa única y confiable para la serie no convencional de flujo de efectivo. En el caso de la técnica de la RSCI, se necesita más información acerca de la *tasa de inversión* que se obtendría con los fondos excedentes del proyecto, mientras que con la técnica de la TR modificada se necesita esa misma información más la *tasa de préstamo* para la organización que estudia el proyecto. Por lo general, se hace que la tasa de inversión sea igual a la TMAR, y la tasa de préstamo se toma como la tasa histórica del costo promedio ponderado del capital (CPPC). Cada técnica producirá tasas un poco distintas pero confiables para tomar una decisión económica, mientras que es frecuente que las tasas múltiples no sean de utilidad.

Si no es necesaria una TR exacta, se recomiendan ampliamente los métodos VP o VA con la TMAR para evaluar la justificación económica.

PROBLEMAS

Comprensión de la TR

7.1 ¿En qué circunstancias la tasa de rendimiento sería de *a*) −100% y *b*) infinita?

7.2 Un hábil inversionista prestó $1 000 000 a una compañía recién fundada con un interés de 10% anual durante tres años, pero los términos del acuerdo fueron tales que el interés se cargaría al principal y no al saldo insoluto. ¿Cuántos intereses adicionales pagará la empresa?

7.3 ¿Cuál es la tasa *nominal* de rendimiento anual de una inversión que incrementa su valor 8% cada tres meses?

7.4 Suponga que usted obtuvo un préstamo de $50 000 con un interés de 10% anual y acordó saldarlo con cinco pagos iguales. ¿Cuál es el monto del saldo no recuperado inmediatamente después de hacer el tercer pago?

7.5 International Potash obtuvo un préstamo de $50 millones amortizado durante un periodo de 10 años con 10% anual. El acuerdo estipulaba que el préstamo se saldaría en 10 pagos iguales con el interés cargado al monto del principal (no al saldo insoluto).
a) ¿Cuál es el monto de cada pago?
b) ¿Cuál es la cantidad total de los intereses pagados? ¿Cómo se compara el interés total pagado con el principal del préstamo?

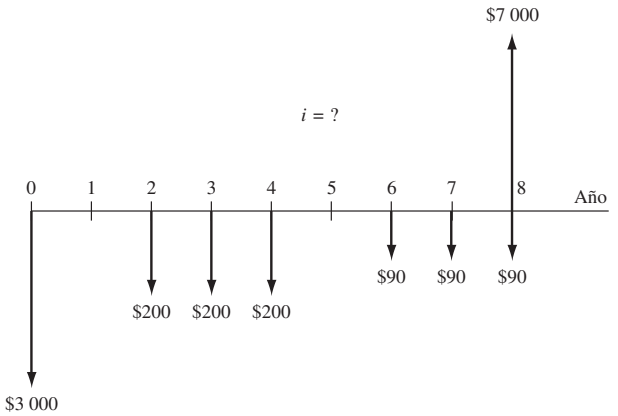
Determinación de la TR

7.6 En 2010, la ciudad de Houston, Texas, obtuvo $24 112 054 por las multas por faltas al reglamento de tránsito detectadas con cámaras en los semáforos. El costo de operación del sistema es de $8 432 372. La utilidad neta, es decir, la utilidad después de los costos de operación, se divide en partes iguales (50% para cada quien) entre la ciudad y el operador del sistema de cámaras. ¿Cuál es la tasa de rendimiento durante un periodo de tres años para el contratista que pagó la instalación y opera el sistema, si su costo inicial fue de $9 000 000 y la utilidad para cada uno en los tres años es la misma que fue en 2010?

7.7 P&G vendió su negocio de recetas médicas a Warner-Chilcott, Ltd., en $3.1 mil millones. Si los ingresos por las ventas del producto son de $2 mil millones anuales y la utilidad neta es de 20% de las ventas, ¿qué tasa de rendimiento obtendrá la compañía en un horizonte de planeación de 10 años?

7.8 Una inundación grave en una ciudad del medio oeste ocasionó daños estimados en $108 millones. Como resultado de las reclamaciones, las compañías de seguros aumentaron las pólizas a los propietarios de viviendas en un promedio de $59 por cada uno de los 160 000 hogares de la ciudad afectada. Si se considera un periodo de estudio de 20 años, ¿cuál fue la tasa de rendimiento de los $108 millones pagados por las compañías de seguros?

7.9 Determine la tasa de rendimiento de los flujos de efectivo que se muestran en el diagrama (si su profesor lo pide, obtenga las soluciones a mano y con hoja de cálculo).



7.10 La Oficina de Investigación Naval patrocina un concurso para que estudiantes universitarios construyan robots subacuáticos que efectúen ciertas tareas sin intervención humana. La Universidad de Florida, con su robot SubjuGator, ganó el primer premio, de $7 000 (y el derecho de alardear), contra otras 21 universidades. Si el equipo gastó $2 000 en componentes (en el momento 0) y el proyecto requirió dos años, ¿qué tasa anual de rendimiento obtuvo?

7.11 Calcule la tasa de rendimiento de los flujos de efectivo que se muestran.

Año	0	1	2	3	4	5
Egresos, $	–17 000	–2 500	–2 500	–2 500	–2 500	–2 500
Ingresos, $	0	5 000	6 000	7 000	8 000	12 000

7.12 En un esfuerzo por evitar embargos contra los clientes hipotecarios morosos, el Bank of America propuso un acuerdo para que un cliente desempleado no pague su hipoteca hasta por nueve meses. Si el cliente no encuentra trabajo en ese lapso, entregará su casa al banco y éste le dará $2 000 para gastos de mudanza.

Suponga que John y su familia tienen que hacer un pago mensual de $2 900 por su hipoteca y él no encontró empleo en el periodo de nueve meses. Si el banco ahorró $40 000 en los gastos de embargo, ¿cuál fue la tasa de rendimiento que obtuvo la institución por el acuerdo? Suponga que el primer pago omitido ocurrió al final del mes 1 y que los ahorros de $40 000 en el embargo y los gastos de $2 000 para mudanza tuvieron lugar al final del periodo de nueve meses.

7.13 La iniciativa Cerrando Brechas a cargo del Consejo de Coordinación de Educación Superior de Texas estableció la meta de aumentar el número de estudiantes de educación superior en Texas de 1 064 247 en 2000 a 1 694 247 en 2015. Si el incremento ocurriera de manera uniforme, ¿qué tasa de aumento se requeriría cada año para alcanzar la meta?

7.14 Las estadísticas de la Oficina del Censo muestran que los ingresos anuales de personas con certificado de bachillerato son de $35 220 y de $57 925 para alguien con título universitario. Si el costo de ir a la universidad es de $30 000 por año durante cuatro años y se supone que los ingresos previstos por año son de $35 220, ¿cuál es la tasa de rendimiento que representa un título universitario? Use un periodo de estudio de 35 años. (*Recomendación*: La inversión en los años 1 a 4 es el costo de la universidad más los ingresos perdidos, y los ingresos en los años 5 a 35 son la diferencia de ingresos con un certificado de bachillerato y con un título universitario.)

7.15 La Oficina Municipal de Aguas de Ester emitió bonos a 20 años por un total de $53 millones para proyectos prioritarios de control de inundaciones. Los bonos tienen una tasa de dividendos de 5.38% pagaderos anualmente. La economía estadounidense entró en recesión por esa época, de modo que, como parte de un programa federal de estímulos, la Oficina de Aguas logró un reembolso de 35% sobre los dividendos que paga.

a) ¿Cuál es la tasa efectiva de utilidad que paga la Oficina por los bonos?

b) ¿Cuál es el monto total en dólares que la Oficina *ahorrará* en dividendos durante la vida de los bonos?

c) ¿Cuál es el valor futuro en el año 20 de los ahorros en dividendos si la tasa de interés es de 6% anual?

7.16 El contrato entre BF Goodrich y el Sindicato de Trabajadores del Acero requiere que la empresa gaste $100 millones en inversión de capital para mantener competitivas las instalaciones. El contrato también requiere que la compañía dé paquetes de compra para 400 trabajadores. Si el promedio del paquete es de $100 000 y la compañía puede disminuir sus costos $20 millones por año, ¿cuál es la tasa de rendimiento que logrará la empresa en un periodo de 10 años? Suponga que todos los gastos de la organización ocurren en el momento 0 y los ahorros comienzan un año después.

7.17 Se afirma que las aceras de caucho elaboradas de llantas de desecho son favorables para el ambiente y no lastiman las rodillas de las personas. La empresa Rubbersidewalks, Inc., de Gardena, California, fabrica las pequeñas losetas cuadradas de caucho que se instalan en los sitios en que las raíces de árboles, el agua que se congela o la nieve que se retira hacen necesaria la sustitución o reparaciones mayores cada tres años. El Distrito de Columbia gastó $60 000 en aceras de caucho para reemplazar el concreto dañado en un vecindario residencial bordeado por grandes robles. Si una acera de concreto cuesta $28 000 y sólo dura tres años en com-

paración con los nueve años de vida de las aceras de caucho, ¿qué tasa de rendimiento representa esto?

7.18 Los aviones ligeros eficientes (ALE) son aeronaves pequeñas que podrían revolucionar los viajes en aéreos. Cuestan entre $1.5 y $3 millones, cuentan con cinco a siete asientos, tienen una autonomía de 1 100 millas y una velocidad de crucero cercana a las 425 millas por hora. La empresa Eclipse Aerospace se fundó en 2009 y su único negocio es fabricar ALE. La compañía invirtió $500 millones (en el momento 0) y comenzó a recibir pedidos dos años después. Si la empresa aceptó pedidos para 2 500 aviones y recibió enganches de 10% (en el año 2) por aviones que cuestan un promedio de $1.8 millones, ¿qué tasa de rendimiento logrará para un periodo de 10 años de planeación? Suponga que cada año se entregan 500 de los aviones en los años 6 a 10, y que los costos de OyM son de $10 millones anuales en los años 1 a 10. (Si el profesor lo solicita, obtenga la solución tanto a mano como con hoja de cálculo.)

7.19 Betson Enterprises distribuye y comercializa el juego de video Big Buck, que permite a los jugadores "cazar" alces, antílopes, venados y ciervos sin temblar de frío en el bosque. La compañía E-sports de Nueva York compró cinco máquinas en $6 000 cada una y obtiene un promedio de ventas de $600 por semana. ¿Cuál es la tasa de rendimiento que esto representa *a*) por semana y *b*) por año (nominal)? Use un periodo de estudio de tres años y considere 52 semanas por año.

7.20 Un barco de transporte de tropas de la segunda Guerra Mundial de 473 pies y 7 000 toneladas (alguna vez conocido como *USS Excambion*) se hundió en el Golfo de México para que se convirtiera en hábitat submarino y destino de buceo. El proyecto tardó 10 años en planearse y costó $4 millones. Suponga que esta cifra se gastó por igual en los años 1 a 10. ¿Qué tasa de rendimiento representa el negocio si se estima que el incremento en la pesca y las actividades recreativas asciende a $270 000 anuales, a partir del año 11 y con duración perpetua? (Si el profesor lo estima conveniente, obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.)

Valores múltiples de la TR

7.21 ¿Qué significa una serie de flujo de efectivo *no convencional*?

7.22 Explique al menos tres tipos de proyectos en los que los cambios grandes de flujo de efectivo ocasionan cambios de signo durante la vida del proyecto, lo que indica la posible presencia de múltiples valores de TR.

7.23 Explique una situación que le resulte familiar en la cual los flujos netos de efectivo tengan cambios de signo en forma similar a la ilustrada en la figura 7-5.

7.24 De acuerdo con la regla de los signos de Descartes, ¿cuál es el número máximo de valores reales que satisfacen una ecuación de la tasa de rendimiento?

7.25 Según la regla de los signos de Descartes, ¿cuántos valores posibles de i^* hay para los flujos de efectivo que tienen los signos siguientes?

a) + − + + + − +

b) − − − + + + + +

c) + + + + − − − + − − − + − + − − −

7.26 De acuerdo con el criterio de Norstrom, hay dos requerimientos acerca de los flujos de efectivo acumulados que deben satisfacerse para garantizar que sólo haya una raíz positiva en la ecuación de la tasa de rendimiento. ¿Cuáles son dichos requerimientos?

7.27 Según la regla de los signos de Descartes, ¿cuántos valores de i^* existen para los siguientes flujos de efectivo?

Año	1	2	3	4	5	6
Flujo neto Flujo, $	+4 100	−2 000	−7 000	+12 000	−700	+800

7.28 Con la regla de los signos de Descartes, ¿cuántos valores de i^* son posibles para los flujos de efectivo siguientes?

Año	1	2	3	4
Ingresos, $	25 000	13 000	4 000	70 000
Costos, $	−30 000	−7 000	−6 000	−12 000

7.29 De acuerdo con las reglas de Descartes y Norstrom, ¿cuántos valores de i^* son posibles para la secuencia de flujos de efectivo (FE) que se indica en seguida?

Año	1	2	3	4	5
Flujo de efectivo neto, $	+16 000	−32 000	−25 000	+50 000	−8 000
FE acumulado, $	+16 000	−16 000	−41 000	+9 000	+1 000

7.30 Para los siguientes flujos de efectivo, determine la suma de los flujos de efectivo acumulados.

Año	0	1	2	3	4
Ingresos, $		25 000	15 000	4 000	18 000
Costos, $	−6 000	−30 000	−7 000	−6 000	−12 000

7.31 Stan-Rite Corp de Manitowoc, Wisconsin, es una compañía B a B (*business to business*) que fabrica muchos tipos de productos industriales, inclusive brazos portátiles de medición con codificadores absolutos, diseñados para efectuar inspecciones 3D de partes industriales. Si el flujo de efectivo de la compañía (en millones) para una de sus divisiones de productos es la que se muestra en la página siguiente, determine *a*) el número posible de valores de i^* y *b*) todas las tasas de rendimiento entre 0 y 100%.

Año	Egresos	Ingresos
0	$–30	$ 0
1	–20	18
2	–25	19
3	–15	36
4	–22	52
5	–20	38
6	–30	70

7.32 Julie recibió un vale de $50 en su cumpleaños al final de enero. Al terminar febrero gastó esa cantidad y otros $150 en ropa. Sus padres le dieron $50 y $125 al final de marzo y abril, respectivamente, cuando se preparaba para ir a un curso de verano y necesitaba más ropa. Su conclusión fue que en cuatro meses había recibido más de lo que había gastado. Determine si Julie tiene una situación de múltiples tasas de rendimiento para los flujos de efectivo mencionados. Si así fuera, calcúlelas y comente su validez. Los valores de flujo de efectivo son los siguientes:

Mes	Ene (0)	Feb (1)	Mar (2)	Abr (3)
Flujo de efectivo, $	50	–200	50	125

7.33 Veggie Burger Boy vende franquicias a individuos que quieran comenzar un pequeño negocio de emparedados vegetarianos para hacer crecer sus flujos de efectivo netos con el paso de los años. Un franquiciatario de Mississippi pagó los $5 000 iniciales pero obtuvo muy poco el primer año. Se le concedió un préstamo al final del primer año del fondo de incentivos de la corporación, con la promesa de saldarlo además de la participación anual que recibe la corporación según el contrato por las ventas anuales. Los flujos de efectivo netos desde el punto de vista de la corporación son los siguientes:

Año	0	1	2	3	4	5	6
FNE, $	5 000	–10 100	500	2 000	2 000	2 000	2 000

La directora financiera de la empresa (DF) tiene algunas preguntas acerca de la serie de FNE. Ayúdela con lo siguiente, por medio de una hoja de cálculo.

a) Trace la gráfica del VP *versus i* para estimar la tasa de rendimiento de esta franquicia.
b) Utilice la función TIR de la hoja de cálculo para encontrar el rendimiento correspondiente.
c) Con base en las reglas de Descartes y Norstrom, haga alguna recomendación a la directora financiera acerca del valor de TR más confiable para un periodo de seis años de esta franquicia. La TMAR corporativa normal para evaluar la franquicia es de 30% anual.

7.34 En 2011, Vaught Industries cerró su planta en Marionsville debido a problemas laborales, ambientales y de seguridad. La planta se construyó en 2005 con tecnología anticuada para producir productos cárnicos. En 2010 tuvo un FNE positivo y descontinuó sus operaciones en 2011 por los problemas mencionados. En 2012, antes de vender las instalaciones y terreno, Vaught gastó $1 millón para hacer aceptable el medio ambiente del sitio ante los compradores potenciales. A continuación se listan los flujos netos de efectivo en unidades de $100 000. Con una hoja de cálculo, haga lo siguiente:

a) Revise si hay múltiples tasas de rendimiento.
b) Encuentre todas las tasas que sean números reales entre −25% y +50%, y calcule el VP para las tasas de interés en dicho rango.
c) Indique cuál es el mejor y más correcto valor de i^* que debe usarse en un análisis de VP.

Año	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
FNE, $	−25	+10	+10	+15	+15	−5	−6	−10

7.35 Hace cinco años, VistaCare gastó $5 millones para desarrollar e introducir un nuevo servicio en cuidado de la salud de personas que requieren tratamientos frecuentes de diálisis sanguínea. El servicio no tuvo mucha aceptación hasta después del primer año y se retiró del mercado. Cuando se reintrodujo cuatro años después de su lanzamiento inicial, fue mucho más rentable. Ahora, en el año 5, VistaCare gastó una gran cantidad en investigaciones para ampliar la aplicación de su servicio. Use la siguiente serie de FNE para elaborar la gráfica del VP *versus i*, y estime la TR durante los cinco años. Los valores de FNE están en unidades de $1 millón.

Año	0	1	2	3	4	5
Flujo neto de efectivo, $	–5 000	5 000	0	0	15,000	–15 000

Eliminación de valores múltiples de i^*

7.36 Al calcular la tasa de rendimiento externa con el enfoque de la tasa de rendimiento modificada, es necesario usar dos tasas de rendimiento, la de inversión i_i y la de préstamo i_b. ¿Cuándo se emplea cada una?

7.37 En el enfoque de la tasa de rendimiento modificada para determinar una tasa de interés única para los flujos netos de efectivo, diga cuál tasa suele ser más alta, la de inversión i_i o la de préstamo i_b. Explique por qué.

7.38 Use el enfoque de la tasa de rendimiento modificada con una tasa de inversión de 18% anual, y una tasa de préstamo de 10%, para encontrar la tasa externa de rendimiento de los siguientes flujos de efectivo.

Año	0	1	2	3
Flujo neto de efectivo, $	+16 000	−32 000	−25 000	+70 000

7.39 Harley trabajó muchos años para ahorrar dinero suficiente para comenzar su propio negocio de diseño de paisajes residenciales. Los flujos de efectivo que se indican a continuación son los correspondientes a los primeros seis años de ser su propio jefe. Calcule la tasa externa de rendimiento, con el enfoque de la tasa de rendimiento modificada, una tasa de inversión de 15% anual y una tasa de

préstamo de 8%. (Después de seguir el procedimiento, compruebe la respuesta con la función TIRM.)

Año	0	1	2	3	4	5	6
FNE, $	−9 000	+4 100	−2 000	−7 000	+12 000	+700	+800

7.40 Samara, ingeniera que trabaja para GE, invirtió su bono anual en acciones de la compañía. Su bono fue de $8 000 en cada uno de los últimos seis años (es decir, al final de los años 1 a 6). Al final del año 7 vendió sus acciones en $52 000 para comprar un condominio; ese año no compró acciones. En los años 8 a 10 invirtió de nuevo su bono de $8 000. Samara vendió todas las acciones restantes en $28 000 inmediatamente después de la inversión al final del año 10.

a) Determine el número de posibles tasas de rendimiento en la serie de flujo neto de efectivo según las dos pruebas de los signos.

b) Calcule la tasa externa de rendimiento a mano, con el enfoque de la tasa de rendimiento modificada, una tasa de inversión de 12% anual y una tasa de préstamo de 8%.

c) Obtenga la tasa externa de rendimiento con una hoja de cálculo y el enfoque del RSCI, con una tasa de inversión de 12% anual.

d) Introduzca los flujos de efectivo en una hoja de cálculo y use la función TIR para encontrar el valor de i^*. Debe obtener el mismo valor que con el enfoque del RSCI del inciso *c*). Explique por qué es así, dada la tasa de inversión de 12% anual. (*Recomendación:* Observe con cuidado la columna que dice "Valor futuro,F,$" cuando resolvió el inciso *c*) con la hoja de cálculo.

7.41 Swagelok Co., de Solon, Ohio, hace fluxómetros de área variable (FAV) que miden tasas de flujo de líquidos y gases por medio de un tubo con llave y un flotador. Si los costos de preparación y arranque fueron de $400 000 en el año 0 y otros adicionales de $190 000 en el año 3, determine la tasa externa de rendimiento con el enfoque de la tasa de rendimiento modificada. Los ingresos fueron de $160 000 anuales durante los años 1 a 10. Suponga que la TMAR de la compañía es de 20% anual, y que su costo de capital es de 9% por año.

7.42 Una compañía que fabrica discos de embrague para carros de carrera tiene los siguientes flujos de efectivo en uno de sus departamentos.

Año	Flujo de efectivo, $1 000
0	–65
1	30
2	84
3	–10
4	–12

a) Determine el número de raíces positivas de la ecuación de la tasa de rendimiento.

b) Calcule la tasa interna de rendimiento.

c) Obtenga la tasa externa de rendimiento con el enfoque del rendimiento sobre el capital invertido (RSCI) y con una tasa de inversión de 15% anual. (Si su profesor lo pide, obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.)

7.43 Para la siguiente serie de flujo de efectivo, calcule la tasa externa de rendimiento con el enfoque del rendimiento sobre el capital invertido y con una tasa de inversión de 14% anual.

Año	Flujo de efectivo, $
0	3 000
1	–2 000
2	1 000
3	–6 000
4	3 800

7.44 Hace cinco años, una compañía hizo una inversión de $500 000 en un nuevo material de alta temperatura. El producto tuvo un mal desempeño después de un solo año en el mercado. Sin embargo, con un nuevo nombre y una campaña publicitaria mejoró mucho cuatro años después. Este año aumentaron los fondos para nuevos desarrollos (año 5) con un costo de $1.5 millones. Determine la tasa externa de rendimiento con el enfoque del RSCI y una tasa de inversión de 15% anual. La tasa i^* es de 44.1% anual.

Año	Flujo de efectivo, $
0	–500 000
1	400 000
2	0
3	0
4	2 000 000
5	–1 500 000

Bonos

7.45 ¿Cuál es la tasa cupón de un bono hipotecario de $25 000 con pagos de interés semestrales de $1 250 y una fecha de vencimiento de 20 años?

7.46 Un vale sobre el equipo tiene un valor nominal de $10 000 y tasa cupón de 8% anual, pagadero en forma trimestral. ¿Cuál es el monto y frecuencia de los pagos de dividendos?

7.47 ¿Cuál es el valor nominal de un bono municipal que vence en 20 años y tiene una tasa cupón de 6% anual con pagos semestrales de $9 000?

7.48 ¿Cuál es el valor presente de un bono de $50 000 que tiene una tasa cupón de 8% anual y se paga trimestralmente? El bono vence en 15 años. La tasa de interés en el mercado es de 6% anual con capitalización trimestral.

7.49 Best Buy emitió bonos con aval *hace cuatro años* que tienen un valor nominal de $20 000 cada uno y una tasa cupón de 8% anual, con pago semestral. Si la fecha de vencimiento del bono es de 20 años *a partir de la fecha de su emisión* y la tasa de interés en el mercado ahora es de 12% anual con capitalización semestral, ¿cuál es el valor presente (ahora) de un bono?

7.50 En 2011, El Paso Water Utilities (EPWU) emitió bonos con valor de $ 9.125 millones para mejorar la presa Van Buren en El Paso central y para financiar otros tres proyectos de drenaje. El Consejo de Desarrollo del Agua de Texas adquirió los bonos con el programa de estímulos federales por el que el EPWU no tiene que pagar ningún dividendo sobre ellos. Si la tasa de los bonos habría sido de 4% anual con pagos trimestrales y fecha de vencimiento de 18 años después de su emisión, ¿cuál es el valor presente de los ahorros en dividendos para EPWU con la tasa de pago? Suponga que la tasa de interés del mercado es de 6% anual.

7.51 Una emisión reciente de bonos industriales con valor nominal de $10 000 tiene una tasa cupón de 8% anual, con pago anual. El bono vence dentro de 20 años. Jeremy está interesado en comprar un bono. Si paga $10 000 por éste y planea tenerlo hasta su vencimiento, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual que obtendrá?

7.52 Debido a un significativo incremento de las tropas en cierta base militar, un distrito escolar emitió bonos por un total de $10 000 000 para construir nuevas escuelas. La tasa cupón del bono es de 6% anual, con pago semestral y fecha de vencimiento en 20 años. Si un inversionista compra en $4 800 uno de los bonos con valor nominal de $5 000, ¿cuál es la tasa de rendimiento semestral que obtiene? Suponga que conserva el bono hasta su vencimiento.

7.53 Como su nombre lo dice, un bono cupón cero no paga dividendos, sólo su valor nominal cuando vence. Si un bono cupón cero con valor nominal de $10 000 y fecha de vencimiento dentro de 15 años está a la venta en $2 000, ¿cuál es la tasa de rendimiento que obtendrá el comprador si conserva el bono hasta su vencimiento?

7.54 Para introducir infraestructura en los suburbios de Morgantown, Virginia Occidental, el consejo de la ciudad emitió bonos a 30 años con valor nominal de $25 millones. La tasa cupón del bono se fijó en 5% anual, con pago semestral. Como la tasa de interés del mercado aumentó inmediatamente antes de venderse los bonos, la ciudad recibió sólo $23.5 millones de la venta. ¿Cuál fue la tasa de interés semestral cuando se vendieron los bonos?

7.55 Un inversionista que compró ahora en $10 000 un bono hipotecario pagó por él sólo $6 000. La tasa cupón del bono es de 8% anual, con pago trimestral, y la fecha de vencimiento es de 18 años a partir de la fecha de emisión. Como el bono está en moratoria, no pagará dividendos en los dos años siguientes. Si en realidad el dividendo del bono se paga durante los cinco años siguientes (posteriores a los dos años) y luego el inversionista vende el bono en $7 000, ¿qué tasa de rendimiento habrá obtenido *a*) por trimestre y *b*) por año (nominal)?

7.56 Hace cinco años, GSI, empresa de servicios petroleros con sede en Texas, emitió bonos por un valor total de $10 millones con tasa de 12% anual, vencimiento a 30 años y dividendos pagaderos en forma trimestral. El bono tiene una fecha de compra de este año si GSI decide sacar ventaja de él. La tasa de interés en el mercado disminuyó lo suficiente para que la empresa considere recuperar los bonos, pues la tasa cupón es relativamente alta. Si la compañía vuelve a comprar los bonos ahora por $11 millones, determine la tasa de rendimiento que habrá obtenido *a*) por trimestre y *b*) por año (nominal). (*Recomendación:* La opción de "compra" significa lo siguiente: si gasta ahora $11 millones, la empresa no tendrá que hacer los pagos trimestrales de dividendos ni pagar el valor nominal de los bonos cuando venzan dentro de 25 años.)

7.57 Hace cuatro años, Chevron emitió bonos con valor total de $5 millones y tasa cupón de 10% anual que se paga en forma semestral. Las tasas de interés del mercado descendieron y la compañía recuperó los bonos (es decir, los pagó por adelantado) con un premio de 10% sobre el valor nominal. Entonces, a la corporación le cuesta $5.5 millones el retiro de los bonos. ¿Cuál es la tasa de interés semestral que obtiene un inversionista que compró un bono en $5 000 hace cuatro años y lo conservó hasta su recompra cuatro años después?

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

7.58 Todos los términos siguientes significan lo mismo que *tasa de rendimiento*, excepto:
- *a*) Tasa interna de rendimiento.
- *b*) Tiempo de rendimiento del capital.
- *c*) Tasa de interés.
- *d*) Rendimiento sobre la inversión.

7.59 El valor numérico de i en una ecuación de tasa de rendimiento varía de:
- *a*) 0% a 100%
- *b*) 0 a ∞
- *c*) -100% a $+100\%$
- *d*) -100% a ∞

7.60 La tasa interna de rendimiento sobre una inversión se refiere al interés ganado sobre:
a) La inversión inicial.
b) El saldo no recuperado de la inversión.
c) El dinero recuperado por una inversión.
d) El ingreso por una inversión.

7.61 Una serie convencional de flujo de efectivo es aquella en la que:
a) Los signos algebraicos de los flujos netos de efectivo cambian sólo una vez.
b) La tasa de interés que se obtiene es de interés simple.
c) El total de los flujos netos de efectivo es igual a 0.
d) El total de los flujos de efectivo acumulados es igual a 0.

7.62 De acuerdo con la regla de los signos de Descartes, para una secuencia de flujo de efectivo de $--++-+$, el número de valores posibles de i es:
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

7.63 Según el criterio de Norstrom, el enunciado correcto entre los siguientes es:
a) El flujo de efectivo acumulado debe comenzar siendo positivo.
b) El flujo de efectivo acumulado debe comenzar siendo negativo.
c) El flujo de efectivo acumulado debe ser igual a cero.
d) El flujo de efectivo neto debe comenzar siendo positivo.

7.64 De acuerdo con la regla de los signos de Descartes *y* el criterio de Norstrom, el número de valores positivos de i^* para la siguiente secuencia de flujo de efectivo es:

Año	1	2	3	4
Ingreso, $	25 000	15 000	4 000	18 000
Costo, $	30 000	7 000	6 000	12 000

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

7.65 Para los flujos de efectivo neto y acumulado que se muestran, el valor de x es:

Año	1	2	3	4	5
FNE, $	+13 000	−29 000	−25 000	x	−8 000
FNE acumulado, $	+13 000	−16 000	−41 000	+9 000	+1 000

a) $7 000
b) $16 000
c) $36 000
d) $50 000

7.66 Una compañía que utiliza una tasa mínima atractiva de rendimiento de 10% anual evalúa un nuevo proceso para mejorar su eficiencia operativa. Las estimaciones asociadas con procesos candidatos son las siguientes.

	Opción 1	Opción 2
Costo inicial, $	–40 000	–50 000
Costo anual, $ por año	–15 000	–12 000
Valor de rescate, $	5 000	5 000
Vida, años	3	6

El enunciado correcto es:
a) Las opciones son de ingresos.
b) Las opciones son de costo.
c) Las opciones son de ingresos y "no hacer" es otra opción.
d) Las opciones son de costo y "no hacer" es otra opción.

7.67 La empresa Scientific Instruments, Inc., emplea una TMAR de 8% anual. La compañía evalúa un nuevo proceso para reducir las emisiones de agua de sus procesos de manufactura. A continuación se presentan las estimaciones asociadas con el proceso. Para evaluar el proceso con el criterio de la tasa de rendimiento, la ecuación correcta es:

	Nuevo proceso
Costo inicial, $	–40 000
FNE, $ por año	13 000
Valor de rescate, $	5 000
Vida, años	3

a) $0 = -40\,000 + 13\,000(P/A,i,3) + 5\,000(P/F,i,3)$
b) $0 = -40\,000(A/P,i,3) + 13\,000 + 5\,000(A/F,i,3)$
c) $0 = -40\,000(F/P,i,3) + 13\,000(F/A,i,3) + 5\,000$
d) Cualquiera de las anteriores

7.68 Cuando se usa el método de la TR modificada para eliminar valores múltiples de TR, la estimación adicional que se necesita además de los flujos de efectivo y los momentos en que ocurren es:
a) El valor del RSCI.
b) La tasa externa de rendimiento.
c) La tasa de inversión.
d) La tasa interna de rendimiento.

7.69 Para los flujos de efectivo siguientes, la tasa de rendimiento modificada utiliza una tasa de préstamo de 10% y una tasa de inversión de 12% anual. El cálculo correcto para el valor presente en el año 0 es:

Año	1	2	3	4	5
FNE, $	−10 000	0	0	−19 000	+25 000

a) $-10\,000 - 19\,000(P/F,12\%,4)$
b) $-10\,000 - 19\,000(P/F,12\%,4) + 25\,000(P/F,10\%,5)$

c) 25 000(P/F,10%,5)
d) −10 000 − 19 000(P/F,10%,4)

7.70 El método del rendimiento sobre el capital invertido (RSCI) elimina los valores múltiples de TR procedentes de una secuencia de flujo de efectivo. Si el cálculo del valor futuro en el año t es $F_t < 0$, se utiliza la tasa i'' del RSCI. La interpretación de $F_t < 0$ más cercana significa que:
a) El saldo neto de los flujos de efectivo del proyecto en el año t es negativo.
b) La tasa externa de rendimiento resultante será positiva.
c) El saldo neto de los flujos de efectivo del proyecto es positivo en el año t.
d) La secuencia tiene valores de TR que no pueden eliminarse.

7.71 El significado de *rendimiento sobre el capital invertido* para una corporación es que se trata de:
a) Una medición de la tasa de rendimiento que iguala las TR interna y externa.
b) Una medición de la efectividad con que la corporación utiliza sus fondos de capital invertidos.
c) El valor con el que se igualan la TR de préstamo y la TR de inversión.
d) El valor de la tasa externa de rendimiento se basa en el total del capital invertido.

7.72 Un bono corporativo de $10 000 tiene una tasa cupón de 8% anual, con pago semestral. El bono vence dentro de 20 años. Con una tasa de interés de 6% anual con capitalización semestral, el monto y la frecuencia de los pagos de dividendos son:
a) $ 600 cada seis meses.
b) $ 800 cada seis meses.
c) $ 300 cada seis meses.
d) $ 400 cada seis meses.

7.73 Un bono hipotecario de $20 000 que vence en un año paga un interés de $500 cada tres meses. La tasa cupón del bono es:
a) 2.5% anual, con pago trimestral.
b) 5% anual, con pago trimestral.
c) 5% anual, con pago semestral.
d) 10% anual, con pago trimestral.

7.74 Un bono municipal de $10 000 vence en 10 años y paga intereses de $400 cada seis meses. Si un inversionista compra ahora el bono en $9 000 y lo conserva hasta su vencimiento, la tasa de rendimiento que recibe se determina con la siguiente ecuación:
a) $0 = -9\,000 + 400(P/A,i,10) + 10{,}000(P/F,i,10)$
b) $0 = -9\,000 + 400(P/A,i,20) + 10{,}000(P/F,i,20)$
c) $0 = -10\,000 + 400(P/A,i,20) + 10\,000(P/F,i,20)$
d) $0 = -9\,000 + 800(P/A,i,10) + 10\,000(P/F,i,10)$

7.75 Un bono se emitió hace tres años con valor nominal de $5 000, tasa cupón de 4% anual, pago semestral y fecha de vencimiento de 20 años *a partir de la fecha en que se emitió.* El bono está a la venta ahora en $4 500. Si la tasa de interés en el mercado se capitaliza en forma trimestral, el valor de n que debe usarse en el factor P/A para calcular la tasa de rendimiento del bono es:
a) 34
b) 40
c) 68
d) 80

ESTUDIO DE CASO

DESARROLLO Y VENTA DE UNA IDEA INNOVADORA

Antecedentes

Tres ingenieros que trabajaron para Mitchell Engineering, compañía especializada en desarrollo de vivienda, solían almorzar juntos varias veces por semana. Con el tiempo decidieron trabajar en la producción de ideas sobre energía solar. Después de mucho tiempo ganado a sus fines de semana durante varios años, tenían diseñado y desarrollado un prototipo de bajo costo de una planta de energía solar escalable para viviendas multifamiliares, en su tamaño pequeño, y en instalaciones de manufactura medianas, en su tamaño grande. Para las aplicaciones residenciales, el colector podría montarse al lado de una antena de televisión y programarse para seguir al sol. El generador y los equipos adicionales se instalarían en una zona del tamaño de un armario, en un apartamento o en un piso para abastecer a varios apartamentos. El sistema sirve como complemento de la electricidad proporcionada por la compañía local. Después de seis meses de pruebas, se acordó que el sistema estaba listo para comercializarse y su confiabilidad era tal que una factura por consumo eléctrico se reducía más o menos 40% mensual. Éstas eran excelentes noticias para los pobladores de bajos ingresos con subsidio gubernamental para pagar sus facturas.

Información

Con un préstamo bancario considerable más $200 000 de capital propio, pudieron instalar sitios de demostración en tres ciudades del cinturón soleado del país. El flujo neto de efectivo después de todos los gastos, saldo del préstamo e impuestos, era aceptable para los primeros cuatro años: $55 000 en el primer año con un

aumento anual de 5% de entonces en adelante. Un conocido de negocios los presentó a un comprador potencial de la patente y a la base actual de suscriptores, con una salida de efectivo neta estimada en $500 000 tan sólo después de estos cuatro años de operaciones. Sin embargo, después de una grave discusión, el entusiasmo inicial por la oferta de venta se sustituyó por la decisión conjunta de no vender en ese momento. Querían permanecer en el negocio por un tiempo más a fin de desarrollar algunas mejoras y ver cuánto se incrementaban los ingresos durante los próximos años.

Al año siguiente, el quinto de la sociedad, el ingeniero que recibió las patentes por los diseños en que se basaban el colector y el generador estaba muy disgustado con ciertos arreglos de la sociedad y la abandonó para asociarse con una empresa internacional del negocio de la energía. Con nuevos fondos para investigación y desarrollo, y los derechos sobre la patente, pronto estaba en el mercado un diseño competidor que se llevó gran parte del mercado de los otros dos desarrolladores originales. El flujo neto de efectivo cayó a $40 000 en el año 5 y siguió bajando $5 000 por año. Se recibió otra oferta para vender en el año 8, pero sólo era por $100 000 netos. Esto se consideraba una gran pérdida, por lo que los dos dueños no aceptaron. En vez de ello decidieron aportar otros $200 000 de sus ahorros a la compañía para desarrollar aplicaciones adicionales en el mercado de la vivienda.

Ahora han pasado 12 años desde que el sistema se lanzó. Con más publicidad y desarrollo, el flujo neto de efectivo ha sido positivo los últimos cuatro años, a partir de $5 000 en el año 9 y con aumentos de $5 000 cada año hasta el día de hoy.

Ejercicios del estudio de caso

Transcurrieron 12 años después del desarrollo de los productos, y los ingenieros invirtieron la mayor parte de sus ahorros en su innovadora idea. Sin embargo, la pregunta "¿cuándo venderemos?" siempre está presente en estas situaciones. Para ayudar con el análisis, determine lo siguiente:

1. La tasa de rendimiento al final del año 4 para dos situaciones: *a*) el negocio se vende por una cantidad neta de $500 000 y *b*) no hay venta.
2. La tasa de rendimiento al final del año 8 para dos situaciones: *a*) el negocio se vende en $100 000 netos y *b*) no hay venta.
3. La tasa de rendimiento ahora, al final del año 12.
4. Considere la serie de flujo de efectivo durante los 12 años. ¿Existe alguna indicación de que haya tasas de rendimiento múltiples? Si así fuera, utilice la hoja de cálculo ya desarrollada para buscar los valores de TR en el rango de ±100% además de la que se determinó en el ejercicio 3 anterior.
5. Suponga que usted es un inversionista con mucha disponibilidad de efectivo en busca de un producto innovador en la industria de la energía solar. ¿Qué cantidad estaría dispuesto a ofrecer ahora (final del año 12) por el negocio si quisiera obtener un rendimiento de 12% anual sobre todas sus inversiones, y, si comprara, planeara tener el negocio durante otros 12 años? Para ayudar a tomar la decisión, suponga que la serie actual de FNE continúa su incremento de $5 000 anuales durante los años que usted tuviera el negocio. Explique su razonamiento para ofrecer dicha cantidad.

CAPÍTULO 8

Análisis de tasa de rendimiento: alternativas múltiples

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Seleccionar la mejor alternativa con base en el análisis incremental de la tasa de rendimiento.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
8.1	Análisis incremental	• Establecer por qué el método de la TR para comparar alternativas requiere un análisis incremental del flujo de efectivo.
8.2	Flujos de efectivo incrementales	• Calcular la serie de flujo de efectivo incremental de dos alternativas.
8.3	Significado de Δi^*	• Interpretar el significado de la TR incremental (Δi^*) determinada a partir de una serie de flujo de efectivo incremental.
8.4	Δi^* a partir de la ecuación del VP	• Con base en una ecuación del VP, seleccionar la mejor de dos alternativas con el análisis de la TR incremental o un valor de TR de equilibrio.
8.5	Δi^* a partir de la ecuación del VA	• Seleccionar la mejor de dos alternativas con el análisis de la TR incremental con base en una ecuación del VA.
8.6	Más de dos alternativas	• Seleccionar la mejor entre varias alternativas con el análisis de la TR incremental.
8.7	Hoja de cálculo general	• Usar una sola hoja de cálculo para efectuar el análisis del VP, VA, TR y TR incremental de alternativas mutuamente excluyentes e independientes.

Este capítulo presenta los métodos para evaluar dos o más alternativas mediante una comparación de tasa de rendimiento (TR) con base en los métodos de los capítulos anteriores. La evaluación mediante la TR, desarrollada correctamente, dará por resultado la misma selección que con los análisis del VP y VA, aunque el procedimiento computacional es considerablemente diferente para las evaluaciones mediante la TR. El análisis de la TR evalúa los incrementos entre dos alternativas en una comparación por pares. A medida que se complican las series de flujos de efectivo, las funciones de una hoja de cálculo facilitan los cálculos.

8.1 Por qué es necesario el análisis incremental ●●●

Cuando se consideran dos o más alternativas mutuamente excluyentes, la ingeniería económica es capaz de identificar la mejor alternativa económicamente. Como se demostró, para hacerlo se utilizan las técnicas VP y VA, que son las recomendadas. Ahora se presentan las técnicas de la tasa de rendimiento con la finalidad de identificar la mejor.

Suponga que una compañía utiliza una TMAR de 16% anual, dispone de $90 000 para invertir y evalúa dos alternativas (A y B); la A requiere una inversión de $50 000 y tiene una tasa interna de rendimiento i^*_A de 35% anual; la B requiere $85 000 y tiene una i^*_B de 29% anual. Por intuición se concluye que la mejor alternativa es la que produzca la tasa de rendimiento más alta, A en este caso. Sin embargo, no necesariamente debe ser así. Aunque A tiene el rendimiento proyectado más alto, requiere también una inversión inicial ($50 000) mucho menor que el dinero total disponible ($90 000). ¿Qué sucede con el capital de inversión restante? Por lo general, se supone que los fondos sobrantes se invertirán en la TMAR de la compañía, como se planteó en el capítulo anterior. A partir de esta premisa es posible determinar las consecuencias de ambas inversiones. Si se selecciona la alternativa A, se invertirán $50 000 con una tasa de 35% anual. Los $40 000 restantes se invertirán con la TMAR de 16% anual. Así, la tasa de rendimiento sobre el capital total disponible será el promedio ponderado de estos valores. Por tanto, si se selecciona la alternativa A,

$$\text{TR}_\text{A}\ \text{conjunta} = \frac{50\,000(0.35) + 40\,000(0.16)}{90\,000} = 26.6\%$$

Si se elige la alternativa B, se invertirán $85 000 con 29% anual y los $5 000 restantes generarán 16% anual. Ahora el promedio ponderado es

$$\text{TR}_\text{B}\ \text{conjunta} = \frac{85\,000(0.29) + 5\,000(0.16)}{90\,000} = 28.3\%$$

Estos cálculos muestran que, aunque la i^* para la alternativa A es mayor, la alternativa B presenta la mejor TR global para la inversión total de $90 000. Si se realizara una comparación VP o VA con la TMAR $i = 16\%$ anual, se elegiría la alternativa B.

Este sencillo ejemplo ilustra un hecho importante sobre el método de la tasa de rendimiento para comparar alternativas:

> En algunas circunstancias, los valores de las TR de los proyectos no proporcionan el mismo ordenamiento de alternativas que los análisis de VP o de VA. Esta situación no ocurre si se realiza un **análisis de la TR incremental** (descrito en la siguiente sección).

Selección de proyectos independientes

Cuando se evalúan **proyectos independientes**, no es necesario el análisis incremental entre los proyectos. Cada proyecto se evalúa por separado, y puede seleccionarse más de uno. En consecuencia, la única comparación para cada proyecto es con la opción de no hacer nada. La TR sirve para aceptar o rechazar cada proyecto independiente.

8.2 Cálculo del flujo de efectivo incremental para análisis con TR ●●●

Es necesario preparar un análisis de la TR incremental para calcular el **flujo de efectivo incremental** durante la vida de las alternativas. Con base en las relaciones de equivalencia (VP y VA), la evaluación de la TR adopta la suposición de igual servicio.

TABLA 8-1 Formato para la tabulación de un flujo de efectivo incremental

Año	Flujo de efectivo: Alternativa A (1)	Flujo de efectivo: Alternativa B (2)	Flujo de efectivo incremental (3) = (2) – (1)
0			
1			
.			
.			
.			

Requerimiento de igual servicio

El método de la TR incremental requiere que se cumpla la condición de igual servicio. Por esa razón se debe usar el **mínimo común múltiplo (MCM) de las vidas en cada comparación por parejas**. Para el método de la TR incremental son necesarias todas las suposiciones de igual servicio que se dan para el análisis del VP.

Será útil un formato para obtener las soluciones a mano o con hoja de cálculo (véase la tabla 8-1). Las alternativas de igual vida tienen *n* años de flujos de efectivo incrementales, en tanto que para hacer el análisis de alternativas de vidas diferentes requieren el MCM de las vidas. Para el caso del MCM, al final de cada ciclo de vida debe incluirse el valor de rescate y la inversión inicial para el siguiente ciclo.

Cuando se establece un **periodo de estudio**, sólo se emplea este número de años para la evaluación. Se ignoran todos los flujos de efectivo incrementales fuera del periodo. Como ya se vio, el empleo de un periodo de estudio dado, en especial si tiene una vida más corta que la vida de cualquier alternativa, puede cambiar la decisión económica de aquella que se obtiene al considerar las vidas completas.

Sólo con propósitos de simplificación, tome la convención de que, entre dos alternativas, la que tenga la *mayor inversión inicial se considerará alternativa B*. Entonces, para cada año en la tabla 8-1,

$$\text{Flujo de efectivo incremental} = \text{flujo de efectivo}_B - \text{flujo de efectivo}_A \qquad (8.1)$$

La inversión inicial y los flujos de efectivo anuales para cada alternativa (con exclusión del valor de rescate) ocurren en uno de los dos patrones identificados en el capítulo 5:

Alternativa de ingresos, donde existen flujos de efectivo tanto negativos como positivos

Alternativa de costos, donde todos los flujos de efectivo estimados son negativos

Alternativa de ingresos o costos

En cualquier caso, con la ecuación (8.1) se determina la serie de flujos de efectivo incrementales con el signo de cada flujo de efectivo determinado cuidadosamente.

EJEMPLO 8.1

Una compañía de herramientas y troqueles en Hanover considera la compra de una prensa de perforación con un software de lógica difusa para mejorar la precisión y reducir el desgaste de herramientas. La compañía tiene la oportunidad de comprar una máquina poco usada por $15 000 o una nueva por $21 000. Como la nueva máquina es de un modelo más moderno, se espera que su costo de operación sea de $7 000 anuales, mientras que el de la máquina usada sería de $8 200 anuales. Se estima que cada máquina tenga una vida de 25 años con un valor de rescate de 5%. Tabule el flujo de efectivo incremental de las dos alternativas.

Solución

El flujo de efectivo incremental se tabula en la tabla 8-2. La resta realizada es (nueva − usada), pues la máquina nueva al principio costará más. Los valores de salvamento en el año 25 se separaron del flujo de efectivo ordinario para lograr mayor claridad. Cuando los desembolsos son los mismos para un número de años consecutivos, sólo para soluciones a mano, se ahorra tiempo con un solo listado de flujo de efectivo, como se hizo para los años 1 a 25. Sin embargo, recuerde que se combinaron diversos años cuando se realizó el análisis. Este enfoque *no se puede utilizar en las hojas de cálculo* con la función TIR o VPN, pues cada año debe introducirse por separado.

TABLA 8-2 Tabulación del flujo de efectivo para el ejemplo 8.1

Año	Flujo de efectivo: Prensa usada	Flujo de efectivo: Prensa nueva	Flujo de efectivo incremental (nueva – usada)
0	$−15 000	$−21 000	$−6 000
1–25	−8 200	−7 000	+1 200
25	+750	+1 050	+300

EJEMPLO 8.2

Un proveedor único puede suministrar un parque industrial nuevo con grandes transformadores apropiados para instalaciones subterráneas e instalaciones tipo bóveda. El de tipo A tiene un costo inicial de $70 000 y una vida de ocho años. El de tipo B tiene un costo inicial de $95 000 y una esperanza de vida de 12 años. Se espera que el costo anual de operación para el de tipo A sea de $9 000, y para el de tipo B, de $7 000. Si los valores de rescate son $5 000 y $10 000 para los tipos A y B, respectivamente, tabule el flujo de efectivo incremental mediante su MCM y obtenga las soluciones a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

El MCM de 8 y 12 es 24 años. En la tabulación del flujo de efectivo incremental para 24 años (véase la tabla 8-3), observe que los valores de reinversión y de rescate se muestran en los años 8 y 16 para el de tipo A, y en el año 12 para el de tipo B.

Solución con hoja de cálculo

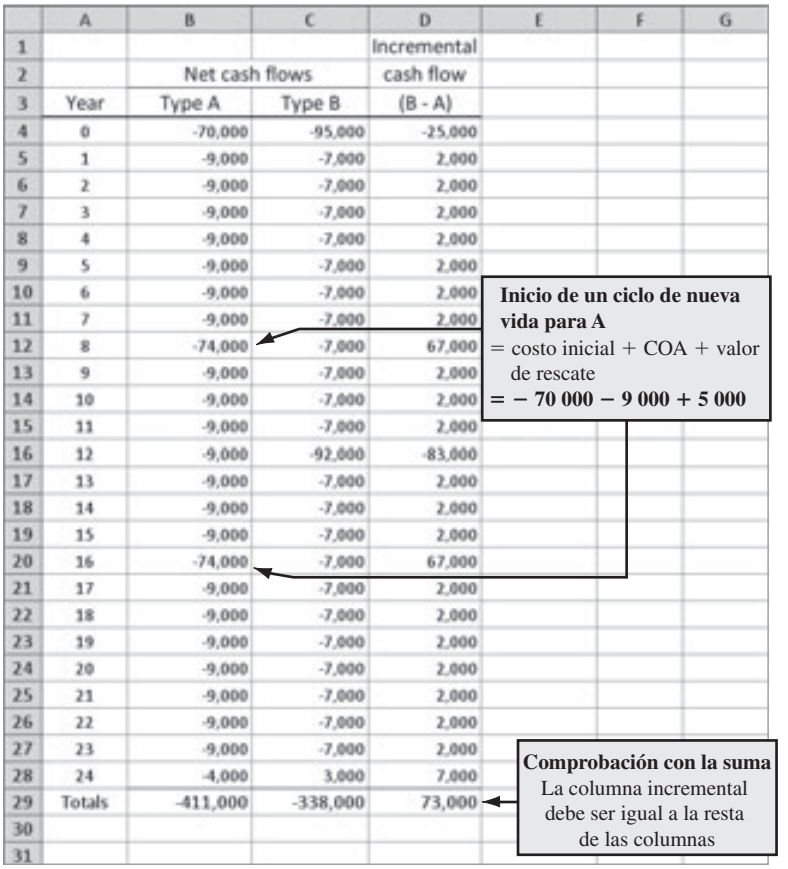
La figura 8-1 presenta los flujos de efectivo para el MCM de 24 años. Igual que para el cálculo manual, la reinversión ocurre en el último año de cada ciclo de vida intermedio. Los valores incrementales en la columna D son el resultado de las restas de la columna B y C.

Observe que la última fila incluye una suma como comprobación. Debe coincidir el total de flujo de efectivo incremental en la columna D con la resta de las celdas C29 − B29. También observe que los valores incrementales cambian de signo tres veces, lo que indica la posible existencia de múltiples valores de i^*, de acuerdo con la regla de los signos de Descartes. Este posible dilema se estudia más adelante en este capítulo.

TABLA 8-3 Tabulación del flujo de efectivo incremental, ejemplo 8.2

Año	Flujo de efectivo: Tipo A	Flujo de efectivo: Tipo B	Flujo de efectivo incremental
0	$ −70 000	$ −95 000	$−25 000
1–7	−9 000	−7 000	+2 000
8	−70 000 −9 000 +5 000	−7 000	+67 000
9–11	−9 000	−7 000	+2 000
12	−9 000	−95 000 −7 000 +10 000	−83 000
13–15	−9 000	−7 000	+2 000
16	−70 000 −9 000 +5 000	−7 000	+67 000
17–23	−9 000	−7 000	+2 000
24	−9 000 +5 000	−7 000 +10 000	+7 000
	$−411 000	$−338 000	$+73 000

Figura 8-1
Cálculo con hoja de cálculo de los flujos de efectivo incrementales de alternativas con vidas diferentes, ejemplo 8.2.



	A	B	C	D	E	F	G
1				Incremental			
2		Net cash flows		cash flow			
3	Year	Type A	Type B	(B - A)			
4	0	-70,000	-95,000	-25,000			
5	1	-9,000	-7,000	2,000			
6	2	-9,000	-7,000	2,000			
7	3	-9,000	-7,000	2,000			
8	4	-9,000	-7,000	2,000			
9	5	-9,000	-7,000	2,000			
10	6	-9,000	-7,000	2,000			
11	7	-9,000	-7,000	2,000			
12	8	-74,000	-7,000	67,000			
13	9	-9,000	-7,000	2,000			
14	10	-9,000	-7,000	2,000			
15	11	-9,000	-7,000	2,000			
16	12	-9,000	-92,000	-83,000			
17	13	-9,000	-7,000	2,000			
18	14	-9,000	-7,000	2,000			
19	15	-9,000	-7,000	2,000			
20	16	-74,000	-7,000	67,000			
21	17	-9,000	-7,000	2,000			
22	18	-9,000	-7,000	2,000			
23	19	-9,000	-7,000	2,000			
24	20	-9,000	-7,000	2,000			
25	21	-9,000	-7,000	2,000			
26	22	-9,000	-7,000	2,000			
27	23	-9,000	-7,000	2,000			
28	24	-4,000	3,000	7,000			
29	Totals	-411,000	-338,000	73,000			
30							
31							

8.3 Interpretación de la tasa de rendimiento sobre la inversión adicional ●●●

Los flujos de efectivo incrementales en el año 0 de las tablas 8-2 y 8-3 reflejan la *inversión* o *costo adicional* requerido si se elige la alternativa con el mayor costo inicial. Esto es importante en un análisis de TR incremental con el propósito de determinar la TR ganada sobre los fondos adicionales gastados por la alternativa de la inversión más alta. Si los flujos de efectivo incrementales de la inversión más alta no la justifican, se debe seleccionar la más barata. En el ejemplo 8.1, la nueva prensa de perforación requiere una inversión adicional de $6 000 (tabla 8-2). Si se compra la máquina nueva, habrá "ahorros" anuales de $1 200 durante 25 años, más $300 adicionales en el año 25. La decisión de comprar la máquina usada o la nueva puede tomarse con base en la rentabilidad de invertir los $6 000 adicionales en la nueva máquina. Si el valor equivalente del ahorro es mayor que el valor equivalente de la inversión adicional con la TMAR, debe realizarse dicha inversión (es decir, debe aceptarse la propuesta del costo inicial más alto). Por otra parte, si la inversión adicional no se justifica por el ahorro, debe aceptarse la propuesta con la menor inversión.

Es importante reconocer que el razonamiento para decidir sobre la selección es el mismo que si sólo hubiera *una alternativa* en estudio, y ésta fuera la representada por la serie de flujo de efectivo incremental. Cuando se considera de tal forma, es evidente que, a menos que dicha inversión produzca una tasa de rendimiento igual o mayor que la TMAR, no debe hacerse la inversión adicional. Como aclaración complementaria de este razonamiento de inversión adicional, considere lo siguiente: la tasa de rendimiento que puede obtenerse a través del flujo de efectivo incremental es una alternativa respecto de invertir con la TMAR. En la sección 8.1 se estableció que se supone que cualquier sobrante de fondos no invertido en la opción se invierte con la TMAR. La conclusión es clara:

Selección de la alternativa ME

Si la tasa de rendimiento disponible a través de los flujos de efectivo incrementales iguala o excede la TMAR, debe elegirse la alternativa asociada con la inversión adicional.

No sólo el rendimiento sobre la inversión adicional debe alcanzar o exceder la TMAR, sino también el rendimiento sobre la inversión, que es común a ambas alternativas, debe alcanzar o exceder la TMAR. En concordancia, antes de iniciar un análisis de TR incremental, se aconseja determinar la tasa interna de rendimiento i^* para cada alternativa. Esto puede realizarse sólo para *alternativas de ingreso*s, pues las alternativas de servicio sólo tienen flujos de efectivo de costo (negativos) y no puede determinarse ninguna i^*. La directriz es como se presenta a continuación:

Para múltiples alternativas de ingreso, calcule la tasa interna de rendimiento i^* de cada opción, y elimine todas las alternativas que tengan $i^* <$ TMAR. Compare las alternativas restantes de manera incremental.

Como ilustración, si la TMAR = 15% y dos alternativas tienen valores i^* de 12 y 21%, la alternativa de 12% puede dejar de considerarse. Con sólo dos alternativas, es obvio que se elige la segunda. Si ambas alternativas tienen $i^* <$ TMAR, ninguna se justifica y la opción de no hacer nada es económicamente la mejor. Cuando se evalúan tres o más alternativas, por lo general vale la pena, aunque no se requiera, calcular el i^* de cada una para lograr una apreciación preliminar. Con esta modalidad, las alternativas que no alcanzan la TMAR pueden dejar de evaluarse. Se trata de una modalidad especialmente útil cuando se realiza el análisis con hoja de cálculo. La función TIR aplicada a los flujos de efectivo estimados de cada alternativa llega a indicar con rapidez las inaceptables, como se demostrará más tarde en la sección 8.6.

Cuando se evalúan **proyectos independientes**, no hay comparación sobre la inversión adicional. El valor TR se utiliza para aceptar todos los proyectos con $i^* \geq$ TMAR, suponiendo que no existe limitación presupuestal. Por ejemplo, suponga que TMAR = 10%, y que tres proyectos independientes están disponibles con valores de TR de:

Selección de proyectos independientes

$$i_A^* = 12\% \qquad i_B^* = 9\% \qquad i_C^* = 23\%$$

Se eligen los proyectos A y C, pero no el B porque $i_B^* <$ TMAR.

8.4 Evaluación de la tasa de rendimiento con VP. Incremental y de punto de equilibrio ●●●

En esta sección se analiza el enfoque principal para seleccionar alternativas mutuamente excluyentes mediante el método de la tasa de rendimiento. Se desarrolla una expresión de VP para los flujos de efectivo incrementales que se iguala a cero. Utilice cálculos manuales o con hoja de cálculo para encontrar Δi^*_{B-A}, la TR interna para las series. La colocación de Δ (delta) antes de i^*_{B-A} la distingue de los valores de la TR general i^*_A e i^*_B. (Δi^* puede reemplazar a Δi^*_{B-A} cuando sólo existen dos alternativas.)

Como la TR incremental requiere comparar servicios iguales, en la formulación de la ecuación VP debe utilizarse el MCM de las vidas. A causa del requisito de reinversión para el análisis VP relacionado con activos de vida diferente, la serie incremental del flujo de efectivo puede implicar diversos cambios de signo, indicando valores múltiples de Δi^*. Aunque es incorrecto, tal indicación puede ignorarse en la práctica real. El enfoque correcto es aplicar una técnica de la sección 7.5. Esto significa que se determina la tasa de rendimiento compuesta única ($\Delta i'$ o $\Delta i''$) de la serie incremental del flujo de efectivo.

Estos tres elementos requeridos —**serie incremental del flujo de efectivo, MCM y raíces múltiples**— son las principales razones de que con frecuencia el método de TR se aplique incorrectamente en los análisis de ingeniería económica de alternativas múltiples. Como se expresó antes, siempre es posible y, por lo general, aconsejable cuando se indican múltiples tasas, utilizar un análisis VP o VA *para una TMAR establecida* en lugar del método de la TR.

El procedimiento completo (manual o en hoja de cálculo) para un análisis de TR incremental de dos alternativas es el siguiente:

1. Ordene las alternativas por monto de la inversión o costo inicial, a partir de la más baja, llamada A. La alternativa con la inversión inicial más alta está en la columna rotulada B en la tabla 8-1.
2. Elabore las series del flujo de efectivo y las de flujo de efectivo incrementales con el MCM de los años, suponiendo la reinversión en las alternativas.
3. Trace un diagrama de flujo de efectivo incremental, si es necesario.

4. Cuente el número de cambios de signo en la serie del flujo de efectivo incremental para determinar si hay tasas de rendimiento múltiples. De ser necesario, utilice el criterio de Norstrom sobre series de flujo de efectivo acumulativas incrementales para determinar si existe una raíz positiva única.
5. Haga VP = 0 y determine Δi^*_{B-A}.
6. Elija la mejor alternativa, desde el punto de vista económico, del modo siguiente:

Seleccionar la alternativa ME

Si $\Delta i^*_{B-A} <$ TMAR, seleccione la alternativa A.

Si $\Delta i^*_{B-A} \geq$ TMAR, la inversión adicional está justificada; seleccione la alternativa B.

Si Δi^* es exactamente igual o muy cercana a la TMAR, ciertas consideraciones no económicas ayudarían a seleccionar la "mejor" alternativa.

En el paso 5, si la tasa de rendimiento se calcula mediante ensayo y error, puede ahorrarse tiempo si se deja el valor de Δi^*_{B-A} en forma de rango en lugar de aproximarlo a un valor puntual mediante interpolación lineal, siempre y cuando no se necesite un valor individual de TR. Por ejemplo, si TMAR es 15% anual y se estableció que Δi^*_{B-A} está en el rango de 15 a 20%, no es necesario un valor exacto para aceptar B, pues ya se sabe que $\Delta i^*_{B-A} \geq$ TMAR.

Normalmente, la función TIR en una hoja de cálculo determina un valor Δi^*. Se pueden ingresar múltiples valores de ensayo para encontrar las raíces múltiples en el rango –100% a ∞ de una serie no convencional, como se ilustró en el ejemplo 7.4. Si éste no es el caso, para ser correcto, la indicación de las raíces múltiples en el paso 4 requiere aplicar una técnica de la sección 7.5 para encontrar una TER.

EJEMPLO 8.3

Ford Motor Company remodela una antigua planta de ensamblado de camiones en Michigan para producir el Ford Focus, modelo económico que ahorra combustible. Ford y sus proveedores buscan fuentes adicionales para construir transmisiones ligeras de larga duración. Los fabricantes de transmisiones automáticas usan troqueles complejos para elaborar engranes y otros componentes móviles de alta precisión. Son dos los fabricantes con sede en Estados Unidos que manufacturan los troqueles necesarios. Use las estimaciones unitarias que se encuentran a continuación y una TMAR de 12% anual para seleccionar al fabricante más económico. Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

	A	B
Costo inicial, $	−8 000	−13 000
Costos anuales, $ por año	−3 500	−1 600
Valor de rescate, $	0	2 000
Vida, años	10	5

Solución a mano

Éstas son alternativas de servicio, pues todos los flujos de efectivo son costos. Utilice el procedimiento antes descrito para estimar Δi^*_{B-A}.

1. Las alternativas A y B están correctamente ordenadas con la del costo inicial más alto en la columna 2 de la tabla 8-4.
2. Los flujos de efectivo para el MCM de 10 años se tabulan a continuación.

TABLA 8-4 Tabulación del flujo de efectivo incremental, ejemplo 8.3

Año	Flujo de efectivo A (1)	Flujo de efectivo B (2)	Flujo de efectivo incremental (3) = (2) − (1)
0	$–8 000	$–13 000	$–5 000
1–5	–3 500	–1 600	+1 900
5	—	+2 000 –13 000	–11 000
6–10	–3 500	–1 600	+1 900
10	—	+2 000	+2 000
	$–43 000	$–38 000	$+5 000

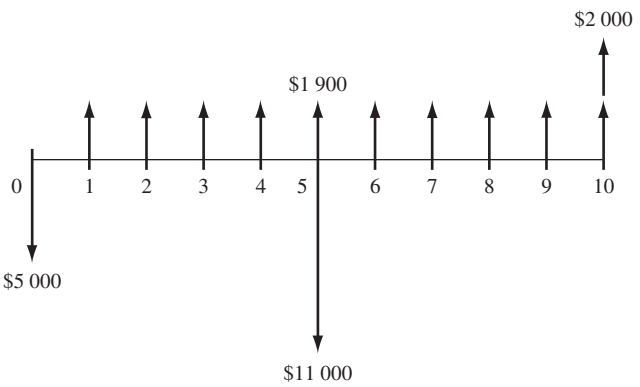


Figura 8-2
Diagrama de los flujos de efectivo incrementales, ejemplo 8.3.

3. El diagrama de flujo de efectivo incremental se muestra en la figura 8-2.

4. En la serie del flujo de efectivo incremental hay tres cambios de signo que indican hasta tres raíces. En la serie incremental acumulada, que empieza negativamente en $S_0 = \$-5\ 000$ y continúa hasta $S_{10} = \$+5\ 000$, también hay tres cambios de signo, que indican que puede existir más de una raíz positiva.

5. La ecuación de tasa de rendimiento basada en el VP de los flujos de efectivo incrementales es

$$0 = -5\ 000 + 1\ 900\ (P/A,\Delta i^*,10) - 11\ 000(P/F,\Delta i^*,5) + 2\ 000(P/F,\Delta i^*,10) \qquad (8.2)$$

A fin de resolver cualquier problema con raíces múltiples, puede suponerse que la tasa de inversión i_i en la técnica del RSCI es igual a la Δi^* obtenida por ensayo y error. La solución de la ecuación (8.2) para la primera raíz descubierta resulta ser una Δi^* entre 12 y 15%. Mediante interpolación se obtiene $\Delta i^* = 12.65\%$.

6. Como la tasa de rendimiento de 12.65% sobre la inversión adicional es mayor que la TMAR de 12%, debe seleccionarse el vendedor B de mayor costo.

Comentario

En el paso 4 se indica la presencia hasta de tres valores i^*. El análisis anterior encuentra una de las raíces en 12.65%. Cuando se establece que la TR es 12.65%, se supone que cualquier inversión neta positiva se reinvierte a 12.65%. Si esta suposición no fuera razonable, debe aplicarse la técnica del RSCI o la de la TR modificada con objeto de encontrar un valor diferente $\Delta i'$ o $\Delta i''$ para compararlo con la TMAR = 12%.

Las otras dos raíces son números positivos y negativos muy grandes, como lo indica la función TIR de Excel, de modo que no son útiles para el análisis.

Solución con hoja de cálculo

Los pasos 1 a 4 son los mismos que en el proceso anterior.

5. La figura 8-3 incluye el mismo flujo de efectivo neto incremental de la tabla 8-4 calculado en la columna D. La celda D15 despliega el valor Δi^* de 12.65% mediante la función TIR.

	A	B	C	D	E
1					
2		Vendor A	Vendor B	Incremental	
3	Year	cash flow, $	cash flow, $	cash flow, $	
4	0	-8,000	-13,000	-5,000	
5	1	-3,500	-1,600	1,900	
6	2	-3,500	-1,600	1,900	
7	3	-3,500	-1,600	1,900	
8	4	-3,500	-1,600	1,900	
9	5	-3,500	-12,600	-9,100	
10	6	-3,500	-1,600	1,900	
11	7	-3,500	-1,600	1,900	
12	8	-3,500	-1,600	1,900	
13	9	-3,500	-1,600	1,900	
14	10	-3,500	400	3,900	
15	Incremental i*			**12.65%**	
16					
17		Check: PW @ 12%		$137.67	
18					
19					
20					

= VPN(12%,D5:D14) + D4

Figura 8-3
Solución en hoja de cálculo con el MCM de las vidas y la función TIR, ejemplo 8.3.

6. Como la tasa de rendimiento sobre la inversión adicional es mayor que la TMAR de 12%, debe seleccionarse al vendedor B con mayor costo.

Comentario

Una vez preparada la hoja de cálculo, puede aplicarse una gran variedad de análisis. Por ejemplo, la fila 17 verifica, con la función VPN, que el valor presente sea cero con TMAR = 12%. Una gráfica del VP contra Δi o del VP *versus i* ayuda a interpretar la situación en forma visual.

La tasa de rendimiento determinada para la serie de flujo de efectivo incremental puede interpretarse como una **tasa de rendimiento de equilibrio**.

La **tasa de rendimiento de equilibrio** es el valor incremental de i^*, Δi^*, con el cual el VP (o el VA) de los *flujos de efectivo incrementales* es exactamente igual a cero. De manera equivalente, la TR de equilibrio es el valor de i, i^*, con el que el VP (o el VA) de los flujos de efectivo reales de dos alternativas son exactamente iguales entre sí.

TR de equilibrio

Si el flujo de efectivo incremental TR (Δi^*) es mayor que la TMAR, se elige la alternativa de mayor inversión. Por ejemplo, si la gráfica de VP contra i^* para los flujos de efectivo incrementales en la tabla 8-4 (y la hoja de cálculo de la figura 8-3) se construye para diversas tasas de interés, se obtiene la mostrada en la figura 8-4. En ella se muestra la Δi^* de equilibrio en 12.65%. Las conclusiones son que

- Para TMAR $<$ 12.65%, se justifica la inversión adicional para B.
- Para TMAR $>$ 12.65%, lo opuesto es cierto; la inversión adicional en B no debe efectuarse, y se elige al vendedor A.
- Si TMAR es exactamente 12.65%, las alternativas son igualmente atractivas.

La figura 8-5, que es una gráfica de equilibrio de VP contra i para los flujos de efectivo (no incrementales) de cada alternativa en el ejemplo 8.3, proporciona los mismos resultados. Como todos los flujos de efec-

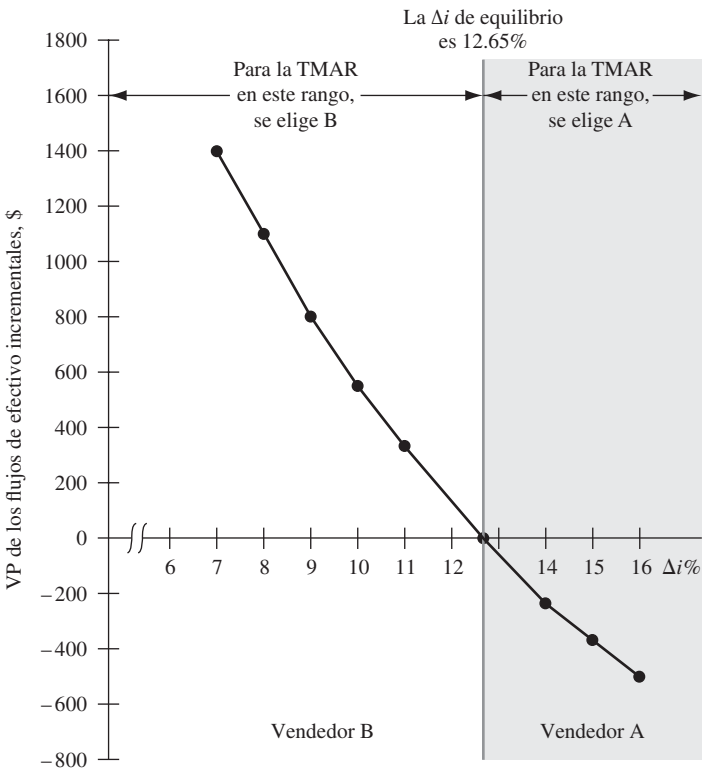


Figura 8-4
Gráfica del valor presente de los flujos de efectivo incrementales para el ejemplo 8.3 con distintos valores de Δi.

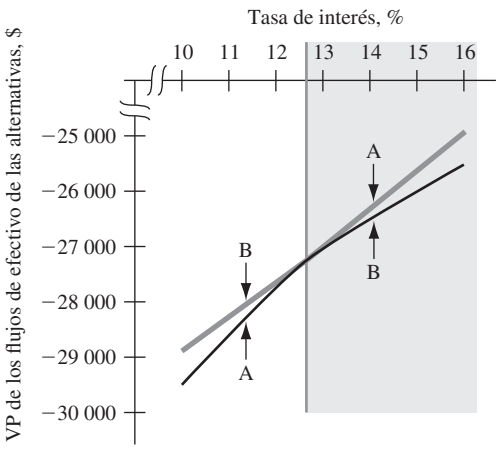


Figura 8-5
Gráfica del punto de equilibrio de los flujos de efectivo del ejemplo 8.3 (no incrementales).

tivo netos son negativos (alternativas de costo), los valores de VP son negativos. Ahora, se llega a las mismas conclusiones mediante la siguiente lógica:

- Si TMAR $<$ 12.65%, seleccione B, pues el VP de los flujos de efectivo de costo es menor (numéricamente mayor).
- Si TMAR $>$ 12.65%, seleccione A, pues su VP de costo es menor.
- Si TMAR es exactamente 12.65%, cualquier alternativa es igualmente atractiva.

El ejemplo 8.4 ilustra la evaluación de la TR incremental y la tasa de rendimiento de equilibrio en gráficas para alternativas de ingresos. En el capítulo 13 se examina más a fondo el análisis de punto de equilibrio.

EJEMPLO 8.4

Existen sistemas nuevos de filtración para aviones comerciales que usan un campo eléctrico para eliminar hasta 99.9% de las enfermedades infecciosas y contaminantes del aire de una aeronave. Esto tiene importancia vital porque muchos de los gérmenes de gripe, virus y otras enfermedades contagiosas se transmiten por los sistemas que recirculan el aire varias veces por hora en los aviones. Las inversiones en nuevos equipos de filtración cuestan de $100 000 a $150 000 por avión, pero los ahorros en combustible, quejas, demandas, etcétera, también son significativos. Use las siguientes estimaciones (en unidades de $1 000) de dos proveedores cuyos equipos cumplen la misma función para lo siguiente, con una hoja de cálculo y una TMAR de 15% anual.

- Trace dos gráficas: VP *versus* i, para los flujos de efectivo de ambas alternativas, y VP *versus* Δi para flujos de efectivo incrementales.
- Estime los valores de la TR de equilibrio a partir de ambas gráficas, y con dicha estimación seleccione una alternativa.

	Air Cleanser (filtro 1)	Purely Heaven (filtro 2)
Costo inicial por avión, $	–1 000	–1 500
Ahorros estimados, $ por año	375	700 en el año 1, y se reduce 100 anual en adelante
Vida estimada, años	5	5

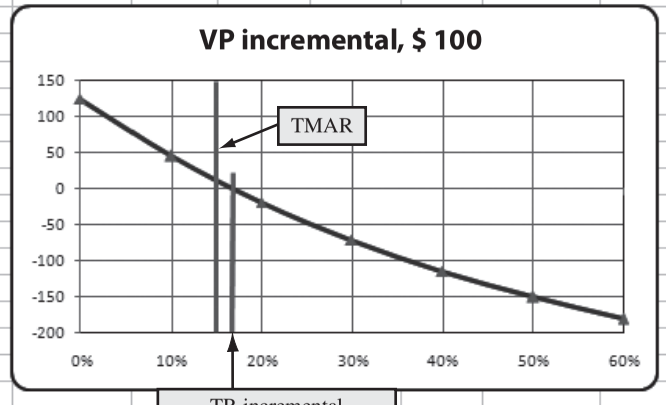
Solución con hoja de cálculo

Consulte la figura 8-6 conforme se avance en la solución. Para su información, el renglón 10 muestra los valores de TR calculados con la función TIR para los flujos de efectivo del filtro 1 y el filtro 2, y la serie de flujo de efectivo incremental (filtro 2 − filtro 1).

Las pruebas de los signos para el flujo de efectivo de cada filtro indican que no hay tasas múltiples. La prueba de los signos para el flujo de efectivo incremental no indica la presencia de una raíz positiva única; sin embargo, la segunda tasa es demasiado grande, por lo que carece de utilidad. Los VP de los flujos de efectivo de los filtros 1 y 2 están graficados en el lado derecho para valores de i que van de 0 a 60%. Como las curvas del VP se intersecan en $i^* = 17\%$, aproximadamente, la tasa sí excede a la TMAR de 15%. Por ello se elige al filtro 2 de mayor costo (Purely Heaven).

La curva de VP para la serie de flujos de efectivo incrementales (columna G) aparece en la gráfica del lado inferior izquierdo de la figura 8-6. Como se esperaba, la curva interseca al eje VP $= 0$ aproximadamente en el valor de 17%, lo que arroja la misma conclusión económica acerca del filtro 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Filtro 1		Filtro 1	Filtro 2			
2	Año	Flujo de efectivo, $ 100	Tasa, i%	VP, $ 100	Flujo de efectivo, $ 100	VP, $ 100	Flujo de efectivo incremental, $ 100	VP incremental, $ 100
3	0	-1,000	0%	875	-1,500	1,000	-500	125
4	1	375	10%	422	700	467	325	46
5	2	375	20%	121	600	103	225	-19
6	3	375	30%	-87	500	-158	125	-71
7	4	375	40%	-237	400	-352	25	-115
8	5	375	50%	-349	300	-500	-75	-151
9			60%	-435		-616		-182
10	Valor de i*	25.41%			23.57%		16.89%	



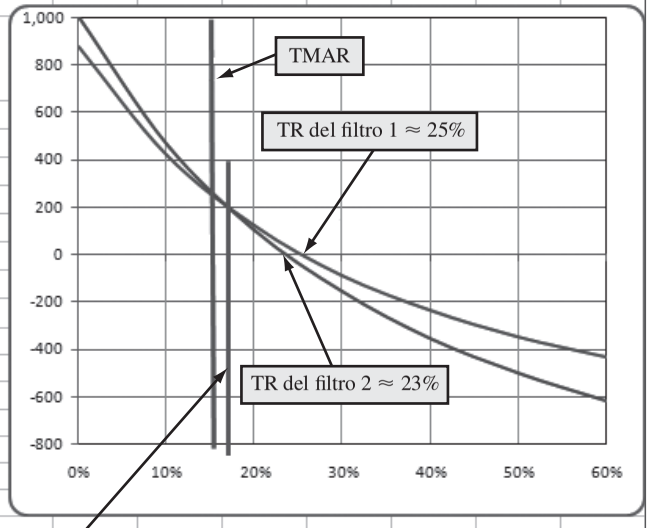


Figura 8-6
Gráfica del VP *versus i*, y VP *versus i* incremental, ejemplo 8.4.

La figura 8-6 ofrece una excelente oportunidad para saber por qué el método de la TR puede resultar en la selección de la alternativa errónea cuando sólo se usan valores de i^* para elegir entre dos alternativas. A esto se le llama a veces el **problema de inconsistencia de ordenación** del método TR. *La inconsistencia ocurre cuando se establece una TMAR menor que la tasa de equilibrio entre las dos alternativas de ingresos*. Como la TMAR se establece con base en condiciones de la economía y el mercado, su valor se establece de manera externa a cualquier evaluación particular de alternativas. En la figura 8-6, la tasa de equilibrio incremental es 16.89%, y la TMAR es 15%. La TMAR es menor que la tasa de equilibrio; por ello, *el análisis de TR incremental* resulta en seleccionar correctamente al filtro 2. Pero si sólo se utilizaran los valores de i^*, se escogería erróneamente al filtro 1, porque su i^* es mayor que la del filtro 2 (25.41% > 23.57%). Este error ocurre porque el método de tasa de rendimiento supone la reinversión con el valor TR de la alternativa, mientras que los análisis del VP y VA usan la TMAR como tasa de reinversión. La conclusión es simple:

Si se emplea el método de la TR para evaluar dos o más alternativas, use los **flujos de efectivo incrementales y** Δi^* para tomar la decisión entre las alternativas.

8.5 Evaluación de la tasa de rendimiento mediante el VA

La comparación de alternativas con el método TR, realizado de manera correcta, siempre conduce a la misma decisión que un análisis VP o VA, independientemente de que la TR se determine con una ecuación basada en VP o en VA. Sin embargo, para la técnica basada en VA, existen dos formas equivalentes para realizar la evaluación: 1) con los *flujos de efectivo incrementales* sobre el MCM de vidas alternativas, como se hace para la ecuación del VP (véase la sección 8.4), o 2) al encontrar el VA para *los flujos de efectivo reales* de cada alternativa y establecer la diferencia de los dos igual a cero para hallar el valor Δi^*. No existe diferencia entre los dos enfoques si las vidas alternativas son iguales. Ambos métodos se resumen aquí.

Como el método de TR requiere la comparación para un servicio igual, **los flujos de efectivo incrementales deben evaluarse sobre el MCM de las vidas**. Quizá no haya ventaja computacional real para usar VA, como se vio en el capítulo 6. Se usa el mismo procedimiento de seis pasos de la sección previa (para cálculos con base en el VP), excepto que en el paso 5 se desarrolla la ecuación del VA.

Requerimiento de igual servicio

El segundo método basado en el VA, aprovecha la suposición de la técnica VA de que el VA equivalente es el mismo para cada año del primero y todos los ciclos de vida sucesivos. Ya sea que las vidas sean iguales o diferentes, plantee la *ecuación del VA para los flujos de efectivo de cada alternativa* conforme la relación siguiente y resuelva para i^*.

$$\mathbf{0 = VA_B - VA_A} \qquad \mathbf{(8.3)}$$

Para ambos métodos, todos los valores equivalentes están sobre la base del VA, de manera que la i^* que resulta de la ecuación (8.3) es la misma que la Δi^* encontrada con el primer enfoque. El ejemplo 8.5 ilustra el análisis de la TR mediante relaciones con base en el VA para vidas diferentes.

EJEMPLO 8.5

Compare las alternativas de los vendedores A y B para Ford en el ejemplo 8.3 con un método de TR incremental basado en VA y la misma TMAR de 12% anual.

Solución

Por referencia, la ecuación de la TR basada en el VP, ecuación (8.2), para el flujo de efectivo incremental del ejemplo 8.3 muestra que debe elegirse al vendedor A, pues $\Delta i^* = 12.65\%$.

Para la relación del VA, existen dos enfoques de solución equivalente. Escriba una ecuación basada en el VA sobre la serie de flujo de efectivo *incremental* y el *MCM de 10 años*, o escriba la ecuación (8.3) para las *dos series de flujo de efectivo real durante un ciclo de vida* de cada alternativa.

Para el método incremental, la ecuación del VA es

$$0 = -5\,000(A/P,\Delta i^*,10) - 11\,000(P/F,\Delta i^*,5)(A/P,\Delta i^*,10) + 2\,000(A/F,\Delta i^*,10) + 1\,900$$

Es fácil ingresar los flujos de efectivo incrementales en una hoja de cálculo, como en la figura 8-3, columna D, y usar la función TIR(D4:D14) para desplegar $\Delta i^* = 12.65\%$.

Para el segundo método, la TR se encuentra con los flujos de efectivo reales y las vidas respectivas de 10 años para A y 5 años para B.

$$VA_A = -8\,000(A/P,i,10) - 3\,500$$
$$VA_B = -13\,000(A/P,i,5) + 2\,000(A/F,i,5) - 1\,600$$

Ahora desarrolle $0 = VA_B - VA_A$.

$$0 = -13\,000(A/P,i^*,5) + 2\,000(A/F,i^*,5) + 8\,000(A/P,i^*,10) + 1\,900$$

La solución de nuevo da por resultado $i^* = 12.65\%$.

Comentario

Es muy importante recordar que se debe usar el mínimo común múltiplo de las vidas al realizar un análisis de la TR incremental con una ecuación basada en el VA sobre los *flujos de efectivo incrementales*.

8.6 Análisis de la TR incremental de alternativas múltiples ●●●

Esta sección considera la elección entre alternativas múltiples mutuamente excluyentes con el método de la TR incremental. La aceptación de una alternativa automáticamente excluye la aceptación de cualquier otra. El análisis se basa en las ecuaciones del VP (o VA) para flujos de efectivo incrementales entre dos alternativas a la vez.

Cuando se aplica el método de la TR incremental, toda la inversión debe tener un rendimiento al menos igual a la TMAR. Cuando los valores i^* de varias alternativas exceden la TMAR, se requiere evaluar la TR incremental. (Para alternativas de ingresos, si no hay siquiera una $i^* \geq$ TMAR, se selecciona la opción de no hacer nada.) Para todas las alternativas (de ingresos o costos), la inversión incremental debe justificarse por separado. Si el rendimiento sobre la inversión adicional iguala o excede la TMAR, entonces debe hacerse la inversión adicional con el propósito de maximizar el rendimiento total del dinero disponible, como se analizó en la sección 8.1.

Para el análisis de TR de alternativas múltiples mutuamente excluyentes, se utilizan los siguientes criterios.

Selección de alternativas ME

Seleccione la alternativa que:
Exija la **mayor inversión**, e
Indique que **se justifica la inversión adicional** respecto de otra alternativa aceptable.

Una regla importante al evaluar alternativas múltiples con el método de la TR incremental es que *una alternativa nunca debe compararse con aquella para la cual no se justifica la inversión incremental.*

Más adelante se resume el procedimiento de evaluación de la TR incremental para múltiples alternativas de vidas iguales. El paso 2 se aplica sólo a alternativas de ingresos, pues la primera alternativa se compara con NH (no hacer) cuando se estiman los flujos de efectivo del ingreso. Los términos **defensor** y **retador** son dinámicos en cuanto a que se refieren, respectivamente, a la opción seleccionada actualmente (el defensor) y a la que está retándola para la aceptación con base en Δi^*. En la evaluación de cada pareja, existe una de cada una. Los pasos para la solución a mano o con hoja de cálculo son los siguientes:

1. Ordene las alternativas **desde la inversión inicial menor hasta la mayor**. Registre la estimación de flujos de efectivo anual para cada alternativa de vida igual.
2. *Sólo para alternativas de ingresos*: Calcule i^* para la primera alternativa. De hecho, esto hace a NH el defensor, y a la primera alternativa, la retadora. Si $i^* <$ TMAR, elimine la alternativa y vaya a la siguiente. Repita esto hasta que $i^* \geq$ TMAR por primera vez, y defina dicha opción como la defensora. La siguiente alternativa es ahora la retadora. Vaya al paso 3. (*Nota*: Aquí es donde la solución con hoja de cálculo puede ser una ayuda rápida. Primero calcule la i^* en todas las alternativas, con la función TIR, y seleccione como defensora la primera para la cual $i^* \geq$ TMAR. Denomínela defensora y vaya al paso 3.)
3. Determine el flujo de efectivo incremental entre la retadora y la defensora con la relación

$$\begin{matrix}\text{Flujo de}\\ \text{efectivo incremental}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{flujo de}\\ \text{efectivo retador}\end{matrix} - \begin{matrix}\text{flujo de}\\ \text{efectivo defensor}\end{matrix}$$

Plantee la ecuación de la TR.

4. Calcule Δi^* para la serie de flujos de efectivo incremental mediante una ecuación basada en el VP o en el VA. (El VP se utiliza con mayor frecuencia.)
5. Si $\Delta i^* \geq$ TMAR, el retador se convierte en el defensor y se elimina el defensor anterior. Por el contrario, si $\Delta i^* <$ TMAR, se descarta el retador y se mantiene el defensor contra el próximo retador.
6. Repita los pasos 3 a 5 hasta que sólo quede una opción. Ésta es la seleccionada.

Observe que sólo se comparan dos alternativas a la vez. Es muy importante que se comparen las alternativas correctas, de lo contrario es probable que se seleccione la equivocada.

EJEMPLO 8.6

Caterpillar Corporation quiere construir una instalación para almacenaje de piezas de repuesto cerca de Phoenix, Arizona. Un ingeniero de planta identificó cuatro opciones de ubicación. En la tabla 8-5 se detalla el costo inicial de edificación de cimientos y prefabricación, así como las estimaciones de flujo de efectivo neto anual. La serie de flujo de efectivo neto anual varía debido a diferencias en mantenimiento, costos de mano de obra, cargos de transporte, etcétera. Si la TMAR es de 10%, utilice el análisis de TR incremental para seleccionar la mejor ubicación desde el punto de vista económico.

TABLA 8-5 Estimaciones de cuatro ubicaciones posibles de construcción, ejemplo 8.6

	A	B	C	D
Costo inicial, $	–200 000	–275 000	–190 000	–350 000
Flujo de efectivo anual, $ por año	+22 000	+35 000	+19 500	+42 000
Vida, años	30	30	30	30

Solución

Todos los sitios tienen una vida de 30 años y todas son alternativas de ingresos. Se aplica el procedimiento bosquejado líneas arriba.

1. En la tabla 8.6 se ordenan las alternativas por costo inicial creciente.
2. Compare la ubicación C con la alternativa de no hacer nada. La relación TR incluye sólo el factor P/A.

$$0 = -190\,000 + 19\,500(P/A,i^*,30)$$

La columna 1 de la tabla 8-6 presenta el valor del factor calculado $(P/A,\Delta i^*,30)$ de 9.7436 y de $\Delta i_c^* = 9.63\%$. Como $9.63\% < 10\%$, se elimina la ubicación C. Ahora la comparación es entre A y no hacer nada, y la columna 2 muestra que $\Delta i_A^* = 10.49\%$, lo cual elimina la opción de no hacer nada; el defensor es ahora A y el retador es B.

TABLA 8-6 Cálculo de la tasa de rendimiento incremental de cuatro alternativas, ejemplo 8.6

	C (1)	A (2)	B (3)	D (4)
Costo inicial, $	–190 000	–200 000	–275 000	–350 000
Flujo de efectivo, $ por año	+19 500	+22 000	+35 000	+42 000
Alternativas comparadas	C a NH	A a NH	B a NH	D a NH
Costo incremental, $	–190 000	–200 000	–75 000	–75 000
Flujo de efectivo incremental, $	+19 500	+22 000	+13 000	+7 000
Factor $(P/A,\Delta i^*,30)$ calculado	9.7436	9.0909	5.7692	10.7143
Δi^*,%	9.63	10.49	17.28	8.55
¿Se justifica el incremento?	No	Sí	Sí	No
Alternativa seleccionada	NH	A	B	B

3. La serie del flujo de efectivo incremental, en la columna 3, y Δi^* para una *comparación B con A* se determina a partir de:

$$0 = -275\,000 - (-200\,000) + (35\,000 - 22\,000)(P/A,\Delta i^*,30)$$
$$= -75\,000 + 13\,000(P/A,\Delta i^*,30)$$

4. De acuerdo con las tablas de interés, se debe buscar el factor P/A en la TMAR, que es $(P/A,10\%,30) = 9.4269$. Ahora, cualquier valor P/A mayor que 9.4269 indica que Δi^* será inferior a 10% y por ello inaceptable. El factor P/A es 5.7692, de modo que B es aceptable. Para fines de referencia, $\Delta i^* = 17.28\%$.

5. La alternativa B se justifica incrementalmente (nueva defensora), con lo que elimina la alternativa A.

6. Al comparar D con B (pasos 3 y 4) se genera la relación VP $0 = -75\,000 + 7\,000(P/A,\Delta i^*,30)$ y un valor P/A de 10.7143 ($\Delta i^* = 8.55\%$). Se elimina la ubicación D y **sólo permanece la opción B, que se elige**.

Comentario

Una alternativa *siempre* debe compararse incrementalmente con una alternativa aceptable, y la opción de no hacer nada puede resultar la única aceptable. Como C no se justificó en este ejemplo, la ubicación A no se comparó con C. Por tanto, *si* la comparación de B con A no hubiera indicado que B se justificaba incrementalmente, entonces la comparación de D con A habría sido la correcta, en lugar de la de D con B.

Para demostrar la importancia de aplicar apropiadamente el método de la TR, considere lo siguiente. Si al principio se calcula la i^* de cada alternativa, los resultados por opciones ordenadas son

Ubicación	C	A	B	D
i^*, %	9.63	10.49	12.35	11.56

Ahora aplique *sólo* el primer criterio ya establecido; es decir, haga que la inversión más grande tenga una TMAR de 10% o más. Se selecciona la ubicación D; pero, como se demostró antes, es la selección equivocada, pues la inversión adicional de $75 000 por encima de la ubicación B no obtendrá la TMAR. De hecho, obtendrá sólo 8.55%. Éste es otro ejemplo del *problema de la inconsistencia en la ordenación con el método de la TR* que se mencionó en la sección 8.4.

Para alternativas de costos, el flujo de efectivo incremental es la diferencia de costos entre las dos alternativas. No existe la opción de no hacer nada ni tampoco el paso 2 en el procedimiento de solución. Por consiguiente, la alternativa de menor inversión es la defensora inicial contra la siguiente de inversión más baja (la retadora). Este procedimiento se ilustra en el ejemplo 8.7 con una solución de hoja de cálculo.

EJEMPLO 8.7

La falla total de una plataforma petrolera en el mar y el derrame resultante de entre 800 000 y 1 000 000 de galones diarios en el Golfo de México en la primavera de 2010 hizo que los grandes productores y transportistas de petróleo tomaran conciencia del daño que causan a las personas y todas las formas de vida acuática los derrames de esta magnitud. Para enfrentar el peligro específico para las aves y otras formas de vida acuática, los ingenieros ambientalistas de varias corporaciones petroleras internacionales (Exxon-Mobil, BP, Shell y algunos transportistas de productores de la OPEP) idearon un plan para ubicar, estratégicamente a lo largo del mundo, equipo recién desarrollado mucho más eficaz que los procedimientos manuales para limpiar los residuos de petróleo crudo del plumaje de las aves. El Club Sierra, Greenpeace y otros grupos ecologistas están en favor de la iniciativa. Se dispone de otras máquinas de fabricantes en Asia, América, Europa y África con los costos estimados en la tabla 8-7. Se espera que los costos anuales estimados sean elevados para asegurar prontitud en cualquier momento. Los representantes de la compañía acordaron usar el promedio de los valores TMAR corporativos, que resulta en TMAR = 13.5%. Utilice una hoja de cálculo y un análisis TR incremental para determinar cuál fabricante ofrece la mejor elección económica.

TABLA 8-7 Costos de cuatro máquinas, ejemplo 8.7

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Costo inicial, $	–5 000	–6 500	–10 000	–15 000
Costo de operación anual, $	–3 500	–3 200	–3 000	–1 400
Valor de rescate, $	+500	+900	+700	+1 000
Vida, años	8	8	8	8

Solución con hoja de cálculo

Siga el procedimiento del análisis TR incremental. La hoja de cálculo de la figura 8-7 contiene la solución completa.

1. Las alternativas ya están ordenadas en orden creciente de los costos iniciales.
2. Son alternativas de servicio, de modo que no hay comparación con NH, pues no pueden calcularse los valores de i^*.
3. La máquina 2 es la primera retadora de la máquina 1; los flujos de efectivo incrementales para la comparación entre 2 y 1 están en la columna D.
4. La comparación de 2 con 1 resulta en $\Delta i^* = 14.57\%$ al aplicar la función TIR.
5. Este rendimiento excede la TMAR = 13.5%, de modo que la máquina 2 es la nueva defensora (celda D17).

La comparación continúa para 3 con 2 en la columna E, donde el rendimiento es negativo en $\Delta i^* = -18.77\%$; la máquina 2 se mantiene como defensora. Por último, la comparación de 4 con 2 tiene una TR incremental de 13.60%, lo cual es un poco mayor que la TMAR = 13.5%. La conclusión es comprar la máquina 4, pues la inversión adicional está (marginalmente) justificada.

	A	B	C	D	E	F
1		Year	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4
2	Initial investment, $		-5,000	-6,500	-10,000	-15,000
3	Annual cost, $ per year		-3,500	-3,200	-3,000	-1,400
4	Salvage value, $		500	900	700	1,000
5	**Incremental comparison**			**2 to 1**	**3 to 2**	**4 to 2**
6	Incremental investment, $	0		-1,500	-3,500	-8,500
7	Incremental cash flow, $ per year	1		300	200	1,800
8		2		300	200	1,800
9		3		300	200	1,800
10		4		300	200	1,800
11		5		300	200	1,800
12		6		300	200	1,800
13		7		300	200	1,800
14		8		700	0	1,900
15	Incremental i* (Δi*)			14.57%	-18.77%	13.60%
16	Increment justified?			Yes	No	Yes
17	**Alternative selected**			2	2	4
18		= TIR(D6:D14)				
19						
20						

Figura 8-7
Solución en hoja de cálculo para elegir entre cuatro alternativas de servicio, ejemplo 8.7.

Comentario

Como ya se mencionó, no es posible generar una gráfica de VP contra i por cada alternativa de servicio, pues todos los flujos de efectivo son negativos. Sin embargo, es posible generar gráficas de VP contra Δi para las series incrementales en la misma forma en que se ha realizado antes. Las curvas cruzarán el eje VP = 0 en los valores Δi^* determinados mediante las funciones TIR.

La selección de alternativas múltiples mutuamente excluyentes, con **vidas desiguales**, mediante valores de Δi^* exige que se evalúen los flujos de efectivo incrementales durante el MCM de las vidas de las dos alternativas que se comparan. Ésta es otra aplicación del principio de comparación de igual servicio. La aplicación de hoja de cálculo en la siguiente sección ilustra los cálculos.

Para hacer la selección siempre es posible depender del análisis VP o VA de los flujos de efectivo incrementales en la TMAR. En otras palabras, no calcule Δi^* para cada comparación por pares; en vez de

ello, encuentre el VP o VA con la TMAR. Sin embargo, todavía es necesario realizar la comparación durante el número de años que sea el MCM para elaborar bien el análisis incremental.

8.7 Análisis completo en una sola hoja de cálculo (opcional) ●●●

Para los profesores y estudiantes que prefieren las hojas de cálculo, el ejemplo 8.8 combina muchas de las técnicas del análisis económico que se han aprendido hasta ahora: análisis de TR (interna), análisis de TR incremental, análisis de VP y análisis de VA. Ahora que se dominan las funciones TIR, VPN y VP, es posible realizar una amplia variedad de evaluaciones de alternativas múltiples en una sola hoja de cálculo. Para entender mejor cómo se forman y usan las funciones, el lector debe desarrollar sus formatos, pues no hay etiquetas de celdas en este ejemplo. Aquí se incluye una serie de flujo de efectivo no convencional para la cual es posible encontrar valores múltiples de TR y seleccionar tanto de alternativas mutuamente excluyentes como de proyectos independientes.

EJEMPLO 8.8

Las conexiones para mensajes de texto, teléfono e internet instalados en los asientos de los pasajeros de las líneas aéreas son un servicio esperado por muchos clientes. Singapore Airlines sabe que tendrá que reemplazar de 15 000 a 24 000 unidades en pocos años en sus aeronaves Boeing 757, 777 y A300. Cuatro características opcionales de manejo de datos, que se construyen una sobre otra, están disponibles por el fabricante, pero a un costo agregado por unidad. Además de costar más, se estima que las opciones de finalidad superior (por ejemplo, servicio de conexión de video por satélite) tendrán vidas más largas antes de que se requiera el siguiente reemplazo por las nuevas características avanzadas esperadas por los pasajeros. Se espera que las cuatro opciones aumenten las ventas anuales en cantidades variables. Las filas 2 a 6 de la hoja de cálculo en la figura 8-8 incluyen todos los estimados de las cuatro opciones.

a) Con TMAR = 15%, realice evaluaciones TR, VP y VA para seleccionar el nivel de opciones económicamente más prometedor.

b) Si puede elegirse más de un nivel de opciones, considere los cuatro que se consideran proyectos independientes. Si en este momento no hay limitaciones presupuestarias, ¿cuáles son las opciones aceptables si la TMAR se incrementa a 20% cuando puede elegirse más de una opción?

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	TMAR =	15%						
2	**Opción**		**A**	**B**	**C**		**D**	
3	Costo inicial, $		-6,000	-7,000	-9,000		-17,000	
4	Flujo de efectivo anual, $ por año		2,000	3,000	3,000		3,500	
5	Valor de rescate, $		0	200	300		1,000	
6	Vida, años	Año	3	4	6		12	
7	**Comparación de la TR incremental**		**FE real**	**FE real**	**FE real**	**C a B**	**FE real**	**D a C**
8	Inversión incremental, $	0	-6,000	-7,000	-9,000	-2,000	-17,000	-8,000
9	Flujo de efectivo incremental	1	2,000	3,000	3,000	0	3,500	500
10	durante el MCM, $ por año	2	2,000	3,000	3,000	0	3,500	500
11		3	2,000	3,000	3,000	0	3,500	500
12		4		3,200	3,000	6,800	3,500	500
13		5			3,000	0	3,500	500
14		6			3,300	-8,700	3,500	9,200
15		7				0	3,500	500
16		8				6,800	3,500	500
17		9				0	3,500	500
18		10				0	3,500	500
19		11				0	3,500	500
20		12				100	4,500	1,200
21	i* conjunta		0.00%	26.32%	24.68%		17.87%	
22	¿Conservar o eliminar?		Eliminar	Conservar	Conservar		Conservar	
23	i* incremental (Δi*)					19.42%		11.23%
24	¿Se justifica el incremento?					Sí		No
25	**Alternativa seleccionada**					**C**		**C**
26	VA con la TMAR		-628	588	656		398	
27	VP con la TMAR		-3,403	3,188	3,557		2,159	
28	Alternativa seleccionada		No	No	Sí		No	

Figura 8-8
Análisis en una hoja de cálculo con los métodos de TR, VP y VA de alternativas con ingresos y vidas diferentes, ejemplo 8.8.

Solución con hoja de cálculo

a) La hoja de cálculo (figura 8-8) se divide en seis secciones:

Sección 1 (filas 1 y 2): Valor TMAR y nombres de las alternativas (A hasta D) en orden creciente de costo inicial.

Sección 2 (filas 3 a 6): Estimados de flujo de efectivo neto por unidad para cada alternativa. Son alternativas de ingreso con vidas diferentes.

Sección 3 (filas 7 a 20): Aquí se despliegan flujos de efectivo real e incremental.

Sección 4 (filas 21 y 22): Como aquí todas son alternativas de ingreso, los valores i^* se determinan mediante la función TIR. Si una alternativa pasa la prueba TMAR ($i^* > 15\%$), se conserva y se agrega una columna a la derecha de su flujo de efectivo real para determinar el flujo de efectivo incremental. Se insertaron las columnas F y H para hacer espacio para las evaluaciones incrementales. La alternativa A no pasa la prueba de la i^*.

Sección 5 (filas 23 a 25): Las funciones TIR despliegan los valores Δi^* en las columnas F y H. La comparación de C a B tiene lugar durante el MCM de 12 años. Como $\Delta i^*_{C-B} = 19.42\% > 15\%$, elimine B; la alternativa C es la nueva defensora, y D es la siguiente retadora. La comparación final de D con C durante 12 años resulta en $\Delta i^*_{D-C} = 11.23\% < 15\%$, de modo que se descarta D. La alternativa C es la elegida.

Sección 6 (filas 26 a 28): Aquí entran los análisis VA y VP. El valor VA sobre la vida de cada alternativa se calcula con la función PAGO en la TMAR, y la función VPN insertada. Además, el valor VP se determina a partir del valor VA para 12 años, con la función VP. Para ambas medidas, la alternativa C tiene el mayor valor numérico, como se esperaba.

Conclusión: Todos los métodos tienen el mismo resultado, la elección correcta de la alternativa C.

b) Como cada opción es independiente de las demás y no hay limitación presupuestal en este momento, cada valor i^* en la fila 21 de la figura 8-8 se compara con TMAR = 20%. Ésta es una comparación de cada opción con la de no hacer nada. De las cuatro, las opciones B y C tienen $i^* > 20\%$; son aceptables, pero las otras dos no lo son.

Comentario

En el inciso *a*) se aplicaron las dos pruebas de los signos para raíces múltiples a la serie de flujo de efectivo incremental con el fin de comparar C con B. La serie en sí misma tiene tres cambios de signo, y la serie de flujo de efectivo acumulado comienza negativamente y también implica tres cambios de signo. Por tanto, pueden existir hasta tres raíces reales. La función TIR se aplica en la celda F23 para obtener $\Delta i^*_{C-B} = 19.42\%$ sin usar un procedimiento adicional (sección 7.5). Esto significa que es razonable la presunción de reinversión a 19.42% para flujos de efectivo de inversión neta positiva. Si la TMAR = 15%, o alguna otra tasa de ganancia, fuese más apropiada, podría haberse aplicado el procedimiento del RSCI para determinar una tasa única, que sería diferente de 19.42%. Según la tasa de inversión elegida, la opción C puede o no justificarse incrementalmente respecto de B. Aquí la suposición es que el valor de Δi^* es razonable, de modo que C se justifica.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Así como los métodos de los valores presente, anual y futuro permiten encontrar la mejor opción entre varias, los cálculos de la tasa de rendimiento incremental sirven para el mismo propósito. Al emplear la técnica de la TR es necesario tomar en cuenta los **flujos de efectivo incrementales** si se selecciona entre alternativas mutuamente excluyentes. La evaluación de la inversión incremental se realiza sólo entre dos alternativas a la vez, a partir de la de menor inversión inicial. Una vez eliminada una opción, ya no se vuelve a considerar.

Los valores de la tasa de rendimiento tienen un atractivo natural para la dirección, pero es frecuente que el análisis de la TR sea más difícil de plantear y llevar a cabo que el análisis del VP o del VA con una TMAR establecida. Al realizar un análisis TR debe tenerse cuidado con los flujos de efectivo incrementales; de otra forma, puede dar resultados incorrectos.

Si al evaluar proyectos independientes no hay una limitación presupuestal, el valor de cada TR se compara con la TMAR. Puede aceptarse cualquier número de proyectos, o ninguno.

PROBLEMAS

Comprensión de la TR incremental

8.1 En una tabulación de flujo de efectivo, la columna titulada "Tasa de rendimiento sobre el flujo de efectivo incremental" representa la tasa de rendimiento ¿sobre qué?

8.2 Si la tasa de rendimiento sobre el flujo de efectivo incremental entre dos alternativas es menor que la tasa mínima atractiva de rendimiento, ¿cuál alternativa debe seleccionarse, si acaso?

8.3 Un ingeniero compara tres proyectos con el método de la TR incremental. Hay estimaciones de flujo de efectivo de ingresos y costos. Él utiliza la función TIR de Excel para determinar los valores de TR de cada proyecto. La del primero está 3.5% por arriba de la TMAR; la del segundo, 1.2% por debajo de la TMAR; y la tercera, 2.4% por arriba de la TMAR. ¿Qué alternativas, si las hubiera, debe incluir en el análisis de la TR incremental?

8.4 Las tasas de rendimiento de las alternativas X y Y son de 15 y 12%, respectivamente. La alternativa Y requiere una inversión mayor que la X.
a) ¿Qué es lo que se sabe acerca de la tasa de rendimiento sobre el incremento de la inversión entre las dos alternativas?
b) Si la TMAR es de 12%, ¿qué alternativa debe seleccionarse y por qué?

8.5 Victoria compara dos alternativas mutuamente excluyentes, A y B. La TR conjunta de la alternativa A es mayor que la TMAR, y la TR conjunta de la alternativa B, que requiere la inversión más grande, es exactamente igual a la TMAR.
a) ¿Qué es lo que se conoce sobre la TR del incremento entre A y B?
b) ¿Qué alternativa debe seleccionarse?

8.6 Una compañía procesadora de comida estudia dos tipos de analizadores de humedad. Sólo puede seleccionar uno. La compañía espera un modelo infrarrojo que produzca una tasa de rendimiento de 27% anual. Un modelo de microondas más caro generaría una tasa de rendimiento de 22% anual. Si la TMAR de la compañía es 19% anual, ¿puede el lector determinar qué modelo debe comprarse con sólo la información sobre la tasa de rendimiento conjunta? ¿Por qué?

8.7 Si se invierten $80 000 a 30%, y otros $50 000 a 20% anual, ¿cuál es la tasa de rendimiento conjunta sobre el total de $130 000?

8.8 Se invirtió un total de $100 000 en dos proyectos identificados como Z1 y Z2. Si la tasa de rendimiento conjunta sobre los $100 000 fue de 30%, y la de $30 000 invertidos en Z1 fue de 15%, ¿cuál fue la tasa de rendimiento sobre Z2?

8.9 La empresa Tuggle, Inc., manufactura acoplamientos de eje rígido y tiene $100 000 para invertir. La compañía considera tres proyectos que producirían las tasas de rendimiento siguientes:

Proyecto X	$i_X = 24\%$
Proyecto Y	$i_Y = 18\%$
Proyecto Z	$i_Z = 30\%$

La inversión inicial requerida para cada proyecto es de $100 000, $300 000 y $200 000, respectivamente. Si la TMAR de Tuggle es de 15% anual e invierte en los tres proyectos, ¿qué tasa de rendimiento obtiene la compañía?

8.10 Hay dos opciones para instalar un escáner y controlador métrico inalámbrico. Una opción sencilla funcionaría dos años con un costo inicial de $12 000, sin valor de rescate y costo de operación de $27 000 anuales. Un sistema más permanente tiene un costo inicial mayor de $73 000, pero una vida estimada de seis años y un valor de rescate de $15 000. Sólo cuesta $14 000 por año por su operación y mantenimiento. Si se comparan las dos operaciones con una tasa de rendimiento incremental, ¿cuáles son los flujos de efectivo incrementales en *a*) el año 0 y *b*) el año 2?

8.11 Prepare una tabulación de los flujos de efectivo incrementales para las dos alternativas de máquina que se presentan a continuación.

	Máquina X	Máquina Y
Costo inicial, $	–35 000	–90 000
Costo de operación anual, $por año	–31 600	–19 400
Valor de rescate, $	0	8 000
Vida, años	2	4

8.12 Para las alternativas que se muestran, calcule la suma de los flujos de efectivo incrementales para Q − P.

	Alternativa P	Alternativa Q
Costo inicial, $	–50 000	–85 000
Costo de operación anual, $ por año	–8 600	–2 000
Ingresos anuales, $	22 000	45 000
Valor de rescate, $	3 000	8 000
Vida, años	3	6

8.13 En la página siguiente se presenta la tabulación de los flujos de efectivo incrementales entre las alternativas A y B. La alternativa A tiene una vida de tres años, y la B, de seis años. Si ninguna alternativa tiene valor de rescate, ¿cuál es el costo inicial de la alternativa *a*) A y *b*) de la B?

Año	Flujo de efectivo incremental (B – A), $
0	–20 000
1	5 000
2	5 000
3	12 000
4	5 000
5	5 000
6	5 000

8.14 La energía para que operen las bombas en las estaciones de distribución de agua pueden proveerla plantas de gasolina o de diesel. Los costos de las de gasolina son las siguientes:

	Gasolina
Costo inicial, $	–150 000
OyM anual, $ por año	–41 000
Valor de rescate, $	23 000
Vida, años	15

La ecuación del VP del flujo de efectivo incremental asociada con (diésel − gasolina) es:

$$0 = -40\,000 + 11\,000(P/A,i,15) + 16\,000(P/F,i,15)$$

Determine lo siguiente:
a) Costo inicial de las plantas de diésel
b) Costo anual de OyM de las plantas de diésel
c) Valor de rescate de las plantas de diésel

8.15 Varias refacciones de alto valor para cierto vehículo de la NASA de exploración espacial pueden tener recubrimiento anodizado o pulverizado. Algunos costos de cada proceso son los siguientes:

	Anodizado	Pulverizado
Costo inicial, $	?	–65 000
Costo anual, $ por año	–21 000	?
Valor de reventa, $	?	6 000
Vida, años	3	3

La ecuación del VA del flujo de efectivo incremental asociada con (pulverizado − anodizado) es

$$0 = -14\,000(A/P,i,3) + 5\,000 + 2\,000(A/F,i,3)$$

¿Cuál es *a*) el costo inicial del anodizado, *b*) el costo anual del pulverizado y *c*) el valor de reventa (rescate) de las refacciones anodizadas?

Comparación de la TR incremental (dos alternativas)

8.16 La empresa Specialty Gases & Chemicals fabrica trifluoruro de nitrógeno, un gas muy especial que se usa como agente de limpieza industrial para paneles planos instalados en computadoras portátiles, televisiones y monitores de escritorio. Se calculó en unidades de $1 000 el flujo de efectivo incremental asociado con dos alternativas de sistemas de almacenamiento y manejo químico (identificados como P3 y X3). Determine *a*) la tasa de rendimiento sobre los flujos de efectivo incrementales y *b*) cuál debe seleccionarse si la TMAR de la compañía es de 25% anual. La alternativa X3 requiere una inversión inicial mayor.

Año	Flujo de efectivo incremental (X3 – P3), $1 000
0	$–4 600
1-9	1 100
10	2 000

8.17 A medida que los pozos de agua se agotan, a veces bombean arena (y se les conoce como "areneros"), lo que daña el equipo desalinizador en las líneas de conducción. Esto se remedia al perforar un pozo nuevo con un costo de $1 000 000 o instalar un tanque y una pantalla limpiadora antes del equipo desalinizador. El costo de instalación del tanque y pantalla es de $230 000, y el de la operación y mantenimiento, de $61 000 anuales. Un pozo nuevo tendría una bomba más eficiente que la antigua y casi no requeriría mantenimiento, por lo que su costo de operación sería de sólo $18 000 anuales. Si los valores de rescate se estiman en 10% del costo inicial, determine, con una ecuación de valor presente, *a*) la tasa de rendimiento incremental y *b*) la mejor alternativa si la TMAR es de 6% anual para un periodo de estudio de 20 años.

8.18 Konica Minolta planea vender una copiadora que imprime documentos por ambos lados simultáneamente, lo que disminuye a la mitad el tiempo que requieren ciertos trabajos comerciales grandes. A continuación se muestran los costos asociados a la producción de cilindros de vinil con tratamiento químico y de otros de caucho impregnados de fibra. Determine cuál de los dos tipos debe seleccionarse mediante el cálculo de la tasa de rendimiento sobre la inversión incremental. Suponga que la TMAR de la compañía es de 21% anual (si el profesor lo indica, obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo).

	Tratado	Impregnado
Costo inicial, $	–50 000	–95 000
Costo anual, $ por año	–100 000	–85 000
Valor de rescate, $	5 000	11 000
Vida, años	3	6

8.19 El Departamento de Transporte de Texas (TxDOT) estudia dos diseños de barreras de contención para un tramo reconstruido de la carretera I-10. La instalación del diseño 2B costaría $3 millones, y su mantenimiento, $135 000 por año. El diseño 4R costaría $3.7 millones por su instalación y $70 000 anuales por su mantenimiento. Calcule la tasa de rendimiento y determine el diseño preferible si TxDOT usa una TMAR de 6% anual y un periodo de 20 años para sus proyectos.

8.20 La empresa Chem-Tex Chemical estudia dos aditivos para mejorar la estabilidad de su pintura acrílica de bajo costo para clima seco. El aditivo A tiene un costo inicial de $110 000 y un costo de operación anual de $60 000; el aditivo B tiene un costo inicial de $175 000 y un costo de operación de $35 000 por año. Si la compañía utiliza un periodo de recuperación de tres años para sus productos y una TMAR de 20% anual, ¿cuál proceso es mejor en lo económico? Utilice un análisis de la TR incremental.

8.21 El gerente de Liquid Sleeve, Inc., compañía que fabrica un sellador para las superficies de los ejes de maquinaria desgastados por la abrasión, presiones elevadas o lubricación inadecuada, estudia si agrega nanopartículas metálicas de tipo Al o Fe a su producto con objeto de aumentar su desempeño en altas temperaturas. A continuación se presentan los costos de cada uno. La TMAR de la empresa es de 20% anual. Realice lo siguiente con el análisis de la tasa de rendimiento según la ecuación del VP y una hoja de cálculo:

a) Determine qué tipo de nanopartículas debe elegir la compañía según el valor de Δi^*.
b) En la misma gráfica, trace el VP *versus* diversos valores de i para cada alternativa. Indique el rango de valores i^* y la TMAR en la gráfica.
c) Emplee la gráfica del VP *versus* Δi para seleccionar la mejor alternativa con una TMAR de 20% anual. ¿Se obtiene la misma respuesta que en el inciso *a*)?

	Tipo Fe	Tipo Al
Costo inicial, $	–150 000	–280 000
Costo de operación anual, $por año	–92 000	–74 000
Valor de rescate, $	30 000	70 000
Vida, años	2	4

8.22 Una compañía de productos químicos estudia dos procesos para aislar ADN. Los flujos de efectivo incremental entre las dos alternativas, J y S, tienen una tasa de rendimiento incremental menor a 40%, que es la TMAR de la empresa. Sin embargo, la directora prefiere el proceso más caro, S. Cree que la compañía puede instalar controles de costo para reducir el costo anual del proceso más caro. ¿En cuánto tendría que reducirse el costo de operación anual de la alternativa S (en $por año) para que tuviera una tasa de rendimiento incremental exactamente de 40%?

Año	Flujo de efectivo incremental (S – J), $
0	–900 000
1	400 000
2	400 000
3	400 000

8.23 A continuación se presentan los flujos de efectivo incrementales de dos alternativas de electrodos. La TMAR es de 12% anual, y la alternativa Dryloc requiere la inversión inicial más elevada en comparación con el electrodo NPT.

a) Determine cuál debe seleccionarse según el análisis de la tasa de rendimiento con base en el VA.
b) Con una gráfica de valores incrementales determine la TMAR más grande que justificaría la alternativa NPT.

Año	Flujo de efectivo incremental (Dryloc – NPT), $
0	–56 000
1–8	+8 900
9	+12 000

8.24 La empresa Hewett Electronics manufactura transductores de presión amplificada. Debe decidir entre dos máquinas para cierta operación de acabado. Seleccione una de ellas según el análisis de la tasa de rendimiento con la ecuación del VA. La TMAR de la compañía es 18% anual.

	Velocidad variable	Velocidad dual
Costo inicial, $	–270 000	–245 000
Costo anual de operación, $por año	–135 000	–139 000
Valor de rescate, $	75 000	35 000
Vida, años	6	6

8.25 Un fabricante de equipo hidráulico trata de determinar si debe usar válvulas de una aleta con bloque doble purgante (DBB) o un sistema de válvulas múltiples (MVS) para inyección química. Los costos son los que se indican a continuación. Use un análisis de tasa de rendimiento con base en el VA y una TMAR de 18% anual para determinar la mejor alternativa.

	DBB	MVS
Costo inicial, $	–40 000	–71 000
Costo anual, $por año	–60 000	–65 000
Valor de rescate, $	0	18 000
Vida, años	2	4

8.26 La compañía Poly-Chem Plastics estudia dos tipos de máquinas de moldeo por inyección: hidráulico y eléctrico. La prensa hidráulica (PH) tendría un costo inicial de $600 000, costos anuales de $200 000 y un valor de rescate de $70 000 después de cinco años; la tecnología de máquina eléctrica (TME) tendría un costo inicial de $800 000, costos anuales de $150 000 y un valor de rescate de $130 000 después de cinco años.

a) Con la tasa de rendimiento con base en la ecuación del VA determine la TR sobre el incremento de la inversión entre ambas máquinas.

b) Determine cuál máquina debe seleccionar la empresa si su TMAR es de 16% anual.
c) Elabore una gráfica del VA *versus i* para los flujos de efectivo de cada alternativa, y con ella determine la mayor TMAR que justifique la inversión extra de $200 000 en la TME.

8.27 La semana pasada, Eduardo calculó los valores de las TR conjuntas de dos proyectos A y B, como se indica más adelante. Calculó $i^*_A = 34.2\%$ y también $i^*_B = 31.2\%$, y recomendó la aceptación de A porque su tasa de rendimiento superaba la TMAR, establecida en 30%, más de lo que la excedía B. Ayer, el director general de la compañía anunció un importante programa de inversiones que incluye una disminución significativa de la TMAR, de 30 a 20% anual. Haga lo siguiente para ayudar a Eduardo a entender mejor el método de la tasa de rendimiento y lo que significa la reducción de la TMAR.
a) Explique el error que cometió Eduardo al hacer el análisis de la tasa de rendimiento.
b) Efectúe el análisis correcto con cada valor de TMAR.
c) Ilustre el problema de la inconsistencia con los dos valores de TMAR y determine el valor máximo de ésta que justificaría la alternativa B.

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial, $	–40 000	–85 000
Costo de operación anual, $por año	–5 500	–15 000
Ingresos anuales, $por año	22 000	45 000
Valor de rescate, $	0	20 000
Vida, años	6	6
*i**, %	34.2	29.2

Comparación entre alternativas múltiples

8.28 La empresa Able Bakery Products estudia cuatro alternativas de ingresos mutuamente excluyentes para automatizar un proceso de horneado y empacado. Las alternativas se clasificaron en orden creciente de inversión inicial y se compararon por medio del análisis de la tasa de rendimiento incremental. La tasa de rendimiento de cada aumento de la inversión fue menor que la TMAR. ¿Qué alternativa debe seleccionarse?

8.29 Una red WiMAX inalámbrica, integrada con un enlace satelital, provee conectividad con cualquier sitio dentro de un radio de 10 km de la estación base. El número de sectores por estación base varía para incrementar el ancho de banda. Un operador independiente de cable estudia tres alternativas de ancho de banda. Suponga una vida de 20 años y una TMAR de 10% anual para determinar la mejor opción con el enfoque de la tasa de rendimiento incremental.

Ancho de banda, Mbps	Costo inicial, $1 000	Costo de operación, $1 000 por año	Ingresos anuales, $1 000 por año
44	–40 000	–2 000	+5 000
55	–46 000	–1 000	+5 000
88	–61 000	–500	+8 000

8.30 El desarrollo de las impresoras comerciales Xerox iGenX de alta velocidad cuesta $1.5 mil millones. Las máquinas cuestan entre $500 000 y $750 000 en función del modelo que elija el cliente. La compañía Spectrum Imaging Systems analiza la compra de una impresora nueva debido a un contrato que firmó para imprimir una revista semanal y enviar materiales publicitarios. Los costos de operación y los ingresos generados están muy relacionados con la velocidad y otras características de la copiadora. Spectrum estudia las cuatro máquinas que se listan a continuación. La compañía emplea un periodo de planeación de tres años y una TMAR de 15% anual. Determine cuál copiadora debe adquirir de acuerdo con el análisis de la tasa de rendimiento incremental.

Copiadora	Inversión inicial, $	Costo de operación, $por año	Ingresos anuales, $por año	Valor de rescate, $
iGen-1	–500 000	–350 000	+450 000	+70 000
iGen-2	–600 000	–300 000	+460 000	+85 000
iGen-3	–650 000	–275 000	+480 000	+95 000
iGen-4	–750 000	–200 000	+510 000	+120 000

8.31 La empresa Ashley Foods, Inc., determinó que puede usarse cualquiera de cinco máquinas en una fase de su operación de enlatado de chiles. Los costos de las máquinas son los que se muestran en seguida, y todas tienen una vida útil de cuatro años. Si la tasa de rendimiento mínima atractiva es de 20% anual, determine cuál debe seleccionarse de acuerdo con un análisis de la tasa de rendimiento.

Máquina	Costo inicial, $	Costo de operación anual, $por año
1	–31 000	–16 000
2	–29 000	–19 300
3	–34 500	–17 000
4	–49 000	–12 200
5	–41 000	–15 500

8.32 General Dynamics analiza cinco proyectos de ingresos a fin de mejorar el flujo de materiales en su línea de producción. El costo inicial en unidades de $1 000 y la vida de cada proyecto son los siguientes (no se presentan los ingresos estimados):

	Proyecto				
	A	B	C	D	E
Costo inicial, $1 000	–700	–2 300	–900	–300	–1 600
Vida, años	5	8	5	5	6

Un ingeniero hizo las siguientes comparaciones. Con esos cálculos, determine cuál proyecto, si lo hubiera, debe seleccionarse si la TMAR de la compañía es de *a*) 11.5% anual y *b*) 13.5% anual. Si fuera necesario hacer otros cálculos para tomar una decisión, menciónelos.

Comparación	Tasa de rendimiento incremental, %
B vs DN	13%
A vs B	19%
D vs DN	11%
E vs B	15%
E vs D	24%
E vs A	21%
C vs DN	7%
C vs A	19%
E vs DN	12%
A vs DN	10%
E vs C	33%
D vs C	33%
D vs B	29%

8.33 Se estudian las siguientes cinco alternativas con el método de la tasa de rendimiento.

Alternativa	Inversión inicial, $	TR *versus* no hacer, %	Tasa de rendimiento incremental, %				
			A	B	C	D	E
A	–25 000	9.6	—	27.3	9.4	35.3	25.0
B	–35 000	15.1		—	0	38.5	24.4
C	–40 000	13.4			—	46.5	27.3
D	–60 000	25.4				—	6.8
E	–75 000	20.2					—

a) Si las alternativas son *mutuamente excluyentes* y la TMAR es de 26% anual, ¿qué alternativa debe seleccionarse?
b) Si se trata de alternativas *mutuamente excluyentes* y la TMAR es de 15% por año, ¿qué opción debe elegirse?
c) Si las alternativas son *independientes* y la TMAR es de 15% anual, ¿cuál(es) debe(n) seleccionarse?

8.34 Se estudian cinco alternativas de ingresos mutuamente excluyentes con *vidas infinitas* en cierta operación de manufactura. Los costos iniciales y los flujos de efectivo de cada proyecto son los que se presentan a continuación. Si la TMAR es de 14.9% anual, ¿qué alternativa debe escogerse?

	Alternativa				
	A	B	C	D	E
Costo inicial, $	–7 000	–23 000	–9 000	–3 000	–16 000
Flujo de efectivo, $ por año	1 000	3 500	1 400	500	2 200
Tasa de rendimiento (*versus* no hacer), %	14.3	15.2	15.6	16.7	13.8

8.35 El gerente de planta de Automaton Robotics analiza la información que se muestra a continuación acerca de la tasa de rendimiento incremental de cinco alternativas mutuamente excluyentes, de las que se debe elegir una. La tabla incluye la TR conjunta y la comparación incremental de las alternativas. ¿Cuál es la mejor si la tasa mínima atractiva de rendimiento es *a*) 15% anual y *b*) 12% anual?

Alternativa	Costo inicial, $	TR conjunta, %	Tasa de rendimiento incremental, %				
			A	B	C	D	E
A	–80 000	14	—	12	11	17	24
B	–60 000	16	12	—	14	23	21
C	–40 000	17	11	14	—	35	29
D	–30 000	12	17	23	35	—	17
E	–20 000	8	24	21	29	17	—

8.36 La compañía Glass Act Products sólo puede comprar una de cuatro máquinas. Un ingeniero realizó el análisis siguiente para elegir la mejor; todas tienen una vida de 10 años. ¿Cuál máquina, si hubiera alguna, debe seleccionar la empresa si su TMAR es de 22% anual?

	Máquina			
	1	2	3	4
Costo inicial, $	–44 000	–60 000	–72 000	–98 000
Costo anual, $por año	–70 000	–64 000	–61 000	–58 000
Ahorros anuales, $por año	+80 000	+80 000	+80 000	+82 000
TR conjunta, %	18.6	23.4	23.1	20.8
Máquinas comparadas		2 a 1	3 a 2	4 a 3
Inversión incremental, $		–16 000	–12 000	–26 000
Flujo de efectivo incremental, $por año		+6 000	+3 000	+5 000
TR sobre incrementos, %		35.7	21.4	14.1

8.37 El U.S. Bureau of Reclamation analiza los cinco proyectos de parques nacionales que se muestran a continuación, cuya vida puede considerarse infinita. Con una TMAR de 7.5% anual, determine cuál debe seleccionarse si son *a*) independientes y *b*) mutuamente excluyentes.

Proyecto ID	Costo inicial, $1 000	Ingreso anual, $1 000	Tasa de rendimiento, %
A	–20 000	+2 000	10.0
B	–10 000	+1 300	13.0
C	–15 000	+1 000	6.6
D	–70 000	+4 000	5.7
E	–50 000	+2 600	5.2

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

8.38 Cuando se realiza un análisis de la TR de múltiples alternativas mutuamente excluyentes, el primer paso consiste en:
a) Ordenar las alternativas según su costo de inversión inicial decreciente
b) Ordenar las alternativas según su costo de inversión inicial creciente
c) Calcular el valor presente de cada alternativa con la TMAR
d) Encontrar el MCM de las vidas de todas las alternativas

8.39 Al comparar alternativas que se excluyen mutuamente por medio del método de la TR, se debe:
a) Encontrar la TR de cada alternativa y elegir la que tenga la *máxima*
b) Seleccionar la alternativa cuya TR *incremental* sea la mayor
c) Elegir la alternativa con TR $\geq$ TMAR que tenga el menor costo de inversión inicial
d) Escoger la alternativa con la inversión inicial más grande y que se haya justificado incrementalmente

8.40 Cuando se comparan proyectos independientes con el método de la TR, se debe:
a) Calcular la TR de cada proyecto y escoger el que tenga la mayor TR
b) Seleccionar todos los proyectos que tengan una TR conjunta $\geq$ TMAR
c) Elegir el proyecto con una TR conjunta $\geq$ TMAR y que implique el menor costo de inversión inicial
d) Escoger el proyecto con la mayor inversión inicial y que tenga justificación incremental

8.41 De los siguientes escenarios, la alternativa Y requiere una inversión inicial mayor que la X, y la TMAR es de 20% anual. El único escenario que requiere un análisis de inversión incremental para seleccionar una alternativa es en el que:
a) X tiene una TR conjunta de 22% anual, y Y tiene una TR conjunta de 24% por año
b) X tiene una TR conjunta de 19% por año, y Y la tiene de 23% anual
c) La TR conjunta de X es de 18% anual, y la de Y es de 19% por año
d) X tiene una TR conjunta de 28% anual, y Y otra de 26% anual

8.42 Las alternativas cuyos flujos de efectivo (si se excluye su valor de rescate) son todos negativos se llaman:
a) Alternativas de ingresos
b) Alternativas no convencionales
c) Alternativas de costos
d) Alternativas independientes

8.43 Para las siguientes alternativas, la suma del flujo incremental es:

Año	A	B
0	−10 000	−14 000
1	+2 500	+4 000
2	+2 500	+4 000
3	+2 500	+4 000
4	+2 500	+4 000
5	+2 500	+4 000

a) $2 500
b) $3 500
c) $6 000
d) $8 000

8.44 La empresa Helical Systems, Inc., usa una tasa de rendimiento mínima atractiva de 8% por año, con capitalización anual. La compañía evalúa dos nuevos procesos para mejorar la eficiencia de sus operaciones de manufactura. A continuación se muestran los flujos de efectivo asociados a cada proceso. La ecuación correcta para efectuar el análisis de la tasa de rendimiento incremental es:

	Proceso I	Proceso J
Costo inicial, $	−40 000	−50 000
Costo anual, $por año	−15 000	−12 000
Valor de rescate, $	5 000	6 000
Vida, años	3	3

a) $0 = -10\,000 + 3\,000(P/A,\Delta i^*,3) + 1\,000(P/F,\Delta i^*,3)$
b) $0 = -40\,000(A/P,\Delta i^*,3) - 15\,000 + 5\,000(A/F,\Delta i^*,3)$
c) $0 = -50\,000(A/P,\Delta i^*,3) - 12\,000 + 6\,000(A/F,\Delta i^*,3)$
d) $0 = -10\,000 - 3\,000(P/A,\Delta i^*,3) + 1\,000(P/F,\Delta i^*,3)$

8.45 Para los siguientes cuatro proyectos independientes, el (los) que debe(n) seleccionarse usando una TMAR de 14% es(son):

Proyecto	Tasa de rendimiento, % por año
A	14
B	12
C	15
D	10

a) Sólo C
b) Sólo A y C
c) Sólo A
d) No se puede decir; es necesario un análisis incremental

Los problemas 8.46 a 8.48 se basan en la información siguiente.

Se evalúan cinco alternativas con el método de la tasa de rendimiento incremental.

Alternativa	Inversión inicial, $	TR conjunta *versus* no hacer, %	Tasa de rendimiento incremental, %				
			A	B	C	D	E
A	–25 000	9.6	—	27.3	9.4	35.3	25.0
B	–35 000	15.1		—	0	38.5	24.4
C	–40 000	13.4			—	46.5	27.3
D	–60 000	25.4				—	6.8
E	–75 000	20.2					—

8.46 Si los proyectos son mutuamente excluyentes y la tasa mínima atractiva de rendimiento es de 14% anual, la mejor alternativa es:
a) B *b*) C *c*) D *d*) E

8.47 Si los proyectos son mutuamente excluyentes y la TMAR es de 20% por año, la mejor alternativa es:
a) B
b) C
c) D
d) E

8.48 Si los proyectos son independientes en lugar de excluirse entre sí, los que deben elegirse con una TMAR de 18% anual son:
a) B y C
b) B, D y E
c) D y E
d) B, C y E

ESTUDIO DE CASO

ANÁLISIS DE LA TR DE ALTERNATIVAS CON VIDAS VARIABLES

Antecedentes

Make-to-Specs es un sistema de software en desarrollo en la Corporación ABC. Será capaz de traducir versiones digitales de modelos computacionales tridimensionales, con una gran variedad de formas de componentes con superficies maquinadas y alto grado de terminado (ultrasuave). El producto del sistema es el código de máquina numéricamente controlado (NC) para la fabricación de componentes. Además, Make-to-Specs construirá el código para el terminado superfino de superficies con control continuo de las máquinas terminadoras.

Información

Existen otras dos computadoras que pueden proporcionar la función de servidor para las interfaces del software y la actualización de bases de datos compartidas sobre el piso de manufactura mientras Make-to-Specs opera en modo paralelo. A continuación se resumen el costo inicial del servidor y la contribución estimada al flujo de efectivo neto anual.

	Servidor 1	Servidor 2
Costo inicial, $	$100 000	$200 000
Flujo de efectivo neto, $/año	$35 000	$50 000 el año 1, más $5 000 anuales para los años 2, 3 y 4 (gradiente) 70 000 máximo para los años 5 en adelante, aunque se reemplace el servidor
Vida, años	3 o 4	5 u 8

Dos personas elaboraron las vidas estimadas: un ingeniero de diseño y un gerente de producción; solicitaron que, en esta etapa del proyecto, todos los análisis se desarrollen con ambas vidas estimadas para cada sistema.

Ejercicios del estudio de caso

Con un análisis de hoja de cálculo, responda lo siguiente:

1. Si la TMAR = 12%, ¿qué servidor debe seleccionarse? Use el método del VP o del VA para realizar la selección.
2. Emplee análisis de TR incremental para decidir entre los servidores, con TMAR = 12%.
3. Use cualquier método de análisis económico para desplegar sobre la hoja de cálculo el valor de la TR incremental entre el servidor 2 con una vida estimada de cinco años y una vida estimada de ocho años.

ESTUDIO DE CASO

¿CÓMO PUEDE AYUDAR A SU PADRE UN RECIÉN GRADUADO EN INGENIERÍA?[1]

Antecedentes

"No sé si venderlo, expandirlo, arrendarlo o qué. Pero no creo que podamos seguir haciendo lo mismo durante muchos años más. Lo que de verdad quiero hacer es conservarlo otros cinco años y luego venderlo en lo que sea", dijo Elmer Kettler a su esposa Janise, a su hijo, John Kettler, y a su nueva nuera, Suzanne Gestory, mientras estaban todos a la mesa. Elmer compartía sus pensamientos sobre Gulf Coast Wholesale Auto Parts, una compañía de la que había sido propietario y operado durante 25 años en los suburbios sureños de Houston, Texas. El negocio tenía excelentes contratos para suministro de partes con varios minoristas nacionales que operaban en el área: NAPA, Auto-Zone, O'Reilly y Advance. Además, Gulf Coast opera una tienda de partes reconstruidas que abastece a esos mismos minoristas con componentes automotrices mayores, como carburadores, transmisiones y compresores de aire acondicionado.

En su casa, después de la cena, John decidió ayudar a su padre con una importante y difícil decisión: ¿qué hacer con su negocio? John obtuvo apenas el año pasado un grado en ingeniería de una importante universidad estatal en Texas, donde completó un curso de ingeniería económica. Parte de su trabajo en Energcon Industries consiste en realizar análisis básicos de tasa de rendimiento y de valor presente sobre propuestas para el aprovechamiento de energía.

Información

En unas cuantas semanas, el señor Kettler esbozó cinco opciones, incluyendo su favorita de vender dentro de cinco años. John resumió todos los estimados sobre un horizonte de 10 años. Elmer recibió las opciones y estimaciones, y estuvo de acuerdo con ellas.

Opción 1: *Cesar la actividad de partes reconstruidas*. Detener la operación de la tienda de reconstruidos y concentrarse en la venta de partes al mayoreo. Se espera que la remoción de las operaciones de reconstruidos y el cambio a una "casa de todas las partes" cueste $750 000 el primer año. Los ingresos globales caerán a $1 millón el primer año con un aumento esperado de 4% anual desde entonces. Los gastos están proyectados en $0.8 millones el primer año, con un aumento de 6% anual a partir de entonces.

Opción 2: *Subcontratar las operaciones de reconstruidos*. Tener lista la tienda de reconstrucción para que un contratista se encargue de las operaciones costará $400 000 de inmediato. Si los gastos permanecen iguales durante cinco años, promediarán $1.4 millones por año, pero puede esperarse que se eleven a $2 millones por año en el año 6 y de ahí en adelante. Elmer piensa que los ingresos conforme a un acuerdo de contrato pueden ser de $1.4 millones el primer año y elevarse 5% al año durante un contrato de 10 años.

Opción 3: *Mantener todo como está y vender después de cinco años* (opción favorita de Elmer). No hay costo ahora, pero es probable que se mantenga la tendencia actual de beneficio neto negativo. Las proyecciones son de $1.25 millones anuales de gastos y $1.15 millones anuales de ingresos. Elmer tuvo una valoración el año pasado y el reporte indicó que Gulf Coast Wholesale Auto Parts vale un neto de $2 millones. El deseo de Elmer es vender completamente después de cinco años más a este precio y hacer un trato en el que el nuevo propietario pague $500 000 por año al final del año 5 (momento de venta) y la misma cantidad durante los siguientes tres años.

Opción 4: *Cambio de giro*. Elmer tiene un amigo cercano en el antiguo negocio de autopartes que está arrasando (auge financiero), al menos así lo dice, con el comercio electrónico. Aunque la posibilidad es arriesgada, está exhortando a Elmer a considerar una línea de partes completamente nueva, pero todavía en el negocio básico que él ya conoce. La transacción le costaría inmediatamente a Elmer un estimado de $1 millón. El horizonte de 10 años de gastos e ingresos anuales es considerablemente mayor que el de su actual negocio. Los gastos se estiman en $3 millones anuales, y los ingresos, en $3.5 millones cada año.

Opción 5: *Acuerdo de arrendamiento*. Gulf Coast puede arrendarse a una compañía clave; Elmer permanecería como propietario y compartiría parte de los gastos de edificación, camiones de reparto, seguros, etcétera. Los primeros estimados para esta opción son de $1.5 millones para tener listo el negocio ahora, con gastos anuales de $500 000 e ingresos de $1 millón anual durante un contrato de 10 años.

Ejercicios del estudio de caso

Haga lo siguiente para ayudar a John con el análisis:

1. Elabore las series de flujos de efectivo directos e incrementales (en unidades de $1 000) de las cinco opciones como preparación para un análisis de TR incremental.
2. Analice la posibilidad de múltiples valores de tasa de rendimiento para las series de flujos de efectivo directos e incrementales. Encuentre cualesquiera tasas múltiples en el rango de 0 a 100%.
3. Si el padre de John insiste en que ganará 25% anual o más sobre la opción seleccionada durante los siguientes 10 años, ¿qué debe hacer? Use todos los métodos del análisis económico que ha aprendido hasta ahora (VP, VA, TR) de modo que el padre de John comprenda la recomendación de una forma u otra.
4. Prepare gráficas de VP contra *i* para cada una de las cinco opciones. Estime la tasa de rendimiento de equilibrio entre opciones.
5. ¿Cuál es la mínima cantidad que debe recibirse en cada uno de los años 5 a 8 para la opción 3 (la que Elmer quiere) para que sea económicamente la mejor? Dada esta cantidad, ¿cuál debe ser el precio de venta, suponiendo el mismo arreglo de pago presentado en la descripción?

[1] Basado en un estudio de Alan C. Stewart, consultor, Communications and High Tech Solutions Engineering, Accenture LLP.

CAPÍTULO 9

Análisis beneficio/costo y economía del sector público

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Comprender los proyectos del sector público y seleccionar la mejor opción por medio del análisis beneficio/costo incremental.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
9.1	Sector público	• Explicar algunas diferencias fundamentales entre proyectos del sector privado y del público.
9.2	B/C de un solo proyecto	• Calcular la razón B/C y con ella evaluar un proyecto único.
9.3	B/C incremental	• Seleccionar la mejor de dos alternativas con el método de la razón B/C incremental.
9.4	Más de dos alternativas	• Con base en las razones B/C incrementales, seleccionar la mejor de las alternativas múltiples.
9.5	Proyectos de servicios y análisis de costo-eficacia (ACE)	• Explicar los proyectos del sector servicios y usar el análisis ACE para evaluar proyectos.
9.6	Consideraciones éticas	• Explicar los aspectos principales de las actividades de los proyectos del sector público, y describir la manera en que la ética se incorpora al análisis de los proyectos de dicho sector.

Los métodos de evaluación de los capítulos anteriores suelen aplicarse a las alternativas del sector privado, es decir, a empresas y negocios lucrativos y sin fines de lucro. En este capítulo se presenta y analiza la naturaleza económica de las ***alternativas en el sector público y en el sector de servicios.*** En el caso de los proyectos públicos, los propietarios y usuarios (beneficiarios) son los ciudadanos de la entidad gubernamental: ciudad, país, estado, provincia o nación. Los organismos del gobierno proporcionan los mecanismos para incrementar el capital (inversión) y los fondos de operación. Cada vez son más frecuentes las sociedades entre los sectores público y privado, en especial para proyectos grandes de construcción de infraestructura, como autopistas importantes, plantas de generación de energía, desarrollo de recursos hidráulicos y otros similares.

La razón beneficio/costo (B/C) introduce objetividad al análisis económico de la evaluación del sector público, lo cual reduce el efecto de los intereses políticos y particulares. En este capítulo se estudian las distintas modalidades del análisis B/C y el contrabeneficio inherente de una opción. El análisis B/C puede incluir cálculos de equivalencia basados en los valores VP, VA o VF. Si se aplica correctamente, el método beneficio/costo siempre permitirá elegir la misma opción que los análisis VP, VA y TR.

En este capítulo también se estudian los **proyectos del sector de servicios** y se analizan las diferencias en su evaluación en relación con la de proyectos de otros tipos. Por último, se analizan la **ética profesional** y los dilemas éticos en el sector público.

EP

El caso de la planta de tratamiento de agua #3: Allen Water Utilities planeó durante 25 años construir una nueva planta de tratamiento de agua para consumo humano con objeto de abastecer a la población que crece rápidamente en las áreas del norte y noroeste de la ciudad. Se espera que en los próximos años haya más de 100 000 nuevos residentes y que en 2040 sean 500 000 los pobladores a los que atienda la planta. El suministro provendrá de un gran lago que hoy en día abastece a la ciudad de Allen y las comunidades que la rodean. El proyecto se denomina WTF3, y el capital para la inversión inicial es de $540 millones para la planta de tratamiento y dos grandes líneas (84 y 48 pulgadas) de acero para la conducción del líquido que se instalarán por medio de túneles que irán a una profundidad aproximada de 100 a 120 pies bajo la superficie suburbana para llegar a los embalses actuales.

Se eligió hacer túneles porque los estudios geotécnicos indicaron que el suelo no soportaría excavaciones a cielo abierto y por las quejas del público en contra de ese tipo de obras en zonas habitacionales. Además de la construcción de la planta de tratamiento en un sitio cuya superficie es de 95 acres, habrá por lo menos tres lumbreras verticales (con diámetro de 25 a 50 pies) en cada línea de conducción con objeto de dar acceso al subsuelo a los equipos y retirar los productos de la excavación durante la construcción de los túneles.

Los criterios para tomar las decisiones en el proyecto WTF3 y las líneas de transmisión fueron económicos, ambientales, de impacto en la comunidad y constructivos.

Hay grandes beneficios de largo plazo por la nueva planta, entre los cuales, los ingenieros del gobierno mencionan los siguientes:

- Se satisfarán las necesidades de agua estimadas para la ciudad para los siguientes 50 años.
- La nueva planta de tratamiento está a una altitud mayor que la de las dos plantas actuales, lo cual permite que el agua fluya por gravedad hasta los tanques de almacenamiento, por lo que casi no se necesita electricidad para el bombeo.
- Habrá un incremento en la diversidad y confiabilidad del abasto a medida que las otras plantas envejezcan.
- Proveerá una calidad del agua más consistente debido a la localización de las tomas de agua cruda.
- La planta suministra agua ya comprada, por lo que no hay necesidad de negociar complementos.

Las desventajas serán sobre todo de corto plazo durante la construcción de WTF3 y de las líneas de conducción. Las siguientes son algunas de las que mencionan agrupaciones de vecinos y un ingeniero municipal retirado.

- Habrá daños al hábitat de algunas especies amenazadas de pájaros, reptiles y árboles que no se encuentran en ninguna otra parte del país.
- Durante los tres años y medio que dure la construcción de túneles y

(*continúa*)

tuberías habrá grandes aportes de polvo y humo a la atmósfera en un área residencial.
- Habrá contaminación por ruido y congestionamiento de tráfico debido a los 26 000 viajes estimados para retirar materiales del sitio de la planta y las lumbreras, además de los problemas normales por el tránsito durante la construcción.
- Se destruirá el paisaje en los sitios de la planta y los túneles.
- Habrá riesgos de seguridad para los niños de una escuela frente a la que pasarán grandes camiones cada cinco minutos durante 12 horas al día, seis días a la semana, durante dos años y medio.
- Podría haber retrasos en los servicios de bomberos y ambulancias, pues todas las calles son de poca anchura y de un solo sentido para los vecindarios en ciertas rutas.
- No se ha demostrado la necesidad de la planta, pues el agua se venderá a los desarrolladores fuera de los límites de la ciudad, no a los residentes de Allen.
- Con los nuevos ingresos generados se pagarán los bonos de financiamiento del capital aprobados para construir la planta.

El año pasado, los ingenieros de la ciudad realizaron un análisis beneficio/costo para este enorme proyecto del sector público; no se publicó ninguno de sus resultados. La intervención de funcionarios públicos electos ocasionó ahora que el director general de Allen Water Utilities cuestione algunas conclusiones a que se llegaron con los criterios mencionados.

Este caso se utiliza en los siguientes temas del capítulo:

Proyectos del sector público (sección 9.1)

Análisis del B/C incremental para dos alternativas (sección 9.3)

Análisis del B/C incremental para más de dos alternativas (sección 9.4)

9.1 Proyectos del sector público ●●●

Prácticamente todos los ejemplos de los capítulos anteriores se refieren al sector privado, donde los productos, sistemas y servicios los desarrollan corporaciones y negocios para que los usen consumidores y clientes individuales, el gobierno u otras empresas. (Excepciones notables son las alternativas de larga vida estudiadas en los capítulos 5 [VP] y 6 [VA], en los que se aplica el análisis de costo capitalizado.) Ahora exploraremos los proyectos que se concentran en las instituciones gubernamentales y los ciudadanos a quienes sirven; se denominan *proyectos del sector público*.

Un **proyecto del sector público** es un producto, servicio o sistema usado, financiado y poseído por los ciudadanos de cualquier nivel gubernamental. Los proyectos del sector público tienen como objetivo principal **proveer servicios a la ciudadanía en busca del bienestar público y no de ganancias**. Las áreas como salud pública, seguridad, transporte, bienestar económico y servicios públicos abarcan una gran cantidad de alternativas que requieren análisis de ingeniería económica.

Después de reflexionar en ello, es sorprendente cuánto de lo que usamos a diario o conforme se necesite es de propiedad y financiamiento público para servir a nosotros, los ciudadanos. Algunos ejemplos del sector público son:

Hospitales y clínicas

Parques y centros de recreación

Servicios: agua, electricidad, gas, alcantarillado y limpia

Escuelas: primarias, secundarias, institutos comunitarios, universidades

Policía y bomberos

Proyectos de desarrollo económico

Centros de convenciones

Centros deportivos

Transporte: autopistas, puentes, conducciones de agua

Vivienda pública

Juzgados y prisiones
Programas de ayuda alimentaria y para vivienda
Capacitación laboral
Atención de emergencias
Medidas y estándares

Hay diferencias significativas en las características de las alternativas de los sectores público y privado.

Característica	Sector público	Sector privado
Magnitud de la inversión	Más grande	Algunas grandes; la mayoría de medianas a pequeñas

A menudo, las alternativas desarrolladas para las necesidades del servicio público requieren grandes inversiones iniciales, posiblemente distribuidas a lo largo de varios años; algunos ejemplos son carreteras, servicios de transporte público, aeropuertos y sistemas de control de inundaciones.

Característica	Sector Público	Sector privado
Estimaciones de vida	Más larga (30-50 o más años)	Más corta (2-25 años)

Las vidas largas de los proyectos públicos con frecuencia promueven el método del costo capitalizado, donde el infinito se utiliza para n, y los costos anuales se calculan con la fórmula $A = P(i)$. Al crecer n, sobre todo más de 30 años, se reducen las diferencias con el valor A calculado. Por ejemplo, a una $i = 7\%$, habrá una diferencia muy pequeña a los 30 y 50 años, porque $(A/P,7\%,30) = 0.08059$ y $(A/P,7\%,50) = 0.07246$.

Característica	Sector público	Sector privado
Flujo de efectivo anual estimado	Sin ganancia; se estiman costos, beneficios y contrabeneficios	El ingreso contribuye a la ganancia; se estiman los costos

Los proyectos del sector público (también llamados de propiedad pública) no generan ganancias; poseen costos pagados por el organismo gubernamental indicado y benefician a la ciudadanía. Sin embargo, los proyectos del sector público a menudo generan consecuencias indeseables, como lo manifiestan algunos sectores de la población. Son dichas consecuencias las que originan controversia pública entre los proyectos. El análisis económico debe considerar tales consecuencias en términos económicos a un grado que sea posible estimar (en el análisis del sector privado, las consecuencias indeseables con frecuencia no se toman en cuenta o se consideran costos.) Para realizar un análisis económico de beneficio/costo de las alternativas públicas, si acaso se consideran los costos (inicial y anual) los beneficios y los contrabeneficios, deben estimarse con tanta exactitud como sea posible en *unidades monetarias*.

Costos: estimación de gastos *para la entidad gubernamental* para la construcción, operación y mantenimiento del proyecto, menos cualquier valor de rescate.

Beneficios: ventajas que experimentará *el propietario, el público*.

Contrabeneficios: desventajas *para los propietarios* cuando se lleva a cabo el proyecto en consideración. Los contrabeneficios pueden consistir en desventajas económicas indirectas de la opción.

Es difícil estimar y coincidir en lo relacionado con el impacto económico de los beneficios y contrabeneficios de una opción del sector público. Por ejemplo, suponga que se recomienda una desviación vial alrededor del área congestionada de una población. ¿Cuánto beneficiará al conductor, en *dólares por minuto de manejo*, evitar —mediante esta desviación— cinco semáforos, con un promedio de velocidad de 35 millas/hora, en comparación con la velocidad promedio actual al pasar por dichos semáforos, que es de 20 millas/hora, y deteniéndose en dos semáforos en promedio 45 segundos en cada uno? Siempre es difícil establecer y verificar las bases y normas para estimar beneficios. En relación con los ingresos estimados del flujo de efectivo del sector privado, los beneficios estimados son mucho más difíciles de realizar y varían más en torno a ciertos promedios indefinidos (la imposibilidad de hacer la estimación económica de los beneficios *puede superarse* con la técnica de evaluación que se estudia en la sección 9.5). Asimismo, los contrabeneficios de una opción que se acumulan también resultan difíciles de estimar. De hecho, quizás el contrabeneficio mismo se desconozca en el momento de llevar a cabo la evaluación.

Característica	Sector público	Sector privado
Financiamiento	Impuestos, pago de derechos, bonos, fondos de particulares	Acciones, bonos, préstamos, propietarios individuales

El capital para financiar proyectos del sector público se obtiene sobre todo de impuestos, bonos y pago de derechos. Los impuestos se recaudan de los propietarios: los ciudadanos (por ejemplo, los impuestos federales a la gasolina para carreteras provienen de todos los consumidores de gasolina, y los costos del cuidado de la salud se pagan con las pólizas de seguros). Éste también es el caso del pago de derechos, como las cuotas de peaje en carreteras. Con frecuencia se emiten bonos del Tesoro de Estados Unidos, bonos municipales y bonos para fines especiales, como los bonos de utilidad distrital. Los prestamistas de la iniciativa privada llegan a dar financiamiento. También los filántropos ofrecen fondos para museos, monumentos, parques y áreas verdes por medio de donaciones.

Característica	Sector público	Sector privado
Tasa de interés	Más baja	Más alta, con base en el costo del capital

Como muchos de los métodos de financiamiento para proyectos del sector público se clasifican de bajo interés, la tasa de interés casi siempre será más baja que para las alternativas del sector privado. Los organismos gubernamentales están exentos de los impuestos que imponen los organismos de más alto nivel. Por ejemplo, los proyectos municipales no tienen que pagar impuestos estatales. (Las corporaciones privadas y los ciudadanos sí tienen que pagar impuestos.) Muchos préstamos tienen intereses bajos, y los apoyos de programas federales sin requerimientos de reembolso pueden compartir los costos del proyecto. Esto da como resultado tasas de interés de 4 a 8%. Es frecuente que un organismo gubernamental establezca que todos los proyectos se evalúen con una tasa específica. Como cuestión de estandarización, las directrices para aplicar una tasa de interés específica rinden beneficios porque las diversas instituciones gubernamentales son capaces de obtener distintos tipos de fondos con diferentes tasas, lo cual llega a provocar que proyectos de la misma clase se rechacen en una ciudad o condado pero se acepten en un distrito o municipio vecino. Por consiguiente, las tasas estandarizadas tienden a incrementar la consistencia de las decisiones económicas y a reducir el manejo personal de las reglas.

La determinación de la tasa de interés para una evaluación del sector público es tan importante como la determinación de la TMAR en el análisis del sector privado. La tasa de interés del sector público se denota con i; sin embargo, también se le denomina con otros nombres para distinguirla de la tasa del sector privado. Los términos más comunes son *tasa de descuento* y *tasa de descuento social*.

Característica	Sector público	Sector privado
Criterios de elección de alternativas	Criterios múltiples	Basado sobre todo en la tasa de rendimiento

Las múltiples categorías de usuarios, intereses económicos y no económicos, grupos políticos y de ciudadanos dificultan la elección de una opción sobre otra en la economía del sector público. Rara vez es posible elegir una opción con un criterio como el VP o la TR como único fundamento. Es importante describir y especificar el criterio y el método de elección antes del análisis. Esto ayuda a determinar la perspectiva o el punto de vista al realizar la evaluación. A continuación se examina el punto de vista.

Característica	Sector público	Sector privado
Ambiente de la evaluación	Con influencia de la política	Sobre todo económico

Con frecuencia se organizan asambleas públicas y debates sobre proyectos del sector público para complacer los diversos intereses de los ciudadanos (propietarios). Los funcionarios electos a menudo contribuyen a la elección de la opción, en especial cuando los votantes, urbanistas, ambientalistas y otros ejercen presión. El proceso de selección no es tan "limpio" como en una evaluación del sector privado.

El **punto de vista del análisis en el sector público** debe determinarse antes de calcular costos, beneficios y contrabeneficios, y antes de plantear y efectuar la evaluación. Existen diversos puntos de vista para cualquier situación, y las diferentes perspectivas pueden alterar la clasificación del flujo de efectivo.

Algunos ejemplos de perspectiva son los ciudadanos, la base fiscal municipal, la cantidad de estudiantes en las escuelas del área, la creación y conservación de empleos, el potencial de desarrollo económico, el interés particular de una industria (del sector agrícola, de la banca, de la manufactura electrónica) y muchos otros. En general, el punto de vista del análisis debe definirse tan ampliamente que incluya a quienes asuman los costos de un proyecto y obtengan sus beneficios. Una vez establecido, el punto de vista ayuda a clasificar costos, beneficios y contrabeneficios de cada opción, como indica el ejemplo 9.1.

EJEMPLO 9.1 El caso de la planta de tratamiento de agua #3 EP

La discusión acerca de la ubicación y construcción de las líneas de conducción de agua del proyecto WTF3 descrito en la introducción del capítulo alcanzó un nivel álgido por los cuestionamientos de algunos miembros del cabildo y otros grupos ciudadanos. Antes de dar a conocer al cabildo el análisis realizado el año anterior, el director de Allen Water Utilities pidió a un consultor de ingeniería administrativa que revisara y determinara si había sido ejecutado correctamente, y si la decisión económica estaba fundamentada, entonces y ahora. El consultor principal, Joel Whiterson, estudió ingeniería económica en la universidad y efectuó estudios económicos en el sector gubernamental, pero nunca se le había pedido la opinión principal.

Antes de una hora de comenzar a revisar los antecedentes, Joel descubrió varias estimaciones iniciales (se muestran a continuación) hechas el año anterior acerca de las consecuencias que se esperaban si se construía el WTF3. Se dio cuenta de que no había un punto de vista para hacer el estudio y de que, en realidad, las estimaciones no se clasificaron como costos, beneficios o contrabeneficios; determinó que sí se habían considerado hasta cierto punto en el análisis, aunque de manera muy superficial.

Joel definió dos puntos de vista: el de un *ciudadano* de Allen y el del *presupuesto* de Allen. Quiere clasificar cada estimación como costo, beneficio o contrabeneficio desde cada punto de vista. Ayude el lector a efectuar dicha clasificación.

Dimensión económica	Estimación monetaria
1. Costo del agua: Incremento de 10% anual para los hogares de Allen	Promedio de $29.7 millones (años 1 a 5, uniforme de entonces en adelante)
2. Bonos: Servicio anual de la deuda a 3% anual sobre 540 millones	$16.2 millones (años 1 a 19); $516.2 millones (año 20)
3. Uso de la tierra: Pago a parques y recreación por los sitios para las lumbreras y las áreas de construcción	$300 000 (años 1 a 4)
4. Valores de la propiedad: Pérdida de valor, precio de venta e impuestos prediales	$4 millones (años 1 a 5)
5. Ventas del agua: Aumentos en las ventas a las comunidades vecinas	$5 millones (año 4) más 5% anual (años 5 a 20)
6. OyM: Costos del mantenimiento anual y las operaciones	$300 000 más incremento de 4% anual (años 1 a 20)
7. Compra en demandas pico: Ahorros en las compras de agua tratada a fuentes secundarias	$500 000 (años 5 a 20)

Solución

Se identificó la perspectiva de cada punto de vista y se clasificaron las estimaciones. (La forma en que se hace esta clasificación varía en función de quien realice el análisis. La solución que se presenta aquí sólo ofrece una respuesta lógica.)

Punto de vista 1: Habitantes de la ciudad de Allen. Objetivo: Maximizar la calidad y bienestar de los ciudadanos, con familias y vecindarios como preocupaciones fundamentales.

Costos: 1, 2, 4, 6 Beneficios: 5, 7 Contrabeneficios: 3

Punto de vista 2: Presupuesto de la ciudad. Objetivo: Asegurarse de que el presupuesto se encuentre equilibrado y sea de suficiente magnitud para ofrecer servicios a la ciudad en rápido crecimiento.

Costos: 2, 3, 6 Beneficios: 1, 5, 7 Contrabeneficios: 4

Los ciudadanos perciben los costos en forma diferente de la de un funcionario de las finanzas de la ciudad. Por ejemplo, los ciudadanos consideran que la pérdida del valor de las propiedades (punto 4) es un costo real, pero

es un contrabeneficio lamentable desde el punto de vista presupuestario de la ciudad. De manera similar, el presupuesto de Allen Water Utilities interpreta la estimación 3 (pago por el uso de la tierra a parques y recreación) como costo real, pero un ciudadano podría interpretarlo como una mera transferencia de fondos entre dos órganos municipales; por tanto, sería un contrabeneficio y no un costo real.

Comentario

La inclusión de los contrabeneficios puede cambiar con facilidad la decisión económica. Sin embargo, es difícil (o imposible) llegar a un acuerdo acerca de ellos y la estimación de su valor monetario, y con frecuencia el resultado es que se eliminen todos los contrabeneficios del análisis económico. Por desgracia, esto suele transferir la consideración de los contrabeneficios a la parte no económica (es decir, política) de la toma de decisiones en los proyectos públicos.

La mayor parte de los grandes proyectos del sector público se desarrolla en sociedades de los gobiernos con la iniciativa privada (SGP). Una sociedad tiene ventajas por la mayor eficiencia del sector privado y por el alto costo de diseñar, construir y operar dichos proyectos. El financiamiento total por parte de la unidad gubernamental podría no ser posible con los medios tradicionales de financiamiento proveniente del gobierno —gravámenes, impuestos y bonos—. A continuación se presentan algunos ejemplos de proyectos como los recién descritos:

Proyecto	Algunos propósitos del proyecto
Transporte público	Disminuir el tiempo de recorrido; reducir los congestionamientos; mejorar el ambiente; disminuir los accidentes de tránsito
Puentes y túneles	Aumento de la velocidad del tránsito; reducir los congestionamientos; mejorar la seguridad
Puertos y obras marinas	Incrementar la capacidad de manejo de carga; dar apoyo al desarrollo industrial; aumentar el turismo
Aeropuertos	Aumentar la capacidad; mejorar la seguridad de los pasajeros; apoyar el desarrollo
Recursos hidráulicos	Desalinizar agua para consumo humano; satisfacer las necesidades de riego e industriales; mejorar el tratamiento de las aguas residuales

En dichas empresas conjuntas, el sector público (gobierno) es responsable del costo y los servicios para la ciudadanía, mientras el socio del sector privado (corporación) se responsabiliza de varios aspectos de los proyectos que se detallan más adelante. La parte gubernamental no puede obtener una utilidad, pero la(s) corporación(es) involucrada(s) sí puede(n) tener una ganancia razonable; de hecho, por lo general, el margen de utilidad se establece por escrito en el contrato que rige el diseño, la construcción, operación y propiedad del proyecto.

Ha sido una tradición que tales contratos sean de un solo *pago global* (precio alzado) u otro de *reembolso* del costo (precios unitarios). En dichos casos, el gobierno es responsable de la aportación de los fondos y tal vez de parte del diseño, y después de todas las actividades de operación, mientras que el contratista no comparte los riesgos —pasivos, desastres naturales, falta de dinero, etcétera—. En tiempos recientes, el esquema SGP ha sido el tipo de arreglo más común en la mayoría de grandes proyectos. Con frecuencia se denominan **contratos de diseñar-construir**, en los que los contratistas tienen más funciones, desde el diseño hasta la operación. Los detalles de estos contratos se explican en publicaciones como *Design-Build Contracting Handbook* (Cushman y Loulakis). Lo más notable es un contratista o varios con un **contrato para diseñar, construir, operar, mantener y financiar (DCOMF)**, como se describe en seguida.

El **contrato DCOMF** se considera un enfoque completo para un proyecto. Requiere que el contratista ejecute todas las actividades DCOMF con la colaboración y aprobación del dueño (una institución gubernamental). La actividad de **financiamiento** es la *administración del flujo de efectivo para poner en marcha el proyecto* por medio de una empresa contratista. Aunque ésta puede colaborar en ciertos casos, la **obtención de fondos** (de capital) es responsabilidad del gobierno por conducto de bonos, préstamos comerciales, impuestos, subvenciones y donaciones.

Cuando la empresa no realiza la actividad de financiamiento, el contrato es del tipo DCOM; también es común celebrar un contrato para diseñar y construir. En casi todos los casos se llega a alguna forma de acuerdo para diseñar y construir proyectos públicos, pues ofrecen ciertas ventajas para el gobierno y la ciudadanía:

- Ahorros en tiempo y costo en las fases de diseño, construcción y operación
- Estimaciones de costo más rápidas y confiables (menos variables)

- Menos responsabilidades administrativas para el propietario
- Más eficiencia en la asignación de recursos por parte de la empresa privada
- El sector privado dirige los aspectos ambientales, bursátiles y de seguridad, en los que por lo general tiene más experiencia

Muchos proyectos de alcance internacional y en países en vías de desarrollo utilizan la sociedad entre un gobierno y la empresa privada. Por supuesto, también tiene desventajas. Un riesgo es que el monto del financiamiento comprometido en el proyecto tal vez no cubra el costo real de construcción por ser considerablemente mayor al estimado. Otro riesgo es que la corporación privada no obtenga una utilidad razonable debido a la escasa utilización de la infraestructura durante la fase de operación. Para prevenir dichos problemas, el contrato original establece la posibilidad de préstamos especiales con garantía por parte de la unidad gubernamental, así como subsidios especiales. El subsidio cubre los costos más la utilidad (acordada en forma contractual) si el uso fuera menor al especificado. Dicho nivel puede ser el punto de equilibrio con el margen de utilidad considerado en el acuerdo.

9.2 Análisis beneficio/costo de un solo proyecto

La razón beneficio/costo se considera el método de análisis fundamental para proyectos del sector público. El análisis B/C se creó para asignar mayor objetividad a la economía del sector público como respuesta del Congreso de Estados Unidos que aprobó la Ley de Control de Inundaciones de 1936. Existen diversas variaciones de la razón B/C; sin embargo, el enfoque fundamental es el mismo: todos los cálculos de costos y beneficios deben convertirse a una unidad monetaria de equivalencia común (VP, VA o VF) con la tasa de descuento (tasa de interés). La razón convencional B/C se calcula de la siguiente manera:

$$\text{B/C} = \frac{\text{VP de los beneficios}}{\text{VP de los costos}} = \frac{\text{VA de los beneficios}}{\text{VA de los costos}} = \frac{\text{VF de los beneficios}}{\text{VF de los costos}} \qquad (9.1)$$

Las equivalencias de valor presente y valor anual se utilizan más que las del valor futuro. La convención de signos para el análisis B/C consiste en signos positivos; así, **los costos van precedidos por un signo +**. Cuando se calculan los valores de rescate, se deducen de los costos. Los contrabeneficios se consideran de diferentes maneras, según el modelo que se utilice. Lo más común es que **los contrabeneficios se resten de los beneficios** y se coloquen en el numerador. A continuación se estudian las distintas modalidades.

La directriz de la decisión es sencilla:

Si B/C $\geq$ 1.0, se determina que el proyecto es económicamente aceptable para los estimados y la tasa de descuento aplicada.

Si B/C $<$ 1.0, el proyecto no es económicamente aceptable.

Evaluación de proyectos

Si el valor B/C es igual o está muy cerca de 1.0, los factores no económicos ayudarán a tomar la decisión de la mejor opción.

La ***razón B/C convencional***, quizá la más utilizada, se calcula de la siguiente manera:

$$\text{B/C} = \frac{\text{beneficios} - \text{contrabeneficios}}{\text{costos}} = \frac{B - D}{C} \qquad (9.2)$$

En la ecuación (9.2), los contrabeneficios se restan de los beneficios y no se agregan a los costos. El valor B/C variaría de manera considerable si los contrabeneficios se consideraran costos. Por ejemplo, si el VP de beneficios positivos, contrabeneficios y costos se representan con 10, 8 y 5, respectivamente, el procedimiento correcto da como resultado B/C = (10 − 8)/5 = 0.40. La inclusión incorrecta de los contrabeneficios en el denominador da como resultado B/C = 10/(8 + 5) = 0.77, que es más o menos el doble del valor correcto de B/C de 0.40. Entonces, resulta claro que el método por el cual se manejan los beneficios afecta la magnitud de la razón B/C. No obstante, sin importar si los contrabeneficios se resten (correctamente) del numerador o se sumen (incorrectamente) a los costos en el denominador, una razón B/C menor a 1.0 calculada con el primer método siempre producirá una razón B/C menor que 1.0 con el segundo método, y viceversa.

La ***razón B/C modificada*** incluye todas las estimaciones propias del proyecto una vez en operación. Los costos de mantenimiento y operación (OyM) se colocan en el numerador y se tratan de forma similar

a los contrabeneficios. El denominador sólo incluye el costo de la inversión inicial. Una vez expresadas todas las cantidades en términos de VP, VA o VF, la razón B/C modificada se calcula como

$$\text{B/C modificada} = \frac{\text{beneficios} - \text{contrabeneficios} - \text{costos de OyM}}{\text{inversión inicial}} \qquad (9.3)$$

El valor de rescate por lo general se incluye en el denominador como costo negativo. Es obvio que la razón B/C modificada producirá un valor diferente que el que arroja el método B/C convencional. Sin embargo, como sucede con los contrabeneficios, *el procedimiento modificado puede cambiar la magnitud de la razón pero no la decisión de aceptar o de rechazar el proyecto*.

La medida de valor expresada como ***diferencia entre beneficios y costos***, que no implica ningún cociente, se basa en la diferencia entre el VP, el VA o el VF de beneficios y costos, es decir, $B - C$. Si $(B - C) \geq 0$, el proyecto es aceptable. Este método tiene la ventaja de eliminar las discrepancias antes observadas cuando los contrabeneficios se consideran como costos, pues B representa *beneficios netos*. Así, con los números 10, 8 y 5 se obtiene el mismo resultado sin importar la forma de considerar los contrabeneficios.

Si se restan los contrabeneficios de los beneficios: $B - C = (10 - 8) - 5 = -3$

Si se suman los contrabeneficios a los costos: $B - C = 10 - (8 + 5) = -3$

Antes de calcular la razón B/C con cualquier fórmula, se debe verificar si la opción con mayor VA o VP de los costos también produce mayores VA o VP de los beneficios. Es posible que una opción con mayores costos genere menores beneficios que otras, lo cual hace innecesario seguir considerando la opción más costosa.

Debido a la naturaleza de los beneficios, en especial de los contrabeneficios, las estimaciones monetarias son complicadas y presentan mucha variabilidad. El popular **análisis de sensibilidad** para los parámetros más cuestionables ayuda a determinar la sensibilidad de la decisión económica ante la variación de los parámetros. Este enfoque contribuye a calibrar el **riesgo económico y público de la aceptación** de un proyecto específico. Asimismo, el análisis de sensibilidad mitiga la percepción de la ciudadanía respecto de que las personas (directivos, ingenieros, consultores, contratistas y funcionarios electos) que diseñan (y promueven) el proyecto público son muy poco receptivos a las diferentes maneras de atender el interés público.

EJEMPLO 9.2

En el pasado, la Fundación Afram asignó muchos fondos para mejorar las condiciones de vida y salud de los habitantes de países devastados por la guerra y la pobreza. En cierta propuesta para el consejo de directores de la fundación para construir un nuevo hospital y complejo médico en un país pobre de África central, la directora del proyecto realizó algunas estimaciones; las hizo, afirma, de forma que no ejerzan ningún efecto negativo en la tierra agrícola o áreas de vivienda de la ciudadanía.

Asignación:	\$20 millones en el primer año (al final), y decrece \$5 millones anuales durante tres años más; el gobierno local asignará fondos sólo durante el primer año
Costos anuales:	\$2 millones en cada uno de los siguientes 10 años, como se propuso
Beneficios:	Reducción de \$8 millones anuales para la ciudadanía en gastos relacionados con la salud
Contrabeneficios:	De \$0.1 a \$0.6 millones anuales por la ocupación de tierra cultivable y terrenos comerciales

Con los métodos de la relación B/C convencional y modificada, determine si la propuesta de intervención se justifica económicamente para un periodo de estudio de 10 años. La tasa de descuento de la fundación es de 6% anual.

Solución

Primero se calcula el VA de cada parámetro durante 10 años. En unidades de \$1 millón,

Asignación:	$20 - 5(A/G,6\%,4) = \$12.864$ por año
Costos anuales:	\$2 por año
Beneficios:	\$8 por año
Contrabeneficios:	Se utiliza \$0.6 para el análisis inicial

El *análisis B/C convencional* aplica la ecuación (9.2).

$$\text{B/C} = \frac{8.0 - 0.6}{12.864 + 2.0} = 0.50$$

El *análisis B/C modificado* aplica la ecuación (9.3).

$$\text{B/C modificado} = \frac{8.0 - 0.6 - 2.0}{12.864} = 0.42$$

La propuesta no se justifica económicamente porque ambas mediciones son menores que 1.0. Si se utilizan los contrabeneficios estimados en \$0.1 millones anuales, las mediciones aumentan un poco pero no lo suficiente para justificar la propuesta.

Es posible obtener una conexión directa entre la fórmula B/C de un proyecto del sector público y otro del sector privado que sea una **opción de ingresos**; es decir, se estiman tanto ingresos como costos. Más aún, se puede identificar una correspondencia directa entre la relación B/C modificada de la ecuación (9.3) y el método del VP que se ha usado repetidamente (el desarrollo siguiente también se aplica a los montos de VA y VF). Por el momento se ignorará la inversión inicial en el año 0 para concentrarnos en los flujos de efectivo del proyecto desde el año 1 hasta su vida esperada. Para el sector privado, el VP de los flujos de efectivo del proyecto es

$$\text{VP del proyecto} = \text{VP de los ingresos} - \text{VP de los costos}$$

Como los ingresos del sector privado son aproximadamente los mismos que los beneficios menos los contrabeneficios (B − D) en el sector público, la relación B/C modificada de la ecuación (9.3) puede escribirse como

$$\text{B/C modificada} = \frac{\text{VP de (B} - \text{D)} - \text{VP de C}}{\text{VP de la inversión inicial}}$$

Esta relación se modifica un poco para constituir el **índice de rentabilidad (IR)** con que se evalúan los proyectos de ingresos en el sector público o privado. Para los años $t = 1, 2, \ldots, n$,

$$\textbf{IR} = \frac{\textbf{VP del FNE}_t}{\textbf{VP de la inversión inicial}} \qquad \textbf{(9.4)}$$

Observe que el denominador incluye sólo los conceptos del costo inicial (inversión inicial), mientras que el numerador sólo tiene flujos de efectivo que resultan del proyecto desde el año 1 hasta la duración de su vida. La medición del IR del valor cuantifica lo máximo que se obtiene por cada dólar (euro, yen, etcétera) de inversión. Es decir, el resultado está en unidades de VP por VP del dinero invertido al principio. Ésta es una medida de la "utilidad por dólar". Cuando se emplean para un proyecto del sector privado, los contrabeneficios por lo general se omiten, mientras que para un proyecto público deben estimarse e incluirse en la versión modificada de la relación B/C.

El criterio para evaluar un proyecto único con el IR es el mismo que para la relación B/C convencional o modificada.

Si IR $\geq$ 1.0, el proyecto es aceptable económicamente con la tasa de descuento.
Si IR $<$ 1.0, el proyecto no es aceptable económicamente con la tasa de descuento.

Evaluación de proyectos

Recuerde que los cálculos del IR y la relación B/C modificada son en esencia los mismos, excepto que el IR se aplica en general sin estimar los contrabeneficios. Al IR también se le conoce como **índice de valor presente (IVP)**. Se usa con frecuencia para clasificar y elegir entre proyectos independientes cuando el capital es limitado. Esta aplicación se estudia en el capítulo 12, en la sección 12.5.

EJEMPLO 9.3

El Directorio para el Transporte de Georgia estudia asociarse con la empresa Young Construction en un contrato DCOMF para una nueva autopista de cuota de 22.51 millas en el área suburbana de Atlanta. El diseño incluye tres corredores de comercio al menudeo de cuatro millas de longitud en ambos lados de la carretera. Se espera que la construcción tarde cinco años, con un costo promedio de \$3.91 millones por milla. La tasa de descuento

es 4% anual, y el periodo de estudio, de 30 años. Evalúe la economía de la propuesta con la relación *a*) B/C modificada desde el punto de vista del estado de Georgia y *b*) el índice de rentabilidad desde el punto de vista de la empresa Young, en el cual no se incluyen los contrabeneficios.

Inversión inicial: $88 millones distribuidos en cinco años; $4 millones ahora y en el año 5, y $20 millones en cada uno de los años 1 a 4.

Costo de OyM anual: $1 millón por año, más $3 millones cada quinto año, inclusive el 30.

Ingresos/beneficios anuales: Incluye cuotas y crecimiento del comercio al menudeo; comienza en $2 millones en el año 1 y se incrementa $0.5 millones al año en forma constante hasta el año 10, y después aumenta de modo constante $1 millón anual hasta el año 20 para permanecer en esa cifra de entonces en adelante.

Contrabeneficios estimables: Incluyen la pérdida de ingresos de negocios, impuestos y valor de las propiedades en las áreas circundantes; comienzan en $10 millones en el año 1, disminuyen $0.5 millones por año hasta el 21, y de ahí en adelante permanecen en cero.

Solución

Para empezar, deben calcularse los montos del VP en el año 0 del modo usual con lápiz y papel, calculadora o con hoja de cálculo. Si se introducen en una hoja de cálculo las cifras estimadas de los 30 años y se aplican funciones VPN con 4%, se obtienen los resultados en unidades de $1 millón. Todos los valores son positivos debido a la convención de signos para la relación B/C y las mediciones del IR.

VP de la inversión = $71.89 VP de los beneficios = $167.41
VP de los costos = $26.87 VP de los contrabeneficios = $80.12

a) Desde el punto de vista del público, el estado aplicará la ecuación (9.3).

$$\text{B/C modificada} = \frac{167.41 - 80.12 - 26.87}{71.89} = 0.84$$

La carretera de cuota propuesta *no es económicamente aceptable*, porque B/C < 1.0.

b) Desde el punto de vista de la empresa Young Construction, se aplica la ecuación (9.4).

$$\text{IR} = \frac{167.41 - 26.87}{71.89} = 1.95$$

Es evidente que sin los contrabeneficios la propuesta se justifica, pues IR > 1.0. El punto de vista privado del proyecto pronostica que cada dólar invertido devolverá un equivalente de $1.95 durante 30 años con una tasa de descuento de 4% anual.

Comentario

La pregunta obvia es cuál medición es la correcta. Cuando se emplea el IR según la visión de la empresa privada no hay problema, porque los contrabeneficios virtualmente nunca se consideran en el análisis económico. El punto de vista público del proyecto usará comúnmente alguna forma de la razón B/C con los contrabeneficios incluidos. Cuando se establece una sociedad entre el gobierno y la iniciativa privada, debe haber algún acuerdo previo sobre la medición económica aceptable para análisis y toma de decisiones a lo largo del proyecto. Así se evitaría el dilema numérico ilustrado en este ejemplo.

9.3 Selección de alternativas mediante el análisis B/C incremental ●●●

La técnica para comparar dos alternativas mutuamente excluyentes mediante el análisis beneficio/costo es prácticamente la misma que para el análisis TR incremental examinado en el capítulo 8. La razón B/C incremental (convencional), que se identifica como ΔB/C, se determina con los cálculos de VP, VA o VF. La opción de costo extra se justifica si dicha razón B/C es igual o mayor que 1.0. La regla de elección es la siguiente:

Selección de alternativas ME

Si ΔB/C ≥ 1.0, se elige la opción de mayor costo porque el costo adicional se justifica en términos económicos.
Si ΔB/C < 1.0, se elige la opción de menor costo.

Para llevar a cabo un análisis B/C incremental correcto se requiere comparar cada opción sólo con otra opción para la cual el costo incremental ya esté justificado. Ya se aplicó la misma regla en el análisis TR incremental.

Existen dos dimensiones del análisis B/C incremental que lo hacen un poco diferente del análisis TR incremental que se estudió en el capítulo 8. El primero, como ya se mencionó, es que todos los costos llevan un signo positivo en la razón B/C. El segundo, y mucho más importante, es el ordenamiento de las alternativas antes de realizar el análisis incremental.

Las alternativas se **ordenan en forma creciente de acuerdo con sus costos totales**, es decir, el VP o VA de todos los costos que se utilizarán en el denominador de la relación B/C. Cuando no se hace correctamente el análisis B/C incremental, se puede rechazar una opción de mayor costo que se justificara.

Así, si dos alternativas, A y B, poseen inversiones iniciales y vidas iguales pero B tiene un costo anual equivalente mayor, B debe justificarse frente a A desde un punto de vista incremental (esto se ilustra en el siguiente ejemplo.) Si esta convención no se sigue correctamente, es posible obtener un valor de costo negativo en el denominador, que puede provocar incorrectamente que B/C < 1 y se rechace una alternativa de mayor costo que en realidad se justifique.

Siga los siguientes pasos para realizar un análisis correcto de la razón B/C convencional de dos alternativas. Los valores equivalentes se expresan en términos de VP, VA o VF.

1. Determine los costos equivalentes totales de ambas alternativas.
2. Ordene las alternativas por costo equivalente total, primero la más pequeña y luego la mayor. Calcule los costos incrementales (ΔC) de la alternativa de mayor costo. Éste es el denominador en ΔB/C.
3. Determine los beneficios equivalentes totales y cualquier contrabeneficio estimado para ambas alternativas. Calcule los beneficios incrementales (ΔB) para la alternativa de mayor costo. Es decir, $\Delta(B - D)$ si se consideran los contrabeneficios.
4. Calcule la razón ΔB/C incremental con la ecuación (9.2), $(B - D)/C$.
5. Con el criterio de selección, elija la alternativa de mayor costo si ΔB/C ≥ 1.0.

Cuando la razón B/C se determina para la alternativa de menor costo, se trata de una comparación con la opción de no hacer nada (NH). Si B/C < 1.0, debe elegirse NH y compararse con la segunda alternativa. Si ninguna alternativa posee un valor B/C aceptable, se debe elegir la opción NH. En el análisis para el sector público, la opción NH suele ser la condición actual.

EJEMPLO 9.4

La ciudad de Garden Ridge (Florida) recibió, de dos consultores de arquitectura, diseños para una nueva ala de cuartos para pacientes en el hospital municipal. Debe aceptarse un diseño para publicarse en la licitación de construcción. Los costos y beneficios son los mismos en la mayoría de las categorías, pero el director de finanzas de la ciudad decidió que los tres cálculos que aparecen a continuación son los que deben considerarse para determinar el diseño que se recomendará a la junta del consejo de la ciudad la próxima semana, y para presentarse a la ciudadanía en preparación del próximo referéndum relativo a bonos del mes entrante.

	Diseño A	Diseño B
Costo de construcción, $	10 000 000	15 000 000
Costo de mantenimiento de la construcción, $/año	35 000	55 000
Costo del uso de pacientes, $/año	450 000	200 000

El costo del uso de pacientes es un estimado de la cantidad pagada por los pacientes sobre el seguro de cobertura común para una habitación de hospital. La tasa de descuento es de 5%, y la vida del edificio se estima en 30 años.

a) Aplique un análisis de la razón B/C convencional para elegir el diseño A o B.

b) Una vez publicados los dos diseños, el hospital privado de la ciudad vecina de Forest Glen presentó una queja porque el diseño A reducirá los ingresos de su hospital municipal más o menos $500 000 anuales porque algunas características de las cirugías diurnas del diseño A duplicarán sus servicios. Después, la asociación de comerciantes de Garden Ridge argumentó que el diseño B reduciría sus ingresos anuales $400 000 porque se eliminará un lote completo que sus patrocinadores ocupan como estacionamiento pro-

visional. El director de finanzas de la ciudad indicó que dichas quejas entrarán en la evaluación como contrabeneficios de los respectivos diseños. Reelabore el análisis B/C para determinar si la decisión económica se mantendrá igual cuando los contrabeneficios no se tomen en cuenta.

Solución

a) Como ya se anualizó la mayoría de los flujos de efectivo, la razón B/C incremental utiliza valores VA. No se tomarán en cuenta estimaciones de contrabeneficios. Siga los pasos del siguiente procedimiento:

1. El VA de los costos es la suma de los costos de construcción y mantenimiento.

$$VA_A = 10\,000\,000(A/P,5\%,30) + 35\,000 = \$685\,500$$
$$VA_B = 15\,000\,000(A/P,5\%,30) + 55\,000 = \$1\,030\,750$$

2. El diseño B posee el mayor VA de costos, de manera que será la opción por justificarse de modo incremental. El valor del costo incremental es

$$\Delta C = VA_B - VA_A = \$345\,250 \text{ anuales}$$

3. El VA de los beneficios se deriva de los costos del uso de pacientes, pues éstos provienen del público. Los beneficios para el análisis ΔB/C no son los costos mismos, sino la *diferencia* si se elige el diseño B. El menor costo por uso anual es beneficio positivo para el diseño B.

$$\Delta B = uso_A - uso_B = \$450\,000 - \$200\,000 = \$250\,000 \text{ anuales}$$

4. La razón B/C incremental se calcula mediante la ecuación (9.2).

$$\Delta B/C = \frac{\$250\,000}{\$345\,250} = 0.72$$

5. La razón B/C es menor que 1.0, lo cual indica que no se justifican los costos adicionales del diseño B. Por tanto, se elige el diseño A para la licitación de construcción.

b) Los cálculos de pérdida de ingreso se consideran contrabeneficios. Como los contrabeneficios del diseño B son $100 000 menos que los del diseño A, esta diferencia se suma a los $250 000 de beneficios de B para dar un beneficio total de $350 000. Ahora

$$\Delta B/C = \frac{\$350\,000}{\$345\,250} = 1.01$$

El diseño B resulta un poco favorecido. En este caso, incluir los contrabeneficios revirtió la decisión económica anterior. Sin embargo, esto quizá complique la situación en términos políticos. Seguramente en el futuro cercano otros grupos reclamarán nuevos contrabeneficios con intereses específicos.

Como sucede con otros métodos, el análisis B/C incremental requiere **comparar alternativas de servicios iguales**. Por lo general, la vida útil esperada de un proyecto del sector público es larga (25, 30 o más años), de manera que las alternativas por lo regular poseen vidas iguales. Sin embargo, cuando las alternativas poseen vidas diferentes, el uso de VP o VA para determinar los costos y los beneficios equivalentes requiere el MCM de las vidas para calcular ΔB/C. Igual que con el análisis TR, se trata de una excelente oportunidad para emplear las equivalencias del VA para costos y beneficios (no incrementales), si se supone que es razonable que el proyecto pueda repetirse. Por tanto, aplique el análisis basado en VA para las razones B/C cuando se comparen alternativas de vida diferente.

EJEMPLO 9.5 El caso de la planta de tratamiento de agua #3 EP

Conforme se desenvuelve nuestro caso, el consultor Joel Whiterson sintetizó el año pasado algunos análisis B/C de la línea de conducción de 84 pulgadas en Jolleyville. Las dos alternativas de construcción de la línea eran con una trinchera abierta (TA) en toda la distancia de 6.8 millas, o una combinación de trincheras y túneles (TT) en una distancia más corta, de 6.3 millas. Debe elegirse una opción para transportar más o menos 300 millones de galones diarios (gpd) de agua tratada desde la nueva planta WTF3 a un tanque de almacenamiento superficial ya existente.

El gerente general de Allen Water Utilities expresó en público varias veces que se eligió la opción de combinar una trinchera con un túnel con base en el análisis de ambas alternativas y en datos no cuantitativos. Hace algunos meses afirmó en un correo electrónico interno que los costos anuales equivalentes, con periodos esperados de construcción de 24 y 36 meses, respectivamente, eran

$$VA_{TA} = \$1.20 \text{ millones anuales}$$
$$VA_{TT} = \$2.37 \text{ millones anuales}$$

Este análisis indicaba que en ese momento la opción de trinchera abierta era mejor económicamente. El horizonte de planeación para la línea de transmisión es de 50 años; Joel concluyó que era un periodo de estudio razonable. Con los datos que Joel extrajo y que se muestran a continuación, ejecute correctamente el análisis incremental B/C y comente los resultados. La tasa de interés (descuento) es de 3% anual, con capitalización anual, y 1 milla equivale a 5 280 pies.

	Trinchera abierta (TA)	Trinchera-túnel (TT)
Distancia, millas	6.8	6.3
Costo inicial, $por pie	700	Trinchera de 2.0 millas: 700 Túnel de 4.3 millas: 2 100
Tiempo de terminación, meses	24	36
Costos de apoyo a la construcción, $ por mes	250 000	175 000
Gastos secundarios, $ por mes		
Ambientales	150 000	20 000
Seguridad	140 000	60 000
Enlace con la comunidad	20 000	5 000

Solución

Debe elegirse una alternativa, pero sus tiempos de construcción son diferentes. Como no es razonable suponer que este proyecto se repita muchas veces, sería incorrecto elaborar el análisis VA con los respectivos periodos de 24 y 36 meses, o su MCM. Sin embargo, el periodo de estudio de 50 años es una suposición razonable, pues las líneas son instalaciones permanentes. Supondremos que los costos iniciales de la construcción son un valor presente en el año 0, pero deben calcularse el VP equivalente y el VA con 50 años del resto de los costos mensuales.

$$\begin{aligned} VP_{TA} &= \text{VP de la construcción} + \text{VP de los costos de apoyo a la construcción} \\ &= 700(6.8)(5\,280) + 250\,000(12)(P/A,3\%,2) \\ &= \$30\,873\,300 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VA_{TA} &= 30\,873\,300(A/P,3\%,50) \\ &= \$1.20 \text{ millones anuales} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP_{TT} &= [700(2.0) + 2\,100(4.3)](5\,280) + 175\,000(12)(P/A,3\%,3) \\ &= \$61\,010\,460 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VA_{TT} &= 61\,010\,460(A/P,3\%,50) \\ &= \$2.37 \text{ millones anuales} \end{aligned}$$

La *alternativa trinchera-túnel (TT) tiene un mayor costo equivalente*; debe justificarse respecto de la alternativa TA. El costo incremental es

$$\Delta C = VA_{TT} - VA_{TA} = 2.37 - 1.20 = \$1.17 \text{ millones por año}$$

La diferencia entre los gastos secundarios define el beneficio incremental para TT.

$$\begin{aligned} VP_{TA\text{-}sec} &= 310\,000(12)(P/A,3\%,2) \\ &= \$7\,118\,220 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VA_{TA\text{-}sec} &= 7\,118\,220(A/P,3\%,50) \\ &= \$276\,685 \text{ anuales} \end{aligned}$$

$$VP_{TT\text{-}sec} = 85\,000(12)(P/A,3\%,3)$$
$$= \$2\,885\,172$$

$$VA_{TT\text{-}sec} = 2\,885\,172(A/P,3\%,50)$$
$$= \$112\,147 \text{ por año}$$

$$\Delta B = VA_{TA\text{-}sec} - VA_{TT\text{-}sec} = 276\,685 - 112\,147 = \$164\,538 \text{ anuales} \qquad (0.16 \text{ millones})$$

Ahora se calcula la relación B/C.

$$\Delta B/C = 0.16 / 0.17 = 0.14$$

Como $\Delta B/C \ll 1.0$, no se justifica económicamente la opción de trinchera y túnel. Joel concluyó que la afirmación del director general acerca de que dicha opción se basaba en datos cuantitativos *y* no cuantitativos dependía de información no cuantitativa de la que aún no disponía.

9.4 Análisis B/C incremental de alternativas múltiples mutuamente excluyentes

El procedimiento fundamental para elegir una de entre tres o más alternativas mutuamente excluyentes con el análisis B/C incremental es en esencia el mismo que el de la sección 9.3. Dicho procedimiento también es paralelo al del análisis TR incremental de la sección 8.6. La directriz para elegir es la siguiente:

> Elija la opción de mayor costo que se justifique con un B/C incremental ≥ 1.0, cuando dicha opción se haya comparado con otra opción justificada.

Existen dos tipos de estimados de beneficios: estimación de **beneficios directos** y **beneficios basados en los estimados de costo por uso**. Los dos ejemplos anteriores (9.4 y 9.5) ilustran correctamente el segundo tipo de estimado de beneficio implicado. *Cuando se calculan los beneficios directos*, la razón B/C de cada opción puede calcularse primero como un mecanismo de selección inicial cuyo propósito es eliminar las alternativas inaceptables. Al menos una opción debe tener un B/C ≥ 1.0 para realizar un análisis B/C incremental. Si todas las alternativas son inaceptables, se elige la opción NH. (Es el mismo enfoque que el del paso 2 para sólo alternativas de ingresos en el procedimiento TR de la sección 8.6. Sin embargo, el término *opción de ingreso* no es aplicable a los proyectos del sector público.)

Como en el caso de la sección anterior, donde se comparan dos alternativas, la selección de múltiples alternativas mediante la razón B/C incremental emplea los costos equivalentes totales para ordenar al principio las alternativas de menor a mayor. Después se realiza la comparación entre pares. También recuerde que todos los costos se consideran positivos en los cálculos de B/C. En este procedimiento se aplican los términos *opción defensora* y *opción retadora*, así como en el análisis basado en TR. El procedimiento para el análisis B/C incremental de alternativas múltiples es el siguiente:

1. Determine el costo total equivalente de todas las alternativas. Utilice equivalencias de VA, VP o VF.
2. Ordene las alternativas, de menor a mayor, por costo equivalente total.
3. Determine los beneficios equivalentes totales (y cualquier contrabeneficio estimado) de cada alternativa.
4. *Estime sólo beneficios directos*: Calcule la razón B/C de la primera opción según el orden. Si B/C <1.0, elimínela. Al comparar cada opción con la de no hacer nada en orden, se eliminan todas las que tengan B/C < 1.0. La opción con B/C ≥ 1.0 cuyo costo sea el más bajo se convierte en la defensora y la siguiente opción con costo más alto es la retadora en el paso siguiente. (Para análisis con hoja de cálculo, determine el B/C de todas las alternativas al principio y conserve sólo las aceptables.)
5. Calcule los costos incrementales (ΔC) y beneficios incrementales (ΔB) con las relaciones

$$\Delta C = \text{costo de la retadora} - \text{costo de la defensora}$$
$$\Delta B = \text{beneficios de la retadora} - \text{beneficios de la defensora}$$

Si se estiman los **costos de uso** relativos de cada opción en lugar de beneficios directos, ΔB se puede determinar mediante la siguiente relación:

$$\Delta B = \text{costos de uso de la defensora} - \text{costos de uso de la retadora} \qquad (9.5)$$

6. Calcule el ΔB/C de la primera retadora en comparación con la defensora.

$$\Delta B/C = \Delta B/\Delta C \tag{9.6}$$

Si $\Delta B/C \geq 1.0$ en la ecuación (9.6), la retadora se convierte en la defensora, y se elimina la defensora anterior. Por el contrario, si $\Delta B/C < 1.0$, elimine la retadora, y la defensora permanece frente a la siguiente retadora.

7. Repita los pasos 5 y 6 hasta que sólo quede una opción, la cual será la elegida.

En todos los pasos anteriores, los contrabeneficios incrementales pueden analizarse al reemplazar ΔB con $\Delta(B - D)$.

EJEMPLO 9.6

La empresa Schlitterbahn Waterparks de Texas, desarrolladora muy conocida de parques acuáticos y de diversiones con sede en New Braunfels, ha sido convocada por cuatro diferentes ciudades fuera de Texas para que considere la posibilidad de construir un parque en sus territorios. Todas las ofertas incluyen alguna versión de los incentivos siguientes:

- Incentivo de efectivo inmediato (año 0)
- 10% del incentivo del primer año como reducción de impuestos prediales directos durante ocho años
- Plan de impuestos reducidos durante ocho años
- Tarifas de admisión reducidas (uso) para residentes del área durante ocho años

La tabla 9-1 (sección superior) resume los estimados de cada propuesta, incluos el valor presente de la construcción inicial y los ingresos anuales anticipados. Se espera que los costos anuales de OyM sean iguales en todas las ubicaciones. Con un análisis de B/C incremental, 7% anual y un periodo de estudio de ocho años, aconseje a la junta directiva si deben considerar que alguna de estas ofertas tiene atractivo económico.

Solución

El punto de vista es el de Schlitterbahn, y los beneficios son estimaciones directas. Desarrolle los montos del VA equivalentes durante ocho años, y use el procedimiento ya mencionado. Los resultados se presentan en la tabla 9-1.

1. El VA de los costos totales y un ejemplo para la ciudad 1 se determinan en unidades de $1 millón.

$$\begin{aligned}\text{VA de los costos} &= \text{costo inicial}(A/P,7\%,8) + \text{reducción de la tarifa de entrada para residentes}\\ &= 38.5(0.16747) + 0.5\\ &= \$6.948 \quad (\$6\,948\,000 \text{ al año})\end{aligned}$$

2. En la tabla 9-1 se muestra la forma correcta de ordenar las cuatro alternativas según su costo equivalente total en orden creciente.

TABLA 9-1 Análisis incremental B/C de las propuestas de parques acuáticos, ejemplo 9.6

	Ciudad 1	Ciudad 2	Ciudad 3	Ciudad 4
Costo inicial, $millones	38.5	40.1	45.9	60.3
Costos de la tarifa de admisión, $/año	500 000	450 000	425 000	250 000
Ingresos anuales, $ millones/año	7.0	6.2	10.0	10.4
Incentivo de efectivo inicial, $	250 000	350 000	500 000	800 000
Reducción de impuestos prediales, $/año	25 000	35 000	50 000	80 000
Impuesto compartido sobre las ventas, $/año	310 000	320 000	320 000	340 000
VA de los costos totales, $ millones/año	6.948	7.166	8.112	10.348
VA de los beneficios totales, $ millones/año	7.377	6.614	10.454	10.954
B/C conjunta	1.06	0.92	1.29	1.06
Alternativas comparadas	1 con NH	B/C < 1.0	3 con 1	4 con 3
Costos incrementales ΔC, $/año	6.948		1.164	2.236
Beneficios incrementales ΔB, $/año	7.377		3.077	0.50
ΔB/C	1.06		2.64	0.22
¿Se justifica el incremento?	Sí	Eliminada	Sí	No
Ciudad seleccionada	1		3	3

3. El VA de los beneficios totales y un ejemplo para la ciudad 1 también se determinan en unidades de $1 millón.

$$\begin{aligned}\text{VA de los beneficios} &= \text{ingresos} + \text{incentivo inicial}(A/P,7\%,8)\\ &\quad + \text{reducción de impuesto predial} + \text{impuesto compartido sobre ventas}\\ &= 7.0 + 0.25(0.16747) + 0.025 + 0.31\\ &= \$7.377 \quad (\$7\ 377\ 000 \text{ por año})\end{aligned}$$

4. Como los beneficios se estiman directamente (y no se incluyen los contrabeneficios), se determina la relación B/C conjunta de cada opción por medio de la ecuación (9.1). En el caso de la ciudad 1,

$$B/C_1 = 7.377/6.948 = 1.06$$

La ciudad 2 se elimina con $B/C_2 = 0.92$; las demás son aceptables de inicio.

5. Los valores ΔC y ΔB son las estimaciones reales para hacer la comparación de 1 con la opción NH.

6. La relación B/C conjunta es la misma que $\Delta B/C = 1.06$, según la ecuación (9.6). La ciudad 1 se justifica económicamente y se convierte en la defensora.

7. Se repiten los pasos 5 y 6. Como se eliminó a la ciudad 2, se compara la 3 con la 1 y resulta lo siguiente:

$$\begin{aligned}\Delta C &= 8.112 - 6.948 = 1.164\\ \Delta B &= 10.454 - 7.377 = 3.077\\ \Delta B/C &= 3.077/1.164 = 2.64\end{aligned}$$

La ciudad 3 se justifica y se convierte en la defensora contra la 4. De la tabla 9-1 resulta que $\Delta B/C = 0.22$ para la comparación de 4 con 3. La ciudad 4 sale con facilidad y la **ciudad 3** es la recomendable ante la junta. Observe que se habría seleccionado la opción NH si alguna propuesta no hubiese satisfecho los requerimientos de B/C o $\Delta B/C$.

Selección de proyectos independientes

Cuando se evalúan dos o más ***proyectos independientes*** con el análisis B/C y no existe limitación presupuestal, no es necesario realizar la comparación incremental. La única comparación es entre cada proyecto por separado contra la opción de no hacer nada. Se calculan los valores de B/C y se aceptan aquellos con $B/C \geq 1.0$.

Es el mismo procedimiento con que se seleccionan proyectos independientes por medio del método de la TR (véase el capítulo 8). Cuando se impone una limitación presupuestal, debe aplicarse el procedimiento de presupuestación del capital que se explica en el capítulo 12.

Cuando las vidas de las alternativas mutuamente excluyentes son tan largas que se les puede considerar infinitas, los valores equivalentes VP o VA para los costos y beneficios se calculan mediante el costo capitalizado. La ecuación (5.3), $A = P(i)$, permite determinar los valores VA equivalentes en el análisis B/C incremental. El ejemplo 9.7 ilustra lo anterior con el ejemplo progresivo y una hoja de cálculo.

EJEMPLO 9.7 El caso de la planta de tratamiento de agua #3

EP

En 2010 se compró el terreno para la planta de tratamiento #3, en $19.3 millones; sin embargo, cuando se hizo público, personas influyentes relacionadas con Allen se opusieron con vehemencia a la ubicación. La llamaremos ubicación 1. Ya se habían concluido algunas labores de diseño de la planta cuando el director general anunció que dicho sitio no era la mejor opción y que se vendería para adquirir en $28.5 millones un mejor sitio (ubicación 2). Esto estaba muy por arriba del presupuesto de $22.0 millones establecido antes para comprar el terreno. También había un tercer sitio (ubicación 3) disponible en $35.0 millones que nunca se había considerado seriamente.

En su revisión y después de mucha resistencia por parte de Allen Water Utilities, el consultor Joel recibió una copia de los costos y beneficios estimados para las tres alternativas de ubicación de las plantas. Los ingresos, ahorros y venta de los derechos de agua en bloque a otras comunidades se estimaron como incrementos a partir de una cantidad base para las tres ubicaciones. Con la suposición de una vida muy larga para la planta WTF3 y una tasa de descuento establecida en 3%, determine lo que descubrió Joel cuando hizo el análisis B/C. ¿Estaba en lo correcto el director general al concluir que la ubicación 2 era la mejor, después de todo?

	Ubicación 1	Ubicación 2	Ubicación 3
Costo del terreno, $ millones	19.3	28.5	35.0
Costo inicial de la planta, $ millones	460.0	446.0	446.0
Beneficios, $ por año:			
Ahorros en el costo de bombeo	5	3	0
Ventas a las comunidades del área	12	10	8
Ingresos agregados de Allen	6	6	6
Beneficios totales, $ por año	23	19	14

Solución

Para hacer un análisis B/C incremental de tres o más alternativas resulta muy útil una hoja de cálculo. La figura 9-1*a*) presenta el análisis con las entradas preliminares de los montos de VA para los costos por medio de la relación $A = P(i)$ y los beneficios anuales. La figura 9-1*b*) detalla todas las funciones del análisis. Los comandos lógicos SI indican las decisiones de eliminación y selección de alternativas. En unidades de $1 millón,

Ubicación 1: VA de los costos = A del costo del terreno + A del costo inicial de la planta
$= (19.3 + 460.0)(0.03)$
$=$ \$14.379 por año
VA de los beneficios = \$23

Ubicación 2: VA de los costos = \$14.235 VA de los beneficios = \$19

Ubicación 3: VA de los costos = \$14.430 VA de los beneficios = \$14

Aunque los montos del VA de los costos son parecidos, el orden creciente para determinar los valores ΔB/C es: 2, 1 y 3. Los beneficios son estimaciones directas; así, las relaciones conjuntas B/C indican que la ubicación 3 (fila 5; $B/C_3 = 0.97$) no se justifica económicamente desde el principio; se elimina, y debe elegirse otro sitio. La ubicación 2 se justifica contra la opción NH ($B/C_2 = 1.33$); la única comparación que queda es de 1 con 2, como se observa en la columna C de la figura 9-1. La **ubicación 1** es la ganadora evidente, con ΔB/C = 27.78.

En conclusión, Joel observó que la ubicación 1 era la mejor y que, desde el punto de vista económico, el director general se equivocaba al afirmar que la ubicación 2 era mejor. No obstante, con los criterios de evaluación originales mencionados en la introducción —*económicos, ambientales, impacto en la comunidad y facilidad de construcción*—, es probable que el sitio 2 sea una buena selección de compromiso.

	A	B	C	D
1				
2	**Order of analysis**	**Location 2**	**Location 1**	**Location 3**
3	AW of cost, $M/year	14.235	14.379	14.430
4	Annual benefits, $M/year	19.0	23.0	14.0
5	Overall B/C	1.33	1.60	0.97
6	Acceptable	**Yes**	**Yes**	**No**
7				
8	Comparison		1-to-2	Eliminated
9	ΔC $/year		0.144	
10	ΔB, $/year		4.0	
11	ΔB/C		27.78	
12	Increment justified?		**Yes**	
13	Selection		**Location 1**	

a)

	A	B	C	D
1				
2	**Order of analysis**	**Location 2**	**Location 1**	**Location 3**
3	AW of cost, $M/year	14.235	14.379	14.43
4	Annual benefits, $M/year	19	23	14
5	Overall B/C	= B4/B3	= C4/C3	= D4/D3
6	Acceptable	**= IF(B5<1,"No","Yes")**	**= IF(C5<1,"No","Yes")**	**= IF(D5<1,"No","Yes")**
7				
8	Comparison		1-to-2	Eliminated
9	ΔC $/year		= C3-B3	
10	ΔB, $/year		= C4-B4	
11	ΔB/C		= C10/C9	
12	Increment justified?		**= IF(C11<1,"No","Yes")**	
13	Selection		**= IF(C12="Yes",C2,"No")**	

b)

Figura 9-1
Análisis de la relación B/C incremental para el caso de WTF3: *a*) resultados numéricos y *b*) funciones desarrolladas para el análisis.

Comentario

Ésta es una situación real, pero se cambiaron nombres y valores. Al principio se adquirió la ubicación 1 para la planta WTF3. Sin embargo, por los factores adversos de política, sociales y ambientales, la ubicación 2 resultó favorecida.

9.5 Análisis de los proyectos del sector servicios y eficacia del costo ●●●

Gran parte del PIB de Estados Unidos y algunos países de Europa y Asia se genera en lo que se conoce como el *sector servicios* de la economía. Un gran porcentaje de los proyectos del sector servicios se genera y depende del sector privado (corporaciones, negocios y otras instituciones con fines de lucro). Sin embargo, muchos proyectos del sector público también son proyectos del sector servicios.

Un **proyecto del sector servicios** es un proceso o sistema que brinda servicios a individuos, negocios o instituciones de gobierno. El valor económico se desarrolla sobre todo por **intangibles** del proceso o sistema, **no por entidades físicas**, como edificios, máquinas y equipos. Es común que en un proyecto del sector servicios no se consideren las actividades de manufactura y construcción, aunque den apoyo al núcleo del servicio proporcionado.

Los proyectos de servicios son muy variados y tienen muchos propósitos, como sistemas de cuidado de la salud, salud y seguros de vida, sistemas de reservaciones de vuelos, servicios de tarjetas de crédito, sistemas de policía y judiciales, programas de seguridad, programas de capacitación en seguridad, y todos los tipos de proyectos de consultoría. Es frecuente que el trabajo intangible e intelectual de ingenieros y otros profesionales forme parte de un proyecto del sector servicios.

Es difícil evaluar en lo económico un proyecto del sector servicios, pues el costo y los beneficios no son exactos y con frecuencia no se hallan dentro de un intervalo de error aceptable. En otras palabras, se introduce un riesgo indebido en la decisión por la incertidumbre de las estimaciones monetarias. Por ejemplo, considere la decisión de colocar cámaras en los semáforos para detectar a los conductores que no respetan la señal de alto. Éste es un proyecto público y de servicios, pero *es muy difícil estimar sus beneficios (económicos)*. En función del punto de vista, los beneficios pueden medirse en términos de accidentes evitados, muertes que no ocurrieron, personal de policía liberado de vigilar el cruce de avenidas, etcétera, o bien, desde una perspectiva más mercenaria, medirse con las multas recabadas. En todos los casos, menos en el último, los beneficios en términos monetarios se calcularían muy mal. Éstos son algunos ejemplos en los que el análisis B/C no funciona bien y se necesita una forma diferente de análisis.

En los proyectos públicos y del sector servicios, como es de esperarse, son los beneficios los que resultan más difíciles de calcular. Un método de evaluación que combina la estimación de costos monetarios con los beneficios no monetarios es el **análisis costo-eficacia (ACE)**. El ACE se basa en una **medición costo-eficacia** o la **relación costo-eficacia (RCE)** para clasificar los proyectos con el fin de elegir la mejor de las alternativas mutuamente excluyentes. El cociente RCE se define como

$$\text{RCE} = \frac{\text{total de costos equivalentes}}{\text{total de la medición de eficacia}} = \frac{C}{E} \qquad (9.7)$$

En el ejemplo de las cámaras en los semáforos, la medición de la eficacia (el beneficio) puede ser algo de lo ya mencionado: accidentes evitados o muertes no ocurridas. A diferencia de la relación B/C de los costos entre los beneficios, la RCE coloca el VP o VA de los costos totales en el numerador y la medición de la eficacia en el denominador. [El recíproco de la ecuación (9.7) también puede emplearse como medida del valor, pero usaremos la RCE como se define más arriba.] Con los costos en el numerador, los valores más pequeños de la relación son más deseables para el mismo valor del denominador, pues un valor pequeño indica un menor costo en el mismo nivel de eficacia.

Igual que el análisis TR o B/C, el de costo-eficacia requiere ordenar (clasificar) las alternativas antes de hacer la selección, y el análisis incremental para elegir entre alternativas mutuamente excluyentes. El

análisis costo-eficacia utiliza un criterio diferente para la clasificación del que emplea el análisis TR o B/C. Los *criterios de ordenamiento* son los siguientes:

Proyectos independientes: Para empezar, los proyectos se ordenan de acuerdo con su **valor de RCE**.

Alternativas mutuamente excluyentes: Primero se clasifican según la **medición de su eficacia**, después, con el análisis de RCE incremental.

Consideremos de nuevo el proyecto público y de servicios de las cámaras en los semáforos. Si se define la RCE como "costo por total de accidentes evitados" y los proyectos son independientes, la base del ordenamiento es la mayor RCE. Si los proyectos son mutuamente excluyentes, la base correcta para clasificarlos es "total de accidentes evitados", y se necesita un análisis incremental.

Hay procedimientos de análisis muy diferentes para propuestas independientes y mutuamente excluyentes. Para seleccionar alguno entre varios proyectos (independientes), es inherentemente necesario un límite presupuestario, llamado b, una vez ordenados. No obstante, para seleccionar una entre varias alternativas (mutuamente excluyentes), se requiere un análisis incremental por parejas y elegir con base en las relaciones $\Delta C/E$. El procedimiento se ilustra con los ejemplos que seguirán.

Para **proyectos independientes**, el procedimiento es el siguiente:

1. Se determina el costo total equivalente C y la medición de la eficacia E, y se calcula la RCE de cada proyecto.
2. Se ordenan los proyectos del *valor más pequeño al más grande de RCE*.
3. Se determina el costo acumulado de cada proyecto y se compara con el límite presupuestal b.
4. El criterio de selección es asignar fondos a todos los proyectos sin exceder b.

Seleccionar proyectos independientes

EJEMPLO 9.8

Ciertas investigaciones recientes indican que las empresas de todo el mundo necesitan empleados con creatividad e innovación para nuevos procesos y productos. Una medida de dichos talentos es el número de patentes aprobadas cada año gracias a la investigación y desarrollo (ID) de una compañía. La institución Rollings Foundation for Innovative Thinking asignó $1 millón para las corporaciones que inscriban a sus trabajadores líderes de ID en un programa de capacitación profesional de dos meses en su estado de procedencia y que se compruebe que en los últimos cinco años ayudaron a las personas a obtener patentes.

La tabla 9-2 resume los datos de seis corporaciones que enviaron propuestas. Las columnas 2 y 3 dan el número propuesto de participantes y el costo por persona, respectivamente, y la columna 4, el registro histórico de los egresados en patentes por año. Con el análisis costo-eficacia, seleccione las empresas y los programas que deben recibir fondos.

Solución

Supondremos que todos los programas y patentes tienen la misma calidad. Con el procedimiento para proyectos independientes y b = $1 millón, elija de entre los propuestos.

TABLA 9-2 Datos de los programas para incrementar las patentes usadas para ACE

Programa (1)	Total de personal (2)	Costo/persona, $ (3)	Historia de cinco años, patentes/graduados/año (4)
1	50	5 000	0.5
2	35	4 500	3.1
3	57	8 000	1.9
4	24	2 500	2.1
5	12	5 500	2.9
6	87	3 800	0.6

1. Según la ecuación (9.7), la medición de la eficacia E es el número de patentes por año, y la RCE es

$$\text{RCE} = \frac{\text{costo del programa por persona}}{\text{patentes por graduado}} = \frac{C}{E}$$

El costo del programa C es un VP, y los valores E se obtienen de las propuestas.
2. Los montos de la RCE se presentan en la tabla 9-3 en orden creciente, columna 5.
3. Se determinan el costo por curso, columna 6, y los costos acumulados, columna 7.
4. Se eligen los programas 4, 2, 5, 3 y 6 (68 de las 87 personas) para no exceder el presupuesto de $1 millón.

TABLA 9-3 Programas ordenados según su valor RCE, ejemplo 9.8

Programa (1)	Personal total (2)	Costo/ persona C, $ (3)	Patentes por año E (4)	RCE, $por patente (5) = (3)/(4)	Costo del programa, $ (6) = (2)(3)	Costo acumulado, $ (7) = Σ(6)
4	24	2 500	2.1	1 190	60 000	60 000
2	35	4 500	3.1	1 452	157 500	217 500
5	12	5 500	2.9	1 897	66 000	283 500
3	57	8 000	1.9	4 211	456 000	739 500
6	87	3 800	0.6	6 333	330 600	1 070 100
1	50	5 000	0.5	10 000	250 000	1 320 100

Comentario

Ésta es la primera vez que se impuso un límite presupuestal para elegir entre proyectos independientes. Es frecuente denominar a esto *presupuestación de capital*, que se estudia con más profundidad en el capítulo 12.

Para alternativas **mutuamente excluyentes** sin límite de presupuesto, se elige la opción con la medición más grande de eficacia, E, sin más análisis. De otra manera, es necesario efectuar el análisis de la RCE incremental y aplicar la limitación de presupuesto a la(s) opción(es) seleccionada(s). El análisis se basa en la razón ΔC/E incremental, y el procedimiento es similar al que se aplica para la TR y B/C incrementales, excepto que ahora se emplea el concepto de *dominancia*.

Selección de alternativas ME

La **dominancia** ocurre cuando el análisis incremental indica que la opción retadora ofrece una mejor medida RCE incremental en comparación con la RCE de la opción defensora, es decir,

$$(\Delta\text{C/E})_{\text{retadora}} < (C/E)_{\text{defensora}}$$

De otra manera no hay dominancia, y ambas alternativas permanecen en el análisis.

Para **alternativas mutuamente excluyentes**, el procedimiento de selección es como sigue:

1. Se ordenan las alternativas de *menor a mayor medida de la eficacia E*. Se registra el costo de cada alternativa.
2. Se calcula la medida de la RCE de la primera alternativa. Esto en realidad provoca que la alternativa NH sea la defensora y la primera alternativa se convierte en la nueva defensora.
3. Se calculan los costos incrementales (ΔC), la eficacia (ΔE) y la medida incremental ΔC/E para la nueva retadora con la ecuación

$$\Delta\text{C/E} = \frac{\text{costo de la retadora} - \text{costo de la defensora}}{\text{eficacia de la retadora} - \text{eficacia de la defensora}} = \frac{\Delta C}{\Delta E}$$

4. Si $\Delta\text{C/E} < C/E_{\text{defensora}}$, la retadora domina a la defensora y se convierte en la nueva defensora; se elimina la anterior defensora. De otra manera, no hay dominancia y ambas alternativas permanecen para la siguiente evaluación incremental.
5. *Hay dominancia*: Se repiten los pasos 3 y 4 para comparar la siguiente opción ordenada (retadora) y la nueva defensora. Se determina si hay dominancia.

No hay dominancia: La retadora actual se vuelve la nueva defensora, y la siguiente alternativa es la nueva retadora. Se repiten los pasos 3 y 4 para comparar la nueva retadora con la nueva defensora. Se determina si hay dominancia.

6. Continúe los pasos 3 a 5 hasta que quede una sola opción o sólo haya alternativas no dominantes.
7. Se aplica el límite presupuestal (u otros criterios) para determinar la(s) alternativa(s) restante(s) que recibirá(n) fondos.

EJEMPLO 9.9

Una de las corporaciones no seleccionadas para asignarle fondos en el ejemplo 9.8 decidió dar dinero a sus 50 trabajadores de ID para cumplir uno de los programas de innovación y creatividad con su propio dinero. Un criterio es que el programa debe tener un promedio histórico de los graduados de al menos 2.0 patentes registradas por año. Seleccione el mejor programa con los datos de la tabla 9-2.

TABLA 9-4 Alternativas mutuamente excluyentes evaluadas según el análisis costo-eficacia, ejemplo 9.9

Programa (1)	Personal total (2)	Costo/ Persona C, $ (3)	Patentes por año, *E* (4)	RCE, $ por patente (5) = (3)/(4)	Costo del programa, $ (6) = (2)(3)
4	50	2 500	2.1	1 190	125 000
5	50	5 500	2.9	1 897	275 000
2	50	4 500	3.1	1 452	225 000

Solución

Según la tabla 9-2, hay tres programas —2, 4 y 5— con un registro histórico de al menos dos patentes por graduado al año. Como sólo se va a seleccionar un programa, son *alternativas mutuamente excluyentes*. Efectúe el análisis incremental con este procedimiento.

1. Se ordenan las alternativas en forma creciente para el número de patentes por año en la tabla 9-4, columna 4.
2. Se compara la medida de RCE para el programa 4 con la opción NH.

$$C/E_4 = \frac{\text{costo del programa por persona}}{\text{patentes por graduado}} = \frac{2\,500}{2.1} = 1\,190$$

3. Ahora el retador es el programa 5.

$$\text{Comparación de 5 con 4: } \Delta\text{C/E} = \frac{\Delta C}{\Delta E} = \frac{5\,500 - 2\,500}{2.9 - 2.1} = 3\,750$$

4. En comparación con $C/E_4 = 1\,190$, si se elige al programa 5 sobre el 4, costará $3 750 adicionales. El programa 5 es más caro para más patentes; sin embargo, no se observa dominancia; ambos programas se conservan para una evaluación posterior.
5. *No hay dominancia*: El programa 5 se convierte en el nuevo defensor, y el programa 2 es el nuevo retador. Compare 2 con 5.

$$\text{Comparación de 2 con 5: } \Delta\text{C/E} = \frac{\Delta C}{\Delta E} = \frac{4\,500 - 5\,500}{3.1 - 2.9} = -5\,000$$

En comparación con $C/E_5 = 1\,897$, este incremento es mucho más barato: más patentes por menos dinero por persona. Existe dominancia; se elimina el programa 5 y se compara el 2 con el 4.

6. Se repiten los pasos 3 a 5 y se compara ΔC/E con $C/E_4 = \$1\,190$.

$$\text{Comparación de 2 con 4: } \Delta\text{C/E} = \frac{\Delta C}{\Delta E} = \frac{4\,500 - 2\,500}{3.1 - 2.1} = 2\,000$$

Esto no representa dominancia del programa 2 sobre el 4. La conclusión es que ambos programas son elegibles para recibir fondos, es decir, en este caso la ACE no indica sólo un programa. Esto ocurre cuando no hay un costo más bajo, o una mayor eficacia de una opción sobre otra; es decir, una opción no domina a todas las demás.

7. Ahora entran en juego el presupuesto y otras consideraciones (tal vez no económicas) para tomar la decisión final. Es probable que el hecho de que el programa 4 cueste $125 000 —mucho menos que el programa 2, $225 000— también influya en la decisión.

El análisis costo-eficacia es una forma de toma de decisiones con atributos múltiples en el que se integran las dimensiones económica y no económica para evaluar alternativas desde los puntos de vista de los diferentes responsables. Véase el capítulo 10 para más análisis con atributos múltiples.

9.6 Consideraciones éticas en el sector público ● ● ●

Las expectativas habituales de los ciudadanos acerca de los funcionarios que eligen —locales, nacionales e internacionales— es que tomarán decisiones por el bien de la comunidad, lo que garantiza seguridad y reducción de riesgo y costos. Por encima de estas expectativas hay otra mayor: la de que los servidores públicos tienen **integridad**.

De manera similar, son muy elevadas las expectativas sobre los ingenieros de las instituciones gubernamentales y las de los consultores que contratan. La **imparcialidad**, la consideración de un **amplio rango de circunstancias** y las **suposiciones realistas** son sólo tres elementos fundamentales en que los ingenieros deben basar las recomendaciones que hacen a quienes toman las decisiones. Esto implica que los ingenieros que laboran en el servicio público deben evitar lo siguiente:

- Atender a sus propios intereses, con frecuencia individuos y clientes codiciosos con intención de obtener utilidades excesivas y asignaciones de futuros contratos.
- Usar un enfoque político favorable que comprometa los resultados de un estudio.
- Emplear suposiciones establecidas con estrechez que se dirijan a complacer a grupos de interés y a comunidades potencialmente afectadas por los resultados de un estudio.

Muchas personas se desilusionan y desalientan con el gobierno cuando los funcionarios elegidos y los empleados públicos (ingenieros, entre otros) no tienen un compromiso real con la integridad e imparcialidad en su trabajo.

Es rutinario que los ingenieros se involucren en dos de los aspectos principales de las actividades del sector público:

Establecimiento de políticas públicas: Desarrollo de la estrategia del servicio, comportamiento, equidad y justicia públicos. Esto implica estudiar bibliografías, antecedentes, obtención de datos, emisión de opiniones y prueba de hipótesis. Un ejemplo es la *administración del transporte*. Los ingenieros hacen virtualmente todas sus recomendaciones con base en datos y algoritmos de decisión de largo plazo para políticas como capacidad de carreteras, ampliación de autopistas, reglas de planeación y zonificación, uso de señales de tránsito, límites de velocidad y muchos otros temas relacionados con la política del transporte. Los funcionarios públicos usan sus recomendaciones para establecer la política respectiva.

Planeación pública: Desarrollo de proyectos que instrumentan la estrategia y afectan a la ciudadanía, el ambiente y los recursos financieros de varias maneras. Considere el *control de tráfico*, en el que el uso y colocación de señales de tránsito, letreros, límites de velocidad, restricciones de estacionamiento, etcétera, se detallan con base en la política establecida y los datos disponibles. (En realidad esto es ingeniería de sistemas, es decir, la aplicación de las fases y etapas del ciclo de vida, que se explican en la sección 6.5.)

Ya sea en el ámbito del establecimiento de políticas o de la planeación pública, los ingenieros enfrentan compromisos éticos cuando trabajan con el sector público. A continuación se mencionan algunas circunstancias.

- *Uso de la tecnología* Muchos proyectos públicos implican nuevas tecnologías. No siempre se conocen los riesgos para el público ni los factores de seguridad de esos avances. Es común y se espera que los ingenieros dediquen todo su esfuerzo a aplicar la tecnología más reciente a la vez que garanticen que las personas no queden expuestas a riesgos indebidos.
- *Alcance de los estudios* Un cliente puede presionar a los ingenieros para que limiten el rango de opciones, la suposición fundamental o la amplitud de soluciones alternas. Dichas restricciones quizá se basen en razones financieras, políticas, favoritismo y una gran variedad de razones. Para ser imparcial, es responsabilidad del ingeniero elaborar análisis, reportes y recomendaciones sin sesgo, aunque cancelen sus posibilidades de que lo contraten en el futuro, ocasionen disgusto público o generen otras consecuencias negativas.
- *Impacto negativo en la comunidad* Es inevitable que los proyectos públicos afecten en forma adversa a ciertos grupos de ciudadanos, al ambiente o a los negocios. El silencio intencional de dichos efectos previstos con frecuencia es la causa de quejas intensas del público en contra de pro-

TABLA 9-5 Algunas consideraciones éticas al realizar análisis B/C o ACE

Lo que incluye el estudio	Aspectos éticos	Ejemplo
Exposición del estudio	¿Es ético seleccionar un grupo específico de personas afectadas por el proyecto e ignorar los posibles efectos en otros grupos?	Construcción de clínicas para atender la salud infantil de los habitantes urbanos, pero ignorar a las familias rurales con medios de transporte inadecuados.
Momento del efecto de la decisión	¿Es ético decidir ahora en nombre de las generaciones futuras que se vean afectadas en forma adversa en su economía, debido a la decisión actual del proyecto?	Seguir los objetivos financieros de las corporaciones cuando los impuestos de las generaciones futuras serán muy elevados con objeto de recuperar los costos, más los intereses y los efectos de la inflación.
El bien general de para la comunidad en su conjunto	Los grupos minoritarios vulnerables, en especial los pobres, se ven afectados en forma desproporcionada. ¿Es ético si el efecto es predecible?	Permitir que una planta química, vital para el empleo de la región, contamine una corriente de agua de la que se sabe se provee de pescado un grupo minoritario, cuando se sabe que se contaminará.
Basarse sólo en criterios económicos	¿Es aceptable reducir todos los costos y beneficios a estimaciones monetarias para tomar decisiones y después imputar a factores no cuantitativos la decisión final?	El relajamiento de los reglamentos de construcción mejora las expectativas financieras de los constructores de vivienda; no obstante, aumenta los riesgos de pérdidas por incendio, tormentas e inundaciones para las estructuras, y la disminución de los valores comerciales futuros se toma en cuenta sólo superficialmente en tanto se aprueba una nueva subdivisión por parte del comité de planeación y zonificación.
Alcance de los contrabeneficios estimados y evaluados	¿Es ético ignorar cualesquiera beneficios en el estudio B/C o usar medidas de eficacia indirectas en un estudio ACE debido a la dificultad de estimarlos?	El ruido y la contaminación del aire ocasionados por una cantera a cielo abierto tendrán un efecto negativo en los agricultores, residentes, fauna y flora, pero la medición de la eficacia sólo considera a los residentes suburbanos debido a la dificultad de estimar los efectos sobre las demás comunidades.

yectos que tal vez favorezcan los mejores intereses de largo plazo de la comunidad. Los ingenieros que descubran (tropiecen) con dichos efectos negativos tal vez reciban presiones por parte de clientes, directivos o figuras públicas para que los ignoren, a pesar de que el código de ética para ingenieros dicta que se elabore un análisis e informe completo y justo. Por ejemplo, el cambio del trazo de una vialidad urbana puede afectar una zona de negocios internacionales, lo que generaría un predecible problema económico. Una meta de los ingenieros que hagan el análisis es considerar dicho efecto en el informe que preparen para el departamento de transporte pese a la intensidad de las presiones que reciban para sesgar los resultados.

Los resultados de un análisis B/C o ACE suelen depender de funcionarios públicos y trabajadores gubernamentales que auxilian en la toma de decisiones de planeación pública. Como ya se dijo, puede ser difícil estimar con exactitud los beneficios, contrabeneficios, medidas de eficacia y costos, pero es frecuente que dichas herramientas del análisis sean lo mejor de que se dispone para estructurar un estudio. En la tabla 9-5 se presentan algunos ejemplos de situaciones en las que influyen aspectos éticos que pueden surgir al realizar estudios de B/C y ACE.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método del beneficio/costo se utiliza sobre todo para evaluar alternativas en el sector público. Al comparar alternativas mutuamente excluyentes, la relación B/C incremental debe ser mayor o igual que 1.0 para el costo total equivalente incremental a fin de que haya una justificación económica. Para realizar un análisis B/C incremental se emplean el VP, VA o VF de los costos iniciales y de los beneficios estimados. Se seleccionan todos los proyectos con B/C $\geq$ 1.0, siempre que no haya un límite presupuestal. Por lo general es muy *difícil elaborar estimaciones exactas de los beneficios* para los proyectos del sector público; sus características son muy diferentes de las del sector privado: los costos iniciales son mayores; la vida esperada es más extensa; las fuentes adicionales del capital incluyen impuestos, tarifas y bonos gubernamentales; y las tasas de interés (descuento) son más bajas.

Los proyectos de servicio agregan valor económico en gran parte debido a lo intangibles de los servicios que se brindan a los usuarios, no a los aspectos físicos asociados con el proceso o sistema. Puede ser complicado evaluarlos con el análisis B/C porque no hay forma de hacer buenas estimaciones monetarias de los beneficios. El análisis costo-eficacia (ACE) combina estimaciones de costo y medidas no monetarias de la eficacia (el beneficio) a fin de evaluar proyectos independientes o mutuamente excluyentes por medio de procedimientos similares a los análisis TR o B/C. El concepto de dominancia entra en el procedimiento de comparación de alternativas mutuamente excluyentes.

Como complemento de la discusión acerca de la ética profesional que se introdujo en el capítulo 1, en éste se analizan algunos problemas éticos potenciales en el sector público para los ingenieros, funcionarios electos y consultores gubernamentales. Se incluyen algunos ejemplos.

PROBLEMAS

Proyectos públicos y conceptos del análisis B/C

9.1 ¿Cuál es la diferencia entre contrabeneficios y costos?

9.2 Identifique los siguientes como proyectos del sector público o del privado: eBay, mercado de granjeros, departamento de policía estatal, instalaciones para carreras de autos, seguridad social, servicio de correo express, cajeros automáticos, agencia de viajes, parque de diversiones, casino, reunión de intercambio, estadio de futbol.

9.3 Diga si las características siguientes se asocian sobre todo a proyectos del sector público o privado: gran inversión inicial, tarifas por uso de parques, proyectos de vida corta, utilidad, contrabeneficios, bonos libres de impuestos, préstamos subsidiados, baja tasa de interés, impuesto sobre la renta, regulaciones de calidad del agua.

9.4 Identifique los siguientes flujos de efectivo como beneficio, contrabeneficio o costo.

a) Pérdida de ingresos de negocios locales por una nueva autopista
b) Menor tiempo de recorrido gracias a un libramiento
c) Ingreso anual de $400 000 para los negocios locales debido al turismo generado por un parque nacional
d) Costo de los peces de un criadero para repoblar un lago en el parque estatal
e) Menor desgaste de llantas por superficies más lisas en las carreteras
f) Disminución del valor de propiedades por el cierre de un laboratorio de investigaciones del gobierno
g) Sobrepoblación escolar por expansión de una base militar
h) Ingreso a los hoteles de la localidad por un fin de semana largo

9.5 ¿Cuál es la diferencia fundamental entre los contratos DCOM y DCOMF?

9.6 El condado de Buster propuso una estricta política de conservación del agua para todas las plantas industriales en su territorio. Se propone que se apliquen por medio de una sociedad entre la oficina de policía y una compañía de seguridad privada. En la preparación de un análisis B/C de la propuesta se deben clasificar los conceptos como beneficio, costo o contrabeneficio. Las categorías elegidas variarán en función de los diversos puntos de vista. Suponga que las posibles perspectivas incluyen ingresos por ventas, políticas, servicio al público, ambiente, obligaciones contractuales, futuras generaciones de residentes, aspectos legales, ingresos y presupuesto (en general), y clientes.

a) Seleccione los *dos puntos de vista principales* (en opinión del lector) para cada uno de los siguientes individuos según clasificarían ellos las estimaciones como costo, beneficio o contrabeneficio.
   1. El gerente de una planta industrial en el condado
   2. Directivo de la policía del condado (funcionario designado)
   3. Comisionado del condado (funcionario electo)
   4. Presidente de la compañía de seguridad

b) Explique sus respuestas en un breve texto que describa el porqué de su selección.

Valor B/C del proyecto

9.7 Si una alternativa tiene un valor de rescate, ¿cómo se maneja en el cálculo de la relación B/C en relación con los beneficios, contrabeneficios, costos o ahorros?

9.8 Se espera que el costo de clasificar y extender grava en un camino rural sea de $300 000. El camino tendrá que recibir mantenimiento con un costo de $25 000 anuales. Aunque la nueva vía no es muy suave, permite el acceso a una zona a la que antes sólo podía llegarse con vehículos de uso rudo. El acceso mejorado generó un aumento de 150% del valor de las propiedades a lo largo del camino. Si el valor comercial anterior de una propiedad era de $900 000, calcule la relación B/C con una tasa de interés de 6% anual y un periodo de estudio de 20 años.

9.9 El arsénico entra al agua para consumo humano desde depósitos naturales en el subsuelo, o de fuentes agrícolas e industriales. Como se ha asociado al cáncer de vejiga, riñón y otros órganos, la secretaría ambiental

estadounidense redujo el estándar de contenido de arsénico en el agua de 0.050 partes por millón a 0.010 partes por millón (10 partes por cada mil millones). El costo anual para que las plantas públicas de agua cumplan con el nuevo estándar se estima en $200 por vivienda. Si se estima que en Estados Unidos hay 90 millones de casas-habitación y que el estándar reducido puede salvar 50 vidas al año a $4 000 000 por vida, ¿cuál es la razón beneficio/costo de la normatividad?

9.10 A partir de las estimaciones siguientes, determine la razón B/C para un proyecto de 20 años de vida. Use una tasa de interés de 8% anual.

Consecuencias para las personas		Consecuencias para el gobierno	
Beneficios anuales	$90 000 por año	Costo inicial	$750 000
Contrabeneficios anuales	$10 000 por año	Costo anual	$50 000 por año
		Ahorros anuales	$30 000 por año

9.11 Se planea que un proyecto para extender canales de riego a un área que se limpió hace poco tiempo de mezquites (árbol que es una plaga en Texas) y malas hierbas tenga un costo de capital de $2 000 000. Los costos de mantenimiento y operación anual serán de $100 000 por año. Las consecuencias favorables para el público en general serán de $820 000 por año pero se mitigarán en cierta medida por las consecuencias adversas para una parte de la población, con un costo de $400 000. Si se supone que el proyecto tendrá una vida de 20 años, ¿cuál es la razón B/C con una tasa de interés de 8% anual?

9.12 Calcule la razón B/C de los siguientes flujos de efectivo, con una tasa de descuento de 7% anual.

Concepto	Flujo de efectivo
VF de los beneficios, $	30 800 000
VA de los contrabeneficios, $ por año	105 000
Costo inicial, $	1 200 000
Costos de OyM, $ por año	400 000
Vida del proyecto, años	20

9.13 Los beneficios asociados a un proyecto de filtración de agua de enfriamiento de una planta de energía nuclear en el río Ohio son de $10 000 anuales para siempre a partir del año 1. Los costos son de $50 000 en el año 0 y $50 000 al final del año 2. Calcule la razón B/C con $i = 10\%$ anual.

9.14 Una compañía privada de generación de energía eléctrica eólica en el sur del país elaboró las siguientes estimaciones (en $1 000) para un nuevo parque eólico. La TMAR es de 10% anual, y la vida del proyecto, de 25 años. Calcule *a*) el índice de rentabilidad y *b*) la relación B/C modificada.

Beneficios:	$20 000 en el año 0 y $30 000 en el año 5
Ahorros:	$2 000 en los años 1 a 20
Costo:	$50 000 en el año 0
Contrabeneficios:	$3 000 en los años 1 a 10

9.15 Para los valores que se presentan a continuación, calcule la relación B/C convencional con $i = 10\%$ anual.

	VP, $	VA, $/año	VF, $
Costo inicial	100 000	—	259 370
Costo de OyM	61 446	10 000	159 374
Beneficios	—	40 000	637 496
Contrabeneficios	30 723	5 000	—

9.16 Cierta propuesta para reducir las congestiones de tránsito en la carretera I-5 tiene una razón B/C de 1.4. El valor anual de los beneficios menos los contrabeneficios es de $560 000. ¿Cuál es el costo inicial del proyecto si la tasa de interés es de 6% anual y se espera que el proyecto tenga una vida de 20 años?

9.17 Se sabe que los derrames de petróleo en el Golfo de México han ocasionado grandes daños a los cultivos de ostras tanto públicos como privados en las costas de Luisiana y Misisipi. Una forma de proteger los mariscos es liberar grandes volúmenes de agua dulce del río Misisipi para alejar el petróleo mar adentro. Este procedimiento inevitablemente causa la muerte de algunas especies de mariscos mientras que impide una mayor destrucción de los arrecifes públicos. También pueden emplearse barreras de contención y otras estructuras para interceptar las manchas de petróleo antes de que dañe las granjas piscícolas. Si el Servicio de Pesca y Fauna gastó $110 millones en el año 0, y $50 millones en los años 1 y 2, para reducir el daño ambiental de un derrame en particular, ¿cuál es la relación beneficio-costo si los trabajos dieron como resultado la preservación de 3 000 empleos valuados en $175 millones por año? Suponga que los contrabeneficios asociados con las muertes de las ostras tuvieron un costo de $30 millones en el año 0. Use un periodo de estudio de cinco años y una tasa de interés de 8% anual.

9.18 Para eliminar el arsénico del agua cuando las tasas de flujo son relativamente bajas se emplean en el sitio sistemas de hidróxido férrico granular (HFG). Si el costo de operación es de $600 000 por año y los beneficios para la salud pública son de $800 000 anuales, ¿cuál es la inversión inicial necesaria en el sistema HFG a fin de garantizar una relación B/C modificada de al menos 1.0? Suponga que la vida del equipo es de 10 años y la tasa de interés es de 6% anual.

9.19 El Departamento de Parques y Recreación del condado de Burkett estima que el costo inicial de un parque fluvial permanente "limitado" sería de $2.3 millones. Se calculan costos de mantenimiento de $120 000. También se identificaron beneficios anuales por $340 000 y contrabeneficios de $40 000 por año. Con una tasa de descuento de 6% anual, calcule *a*) la relación B/C convencional y *b*) la relación B/C modificada.

9.20 Con los datos siguientes, una tasa de interés de 6% anual y un periodo infinito calcule las razones beneficio/costo *a*) convencional y *b*) modificada.

	Para las personas		Para el gobierno
Beneficios:	$300 000 ahora y $100 000 por año de hoy en adelante	Costos:	$1.5 millones ahora y $200 000 dentro de tres años
Contrabeneficios:	$400 000 por año	Ahorros:	$700 000 por año

9.21 Brasil comenzó en 2010 la construcción de la presa hidroeléctrica de Belo Monte, sobre el río Xingu (afluente del Amazonas). El proyecto está financiado por un consorcio de inversionistas y se espera que cueste $11 mil millones. Comenzará a producir electricidad en 2015. Aunque la presa proporcionaría energía limpia a millones de personas, los ambientalistas mantienen una oposición intensa. Afirman que devastará la vida silvestre y poblados de 40 000 habitantes que viven en la zona que se inundará.

Suponga que el financiamiento ocurrirá de manera uniforme en un periodo de cinco años, de 2010 a 2014, con $2.2 mil millones por año. Se estima que los contrabeneficios sean de $100 000 por persona desplazada y $1 mil millones por la destrucción del ambiente. Suponga que los contrabeneficios ocurren de modo uniforme durante el periodo de construcción de cinco años, y que los beneficios iniciarán al final de 2015 y continuarán indefinidamente. Use una tasa de interés de 8% anual para determinar cuáles deben ser los beneficios anuales equivalentes para garantizar que la relación B/C sea de al menos 1.0.

9.22 En Estados Unidos, el número promedio de aviones en el aire en una mañana promedio es de 4 000. Hay otras 16 000 aeronaves en tierra. La compañía aerospacial Rockwell Collins desarrolló lo que llama un *paracaídas digital,* una tecnología basada en un botón de pánico que si se pulsa hará que el avión aterrice en el aeropuerto más cercano, sin importar el clima o la geografía, y sin la intervención del piloto. La tecnología se aplica si el aviador ya no es capaz de tripular la aeronave, si está en pánico o no sabe qué hacer en una emergencia. Suponga que el costo de equipar 20 000 aviones comerciales es de $100 000 cada uno, y que el avión está en servicio durante 15 años. Si la tecnología ahorra un promedio de 30 vidas por año con valor de $4 000 000 cada una, ¿cuál es la relación B/C? Use una tasa de interés de 10% anual.

9.23 Aunque el río Grande está regulado por la presa Elefante y el vaso El Caballo, han ocurrido inundaciones graves en El Paso y otras ciudades ubicadas a lo largo del cauce. Esto ha hecho necesario que los propietarios que habitan en las áreas del valle fluvial compren pólizas de seguro contra inundaciones que cuestan entre $145 y $2 766 por año. Para disminuir la posibilidad de inundaciones, la Comisión Internacional de Fronteras y Aguas emprendió un proyecto con costo de $220 millones para elevar los bordos en las áreas propensas a desbordamientos de la corriente. Como resultado, 13 000 viviendas quedaron exentas de la obligación legal de comprar seguros. Además, los registros históricos indican que se evitarán los daños a la infraestructura, lo que tiene un beneficio promedio de $8 200 000 por año. Si el costo promedio del seguro contra inundaciones es de $460 por vivienda y por año, calcule la relación beneficio/costo del proyecto de elevación de los bordos. Use una tasa de interés de 6% anual y un periodo de estudio de 30 años.

9.24 A partir de los datos que se muestran, calcule la razón *convencional* B/C con $i = 6\%$ anual.

Beneficios:	$20 000 en el año 0 y $30 000 en el año 5
Contrabeneficios:	$7 000 en el año 3
Ahorros (para el gobierno):	$25 000 en los años 1 a 4
Costo:	$100 000 en el año 0
Vida del proyecto:	5 años

9.25 Explique la diferencia fundamental entre la relación B/C modificada y el índice de rentabilidad.

9.26 La empresa Gerald Corporation forma parte de una sociedad pública-privada con un contrato DCOM con el estado de Massachussets desde hace 10 años para modernizar el sistema ferroviario. Determine el índice de rentabilidad de los siguientes resultados financieros con una TMAR de 8% anual.

Inversiones:	Año 0	$–4.2 millones
	Año 5	$–3.5 millones
Ahorros netos:	Años 1 a 5	$1.2 millones anuales
	Años 6 a 10	$2.5 millones anuales

9.27 Un proyecto tiene una inversión distribuida durante el periodo contractual de seis años. Con los flujos que se muestran (página siguiente) y una tasa de interés de 10% anual, determine el índice de rentabilidad y diga si el proyecto se justifica económicamente.

Año	0	1	2	3	4	5	6
Inversión, $1 000	–25	0	–10	0	–5	0	0
FNE, $1 000 por año	0	5	7	9	11	13	15

Comparación de dos alternativas

9.28 Al comparar dos alternativas con el método B/C, si se calcula la relación B/C de ambas y resulta ser exactamente 1.0, ¿cuál debe seleccionarse?

9.29 Cuando se comparan dos alternativas X y Y con el método B/C, si $B/C_X = 1.6$ y $B/C_Y = 1.8$, ¿qué es lo que nos dice la ralación B/C acerca del incremento de la inversión entre X y Y?

9.30 Logan Well Services Group analiza dos sitios para almacenar y recuperar el agua reciclada. Un sitio en la montaña (SM) usará pozos de inyección cuyo desarrollo cuesta $4.2 millones, y su OyM tiene un costo de $280 000 por año. Este sitio será capaz de recibir 150 millones de galones anuales. Un sitio en el valle (SV) se basará en cuencas de recarga cuya construcción cuesta $11 millones, y su operación y mantenimiento, $400 000. En este sitio se inyectarían 890 millones de galones cada año. Si el valor del agua inyectada es de $3.00 por cada 1 000 galones, ¿qué alternativa, si la hubiera, debe seleccionarse de acuerdo con el método de la relación B/C? Utilice una tasa de interés de 8% anual y un periodo de estudio de 20 años.

9.31 Se elaboraron las estimaciones siguientes para el estudio de un puente que cruzará un río en Wheeling, Virginia Occidental. Con el método de la razón B/C y una tasa de interés de 6% anual, determine cuál puente, si lo hubiera, debe construirse.

	Ubicación oriental	Ubicación occidental
Costo inicial, $	11×10^6	27×10^6
OyM anual, $/año	100 000	90 000
Beneficios, $/año	990 000	2 400 000
Contrabeneficios, $/año	120 000	100 000
Vida, años	∞	∞

9.32 Seleccione la mejor de dos propuestas para mejorar la seguridad e iluminación de las calles en una colonia en el centro sur de Nuevo México. Use el análisis B/C y una tasa de interés de 8% anual.

	Propuesta 1	Propuesta 2
Costo inicial, $	900 000	1 700 000
Costo de OyM anual, $/año	120 000	60 000
Beneficios anuales, $/año	530 000	650 000
Contrabeneficios anuales, $/año	300 000	195 000
Vida, años	10	20

9.33 Se dispone de una alternativa convencional y otra solar para abastecer de energía a una estación de radar remota. Use la relación B/C para determinar cuál método debe seleccionarse con una tasa de interés de 8% anual y un periodo de estudio de cinco años.

	Convencional	Solar
Costo inicial, $	300 000	2 500 000
Costo anual, $ por año	700 000	5 000

9.34 Las dos alternativas que se muestran están en estudio para mejorar la seguridad en una prisión en el condado de Travis, Nueva York. Determine cuál debe seleccionarse con base en un análisis B/C, una tasa de interés de 7% anual y un periodo de estudio de 10 años.

	Cámaras adicionales (CA)	Sensores nuevos (SN)
Costo inicial, $	38 000	87 000
OyM anual, $/año	49 000	64 000
Beneficios, $/año	110 000	160 000
Contrabeneficios, $/año	26 000	—

9.35 El gobierno de Estados Unidos liberó hace poco una solicitud de propuesta para construir un segundo piso en un edificio existente en el complejo del Pentágono. Se propusieron dos métodos por contratistas separados. El método 1 usa caliza ligera expandida en una cubierta de metal con vigas abiertas y trabes de acero. Los costos de este método serían de $14 100 del concreto, $6 000 de la cubierta metálica, $4 300 de las vigas y $2 600 de las trabes. El método 2 propone construir una losa de concreto reforzado que cuesta $5 200 por el concreto, $1 400 por las barras de refuerzo, $2 600 por renta de equipo y $1 200 por suministros consumibles. Se incluirían aditivos especiales en el concreto ligero que mejorarían las propiedades de transferencia de calor del piso. Si los costos de la energía del método 1 serían de $600 anuales menos que los del método 2, ¿cuál es más atractivo? Use una tasa de interés de 7% anual, un periodo de estudio de 20 años y el método B/C.

9.36 Cierto proyecto para controlar las inundaciones ocasionadas por las raras pero intensas lluvias en el suroeste árido tendrá los flujos de efectivo que se muestran. Determine qué proyecto debe seleccionarse de acuerdo con el análisis B/C, con $i = 8\%$ anual y un periodo de estudio de 20 años.

	Alcantarillas	Canales abiertos
Costo inicial, $	26 millones	53 millones
Costo de OyM, $ por año	400 000	30 000
Costos de limpieza para los dueños, $ por año	60 000	0

9.37 Están en estudio dos trazos para una autopista interestatal. El trazo largo entre los valles tendría 25 kilómetros de longitud y un costo inicial de $25 millones. El trazo corto por las montañas tendría 10 kilómetros de longitud

y un costo inicial de $45 millones. Se estima que los costos de mantenimiento serían de $150 000 por año para el trazo largo y $35 000 anuales para el corto. Sin importar el trazo que se elija, se espera que el volumen de tráfico sea de 400 000 vehículos por año. Si se asume que los gastos de operación de los vehículos son de $0.30 por kilómetro, determine cuál trazo debe seleccionarse de acuerdo con *a*) el análisis B/C convencional y *b*) B/C modificado. Suponga una vida infinita para cada camino y use una tasa de interés de 8% anual.

9.38 El Departamento de Pesca y Vida Silvestre (DPVS) de Idaho estudia dos sitios para un nuevo parque estatal. El sitio E requeriría una inversión de $3 millones y $50 000 anuales para mantenimiento. La construcción del sitio W costaría $7 millones pero el DPVS recibiría $25 000 anuales por tarifas del parque. El costo de operación del sitio W sería de $65 000 por año. El ingreso para los concesionarios del parque sería de $500 000 anuales en el sitio E y de $700 000 por año en el sitio W. Los contrabeneficios asociados con cada sitio serían de $30 000 por año para la ubicación E y de $40 000 por año para la W. Suponga que el parque se conservaría indefinidamente. Use una tasa de interés de 12% anual para determinar cuál sitio, si lo hubiera, debe seleccionarse de acuerdo con el método B/C *a*) convencional y *b*) modificado.

9.39 Tres ingenieros elaboraron las estimaciones que se muestran para dos métodos con que se aplicarían nuevas tecnologías de construcción en un sitio de vivienda pública. Puede elegirse cualquiera de las dos opciones o bien el método existente en la actualidad. Diseñe una hoja de cálculo para hacer un análisis de sensibilidad B/C a fin de determinar si cada uno de los tres ingenieros debe elegir la opción 1, la opción 2 o la opción NH. Use un periodo de vida de cinco años y una tasa de descuento de 10% anual en todos los análisis.

	Ingeniero Bob		Ingeniera Judy		Ingeniero Chen	
	Opción 1	Opción 2	Opción 1	Opción 2	Opción 1	Opción 2
Costo inicial, $	50 000	90 000	75 000	90 000	60 000	70 000
Costo, $/año	3 000	4 000	3 800	3 000	6 000	3 000
Beneficios, $/año	20 000	29 000	30 000	35 000	30 000	35 000
Contrabeneficios, $/año	500	1 500	1 000	0	5 000	1 000

Alternativas múltiples

9.40 Cierto grupo de ingenieros responsable de desarrollar tecnologías de detección y rastreo de misiles avanzados, como rayos infrarrojos de onda corta, detección térmica infrarroja, rastreo con radar, etcétera, concluyó hace poco seis propuestas para su estudio. En la tabla siguiente se indican el valor presente (en miles de millones de $) de los requerimientos de capital y los beneficios de cada opción. Determine cuál(es) debe(n) aceptarse si son *a*) independientes y *b*) mutuamente excluyentes.

Opción	A	B	C	D	E	F
VP del capital, $	80	50	72	43	89	81
VP de los beneficios, $	70	55	76	52	85	84

9.41 Se presenta la comparación de cinco alternativas mutuamente excluyentes. *Debe* aceptarse una. De acuerdo con la relación B/C, ¿cuál es la opción que debe elegirse? (Los costos se incrementan de A a E.)

Comparación	ΔB/C Relación
A *versus* B	0.75
B *versus* C	1.4
C *versus* D	1.3
A *versus* C	1.1
A *versus* D	0.2
B *versus* D	1.9
C *versus* E	1.2
D *versus* E	0.9

9.42 Un ingeniero consultor evalúa cuatro proyectos para el Departamenteo de Vivienda y Desarrollo Urbano. Se presenta a continuación el valor futuro de los costos, beneficios, contrabeneficios y ahorros en costos. La tasa de interés es de 10% anual, con capitalización continua. Determine cuál de los proyectos, si lo hubiera, debe seleccionarse si son *a*) independientes y *b*) mutuamente excluyentes.

	ID del proyecto			
	Bueno	Mejor	El mejor	El mejor de todos
VF de los costos iniciales, $	10 000	8 000	20 000	14 000
VF de los beneficios, $	15 000	11 000	25 000	42 000
VF de los contrabeneficios, $	6 000	1 000	20 000	32 000
VF de los ahorros en costos, $	1 500	2 000	16 000	3 000

9.43 Con los datos siguientes de seis proyectos mutuamente excluyentes, determine cuál, si lo hubiera, debe elegirse.

	ID del proyecto					
	A	B	C	D	E	F
Costo anual, $ por año	8 000	25 000	15 000	32 000	17 000	20 000
Beneficios anuales, $ por año	?	?	?	?	?	?
Relación B/C (opción *versus* NH)	1.23	1.12	0.87	0.97	0.71	1.10

Relaciones B/C incrementales seleccionadas

A *versus* B = 1.07
A *versus* C = 0.46
A *versus* F = 1.02
B *versus* D = 0.43
B *versus* E = 2.00
B *versus* F = 1.20
C *versus* D = 1.06
C *versus* F = 1.80

9.44 Se comparan cuatro alternativas de ingresos mutuamente excluyentes con el método B/C. ¿Cuál debe seleccionarse, si hubiera alguna?

Opción	Costo inicial, $millones	Relación B/C vs. NH	B/C incremental cuando se compara con la opción			
			A	B	C	D
A	30	0.87	—	2.38	1.30	1.38
B	38	1.18		—	0.58	1.13
C	52	1.04			—	1.45
D	81	1.16				—

9.45 La ciudad de St. Louis, Missouri, estudia varias propuestas para eliminar las llantas usadas. Todas las propuestas incluyen la trituración, pero los cargos por el servicio y el manejo de los desechos son diferentes en cada plan. Se comenzó pero no se concluyó un análisis B/C incremental.

a) Complete la información en la tabla.

b) Determine cuál opción debe seleccionarse.

Opción	VP de los costos, $	VP de los beneficios, $	VP de los contrabeneficios, $	Relación B/C	B/C incremental cuando se compara con la opción			
					J	K	L	M
J	20	?	1	1.05	—	?	?	?
K	23	28	?	1.13		—	?	?
L	28	35	3	?			—	?
M	?	51	4	1.34				—

Análisis costo-eficacia

9.46 En un esfuerzo por mejorar la productividad en una planta de fabricación de semiconductores, el gerente decidió ensayar una serie de acciones dirigidas a mejorar la moral de los empleados. Se aplicaron seis estrategias, como aumentar la autonomía del personal, programas flexibles de trabajo, mejor capacitación, días de campo con la compañía, buzón electrónico de sugerencias y un mejor ambiente de trabajo. La compañía hacía encuestas periódicas entre los empleados para medir el cambio en la moral. La medida de la eficacia es la diferencia entre el número de empleados que daban una calificación muy alta a su satisfacción con el trabajo y los que la calificaban como muy baja. En la siguiente columna se presenta el costo por empleado de cada estrategia (identificadas de A a F) y la calificación resultante.

El gerente puede gastar un máximo de $50 por empleado para instrumentar permanentemente tantas estrategias como se justifiquen desde los puntos de vista tanto de la eficacia como de la economía. Determine cuáles estrategias son mejores. (Obtenga la solución a mano o con hoja de cálculo, como lo indique su profesor.)

Estrategia	Costo/empleado, $	Calificación
A	5.20	50
B	23.40	182
C	3.75	40
D	10.80	75
E	8.65	53
F	15.10	96

9.47 Existen varias técnicas para ayudar a que la gente deje de fumar, pero su costo y eficacia varían mucho. Una medición aceptada de la eficacia de un programa es el porcentaje de pacientes que dejan de fumar. La tabla siguiente presenta varias técnicas que se presume son eficaces para dejar de fumar, algunos datos históricos del costo por persona aproximado de cada programa y el porcentaje de ellas que no fuma después de tres meses de la terminación del programa.

La Sociedad para el Cáncer financia los costos anuales para pacientes con cáncer, de modo que más personas participen en los programas. Una clínica grande en St. Louis tiene la capacidad de tratar cada año al número de personas que se indica. Si la clínica planea hacer una propuesta a la Sociedad para el Cáncer a fin de dar tratamiento a un número especificado de personas anualmente, estime la cantidad de dinero que debe pedir la clínica para que en su propuesta se realice lo siguiente:

a) Realizar programas a la capacidad indicada para la técnica con la razón más baja de costo-eficacia.

b) Ofrecer programas que usen tantas técnicas como sea posible para dar tratamiento a 1 300 personas cada año con técnicas de costo-eficacia.

Técnica	Costo, $/ participante	% que deja de fumar	Capacidad anual del tratamiento
Acupuntura	700	9	250
Mensajes subliminales	150	1	500
Terapia de aversión	1 700	10	200
Clínica ambulatoria	2 500	39	400
Clínica de internamiento	1 800	41	550
Terapia de sustitución de nicotina (TSN)	1 300	20	100

9.48 Se recabó el costo en $ por año y la medición de la eficacia en artículos rescatados por año de cuatro alternativas mutuamente excluyentes del sector servicios. *a*) Calcule la razón costo-eficacia de cada opción y *b*) use la RCE para identificar la mejor alternativa.

Alternativa	Costo *C*, $/año	Artículos rescatados/año
W	355	20
X	208	17
Y	660	41
Z	102	7

9.49 Un estudiante de ingeniería tiene sólo 30 minutos disponibles antes de presentar el examen final en estática y

dinámica. Quiere obtener ayuda para resolver un tipo de problema que sabe estará en el examen por la revisión que hizo el profesor en la clase anterior. Sólo hay tiempo para usar un método de asistencia antes del examen; debe seleccionar bien. En un rápido proceso de estimación, determina cuántos minutos tardaría cada método de asistencia y cuántos puntos obtendría al final. El método y las estimaciones son las siguientes. ¿Dónde debe buscar ayuda para que sea más eficaz?

Ayuda de	Minutos para la ayuda	Puntos obtenidos
Tutoría	15	15
Cursos en internet	20	10
Amigo de la clase	10	5
Profesor	20	15

Ética en el sector público

9.50 Durante las etapas de diseño y desarrollo de las especificaciones de un sistema de lecturas remotas del consumo de electricidad de uso residencial (sistema que permite transmitir el consumo mensual por teléfono sin necesidad de observar físicamente los medidores), los dos ingenieros que trabajan en el proyecto para la ciudad de Forest Ridge observaron algo diferente de lo que esperaban. El primero, un ingeniero de software eléctrico, notó que el funcionario de enlace con la ciudad daba toda la información acerca de las opciones de software, pero sólo la de la empresa Lorier software se analizaba con detalle. El segundo diseñador, ingeniero industrial y de sistemas, se dio cuenta de que todas las especificaciones de hardware que se las había entregado el mismo funcionario provenían del mismo distribuidor, Delsey Enterprises. Por coincidencia, en un día de campo familiar para los empleados de la ciudad, al que fueron invitados los dos ingenieros, conocieron a dos personas que se llamaban Don Delsey y Susan Lorier. Al revisar el caso descubrieron que Don es el yerno del funcionario de enlace, y Susan, su hija adoptiva. Con base en estas observaciones y antes de terminar el diseño y las especificaciones del sistema, ¿qué deben hacer los ingenieros, si acaso, respecto de sus sospechas de que el funcionario de enlace trata de sesgar el diseño para favorecer los negocios de software y hardware de sus familiares?

9.51 Explique la diferencia entre la elaboración de políticas públicas y la planeación pública.

9.52 Desde que se introdujo el transporte con automóviles, los conductores en el país de Yalturia, en Europa Oriental, manejan por el lado izquierdo de la carretera. Hace poco, el Congreso Nacional de Yalturia aprobó una ley para que en tres años se adopte y aplique la convención para conducir por la derecha en todo el país. Éste es un cambio fundamental para el país y requerirá mucha planeación pública y el desarrollo de un proyecto para instrumentarlo con éxito y seguridad. Suponga que usted es el ingeniero consultor líder de Halcrow Engineers, empresa responsable de desarrollar y describir muchos de esos grandes proyectos. Identifique seis de los proyectos que crea necesarios. Diga su nombre y haga una descripción de cada uno con una o dos frases.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

9.53 Los siguientes son ejemplos de proyectos del sector público, excepto:
a) Puentes *b*) Atención de emergencias
c) Prisiones *d*) Pozos petroleros

9.54 Por lo general, los siguientes proyectos se asocian al sector público, excepto:
a) Financiamiento con impuestos *b*) Utilidades
c) Contrabeneficios *d*) Vida infinita

9.55 Los siguientes son ejemplos de proyectos públicos, excepto:
a) Sistema de control de tráfico aéreo
b) Establecimiento de una compañía de internet
c) Presa con canales de riego
d) Sistema de tránsito masivo

9.56 En la relación B/C convencional, los ingresos que percibe el gobierno por las tarifas de admisión a los parques nacionales deben:
a) Agregarse a los beneficios en el numerador
b) Restarse de los beneficios en el numerador
c) Restarse de los costos en el denominador
d) Sumarse a los costos en el denominador

9.57 En una razón B/C convencional:
a) Los contrabeneficios y el costo de OyM se restan de los beneficios.
b) Los contrabeneficios se restan de los beneficios y los costos de OyM se incluyen en los costos.
c) Los contrabeneficios y los costos de OyM se suman a los costos.
d) Los contrabeneficios se suman a los costos y los costos de OyM se restan de los beneficios.

9.58 En la relación B/C modificada:
a) Los contrabeneficios van en el denominador.
b) Los beneficios se restan de los costos.
c) Los costos de OyM van en el denominador.
d) Los costos de OyM van en el numerador.

9.59 Si dos alternativas mutuamente excluyentes tienen valores de B/C de 1.4 y 1.5 para las alternativas de menor costo y de mayor costo, respectivamente, lo siguiente es correcto:

a) La relación B/C en el incremento entre ellas es igual a 1.5.
b) La relación B/C en el incremento entre ellas está entre 1.4 y 1.5.
c) La relación B/C en el incremento entre ellas es menor que 1.5.
d) La alternativa de costo más alto es la mejor económicamente.

9.60 Al evaluar tres alternativas independientes con el método B/C, se clasificaron como A, B y C, respectivamente, en términos del mayor costo, y se obtuvieron los resultados siguientes para las relaciones B/C *conjuntas*: 1.1, 0.9 y 1.3. De acuerdo con estos resultados, se debe:
a) Seleccionar sólo la alternativa A
b) Seleccionar sólo la alternativa C
c) Comparar A y C en forma incremental
d) Seleccionar las alternativas A y C

9.61 Una alternativa tiene los flujos de efectivo siguientes:
Beneficios de $50 000 por año
Contrabeneficios de $27 000 por año
Costo inicial de $250 000
Costos de OyM de $10 000 por año

Si la alternativa tiene vida infinita y la tasa de interés es de 10% anual, la relación B/C es la más cercana a:
a) 0.52 *b*) 0.66
c) 0.91 *d*) 1.16

9.62 Con las estimaciones siguientes:
Beneficios de $60 000 anuales
Contrabeneficios de $29 000 por año
Costo inicial amortizado de $20 000 por año
Costos de OyM de $15 000 por año
y una tasa de interés de 10% anual, la relación B/C modificada de una opción es la más cercana a:
a) 0.65 *b*) 0.72
c) 0.80 *d*) 1.04

9.63 Al evaluar tres alternativas mutuamente excluyentes con el método B/C, se clasifican como A, B y C, respectivamente, en términos del costo creciente, y se obtienen los resultados siguientes para las *relaciones B/C conjuntas*: 1.1, 0.9 y 1.06. Con estos resultados se debe:
a) Seleccionar A
b) Seleccionar C
c) Seleccionar A y C
d) Comparar A y C en forma incremental

9.64 Una alternativa con vida infinita tiene una relación B/C de 1.5. La alternativa tiene beneficios de $50 000 por año y costos de mantenimiento anual de $10 000 anuales. El costo inicial de la alternativa con una tasa de interés de 10% anual es el más cercano a:
a) $23 300 *b*) $85 400
c) $146 100 *d*) $233 000

9.65 El análisis costo-eficacia (ACE) difiere del análisis costo-beneficio (B/C) en que:
a) El ACE no maneja alternativas múltiples.
b) El ACE expresa resultados en unidades naturales y no en unidades monetarias.
c) El ACE no maneja alternativas independientes.
d) El ACE requiere más tiempo y muchos recursos.

9.66 Varios colegios privados tienen programas muy eficaces para enseñar a sus alumnos la manera de convertirse en empresarios. Dos programas, identificados como X y Y, produjeron cuatro y seis personas por año, respectivamente, que se convirtieron en empresarios. Si el costo total de los programas es de $25 000 y $33 000, respectivamente, la razón costo-eficacia es la más cercana a:
a) 6 250 *b*) 5 500
c) 4 000 *d*) 1 333

9.67 Los enunciados en un código de ética se conocen con los términos siguientes, excepto:
a) Cánones *b*) Leyes
c) Estándares *d*) Normas

9.68 De los siguientes, la palabra que *no* se relaciona con la ética es:
a) Virtuoso *b*) Honesto
c) Lucrativo *d*) Adecuado

9.69 Todos los siguientes son ejemplos de comportamiento falto de ética, excepto:
a) Ofrecer servicios en precios más bajos que los de la competencia
b) Fijar precios
c) Aceptar y cambiar de opinión
d) Vender en el *mercado negro*

ESTUDIO DE CASO

COMPARACIÓN DEL ANÁLISIS B/C Y ACE DE LA DISMINUCIÓN DE ACCIDENTES DE TRÁNSITO

Antecedentes

Este caso compara el análisis beneficio/costo y el análisis costo-eficiencia con la misma información acerca de la iluminación de carreteras y su papel en la disminución de accidentes.

La mala iluminación puede ser una razón de que ocurran proporcionalmente más accidentes durante la noche. Los accidentes de tránsito se clasifican en seis tipos de acuerdo con su gravedad y valor. Por ejemplo, un accidente con una fatalidad se valúa en más o menos $4 millones, mientras que uno en el que hay *daño*

a la propiedad (al automóvil y su contenido) se valúa en $6 000. Un método por el cual se mide el impacto de la iluminación compara las tasas de accidentes diurnos con los nocturnos en tramos de carreteras iluminadas y no iluminadas, con características similares. Las reducciones observadas en los accidentes que en apariencia fueron causados por iluminación muy deficiente se transforman en estimaciones monetarias de los beneficios B de la iluminación, o sirven como medición de su eficacia E.

Información

Se recabaron datos de los accidentes en carreteras durante un estudio de cinco años. La categoría de daños a la propiedad es la mayor, según la tasa de accidentes. A continuación se presenta el número de accidentes registrados en un tramo de carretera.

	Número de accidentes registrados[1]			
	Sin iluminación		Con iluminación	
Tipo de accidente	Diurno	Nocturno	Diurno	Nocturno
Daño a la propiedad	379	199	2 069	839

La razón entre los accidentes nocturnos y los diurnos, los cuales incluyen daños a la propiedad en tramos de carreteras no iluminadas e iluminadas, es de 199/379 = 0.525 y 839/2 069 = 0.406, respectivamente. Tales resultados indican que la iluminación fue benéfica. Para cuantificar el beneficio, se aplica la razón de la tasa de accidentes del tramo no iluminado a la tasa del tramo iluminado. Esto arroja el número de accidentes que se evitaron. Por tanto, habrían ocurrido (2069)(0.525) = 1086 accidentes en lugar de 839 si no hubiera existido iluminación en la carretera. La diferencia es de 247 accidentes. Con un costo de $6 000 por accidente, esto resulta en un beneficio neto de:

$$B = (247)(\$6\,000) = \$1\,482\,000$$

Para determinar el costo de la iluminación, se supondrá que los postes de luz son postes centrales separados una distancia de 67 metros entre sí con dos lámparas cada uno, que las lámparas son de 400 watts y que el costo de instalación es de $3 500 por poste. Tomando en cuenta que esta información representa 87.8 kilómetros (54.5 millas) de carretera iluminada, el costo de instalación de la iluminación es (con el número de postes redondeado):

$$\begin{aligned}\text{Costo de instalación} &= \$3\,500\left(\frac{87.8}{0.067}\right)\\ &= 3\,500(1310)\\ &= \$4\,585\,000\end{aligned}$$

Hay un total de 87.8/0.067 = 1 310 postes, y la electricidad cuesta $0.10 por kWh. Entonces, el costo anual de la energía es:

Costo anual de la energía

= 1 310 postes(2 lámparas/poste)(0.4 kilowatt/lámpara)
× (12 horas/día)(365 días/año)
× ($0.10/kilowatt-hora)
= $459 024 anuales

Esta información se recabó durante un periodo de cinco años. Por tanto, el costo anualizado C con $i = 6\%$ anual es

$$\begin{aligned}\text{Costo anual total} &= \$4\,585\,000(A/P,6\%,5)\\ &\quad + 459\,024\\ &= \$1\,547\,503\end{aligned}$$

Si el análisis beneficio/costo es la base para tomar una decisión respecto de más iluminación, la razón B/C es:

$$\text{B/C} = \frac{1\,482\,000}{1\,547\,503} = 0.96$$

Como B/C < 1.0, el alumbrado no se justifica. Es necesario tomar en cuenta otras categorías de accidentes para contar con un mejor criterio de decisión. Si se aplica un análisis costo-eficacia (ACE), debido a la suposición de que las estimaciones monetarias de los beneficios de la iluminación no son exactas, la razón *C/E* es:

$$C/E = \frac{1\,547\,503}{247} = 6\,265$$

Esto sirve como la razón básica de comparación cuando se efectúe un ACE incremental para hacer nuevas propuestas de reducción de accidentes.

De estos análisis preliminares B/C y C/E surgen cuatro alternativas de iluminación:

W) Instrumentar el plan como ya se detalló; postes cada 67 metros con un costo de $3 500 cada uno.
X) Instalar postes al doble de la distancia (134 metros). Se estima que esto cause que el beneficio de la reducción de accidentes disminuya 40%.
Y) Instalar postes más baratos y barreras de seguridad, con focos de potencia un poco menor (350 watts) con un costo de $2 500 por poste; separar los postes una distancia de 67 metros. Se estima que esto reduciría el beneficio 25%.
Z) Instalar equipo más barato por $2 500 por poste, con focos de 350 watts y separados una distancia de 134 metros. Con este plan se estima que la medición de la prevención de accidentes se reduciría 50%, de 247 a 124.

Ejercicios del estudio de caso

Determine si puede tomarse una decisión definitiva respecto de la iluminación con lo siguiente:

1. Utilice un *análisis beneficio/costo* para comparar las cuatro alternativas a fin de determinar si alguna tiene justificación económica.
2. Use un análisis costo-eficacia para comparar las cuatro alternativas.

Desde el punto de vista de la comprensión, considere lo siguiente:

3. ¿Cuántos accidentes con daño a la propiedad se evitarían en el tramo no iluminado si se iluminara?
4. ¿Cuál tendría que ser la relación entre los accidentes nocturnos y los diurnos para que la opción Z se justificara económicamente conforme a la relación B/C?
5. Analice los enfoques B/C y C/E. ¿Alguno parece más adecuado que el otro en este tipo de situación? ¿Por qué? ¿Se le ocurre algún otro criterio mejor para tomar decisiones en proyectos públicos como el descrito?

[1] Datos parciales reportados en Michael Griffin, "Comparison of the Safety of Lighting Options on Urban Freeways", *Public Roads*, vol. 58, pp. 8-15, 1994.

ETAPA DE APRENDIZAJE 2: EPÍLOGO

Selección de la herramienta básica para el análisis

En los cinco capítulos anteriores se estudiaron varias técnicas de evaluación equivalentes. Puede emplearse cualquier método —VP, VA, VF, TR o B/C— para seleccionar una alternativa entre dos o más y obtener la misma respuesta correcta. Para realizar el análisis de ingeniería económica sólo es necesario un método, pues con cualquiera se elegirá la misma alternativa si se efectúa en forma correcta. Aun así, cada método da diferente información sobre la alternativa. La selección de un método y su aplicación correcta puede dar lugar a cierta confusión.

La tabla EA2-1 ofrece un método de evaluación recomendado para diferentes situaciones, si no lo especifica el profesor del curso o alguna práctica corporativa en la actividad profesional. Los criterios principales para elegir un método son la velocidad y facilidad de ejecución del análisis. A continuación se presenta la interpretación de los conceptos que aparecen en cada columna de la tabla.

Periodo de evaluación: Se comparan las vidas estimadas, iguales o distintas, o los periodos específicos de la mayor parte de las opciones del sector privado (de ingresos y costos). Los proyectos del sector público suelen evaluarse por medio de la razón B/C, y por lo general tienen vidas tan largas que pueden considerarse infinitas para efectos de cálculos económicos.

Tipo de alternativas: Las alternativas del sector privado tienen flujos de efectivo basados en los ingresos (incluyen entradas y costos) o en los costos (sólo se consideran costos). Para alternativas de costo, se supone que el flujo de efectivo es igual en todas. En el sector público, las alternativas se eligen con base en la diferencia entre sus costos y tiempos. Los *proyectos del sector público* en los que los beneficios se estiman con una medición no monetaria de la eficacia, por lo general se evalúan con un método como el análisis costo-eficacia. Esto se aplica a todos los periodos de evaluación.

Método recomendado: Ya sea que el análisis se realice a mano, con calculadora o con hoja de cálculo, el o los métodos recomendados en la tabla EA2-1 elegirá correctamente una alternativa de entre dos o más tan rápido como sea posible. Más adelante se aplica cualquier otro método a fin de obtener infor-

TABLA EA2-1 Métodos recomendados para comparar alternativas mutuamente excluyentes si no se prescribe ninguno en particular

Periodo de evaluación	Tipo de alternativas	Método recomendado	Serie por evaluar
Vidas iguales de las alternativas	Ingresos o costos	VA o VP	Flujos de efectivo
	Sector público	B/C, con base en VA o VP	Flujos de efectivo incrementales
Vidas desiguales de las alternativas	Ingresos o costos	VA	Flujos de efectivo
	Sector público	B/C, con base en VA	Flujos de efectivo incrementales
Periodo de estudio	Ingresos o costos	VA o VP	Flujos de efectivo actualizados
	Sector público	B/C, con base en VA o VP	Flujos de efectivo incrementales actualizados
Largo a infinito	Ingresos o costos	VA o VP	Flujos de efectivo
	Sector público	B/C, con base en VA	Flujos de efectivo incrementales

mación adicional y, de ser necesario, verificar la selección. Por ejemplo, si las vidas son diferentes y se necesita conocer la tasa de rendimiento, es mejor aplicar primero el método VA con la TMAR establecida y después determinar la i^* de la alternativa elegida con la misma relación VA e i como incógnita.

Serie por evaluar: La serie de flujo de efectivo estimado para una alternativa y la serie incremental entre dos alternativas son las dos únicas opciones para evaluar el valor presente o el valor anual. Para efectuar análisis en hojas de cálculo, esto significa que se aplican las funciones VPN o VP (para valor presente) o PAGO (para el valor anual). La palabra *actualizado* es un recordatorio de que un análisis para el periodo de estudio requiere que el flujo de efectivo (en especial los valores de rescate y comercial) se estudien de nuevo y actualicen antes de llevar a cabo el análisis.

Una vez elegido el método de evaluación, se sigue un procedimiento específico. Dichos procedimientos fueron los temas principales de los cinco capítulos anteriores. La tabla LS2-2 resume los elementos importantes del procedimiento para cada método: VP, VA, TR y B/C. El método VF es una extensión del VP. El significado de los conceptos en la tabla EA2-2 es el siguiente.

TABLA EA2-2 Características de un análisis económico de alternativas mutuamente excluyentes una vez determinado el método de evaluación

Método de evaluación	Relación de equivalencia	Vidas de las alternativas	Periodo para el análisis	Serie por evaluar	Tasa de rendimiento; tasa de interés	Criterio de decisión: Seleccionar[1]
	VP	Igual	Vidas	Flujos de efectivo	TMAR	VP numéricamente más grande
	VP	Diferente	MCM	Flujos de efectivo	TMAR	VP numéricamente más grande
Valor presente	VP	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados	TMAR	VP numéricamente más grande
	CC	Larga a infinita	Infinito	Flujos de efectivo	TMAR	CC numéricamente más grande
Valor futuro	VF	Igual que el valor presente para vidas iguales, desiguales y un periodo de estudio				VF numéricamente más grande
	VA	Igual o diferente	Vidas	Flujos de efectivo	TMAR	VA numéricamente más grande
Valor anual	VA	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo actualizados	TMAR	VA numéricamente más grande
	VA	Larga a infinita	Infinito	Flujos de efectivo	TMAR	VA numéricamente más grande
	VP o VA	Igual	Vidas	Flujos de efectivo incrementales	Calcular Δi^*	Último $\Delta i^* \geq$ TMAR
	VP o VA	Diferente	MCM por parejas	Flujos de efectivo incrementales	Calcular Δi^*	Último $\Delta i^* \geq$ TMAR
Tasa de rendimiento	VA	Diferente	Vidas	Flujos de efectivo	Calcular Δi^*	Último $\Delta i^* \geq$ TMAR
	VP o VA	Periodo de estudio	Periodo de estudio	Flujos de efectivo incrementales actualizados	Calcular Δi^*	Último $\Delta i^* \geq$ TMAR
	VP	Igual o diferente	MCM por parejas	Flujos de efectivo incrementales	Tasa de descuento	Último ΔB/C ≥ 1.0
Beneficio/costo	VA	Igual o diferente	Vidas	Flujos de efectivo incrementales	Tasa de descuento	Último ΔB/C ≥ 1.0
	VA o VP	Larga a infinita	Infinito	Flujos de efectivo incrementales	Tasa de descuento	Último ΔB/C $\geq$ 1.0

[1] Costo equivalente más bajo o mayor ingreso equivalente.

Relación de equivalencia La ecuación fundamental para efectuar cualquier análisis es la del VP o del VA. La relación del costo capitalizado (CC) es una relación de VP para vida infinita, y la de VF también está determinada por un valor equivalente de VP. Además, como vimos en el capítulo 6, el VA es tan sólo el VP multiplicado por el factor A/P durante el MCM o el periodo de estudio.

Vidas de las alternativas y periodo de estudio para el análisis El lapso para una evaluación (el valor de n) siempre será alguno de los siguientes: vidas iguales de las alternativas, MCM de vidas diferentes, periodo de estudio especificado o infinito porque las vidas sean muy largas.

- El análisis VP requiere el MCM de las alternativas que se comparan.
- Los métodos de la TR incremental y de la relación B/C requieren el MCM de las dos alternativas que se comparan.
- El método VA permite el análisis durante las respectivas vidas de las alternativas.
- El análisis CC tiene un periodo infinito y utiliza la relación $P = A/i$.

La única excepción es el método TR incremental para alternativas de vidas diferentes, que utiliza una relación VA para *flujos de efectivo incrementales*. Debe usarse el MCM de las dos alternativas que se comparan. Esto equivale a usar una relación VA para los *flujos de efectivo incrementales* durante las vidas respectivas. Ambos enfoques encuentran la tasa de rendimiento incremental Δi^*.

Serie por evaluar Se usa la serie del flujo de efectivo o la serie incremental con objeto de determinar el VP, VA, el valor de i^* o la relación B/C.

Tasa de rendimiento (tasa de interés) Para ejecutar el método VP, VF o VA debe especificarse el valor de la TMAR. Esto también es válido para la tasa de descuento al analizar alternativas en el sector público por medio de la relación B/C. El método de la TR requiere que se calcule la tasa incremental a fin de elegir una alternativa. Es aquí donde aparece el problema de las múltiples tasas de rendimiento en el caso en que la prueba de los signos indique que no existe una raíz real única para una serie no convencional.

Criterio de decisión La selección de una alternativa se efectúa con el criterio general establecido en la columna de la derecha. Siempre se selecciona la alternativa que presente el **VP, VF o VA con el valor numérico más grande**. Esto vale para alternativas tanto de ingresos como de costos. Los métodos del flujo de efectivo incremental —TR y B/C— requieren elegir la alternativa con el mayor costo inicial e incrementalmente justificado, siempre que se justifique al compararlo con la alternativa a su vez ya justificada. Esto significa que Δi^* es mayor que TMAR, o que ΔB/C es mayor que 1.0.

EJEMPLO EA2-1

Lea el enunciado del problema de los ejemplos siguientes e ignore el método de evaluación utilizado en el ejemplo. Determine cuál método de evaluación es probable que sea el más rápido y fácil de aplicar. ¿Dicho método es el que se usó en el ejemplo? *a*) 8.6, *b*) 6.5, *c*) 5.8, *d*) 5.4.

Solución

En relación con el contenido de la tabla EA2-1, preferentemente deben aplicarse los métodos siguientes.

a) El ejemplo 8.6 implica cuatro alternativas de ingresos con vidas iguales. Use el VA o VP con la TMAR de 10%. En el ejemplo se aplicó el método de la TR incremental.

b) El ejemplo 6.5 requiere elegir entre tres alternativas del sector público con vidas diferentes, una de las cuales es de 50 años y otra es infinita. El mejor método es la razón B/C de los valores VA. Así fue como se resolvió el problema.

c) Como el ejemplo 5.8 implica dos alternativas de costo y una de ellas tiene una vida larga, puede aplicarse el método VA o el VP. Puesto que una vida es larga, en este caso es mejor usar el costo capitalizado, basado en la ecuación $P = A/i$. En el ejemplo se utilizó dicho método.

d) El ejemplo 5.4 está en la serie de ejemplos progresivos; en él aparecen alternativas de cinco y 10 años. Lo mejor en este caso es aplicar el método VA. En el ejemplo se presentó el método VP para el MCM de 10 años y un periodo de estudio de cinco años.

ETAPA DE APRENDIZAJE 3

Tomar mejores decisiones

ETAPA DE APRENDIZAJE 3
TOMAR MEJORES DECISIONES

CAPÍTULO 10
Financiamiento del proyecto y atributos no económicos

CAPÍTULO 11
Decisiones de reemplazo y conservación

CAPÍTULO 12
Proyectos independientes con limitaciones presupuestales

CAPÍTULO 13
Análisis de punto de equilibrio y periodo de recuperación

La mayoría de las evaluaciones en la vida real implica algo más que una simple selección económica de nuevos activos o proyectos. Los capítulos en esta etapa introducen la recopilación de información y técnicas para mejorar las decisiones. Por ejemplo, pueden introducirse **parámetros no económicos** en el análisis del proyecto por medio de la evaluación de atributos múltiples, y adaptarse la **TMAR adecuada** para una corporación o el tipo de alternativa y así mejorar la decisión económica.

Es evidente que el futuro no es exacto. Sin embargo, técnicas como los estudios de **reemplazo y conservación**, y **análisis del punto de equilibrio** y **del periodo de recuperación** ayudan a tomar decisiones informadas acerca de los usos futuros de activos y sistemas existentes.

Al terminar estos capítulos, estará en posibilidades de ir más allá de las herramientas de análisis de alternativas básicas de los capítulos anteriores. Las técnicas que se cubren en esta etapa de aprendizaje toman en consideración los objetivos variables del cambio en el tiempo.

Nota importante: Si se deben tomar en cuenta la depreciación de activos y los impuestos, es preciso realizar un *análisis después de impuestos*, y estudiar los capítulos 16 y 17 antes, o al mismo tiempo, que los presentes.

CAPÍTULO 10

Financiamiento del proyecto y atributos no económicos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Explicar el financiamiento de deuda y de capital patrimonial, seleccionar la TMAR adecuada y considerar múltiples atributos al comparar alternativas.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
10.1	CC y TMAR	• Explicar la relación entre el costo de capital y la TMAR; explicar por qué varían los valores de la TMAR.
10.2	Mezcla D-C y CPPC	• Entender la mezcla deuda-capital patrimonial y calcular el costo promedio ponderado del capital.
10.3	Costo del capital de deuda	• Estimar el costo del capital de deuda, tomando en cuenta las ventajas fiscales.
10.4	Costo del capital patrimonial	• Estimar el costo del capital patrimonial y describir su relación con la TMAR y el CPPC.
10.5	Mezclas elevadas de D-C	• Demostrar la conexión entre mezclas elevadas D-C y el riesgo financiero corporativo (o personal).
10.6	Atributos múltiples	• Elaborar ponderaciones para los atributos múltiples usados en la evaluación y selección de alternativas.
10.7	Ponderaciones aditivas	• Aplicar el método de los atributos ponderados a las evaluaciones de alternativas que incluyen atributos no económicos.

En este capítulo se analizan las diferentes maneras de financiar un proyecto por medio de deuda y de fuentes propias, y se explica cómo se establece la TMAR. Las descripciones aquí complementan el material introductorio del capítulo 1 acerca de los mismos temas. Algunos parámetros especificados antes no se tratan aquí ni en capítulos posteriores. Como resultado, se eliminaron algunos aspectos del libro que aparecían en capítulos previos, por lo que se acerca más al tratamiento más complejo de las situaciones de la vida real en las que ocurren la práctica profesional y la toma de decisiones.

Hasta ahora, sólo un aspecto —el económico— ha sido la base para calificar la viabilidad económica de un proyecto, o la base de selección entre dos o más alternativas. En este capítulo, los criterios y técnicas explican la determinación y uso de atributos múltiples (no económicos) que ayudan en la selección entre alternativas.

10.1 La TMAR en relación con el costo del capital ●●●

El valor de la TMAR en la evaluación de alternativas constituye uno de los parámetros más importantes de un estudio. En el capítulo 1, la TMAR se describió respecto de los costos ponderados de deuda y de capital propio. Esta sección y las siguientes cuatro explican cómo establecer una TMAR en condiciones variables.

Para sentar las bases de una TMAR realista, se deben entender y estimar los tipos y costo de cada fuente de financiamiento del proyecto. Hay una fuerte relación entre los costos del capital de deuda o del capital patrimonial y la TMAR con que se evalúa una o más alternativas, sean mutuamente excluyentes o independientes. Existen varios términos y relaciones importantes por comprender acerca del financiamiento de proyectos y la TMAR que se especifica para evaluarlos por medio de los métodos del VP, VA, VF o B/C. (Consulte la sección 1.9 para complementar el material siguiente.)

El **costo de capital** es la tasa de interés promedio ponderada que se paga con base en la proporción de la inversión de capital de *deuda* o *patrimonial*.

Después se fija la **TMAR** respecto del costo de capital. La TMAR se establece para un proyecto, una serie de proyectos, una división de la corporación o toda la compañía. Los valores de la TMAR *cambian con el tiempo* debido a circunstancias variables.

Cuando no se establece una TMAR específica, la TMAR *de facto* se determina por las estimaciones de flujos de efectivo neto del proyecto y la disponibilidad de los fondos de capital. Esta tasa se fija con el cálculo del valor de la TR (i^*) de los flujos de efectivo del proyecto. Esta tasa se utiliza como **costo de oportunidad**, el cual es la TR del primer proyecto no financiado debido a la carencia de fondos.

Costo de capital

TMAR

Costo de oportunidad

Antes de analizar el costo del capital, repasemos las dos fuentes principales de capital.

El **capital de deuda** representa el préstamo que se obtiene fuera de la empresa, cuyo principal se reintegra con una tasa de interés establecida de acuerdo con un calendario específico. El financiamiento de la deuda incluye la obtención de un préstamo a través de *bonos*, *préstamos* e *hipotecas*. El acreedor no participa de los rendimientos que resultan de la utilización de los fondos de la deuda, aunque existe el **riesgo** de que el acreditado no cubra parte o el total de los fondos obtenidos en préstamo. El saldo pendiente del financiamiento por deuda se indica en la sección de pasivos del balance general de la empresa.

El **capital patrimonial** es el dinero de la empresa compuesto por los *fondos de los propietarios* y las *utilidades retenidas*. Los fondos de los propietarios, además, se clasifican como comunes y productos de acciones preferentes o capital de los propietarios para una empresa privada (sin emisión de acciones). Las utilidades retenidas son fondos conservados antes en la empresa para la inversión del capital. El monto del capital propio se indica en la sección de valores netos del balance general de la empresa.

Para ilustrar la relación entre el costo del capital y la TMAR, suponga que el proyecto de un nuevo sistema de control de emisiones de gases de efecto invernadero se financiará por completo con la emisión de bonos por $25 000 000 (100% del financiamiento de la deuda), y considere que la tasa de dividendos de los bonos es 8%. Por tanto, el costo del capital de deuda es 8%, como indica la figura 10-1. Este 8% es el mínimo para la TMAR. La gerencia puede aumentar esta TMAR en incrementos que reflejen su deseo de obtener rendimientos adicionales y su percepción del riesgo. Por ejemplo, la gerencia puede añadir una cantidad a todas las asignaciones de capital en esta área. Suponga que esta cantidad es de 2%. Esto incrementa el rendimiento esperado a 10% (figura 10-1). Asimismo, si el riesgo relacionado con la inversión se considera lo bastante importante para garantizar la necesidad de un rendimiento adicional de 1%, la TMAR final es de 11%.

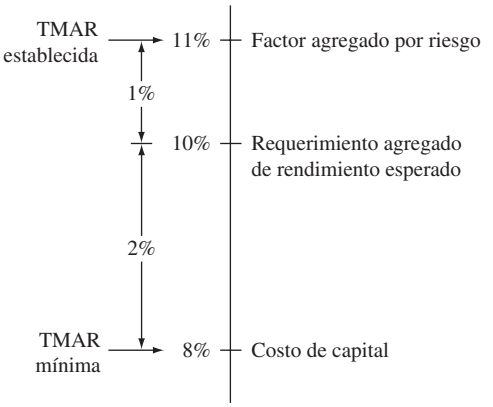


Figura 10-1
Relación fundamental entre el costo de capital y la TMAR en la práctica.

El enfoque recomendado no se rige por la lógica anterior. En cambio, el costo del capital (8% en este caso) debe ser la TMAR establecida. Después se determina el valor i^* a partir de los flujos de efectivo netos estimados. De acuerdo con este enfoque, suponga que se estima que el sistema de control genera rendimientos de 11%. Ahora se consideran las necesidades de rendimientos y los factores de riesgo adicionales para determinar si 3% por encima de la TMAR de 8% es suficiente para justificar la inversión del capital. Después de estas consideraciones, si no se asignan fondos al proyecto, la TMAR efectiva es ahora 11%. Éste es el costo de oportunidad ya analizado; la i^* del proyecto que no recibió fondos estableció la TMAR efectiva para alternativas del sistema de control de emisiones con 11%, no con 8%.

Establecer la TMAR en un estudio económico no constituye un proceso exacto. La mezcla de deuda y de capital patrimonial cambia con el tiempo y entre proyectos. Asimismo, la TMAR no es un valor fijo establecido en toda la empresa, sino que varía de acuerdo con los diferentes tipos de proyecto y oportunidades. Por ejemplo, una corporación puede utilizar una TMAR de 10% para evaluar la compra de activos (equipo, automóviles) y una TMAR de 20% para inversiones de expansión, como la compra de empresas más pequeñas.

La TMAR efectiva varía de un proyecto a otro y a través del tiempo como resultado de factores como los siguientes:

Riesgo del proyecto Cuando existe un riesgo mayor (percibido o real) asociado a determinados proyectos propuestos, la tendencia es establecer una TMAR más alta, que se estimula por un mayor costo de capital de deuda para proyectos que se consideran riesgosos. Esto normalmente significa que existe cierta preocupación porque el proyecto no cumpla con los requerimientos de ingresos planeados.

Oportunidad de inversión Si la gerencia está decidida a invertir en determinada área, debe reducirse la TMAR con el propósito de estimular la inversión y la esperanza de recuperar los ingresos perdidos en otras áreas. Tal reacción común a la oportunidad de inversión puede crear gran confusión cuando las directrices para proponer una TMAR se aplican estrictamente. Entonces la flexibilidad cobra un papel muy importante.

Intervención gubernamental En función del estado de la economía, las relaciones internacionales y varios factores más, el gobierno federal (y tal vez los de niveles inferiores) puede dictar las fuerzas y dirección del libre mercado. Esto lo hace por medio del control de precios, subsidios, aranceles de importación y limitación de la disponibilidad. Las intervenciones del gobierno de corto y largo plazos se presentan de manera normal en diferentes áreas de la economía. Algunos ejemplos son las importaciones de acero, inversión de capital extranjero, importaciones de autos y exportaciones de productos agrícolas. Durante el tiempo que están vigentes las acciones del gobierno hay un fuerte efecto para aumentar o disminuir impuestos, precios, etc., lo que hace que la TMAR aumente o disminuya.

Estructura tributaria Si los impuestos corporativos aumentan (como resultado de mayores utilidades, ganancias de capital, impuestos locales, etc.), hay presión para incrementar la TMAR. La aplicación de un análisis después de impuestos ayuda a eliminar esta razón para que exista una TMAR fluctuante, en virtud de que los gastos que acompañan al negocio tenderán a reducir los impuestos y los costos después de impuestos.

Capital limitado Conforme el capital de deuda y el capital patrimonial se vuelven limitados, se incrementa la TMAR. Si la demanda de capital limitado excede la oferta, la TMAR llega a fijarse en un nivel aún más alto. El costo de oportunidad desempeña un papel importante en la determinación de la TMAR que se utiliza en realidad.

Tasas del mercado en otras corporaciones Si la TMAR aumenta en otras empresas, en especial en competidoras, una compañía puede alterar su TMAR, elevándola como respuesta. Dichas variaciones a menudo se basan en cambios en las tasas de interés sobre préstamos, los cuales tienen un impacto directo en el costo del capital.

Si los detalles del análisis después de impuestos carecen de interés pero los efectos de los impuestos sobre la renta son de importancia, la TMAR puede incrementarse incorporando una tasa de impuestos efectiva mediante la fórmula

$$\text{TMAR antes de impuestos} = \frac{\text{TMAR después de impuestos}}{1 - \text{tasa impositiva}} \qquad (10.1)$$

La tasa de impuestos efectiva o total, inclusive los impuestos federales, estatales y locales, es de 30 a 50% para la mayoría de las corporaciones. Si se requiere una tasa de rendimiento después de impuestos de 10% y la tasa efectiva de impuestos es de 35%, la TMAR para el análisis económico antes de impuestos es de $10\%/(1 - 0.35) = 15.4\%$.

EJEMPLO 10.1

Dos gemelos, Carl y Christy, se graduaron hace ya algunos años de la universidad. Desde su graduación, Carl, arquitecto, trabaja diseñando viviendas en Bulte Homes. Christy, ingeniera civil, labora con Butler Industries en el área de partes estructurales y análisis. Ambos residen en Richmond, Virginia. Inauguraron una red de comercio electrónico a través de la cual los constructores del área de Virginia pueden adquirir sus planos de viviendas y materiales de construcción a precios mucho más bajos. Carl y Christy desean ampliarse y convertirse en una corporación regional de comercio electrónico. Fueron al Banco de América (BA) en Richmond con la finalidad de obtener un préstamo para desarrollo de negocios. Identifique algunos factores que pueden provocar que la tasa del préstamo varíe cuando el BA entregue el préstamo. Asimismo, señale el impacto sobre la TMAR establecida en el momento en que Carl y Christy tomen las decisiones económicas para sus negocios.

Solución

En todos los casos, la dirección de la tasa de préstamo y la TMAR serán las mismas. De acuerdo con los seis factores antes señalados, algunas cuestiones relativas a la tasa del préstamo son las siguientes:

Riesgo del proyecto: La tasa del préstamo puede incrementarse si se deprime la construcción de viviendas, lo cual disminuye la necesidad de conectarse con el comercio electrónico.

Oportunidad de inversión: La tasa puede incrementarse si otras empresas que ofrecen servicios similares ya solicitaron un préstamo en otras sucursales del BA de la región o de otras partes del país.

Intervención gubernamental: La tasa del préstamo puede disminuir si el gobierno federal ha ofrecido recientemente dinero de la Reserva Federal para préstamos a tasas bajas a los bancos. La intervención podría estar diseñada para impulsar el sector de la vivienda popular en un esfuerzo de superar una baja significativa en la construcción de nuevas viviendas.

Impuestos: Si el estado eliminó recientemente los materiales para la construcción de viviendas de la lista de artículos sujetos a impuestos por ventas, la tasa podría bajar ligeramente.

Limitaciones de capital: Suponga que el equipo de cómputo y los derechos de software que poseen Carl y Christy se hayan comprado con sus propios recursos y que no hay préstamos pendientes. Si no hay capital patrimonial adicional para llevar a cabo esta expansión, debe reducirse la tasa del préstamo (capital de deuda).

Tasas de préstamos de mercado: La sucursal local del BA quizás obtenga el dinero para sus préstamos de desarrollo de un gran consorcio nacional. Si aumentaron las tasas de préstamos de mercado para esta sucursal del BA, tal vez se incremente la tasa para este préstamo como consecuencia de que el dinero escasee cada vez más.

10.2 Mezcla deuda-capital patrimonial y costo promedio ponderado del capital ●●●

La **mezcla deuda-capital patrimonial (D-C)** identifica los porcentajes de deuda y financiamiento de capital patrimonial para una corporación. En una compañía con una mezcla de deuda-capital patrimonial de 40-60, 40% de su capital proviene de fuentes de capital de deuda (bonos, préstamos e hipotecas) y 60%

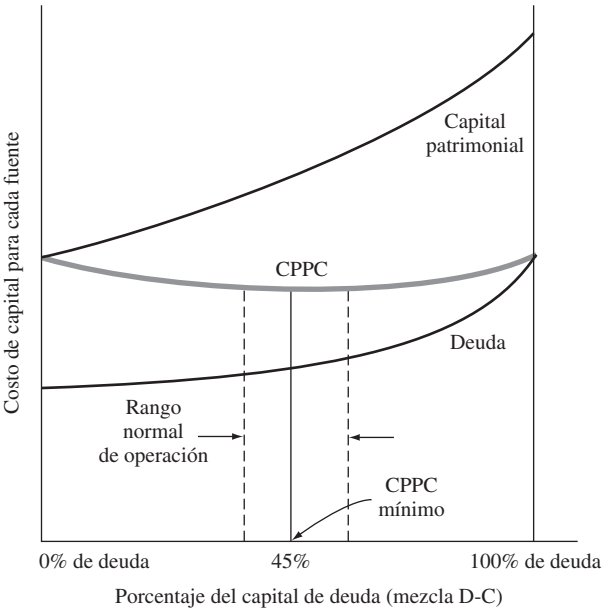


Figura 10-2
Forma general de las diferentes curvas del costo de capital.

de fuentes patrimoniales (acciones y utilidades retenidas). La mayoría de los proyectos se financian con una combinación de capital de deuda y patrimonial, que se hace disponible específicamente para el proyecto o se obtiene de los *fondos de capital* de una corporación. El **costo promedio ponderado de capital (CPPC)** de los fondos se calcula mediante las fracciones relativas, a partir de fuentes de deuda y capital propio. Si se conocen con exactitud, tales fracciones se utilizan para calcular el CPPC; de otra manera, las fracciones históricas para cada fuente se usan en la relación:

$$\begin{aligned}\text{CPPC} = {} & (\text{fracción del capital patrimonial})(\text{costo del capital patrimonial}) \\ & + (\text{fracción del capital de deuda})(\text{costo del capital de deuda})\end{aligned} \tag{10.2}$$

Los dos términos de *costo* se expresan como porcentajes de tasas de interés.

En virtud de que prácticamente todas las corporaciones cuentan con una mezcla de fuentes de capital, el CPPC es un valor intermedio de los costos de capital de deuda y patrimonial. Si se conoce la fracción de cada tipo de financiamiento patrimonial —acciones comunes, acciones preferentes y utilidades retenidas— se amplía la ecuación (10.2).

$$\begin{aligned}\text{CPPC} = {} & (\text{fracción de acciones comunes})(\text{costo de capital de acciones comunes}) \\ & + (\text{fracción de acciones preferenciales})(\text{costo de capital de acciones preferenciales}) \\ & + (\text{fracción de utilidades retenidas})(\text{costo de capital de utilidades retenidas}) \\ & + (\text{fracción de deuda})(\text{costo de capital de deuda})\end{aligned} \tag{10.3}$$

La figura 10-2 indica la forma usual de las curvas de costo de capital. Si 100% del capital se obtiene de fuentes patrimoniales o de deuda, el CPPC iguala el costo del capital de dicha fuente de fondos. Prácticamente siempre hay una mezcla de fuentes de capital implícita en todo programa de capitalización. Como ilustración, la figura 10-2 indica un CPPC mínimo de cerca de 45% de capital de deuda. La mayoría de las empresas opera en un intervalo de mezclas D-C. Por ejemplo, para algunas compañías un intervalo de 30 a 50% de financiamiento de deuda puede ser aceptable para los acreedores, sin incrementos de riesgo o TMAR. Sin embargo, otra empresa puede considerarse riesgosa con apenas 20% de capital de deuda. Hacen falta conocimientos sobre la habilidad de la dirección, los proyectos actuales y la salud económica de la industria específica para determinar un intervalo razonable de operaciones de la mezcla D-C en una compañía específica.

EJEMPLO 10.2

Históricamente, Hong Kong importa diario más de 95% de sus verduras frescas. En un esfuerzo por desarrollar fuentes sustentables y renovables de legumbres, se está instalando una tecnología vertical comercial por medio de una sociedad pública y privada, con Valcent Products.[1] Con fines de ilustración, suponga que el valor presente del costo total del sistema es de $20 millones, con los siguientes costos y fuentes de financiamiento.

[1] "Valcent Announces Agreement to Supply Verticrop™ Vertical Farming Technology to Hong Kong's VF Innovations Ltd.", www.valcent.net, boletín de prensa del 16 de junio de 2010.

Préstamo comercial para financiar la deuda	$10 millones a 6.8% anual
Utilidades retenidas de corporaciones asociadas	$4 millones a 5.2% anual
Venta de acciones (comunes y preferentes)	$6 millones a 5.9% anual

Hay tres proyectos internacionales existentes de cultivos verticales, cuyos valores de capitalización y CPPC son los siguientes:

Proyecto 1:	\$5 millones con $CPPC_1 = 7.9\%$
Proyecto 2:	\$30 millones con $CPPC_2 = 10.2\%$
Proyecto 3:	\$7 millones con $CPPC_3 = 4.8\%$

Compare el CPPC del proyecto de Hong Kong (HK) con el CPPC de los proyectos existentes.

Solución

Para aplicar la ecuación (10.3) a este nuevo proyecto se necesita conocer la fracción de capital patrimonial (acciones y utilidades retenidas) y la del financiamiento con deuda: son 0.3 para las acciones (\$6 sobre \$20 millones), 0.2 de las utilidades retenidas y 0.5 para la deuda (\$10 de \$20 millones).

$$CPPC_{HK} = 0.3(5.9\%) + 0.2(5.2\%) + 0.5(6.8\%) = 6.210\%$$

Para ponderar correctamente los CPPC de los otros tres proyectos por tamaño, determine la fracción de cada uno sobre los \$42 millones del capital total: el proyecto 1 tiene \$5 millones / \$42 millones = 0.119; el proyecto 2 tiene 0.714, y el proyecto 3 tiene 0.167. El CPPC ponderado por tamaño de proyecto es $CPPC_W$.

$$CPPC_W = 0.119(7.9\%) + 0.714(10.2\%) + 0.167(4.8\%) = 9.025\%$$

El proyecto de Hong Kong tiene un costo de capital considerablemente menor que el promedio ponderado de otros proyectos, considerando todas las fuentes de financiamiento.

El valor del CPPC se calcula con valores antes o después de impuestos para el costo del capital. El método después de impuestos es el correcto, pues el financiamiento de deuda cuenta con una ventaja tributaria diferente, según analizaremos en la sección 10.3. Las aproximaciones del costo del capital después o antes de impuestos se realizan con una tasa de interés efectiva T_e en la ecuación

$$\textbf{Costo del capital de deuda después de impuestos} = \textbf{(costo antes de impuestos)}(1 - T_e) \quad \textbf{(10.4)}$$

La tasa de impuestos efectiva es una combinación de las tasas federal, estatal y local. Se redujeron a un solo número T_e para simplificar los cálculos. La ecuación (10.4) puede servir para aproximar el costo del capital de deuda por separado, o incorporado a la ecuación (10.2) para una tasa CPPC después de impuestos. El capítulo 17 trata en detalle el análisis económico de los impuestos y después de impuestos.

10.3 Determinación del costo del capital de deuda

El financiamiento de deuda incluye la obtención de créditos, sobre todo mediante bonos y préstamos. (En la sección 7.6 estudiamos los bonos.) En la mayoría de países industrializados, los pagos de intereses de bonos y de préstamos se deducen de impuestos como gasto corporativo. Esto reduce la base de ingresos gravables sobre la cual se calculan los impuestos, con el resultado final de que se pagan menos impuestos. Por tanto, el costo del capital de deuda se reduce como consecuencia de que hay un *ahorro en impuestos* anual igual al flujo de efectivo del gasto, multiplicado por la tasa de impuestos efectiva T_e. Este ahorro en impuestos se resta del flujo de efectivo del gasto del capital de deuda con el fin de calcular el costo del capital de deuda. En forma de ecuación,

$$\textbf{Ahorro en impuestos} = \textbf{(gastos) (tasa de impuestos efectiva)} = \textbf{gastos } (T_e) \quad \textbf{(10.5)}$$
$$\textbf{Flujo de efectivo neto} = \textbf{gastos} - \textbf{ahorro en impuestos} = \textbf{gastos } (1 - T_e) \quad \textbf{(10.6)}$$

Para determinar el costo del capital de deuda se formula una expresión basada en VP o VA de la serie de flujos netos de efectivo (FNE), donde i^* es la incógnita. Se calcula i^* a mano por ensayo y error, con

calculadora o con las funciones TASA o TIR en una hoja de cálculo. Éste es el costo porcentual del capital de deuda en el cálculo del CPPC de la ecuación (10.2).

EJEMPLO 10.3

AT&T generará $5 millones en capital de deuda con la emisión de cinco mil bonos de $1 000 con 8% anual a 10 años. Si la tasa de impuestos efectiva de la compañía es de 30% y los bonos se descuentan al 2%, calcule el costo de capital de deuda *a*) antes de impuestos y *b*) después de impuestos desde la perspectiva de la compañía. Obtenga las respuestas a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

a) Los dividendos del bono anual son de $1 000(0.08) = $80, y el precio de venta descontando 2% es de $980 ahora. Desde la perspectiva de la empresa, determine la i^* en la ecuación de VP

$$0 = 980 - 80(P/A, i^*,10) - 1\,000(P/F, i^*,10)$$
$$i^* = 8.3\%$$

El costo antes de impuestos del capital de deuda es $i^* = 8.3\%$, que es un poco mayor que la tasa de interés del bono de 8% como resultado del descuento de 2% en las ventas.

b) Con la posibilidad de reducir los impuestos mediante la deducción de los dividendos del bono, la ecuación (10.5) muestra un ahorro de impuestos de $80(0.3) = $24 anuales. El monto de intereses del bono en la ecuación del VP es ahora de $80 − 24 = $56. Se despeja i^* después de impuestos y el costo del capital de deuda se reduce a 5.87%.

Solución con hoja de cálculo

La figura 10-3 representa una hoja de cálculo para el análisis antes de impuestos (columna B) y después de impuestos (columna C), con la función TIR. El flujo neto de efectivo después de impuestos se calcula con la ecuación (10.6), donde $T_e = 0.3$.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Flujo de efectivo	Flujo de efectivo				
2	Año	antes de impuestos	después de impuestos				
3	0	980	980				
4	1	-80	-56				
5	2	-80	-56				
6	3	-80	-56				
7	4	-80	-56				
8	5	-80	-56				
9	6	-80	-56				
10	7	-80	-56				
11	8	-80	-56				
12	9	-80	-56				
13	10	-1,080	-1,056				
14	**Costo del capital de deuda**	**8.30%**	**5.87%**				
15							
16							
17							

Dividendo del bono antes de impuestos = −1 000*0.08

Dividendo del bono después de impuestos = (−1 000*0.08)*(1 − 0.3)

= TIR(C3:C13)

Figura 10-3
Empleo de la función TIR para determinar el costo de capital de deuda antes de impuestos y después de impuestos, ejemplo 10.3.

EJEMPLO 10.4

La compañía LST Trading comprará un activo por $20 000 con 10 años de vida. Los directores de la empresa decidieron pagar $10 000 con utilidades retenidas y obtener $10 000 en préstamo con una tasa de interés de 6%. El plan de pagos simplificado del préstamo consiste en $600 de intereses anuales y el pago del total del principal de $10 000 en el año 10. *a*) ¿Cuál es el costo después de impuestos del capital de deuda si la tasa de impuestos efectiva es de 42%? *b*) ¿Cómo se utilizan la tasa de interés y el costo del capital de deuda para calcular el CPPC?

Solución

a) El flujo neto de efectivo después de impuestos para los intereses sobre el préstamo de $10 000 es una cantidad anual de 600(1 − 0.42) = $348 de acuerdo con la ecuación (10.6). El pago del préstamo es de $10 000 el año 10. El VP se utiliza para calcular un costo de capital de deuda de 3.48%.

$$0 = 10\,000 - 348(P/A,i^*,10) - 10\,000(P/F,i^*,10)$$

b) El interés anual de 6% sobre el préstamo de $10 000 no es el CPPC porque ese 6% se paga sólo sobre los fondos obtenidos en préstamo. Tampoco el CPPC es de 3.48%, pues sólo representa el costo del capital de deuda. Se necesita el costo de los $10 000 de capital patrimonial para determinar el CPPC.

10.4 Determinación del costo del capital patrimonial (o social) y de la TMAR ●●●

El capital patrimonial suele obtenerse de las siguientes fuentes:

Venta de acciones preferentes

Venta de acciones comunes

Uso de utilidades retenidas

Uso de capital privado del propietario

El costo de cada tipo de financiamiento se calcula por separado y se incluye en el cálculo del CPPC. Aquí presentaremos un resumen de las formas más comunes de calcular el costo de cada fuente de capital. Existen otros métodos para determinar el costo del capital patrimonial mediante las acciones comunes. *No hay ahorro en impuestos por el capital patrimonial, pues los dividendos pagados a los accionistas no son deducibles de impuestos*.

La emisión de **acciones preferentes** conlleva el compromiso de pagar un dividendo anual. El costo del capital es el porcentaje establecido de los dividendos, por ejemplo, 10%, o el monto de los dividendos dividido entre el precio de la acción. Las acciones preferentes pueden venderse con un descuento para agilizar su venta, en cuyo caso los ingresos reales por venta de las acciones deben utilizarse como denominador. Por ejemplo, si una acción preferencial de dividendos de 10% con un valor de $200 se vende, con un descuento de 5%, a $190 por acción, hay un costo de capital patrimonial de ($20/$190) × 100% = 10.53%.

El cálculo del costo del capital patrimonial para las **acciones comunes** es más complicado. Los dividendos pagados no constituyen una verdadera indicación del costo real de la emisión de acciones en el futuro. Por lo común, se utiliza un avalúo de la acción común para calcular el costo. Si R_e es el costo del capital patrimonial (en forma decimal),

$$R_e = \frac{\text{dividendo del primer año}}{\text{precio de las acciones}} + \text{tasa de crecimiento esperada del dividendo}$$

$$= \frac{DV_1}{P} + g \qquad (10.7)$$

La tasa de crecimiento g es una estimación del incremento anual del rendimiento que reciben los inversionistas. En otras palabras, se trata de la tasa compuesta de crecimiento sobre los dividendos que la compañía considera necesaria para atraer a los accionistas. Por ejemplo, suponga que una corporación multinacional planea obtener capital por conducto de su filial en Estados Unidos para adquirir una nueva planta en Sudamérica mediante la venta de acciones comunes por $2 500 000 con un valor de $20 cada una. Si se tiene planeado un dividendo de 5% o de $1 para el primer año y se anticipa un alza de 4% anual para futuros dividendos, el costo del capital de esta emisión de acciones comunes a partir de la ecuación (10.7) es de 9%.

$$R_e = \frac{1}{20} + 0.04 = 0.09$$

Por lo general, el costo de las **utilidades retenidas** y los **fondos del propietario** del capital patrimonial es igual al costo de las acciones comunes, pues son los accionistas quienes obtendrán los rendimientos de los proyectos en que se invierten estos fondos.

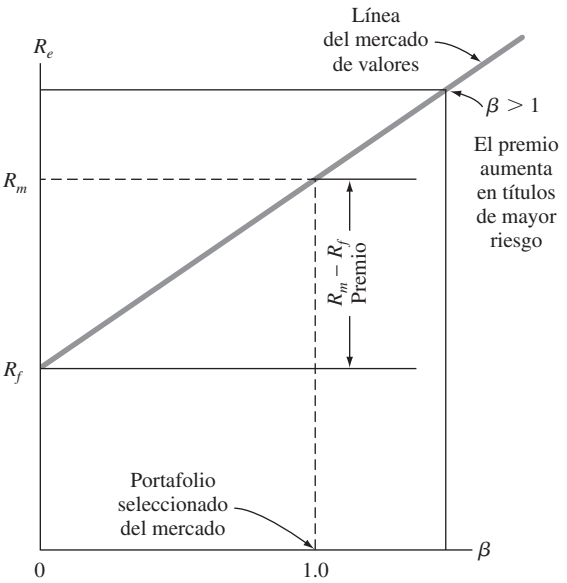


Figura 10-4
Rendimiento esperado de la emisión de acciones comunes, según el MPAC.

Una vez calculado el costo del capital de todas las fuentes patrimoniales planeadas, el CPPC se determina con la ecuación (10.3).

Un segundo método para calcular el costo del capital de acciones comunes es el **modelo de fijación de precios de activos de capital (MPAC)**. Debido a las fluctuaciones en los precios de las acciones y a los altos rendimientos que exigen algunas acciones de las corporaciones en comparación con otras, esta técnica de valuación se aplica con mucha frecuencia. El costo del capital patrimonial proveniente de acciones comunes R_e, con el MPAC, es

$$\begin{aligned} R_e &= \text{rendimiento sin riesgo} + \text{premio por arriba del rendimiento sin riesgo} \\ &= R_f + \beta(R_m - R_f) \end{aligned} \tag{10.8}$$

donde β = volatilidad de las acciones de una empresa respecto de otras acciones en el mercado (la norma es $\beta = 1.0$)
R_m = rendimiento sobre acciones en un portafolio de mercado medido con un índice preestablecido
R_f = rendimiento sobre una "inversión segura", que por lo general es la tasa de referencia de bonos del Tesoro de Estados Unidos

El término $(R_m - R_f)$ constituye el premio pagado sobre la tasa segura o sin riesgo. El coeficiente β indica la forma en que se espera que las acciones varíen en comparación con un portafolio elegido de acciones en la misma área general de mercado, por lo general el índice "500" de acciones de Standard and Poor. Si $\beta < 1.0$, las acciones son menos volátiles, así que el premio resultante puede ser menor; cuando $\beta > 1.0$, se esperan mayores movimientos de precios, así que se incrementa el premio.

La palabra **valores** permite identificar una acción, un bono o cualquier otro instrumento con que se desarrolle capital. Para entender mejor cómo funciona el MPAC, considere la figura 10-4. Ésta representa gráficamente la línea de los valores del mercado, la cual constituye un ajuste lineal mediante un análisis de regresión para indicar el rendimiento esperado con diferentes valores de β. Si $\beta = 0$, el rendimiento sin riesgo R_f es aceptable (sin premio). Conforme β se incrementa, crece la necesidad de un rendimiento con premio. Los valores de beta se publican periódicamente para la mayoría de las corporaciones emisoras de acciones. Una vez terminado, dicho costo estimado del capital patrimonial de acciones comunes se incorpora a los cálculos del CPPC de la ecuación (10.3).

EJEMPLO 10.5

El ingeniero de software de SafeSoft, corporación de servicios de la industria alimentaria, convenció al presidente de desarrollar una nueva tecnología de software para garantizar la seguridad de carnes y alimentos. Se prevé efectuar los procesos para preparar carnes con mayor seguridad y rapidez mediante este software de control automatizado. Una emisión de acciones comunes constituye una posibilidad de incrementar el capital si el costo del capital patrimonial se encuentra debajo de 9%. SafeSoft, que desde siempre ha tenido un valor beta de 1.09, aplica el MPAC para determinar el premio de sus acciones, en comparación con otras corporaciones de

software. La línea del mercado de valores indica que se busca un premio de 5% por encima de la tasa libre de riesgo. Si los bonos del Tesoro de Estados Unidos pagan 2%, calcule el costo del capital de acciones comunes.

Solución

El premio de 5% se representa por el término $R_m - R_f$ de la ecuación (10.8).

$$R_e = 2.0 + 1.09(5.0) = 7.45\%$$

Como este costo es menor que 9%, SafeSoft debe utilizar alguna mezcla de financiamiento con deuda y con capital propio para realizar este nuevo proyecto de inversión.

En teoría, un estudio de ingeniería económica realizado adecuadamente utiliza una TMAR igual al costo del capital destinado a las alternativas específicas en el estudio. Por supuesto, se desconoce tal detalle. En una combinación de capital de deuda y capital propio, el CPPC calculado fija el valor mínimo de la TMAR. El enfoque más razonable consiste en fijar la TMAR entre el costo del capital patrimonial y el CPPC de la corporación. Los riesgos inherentes a una alternativa deben analizarse por separado a partir de la determinación de la TMAR, como ya se señaló. Esto concuerda con la directriz que indica que la TMAR no debe incrementarse arbitrariamente, con el objetivo de tomar en cuenta los diferentes tipos de riesgos relacionados con las estimaciones de flujos de efectivo. Por desgracia, a menudo la TMAR se fija sobre el CPPC como resultado de que la gerencia no desea tomar en cuenta el riesgo de elevar la TMAR.

EJEMPLO 10.6

La División de Productos de Ingeniería de 4M Corporation tiene dos alternativas mutuamente excluyentes, A y B, con valores para la TR de $i_A^* = 9.2\%$ e $i_B^* = 5.9\%$. El escenario de financiamiento aún no se define, pero consistirá en alguno de los siguientes: plan 1, utilizar todos los fondos patrimoniales, que actualmente generan rendimientos de 8% para la empresa; plan 2, utilizar fondos provenientes de los fondos comunes del capital de la corporación, que representan 25% del capital de deuda, cuyo costo es de 14.5%, y el resto procedería de los mismos fondos patrimoniales antes mencionados. El costo del capital de deuda corriente es más alto porque la compañía no obtuvo todos sus ingresos programados sobre acciones comunes para los últimos dos trimestres, y los bancos elevaron la tasa de financiamiento a 4M. Tome una decisión de naturaleza económica sobre la base de la alternativa A frente a B de acuerdo con cada escenario de financiamiento. La TMAR se establece con el CPPC calculado.

Solución

El capital está disponible para una de las dos alternativas mutuamente excluyentes. En el plan 1, con 100% de capital propio, el financiamiento se conoce específicamente, así que el costo del capital patrimonial es la TMAR, es decir, 8%. Sólo la alternativa A es aceptable; la alternativa B no lo es, pues su tasa de rendimiento calculada de 5.9% no excede esta TMAR.

De acuerdo con el plan de financiamiento 2, con una mezcla D-C de 25-75,

$$\text{CPPC} = 0.25(14.5) + 0.75(8.0) = 9.625\%$$

Ahora ninguna alternativa es aceptable porque los dos valores de la TR son menores que la TMAR = CPPC = 9.625%. Debe elegirse la opción de no hacer nada, a menos que una de las alternativas tenga que elegirse forzosamente, en cuyo caso deben tomarse en cuenta los atributos no económicos.

10.5 Efecto de la mezcla deuda-capital patrimonial sobre el riesgo de inversión

En la sección 10.3 se presentó el concepto de mezcla D-C. Conforme se incrementa la proporción de capital de deuda, se reduce el costo del capital calculado, debido a las ventajas tributarias del capital de deuda.

El apalancamiento que ofrecen los mayores porcentajes de capital de deuda aumenta los riesgos de los proyectos que la empresa lleva a cabo. Cuando ya hay grandes deudas es más difícil justificar el financiamiento adicional mediante fuentes de deuda (o de capital propio), y la empresa se puede colocar en una situación donde posea partes cada vez más pequeñas de sí misma. Esto a veces recibe el nombre de **corporación altamente apalancada**.

La incapacidad de obtener capital de operaciones y de inversión implica una creciente dificultad para la compañía y sus proyectos. Por tanto, es importante que se dé un equilibrio razonable entre el financia-

miento con deuda y el patrimonial, que contribuya a la salud financiera de una corporación. El ejemplo 10.8 ilustra las desventajas de mezclas D-C desequilibradas.

EJEMPLO 10.7

Tres compañías fabricantes de autopartes tienen las siguientes cantidades de capital de deuda y patrimonial, y mezclas D-C. Suponga que todo el capital patrimonial se encuentra en la forma de acciones comunes.

	Monto del capital		
Empresa	Deuda (en millones de $)	Capital patrimonial (en millones de $)	Mezcla D-C (%-%)
A	10	40	20-80
B	20	20	50-50
C	40	10	80-20

Suponga que el ingreso anual es de $15 millones para cada una y que, después de considerar los intereses sobre la deuda, los ingresos netos son $14.4, $13.4 y $10.0 millones, respectivamente. Calcule el rendimiento sobre las acciones comunes de cada empresa y comente sobre el rendimiento relativo a las mezclas D-C.

Solución

Divida el ingreso neto entre el valor (patrimonial) de las acciones para calcular el rendimiento de las acciones comunes. En millones de dólares,

$$\text{Rendimiento}_A = \frac{14.4}{40} = 0.36 \quad (36\%)$$

$$\text{Rendimiento}_B = \frac{13.4}{20} = 0.67 \quad (67\%)$$

$$\text{Rendimiento}_C = \frac{10.0}{10} = 1.00 \quad (100\%)$$

Como se esperaba, el rendimiento es, hasta ahora, el mayor para la empresa C, muy apalancada, donde sólo 20% de dicha compañía está en manos de los propietarios. El rendimiento es excelente; no obstante, el riesgo asociado a la empresa es alto comparado con A, donde la mezcla D-C es de apenas 20% de deuda.

Los *altos porcentajes de financiamiento de deuda incrementan mucho el riesgo* de los acreedores y de los propietarios de acciones. La confianza de largo plazo en la corporación se reduce, sin importar cuán grande sea el rendimiento de corto plazo sobre las acciones.

El apalancamiento de grandes mezclas D-C no incrementa el rendimiento sobre el *capital patrimonial*, como se mostró en ejemplos anteriores; sin embargo, también puede obrar en contra de los propietarios e inversionistas. Una reducción en el valor de los activos afectará más negativamente una inversión con un alto apalancamiento de deuda comparada con otra con un apalancamiento menor. En el ejemplo 10.8 se ilustra esta cuestión.

EJEMPLO 10.8

Durante varios años, la industria aérea estadounidense ha tenido problemas financieros, en parte debido a los altos costos del combustible, pocos viajeros, problemas de seguridad, regulaciones del gobierno, envejecimiento de los aviones e insatisfacción del sindicato. En consecuencia, las mezclas D-C de las llamadas empresas tradicionales (American, United, Delta, etcétera) aumentaron su componente de deuda, que históricamente ha sido aceptable. Entre tanto, las mezclas D-C de las aerolíneas de bajo costo (Southwest y JetBlue, entre otras) han padecido, pero no en el mismo grado. En un esfuerzo por reducir costos, suponga que tres aerolíneas unen sus fuerzas para cooperar en una amplia variedad de servicios (manejo de equipaje, preparación de alimentos a bordo, servicios de boletos y desarrollo de software) mediante la formación de una nueva compañía llamada FullServe, Inc. Esto requiere que cada aerolínea aporte $5 mil millones.

La tabla 10-1 resume las mezclas D-C y la capitalización total del capital patrimonial de cada aerolínea *después* de que su participación de $5 mil millones se retire de los fondos patrimoniales disponibles. El porcentaje de $5 mil millones obtenidos como deuda de capital está en la misma proporción que la deuda en la mezcla

TABLA 10-1 Estadísticas del capital de deuda y patrimonial, ejemplo 10.8

Aerolínea	Mezcla D-C corporativa, %	Cantidad obtenida en préstamo, $ miles de millones	Capital patrimonial disponible, $ miles de millones
National	30-70	1.50	5.0
Global	65-35	3.25	3.7
PanAm	91-9	4.55	6.7

D-C de la compañía. Por ejemplo, National tenía 30% de su capitalización en capital de deuda; por tanto, 30% de los $5 mil millones eran prestados y 70% provino del fondo patrimonial de National.

Por desgracia, muy pronto quedó claro que la colaboración de las tres empresas era un fracaso absoluto, se disolvió FullServe y sus activos se repartieron o vendieron por un total de $3.0 mil millones, lo que representa sólo 20% de su valor original. Se devolvió a cada aerolínea un total de $1.0 mil millones en capital propio. Los bancos comerciales que hicieron los préstamos originales pidieron a las aerolíneas que pagaran el total prestado ahora, pues FullServe se había disuelto y no se obtendría ninguna utilidad del negocio. Con la suposición de que el monto del préstamo y el capital propio son los que aparecen en la tabla 10-1, determine la situación de cada aerolínea respecto del capital propio después de pagar el préstamo de sus fondos patrimoniales. Asimismo, describa el impacto en cada empresa como resultado de este arriesgado y caro negocio que fracasó.

Solución

Determine el nivel del capital propio después de la desaparición de FullServe con la siguiente relación, en miles de millones de $.

$$\text{Capital propio} = \text{nivel antes de FullServe} + \text{capital devuelto} - \text{pago del préstamo}$$

National: $\text{Capital propio} = 5.0 + 1.0 - 1.50 = \$4.50$

Global: $\text{Capital propio} = 3.7 + 1.0 - 3.25 = \$1.45$

PanAm: $\text{Capital propio} = 6.7 + 1.0 - 4.55 = \$3.15$

Al comparar los niveles de capital propio (tabla 10-1) con los niveles calculados, se detecta que el negocio con FullServe *redujo el capital propio* 10% para National, 60% para Global y 53% para PanAm. National fue la que resultó menos afectada por el capital de deuda para financiar FullServe, en gran parte debido a su baja mezcla D-C de 30 a 70%. Sin embargo, Global y PanAm quedaron mucho peor en lo financiero, y ahora deben mantener el negocio con un nivel significativamente menor de propiedad y con poca capacidad para obtener capital en el futuro, de deuda o propio.

Los mismos principios estudiados aquí para las corporaciones son aplicables a los individuos. Una persona muy apalancada tiene deudas grandes en términos de saldos de tarjetas de crédito, préstamos personales e hipotecas inmobiliarias. A manera de ejemplo, suponga que dos ingenieros tienen una cantidad neta de $40 000 después de deducir de su salario anual todos los impuestos sobre la renta, cuotas de seguridad social y pólizas de seguro. Además, suponga que el costo de la deuda (dinero recibido en préstamo de tarjetas de crédito y otros préstamos) es en promedio de 15% por año, y que el capital principal actual de la deuda se paga en cantidades iguales durante 20 años. Si Jamal tiene una deuda total de $25 000 y Barry debe $100 000, el monto restante del pago que les queda puede calcularse como sigue:

		Cantidad pagada, $ anual		
Persona	Deuda total, $	Costo de la deuda con 15%, $	Pago de la deuda, $	Cantidad restante de los $40 000, $
Jamal	25 000	3 750	1 250	35 000
Barry	100 000	15 000	5 000	20 000

Jamal dispone de 87.5% de su base, y Barry, sólo de 50%.

10.6 Análisis de atributos múltiples. Identificación e importancia de cada atributo ●●●

En el capítulo 1 se describieron el papel y alcance de la ingeniería económica en la toma de decisiones. El proceso de toma de decisiones explicado en dicho capítulo (figura 1-1) incluía los siete pasos listados en la parte derecha de la figura 10-5. El paso 4 consiste en identificar el atributo o los múltiples atributos sobre los que se basan los criterios de selección. En todas las evaluaciones anteriores del libro sólo se ha identificado un atributo —el económico— para elegir la mejor alternativa. El criterio ha sido la maximización del valor equivalente de VP, VA, TR, la razón B/C o la de RCE para proyectos de servicio. Como sabemos, la mayoría de las evaluaciones toman o deben tomar en cuenta múltiples atributos en la toma de decisiones. Éstos son los factores clasificados como no económicos en la etapa 5 de la figura 1-1. Sin embargo, estas dimensiones no económicas tienden a ser intangibles y a menudo difíciles, si no imposibles, de cuantificar directamente con escalas económicas o de otra naturaleza. No obstante, entre los diversos atributos que pueden identificarse, hay algunos fundamentales que deben considerarse en serio antes de concluir el proceso de elección de alternativas. Esta sección y la siguiente describen algunas técnicas que aceptan atributos múltiples en un estudio de ingeniería económica.

Los atributos múltiples entran en el proceso de toma de decisiones en diversos estudios. Los proyectos del sector público constituyen excelentes ejemplos en la resolución de problemas de atributos múltiples. Por ejemplo, la propuesta de construir un dique para formar un lago en un área baja o de ampliar la cuenca de recepción de un río por lo general tiene varios propósitos, como control de inundaciones, obtención de agua potable, usos industriales, desarrollo comercial, recreación, conservación de la naturaleza en beneficio de peces, plantas y aves, y, quizá, otros objetivos menos evidentes. En el proceso de selección, los atributos múltiples presentan niveles altos de complejidad considerados importantes en la elección de una opción para la ubicación, el diseño, las repercusiones en el ambiente, etcétera.

La columna izquierda de la figura 10-5 amplía los pasos 4 y 5 para incluir atributos múltiples. La discusión que sigue se enfoca en el paso 4 ampliado, y la siguiente sección se concentra en la medida de evaluación y la elección de alternativas del paso 5.

4-1 Identificación de atributos Los atributos que se consideran en la metodología de evaluación se identifican y definen de acuerdo con varios métodos, algunos mucho mejores que otros según la situación del estudio. Es importante la búsqueda de opiniones de otros individuos además de los analistas, pues permite centrar el estudio en atributos clave. La siguiente es una lista incompleta de maneras de identificar los atributos clave.

- Comparación con estudios similares que incluyen atributos múltiples
- Opiniones de expertos que cuenten con una experiencia importante
- Entrevistas con las personas (clientes, empleados, gerentes) a quienes afectan las alternativas
- Pequeños grupos de discusión que apliquen estrategias como grupos de enfoque, lluvia de ideas o técnica de grupos nominales
- Método Delphi, procedimiento progresivo para generar un consenso razonable desde perspectivas y opiniones diversas

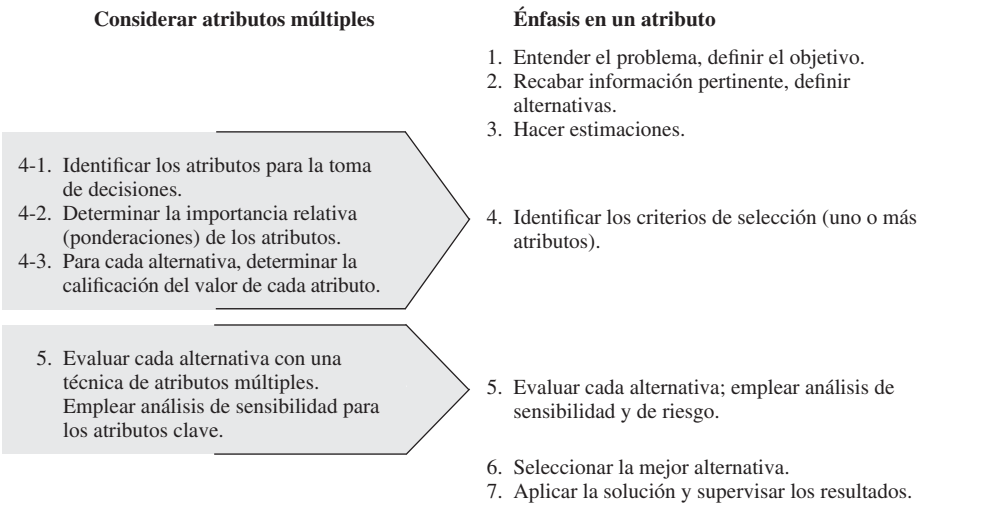


Figura 10-5
Expansión del proceso de toma de decisiones para incluir atributos múltiples.

Como ejemplo, suponga que Delta Airlines decidió comprar cinco nuevos Boeing 787 para vuelos de largo alcance, sobre todo entre la costa occidental estadounidense y las ciudades asiáticas, en especial Hong Kong, Tokio y Singapur. Existen más o menos 8 000 opciones para cada avión, entre las que el personal de ingeniería, compras, mantenimiento y mercadotecnia de Delta debe decidir antes de remitir la orden a Boeing. *El alcance* de las opciones va desde el material y color de los interiores del avión hasta los mecanismos de enganche del carenado de los aviones; y *la función* va desde el máximo empuje de la máquina hasta el diseño de los instrumentos del piloto. Un estudio de ingeniería económica basado en el VA equivalente de los ingresos estimados del pasajero por viaje determinó que 150 de estas opciones ofrecen claras ventajas. Sin embargo, es necesario considerar otros atributos no económicos antes de especificar otras opciones más costosas. Se llevó a cabo un estudio Delphi donde se tomó en cuenta la opinión de 25 individuos. Al mismo tiempo, el personal de Delta tuvo conocimiento de las opciones de una orden reciente referente a otra aerolínea no identificada. De estos dos estudios se determinó que hay 10 atributos clave para la selección de opciones. Cuatro de los atributos más importantes son

- *Tiempo de reparación:* tiempo promedio para reparar o reemplazar (TPRR) en caso de que la opción sea o afecte un componente crítico de vuelo.
- *Seguridad:* tiempo promedio de falla (TPDF) de componentes críticos de vuelo.
- *Económico:* ingreso adicional estimado por la opción. (Fundamentalmente, éste es el atributo evaluado por el estudio económico realizado.)
- *Necesidades de la tripulación:* cierta medida de la necesidad y/o beneficios de la opción según la juzgan los representantes de la tripulación (pilotos y asistentes de vuelo).

El atributo económico del ingreso adicional puede considerarse una medida indirecta de satisfacción de las necesidades del cliente, es decir, una medida más cuantitativa que los resultados del sondeo de opinión/satisfacción del cliente. Por supuesto, existen muchos otros atributos que pueden utilizarse y, de hecho, se utilizan. No obstante, la cuestión radica en que el estudio económico puede orientarse directamente hacia uno o unos cuantos atributos clave, vitales para la toma de decisiones sobre alternativas.

Un atributo que individuos y grupos identifican por rutina es el **riesgo**.

El *riesgo* es la posible **variación** de un parámetro respecto de un valor esperado, deseado o pronosticado en detrimento del objetivo (u objetivos) del producto, proceso o sistema. Representa la ausencia o desviación de la certidumbre. El riesgo está presente cuando hay dos o más valores observables de un parámetro, y es posible suponer o estimar la **posibilidad** de que ocurra cada uno de ellos.

Riesgo

En realidad, el riesgo no es un atributo aislado porque de alguna manera forma parte de todo atributo. Las cuestiones referentes a la variación, cálculos probabilísticos, etc., en el proceso de toma de decisiones se analizarán en los capítulos 18 y 19. El análisis de sensibilidad formalizado, los valores esperados, la simulación y los árboles de decisión son algunas técnicas útiles en el manejo del riesgo.

4-2 Importancia (ponderaciones) de los atributos La determinación del **grado de importancia** de cada atributo i da como resultado una ponderación W_i que se incorpora a la medida final de la evaluación. La ponderación, un número entre 0 y 1, se basa en la opinión experimentada de un individuo o grupo de personas familiarizadas con los atributos, y quizá con las alternativas. Si se utiliza un grupo para determinar las ponderaciones, debe haber consenso entre los miembros respecto de cada una. De otra forma, debe aplicarse alguna técnica para obtener un valor de la ponderación de cada atributo.

La tabla 10-2 es una disposición tabular de atributos y alternativas para evaluar atributos múltiples. Las ponderaciones W_i de cada atributo se introducen a la izquierda. El resto de la tabla se analizará conforme avancemos por los pasos 4 y 5 del proceso ampliado de toma de decisiones.

Las ponderaciones de los atributos por lo general se normalizan de manera que su suma a lo largo de todas las alternativas sea igual a 1.0. Dicha normalización implica dividir la puntuación de importancia de cada atributo entre la suma S de todos los atributos. Expresadas en forma de ecuación, estas dos propiedades de las ponderaciones para el atributo i ($i = 1, 2, ..., m$) son

$$\text{Ponderaciones normalizadas: } \sum_{i=1}^{m} W_i = 1.0 \tag{10.9}$$

$$\textbf{Cálculo de cada ponderación: } W_i = \frac{\textbf{calificación de la importancia}_i}{\sum_{i=1}^{m} \textbf{calificaciones de la importancia}_i} = \frac{\textbf{calificación de la importancia}_i}{S} \tag{10.10}$$

TABLA 10-2 Disposición tabular de atributos y alternativas para evaluar atributos múltiples

		Alternativas				
Atributos	**Ponderaciones**	**1**	**2**	**3**	**. . .**	***n***
1	W_1					
2	W_2					
3	W_3			Valores nominales V_{ij}		
⋮	⋮					
m	W_m					

De los diversos procedimientos para asignar ponderaciones a un atributo, un analista tal vez confíe en alguno relativamente sencillo, como ponderación uniforme, ordenación por rangos u ordenación por rangos ponderados. Otra técnica es la comparación por pares. A continuación se explica brevemente cada uno.

Ponderación uniforme Se asigna a todos los atributos más o menos la **misma importancia**, o no hay razones para distinguir el atributo de mayor importancia del atributo de menor importancia. Éste es el enfoque de entrada. Cada ponderación de la tabla 10-2 será de $1/m$, de acuerdo con la ecuación (10.10). Por otra parte, la normalización puede evitarse, en cuyo caso cada ponderación es igual a 1 y la suma es m. En este caso, la medida de la evaluación final de una alternativa es la suma de todos los atributos.

Ordenación por rangos Los m atributos se ubican (jerarquizan) en orden de importancia creciente, y se asigna una puntuación de 1 al de menor importancia y de m al más importante. De acuerdo con la ecuación (10.10), las ponderaciones se rigen por el patrón $1/S$, $2/S$, …, m/S. Con este método, la diferencia de ponderaciones entre atributos de **importancia creciente es constante**.

Ordenación por rangos ponderados Los m atributos se colocan de nuevo en orden de importancia creciente. No obstante, ahora es posible **diferenciar entre atributos**. Al atributo más importante se le asigna una puntuación, normalmente de 100, y a los demás se les asigna una puntuación respecto de aquélla entre 100 y 0. Luego se denota la puntuación de cada atributo con s_i, y la ecuación (10.10) adquiere la forma

$$W_i = \frac{s_i}{\sum_{i=1}^{m} s_i} \tag{10.11}$$

Es un método muy práctico de determinar ponderaciones, pues uno o más atributos llegan a ponderarse marcadamente si su importancia es significativamente mayor que la de los demás; así, la ecuación (10.11) normaliza automáticamente las ponderaciones. Por ejemplo, suponga que los cuatro atributos clave en el ejemplo anterior de la compra de aviones se ordenan de la siguiente manera: seguridad, tiempo de reparación, necesidades de la tripulación y factor económico. Si el tiempo de reparación tiene apenas la mitad de importancia que la seguridad y los dos últimos atributos tienen la mitad de importancia del tiempo de reparación, las puntuaciones y ponderaciones son los siguientes:

Atributo	Puntuación	Ponderaciones
Seguridad	100	100/200 = 0.50
Tiempo de reparación	50	50/200 = 0.25
Necesidades de la tripulación	25	25/200 = 0.125
Económico	25	25/200 = 0.125
Suma de puntuaciones y ponderaciones	200	1.000

Comparación por pares Cada atributo se compara con cada uno de los demás, por parejas, con una escala de calificación que indica la importancia de un atributo respecto del otro. Suponga que hay tres

TABLA 10-3 Comparación por pares de tres atributos con objeto de determinar sus ponderaciones

Atributo *i*	1 = Costo	2 = Construcción	3 = Ambiente
Costo	—	0	1
Construcción	2	—	1
Ambiente	1	1	—
Suma de calificaciones	3	1	2
Ponderación W_i	0.500	0.167	0.333

criterios (atributos) en los que se basa la decisión referente a un proyecto de obras públicas: *costo*, *construcción* e *impacto ambiental*. La escala de comparación de la importancia se define como sigue:

0 si el atributo es *menos importante* que aquel con que se compara
1 si el atributo tiene *la misma importancia* que aquel con que se compara
2 si el atributo es *más importante* que aquel con que se compara

Se elabora una tabla con la lista de los atributos de arriba abajo y de izquierda a derecha, y se comparan los atributos de la columna con los que están en la fila. La tabla 10-3 presenta la comparación con las calificaciones de la importancia. La flecha a la derecha de la tabla indica la dirección de la comparación, es decir, el atributo de la columna con el de la fila. Por ejemplo, el costo se considera más importante que la construcción, por lo que se le asigna una calificación de 2. El complemento de la calificación, 0, se coloca en la comparación inversa de la construcción con el costo. Las ponderaciones se determinan con la normalización de las calificaciones por medio de la ecuación (10.11), donde la suma de cada columna es s_i. Para el primer atributo, el costo $i = 1$.

$$s_1 = 3$$
$$\sum s_i = 3 + 1 + 2 = 6$$
$$\text{Ponderación del costo } W_1 = 3/6 = 0.500$$

De igual manera, las demás ponderaciones son: $W_2 = 1/6 = 0.167$ y $W_3 = 2/6 = 0.333$.

Hay otras técnicas para ponderar atributos, en especial para procesos grupales, como las funciones de utilidad y el procedimiento Dunn-Rankin. Éstas pueden ser muy complicadas, pero ofrecen una ventaja que los métodos simples no ofrecen al analista: *consistencia de rangos y puntuaciones* entre atributos y entre individuos. Si dicha consistencia es importante porque hay varias personas con opiniones diversas a cargo de las decisiones sobre la importancia de los atributos de un estudio, tal vez se necesite una técnica más compleja. Hay abundante bibliografía sobre el tema.

4-3 Valoración de cada alternativa por atributo Es el paso final antes de calcular la medida de evaluación. A cada alternativa *j* se le asigna un valor de jerarquización V_{ij} por cada atributo *i*. Son las entradas de las celdas en la tabla 10-2. Las evaluaciones son valoraciones de quienes toman las decisiones conforme se considera cada atributo.

La escala de los valores de jerarquización varía según lo que resulte más fácil de entender para quienes llevan a cabo la valoración. Se puede utilizar una escala de 0 a 100 para la puntuación relativa a la importancia de los atributos. Sin embargo, la escala más popular es una escala de 4 o 5 gradaciones, relacionadas con la capacidad percibida de una alternativa para ejecutar el intento del atributo, la cual recibe el nombre de *escala de Likert*, e incluye descripciones de las gradaciones (por ejemplo, muy deficiente, deficiente, bueno, muy bueno), o números asignados entre 0 y 10, o −1 o +1, o −2 y +2. Las dos últimas escalas provocan un efecto negativo en la medida de evaluación de alternativas poco atractivas. Un ejemplo de escala numérica de 0 a 10 es el siguiente:

Si se evalúa la alternativa como	Se le asigna una jerarquización entre los números
Muy deficiente	0-2
Deficiente	3-5
Buena	6-8
Muy buena	9-10

Es preferible contar con una escala de Likert con cuatro grados (un número par) con la finalidad de no sobrevalorar la tendencia central de una opción "justa".

TABLA 10-4 Esquema completo de cuatro atributos y tres alternativas para evaluar atributos múltiples

		Alternativas		
Atributos	**Ponderaciones**	**1**	**2**	**3**
Seguridad	0.50	6	4	8
Reparación	0.25	9	3	1
Necesidades de la tripulación	0.125	5	6	6
Económico	0.125	5	9	7

Si ahora se amplía el ejemplo de la compra del avión para incluir el valor de jerarquización, las celdas se llenan con las evaluaciones asignadas por quien tome las decisiones. La tabla 10-4 incluye evaluaciones de ejemplo V_{ij} y las ponderaciones W_i antes determinadas. Al principio habrá una tabla de esta clase para cada encargado de decidir. Antes de calcular la medida de evaluación final R_j es posible combinar las evaluaciones de alguna manera, o calcular otra R_j con cada una de las evaluaciones del responsable de las decisiones. A continuación se analiza dicha medida de evaluación.

10.7 Medida de evaluación para atributos múltiples

La necesidad de una medida de evaluación que incluya atributos múltiples se indica en el paso 5 de la figura 10-5. La medida puede ser una que trate de retener todas las puntuaciones, valores y complejidad de las evaluaciones previas de varios encargados de las decisiones, o reducir sus entradas a una medición única. En esta sección se introduce una medida única de amplia aceptación.

Una **medición única** de manera efectiva combina los diferentes aspectos cuantificados con las ponderaciones de la importancia de los atributos W_i y las puntuaciones alternas del valor V_{ij}. La medida resultante de la evaluación es una fórmula que calcula una medición agregada que se usa en la selección entre dos o más alternativas. El enfoque de este proceso se denomina *método de clasificación y calificación*.

Este proceso de reducción elimina en gran parte la complejidad de equilibrar los diferentes atributos; sin embargo, también elimina mucha información útil capturada en el proceso de jerarquización de atributos por orden de importancia, y de calificación de la ejecución de cada alternativa frente a cada atributo.

Hay medidas aditivas, multiplicativas y exponenciales, pero hasta ahora la que más se aplica tiene que ver con el modelo aditivo. El modelo aditivo más común es el **método de atributo ponderado**, también llamado **técnica de ponderación aditiva**. La medida de evaluación, simbolizada con R_j para cada opción j, se define como

$$R_j = \text{suma de (ponderaciones} \times \text{puntuación del valor)}$$
$$= \sum_{i=1}^{m} W_i \times V_{ij} \qquad (10.12)$$

Los números W_i son las ponderaciones de importancia del atributo, y V_{ij} es la evaluación del valor del atributo i de cada alternativa j. Si los atributos tienen la misma ponderación (también llamados *no ponderados*), $W_i = 1/m$, según se determina de acuerdo con la ecuación (10.10). Lo anterior significa que W_i puede sacarse de la sumatoria en la fórmula de R_j. (Si se utiliza una ponderación igual de $W_i = 1.0$ para todos los atributos, en lugar de $1/m$, el valor R_j es sencillamente la suma de todas las puntuaciones de la opción.)

La directriz de elección es la siguiente:

Selección de alternativas ME

Se elige la alternativa con **mayor valor R_j**. Esta medida supone que las ponderaciones crecientes W_i implican atributos de mayor importancia, y que las puntuaciones crecientes V_{ij} indican el mejor desempeño de una opción.

Se aplica un análisis de sensibilidad a cualquier puntuación, ponderación y valor de evaluación con el objetivo de determinar la sensibilidad de la decisión a éste. En el capítulo 18 se incluye un estudio de caso de análisis de sensibilidad para atributos múltiples.

EJEMPLO 10.9

La isla de Niue en el Pacífico Sur (www.niueisland.com) solicitó propuestas (SDP)[1] para un astillero nuevo o remodelado, pues moderniza la infraestructura de sus servicios portuarios. La hoja de cálculo de la figura 10-6 muestra en las dos columnas de la izquierda los atributos y ponderaciones normalizadas W_i publicados en la SDP para seleccionar una propuesta. Se recibieron cuatro propuestas aceptables. Las siguientes cuatro columnas (C a F) incluyen puntuaciones del valor entre 0 y 100 desarrolladas por un grupo de encargados de decisiones cuando evaluaron los detalles de cada propuesta contra cada atributo. Por ejemplo, la propuesta 2 recibió una puntuación perfecta de 100 en cuanto al tiempo de entrega, pero los costos de la vida útil se consideraron demasiado altos (puntuación de 20) y el precio se consideró relativamente elevado (puntuación de 55). Con estas ponderaciones y puntuaciones determine cuál propuesta aprobar en primer lugar.

Solución

Suponga que es apropiado un modelo de ponderación aditivo, y aplique el método de los atributos ponderados. La ecuación (10.12) determina la medición R_j de las cuatro alternativas. Como ilustración se presentan los detalles de la propuesta 3,

$$\begin{aligned} R_3 &= 0.30(95) + 0.20(60) + 0.05(90) + 0.35(85) + 0.10(100) \\ &= 28.5 + 12.0 + 4.5 + 29.8 + 10.0 \\ &= 84.8 \end{aligned}$$

Los cuatro totales de la figura 10-6 (columnas G a J, fila 8) indican que la propuesta 3 es la mejor elección global para los atributos y ponderaciones publicados en la SDP.

Comentario

En una evaluación de atributos múltiples realizada con este método puede incorporarse cualquier medición económica. Es posible incluir todas las medidas de valor —VP, VA, TR, B/C y C/E—; sin embargo, su efecto en la selección final variará en relación con la importancia dada a los atributos no económicos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Puntuación del valor V_{ij} (de 0 a 100)				Medición de la evaluación R_j			
2	Atributo i	Ponderación normalizada, W_i	Propuesta 1	Propuesta 2	Propuesta 3	Propuesta 4	Propuesta 1	Propuesta 2	Propuesta 3	Propuesta 4
3	Construcción*	0.30	95	60	95	95	28.5	18.0	28.5	28.5
4	Tiempo de entrega	0.20	60	100	60	60	12.0	20.0	12.0	12.0
5	Forma de contrato**	0.05	100	80	90	100	5.0	4.0	4.5	5.0
6	Precio	0.35	20	55	85	65	7.0	19.3	29.8	22.8
7	Costos de la vida útil	0.10	100	20	100	100	10.0	2.0	10.0	10.0
8	Total	1.00					62.5	63.3	84.8	78.3
9										
10	*Incluye habilidades y experiencia del diseñador y constructor, proyectos anteriores y referencias.									
11	** Incluye garantías y programa de pagos con base en revisiones.									

Figura 10-6
Atributos, ponderaciones, puntuaciones y medidas de la evaluación de las propuestas del astillero en Niue, ejemplo 10.9.

[1] Con permiso del gobierno de Niue, Departamento de Infraestructura, "Request for Proposal: Supply of Workboat", publicado el 30 de marzo de 2010, www.gov.nu/Documents/workboattender3022.pdf.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La tasa de interés a la que se establece la TMAR depende básicamente del costo del capital y de la mezcla entre financiamiento de deuda y de capital patrimonial. En la TMAR influye mucho el costo *promedio ponderado* del capital (CPPC). El riesgo, los rendimientos y otros factores pueden tomarse en cuenta después de concluir el análisis VA, VP o TR, y antes de elegir la alternativa final. Una mezcla elevada de deuda y capital patrimonial significa que aumenta mucho el riesgo de un proyecto y dificulta que una corporación obtenga un financiamiento con deuda.

Si los atributos múltiples, que incluyen más dimensiones económicas que las de un estudio, van a tomarse en cuenta al decidir respecto de una alternativa, primero deben identificarse los atributos y se debe evaluar su respectiva importancia. Luego debe asignarse una puntuación de evaluación a cada alternativa por cada atributo. La medida de la evaluación se determina mediante un modelo como el método de atributos ponderados, donde la medida se calcula mediante la ecuación (10.12). El máximo valor indica la mejor alternativa.

PROBLEMAS

Trabajar con la TMAR

10.1 Liste al menos tres factores que afecten la TMAR y exponga la forma en que lo hace cada uno.

10.2 Diga si cada uno de los siguientes enunciados implica financiamiento con deuda o con capital patrimonial.
a) $10 000 tomados de la cuenta de ahorros de un socio para pagar reparaciones de equipo
b) Emisión de acciones preferentes con un valor de $1.3 millones
c) Préstamo de corto plazo de $75 000 de un banco local
d) Emisión de bonos a 20 años con valor de $3 millones
e) Recuperación por parte de Del Engineering de $8 millones de sus propias acciones con fondos propios

10.3 La empresa Helical Products, Inc., usa una TMAR de 12% anual después de impuestos. Si tiene una tasa efectiva de impuestos (federales, estatales y locales) de 40%, determine la TMAR antes de impuestos de la empresa.

10.4 El propietario de una pequeña empresa de construcción de ductos trata de determinar cuánto debe pedir en su intento de ganar su primer contrato "grande". Estima que su costo para realizar el proyecto será de $7.2 millones. Él quiere solicitar una cantidad que le dé una tasa de rendimiento después de impuestos de 15% anual si gana el trabajo, pero no sabe qué cantidad postular antes de impuestos. Él afirma que su tasa de impuestos efectiva estatal es de 7%, y la federal, de 22%.
a) La expresión para determinar la tasa impositiva efectiva global es

$$\text{tasa estatal} + (1 - \text{tasa estatal})(\text{tasa federal})$$

¿Cuál debe ser su TMAR antes de impuestos a fin de que obtenga una TMAR después de impuestos de 15% anual?
b) ¿Cuánto debe pedir por el trabajo?

10.5 Cierto grupo privado de inversionistas con capital propio aportaron $16 millones para iniciar una compañía de desarrollo de sistemas de alta tecnología para detectar drogas y otros tipos de contrabando. Inmediatamente después de hacer la inversión surgió otra oportunidad de invertir para la que no tenían suficiente capital. Ese proyecto habría producido una tasa de rendimiento estimada de 29% anual antes de impuestos. Si la tasa de impuestos efectiva del grupo es de 32%, ¿qué tasa de rendimiento después de impuestos habría producido el proyecto que no se emprendió?

10.6 Se clasificaron cinco proyectos en orden decreciente de acuerdo con dos medidas —tasa de rendimiento (TR) y valor presente (VP)— para determinar cuáles debían recibir fondos de modo que la inversión inicial no excediera de $18 millones. Con los resultados siguientes determine el costo de oportunidad de cada medida.

				Clasificación según TR		Clasificación según VP	
Proyecto	TR, %	VP a 15%, $1 000	Inversión inicial, $1 000	Proyecto	Inversión acumulada, $1 000	Proyecto	Inversión acumulada, $1 000
A	44.5	7 138	8 000	A	8 000	A	8 000
B	12.8	–1 162	15 000	E	13 000	C	16 000
C	20.4	1 051	8 000	C	21 000	E	21 000
D	9.6	–863	8 000	B	36 000	D	29 000
E	26.0	936	5 000	D	44 000	B	44 000

10.7 Tom, propietario de Burger Palace, determinó que su costo promedio ponderado de capital es 8%. Espera un rendimiento anual de 4% sobre todas sus inversiones. El propietario del negocio vecino, Dairy Choice, le hizo una propuesta que a Tom le parece muy arriesgada, pero es una intrigante oportunidad de asociación. Tom determinó que el "factor de riesgo" de la propuesta requeriría un rendimiento adicional de 3% anual para que la aceptara.
a) Use el enfoque recomendado para determinar la TMAR que debe usar Tom, y explique la manera en que el factor de riesgo de 3% se compensa en dicha TMAR.
b) Determine la TMAR efectiva para su negocio si Tom rechaza la propuesta.

Mezcla D-C y CPPC

10.8 Los generadores eléctricos no sólo producen electricidad sino también calor debido a la resistencia del conductor y las pérdidas por fricción en los rodamientos. Una empresa que manufactura enfriadores de generadores para las plantas de energía nuclear y de turbinas de gas emprendió la expansión de una planta por medio de financiamiento que tenía una mezcla deuda-capital patrimonial de 45-55. Si $18 millones provienen de hipotecas y ventas de bonos, ¿cuál fue el monto total del financiamiento?

10.9 Determine la mezcla deuda-capital patrimonial si Applied Technology compró Southwest Semiconductor con un financiamiento como sigue: $12 millones de hipotecas, $5 millones de utilidades retenidas, $10 millones en efectivo y $20 millones de bonos.

10.10 Los estudiantes de negocios e ingeniería comparan los métodos de financiar su educación universitaria durante el último año. El estudiante de negocios tiene préstamos por $30 000 que vencen en su graduación. El interés es una tasa efectiva de 4% anual. El estudiante de ingeniería adeuda $50 000: 50% a sus padres, sin intereses, y 50% de un préstamo de una unión de crédito.

Esta última cantidad también vence en su graduación, con una tasa efectiva de 7% anual.

a) ¿Cuál es la mezcla D-C de cada estudiante?
b) Si sus abuelos pagaran los préstamos por completo en su graduación, ¿por qué cantidad serían los cheques que extendieran para cada graduado?
c) Cuando los abuelos paguen la cantidad total en la graduación, ¿qué porcentaje del principal representarán los intereses?

10.11 Cada una de dos corporaciones públicas, First Engineering y Midwest Development, muestran en su reporte anual una capitalización de $175 millones. El balance de First Engineering indica una deuda total de $87 millones, y el de Midwest Development, un valor neto de $62 millones. Determine la mezcla D-C de cada compañía.

10.12 La empresa Forest Products, Inc., invirtió $50 millones. Su mezcla global D-C es de 60-40. ¿Cuál es el rendimiento sobre el capital patrimonial de la empresa si el ingreso neto es de $5 millones sobre una base de ingresos de $6 millones?

10.13 Determine el costo promedio ponderado de capital de una compañía que manufactura acelerómetros triaxiales en miniatura para aplicaciones espaciales, exclusivamente. Su perfil de financiamiento, con tasas de interés, es como sigue: $3 millones en venta de acciones a 15% anual, $4 millones en bonos a 9% y $6 millones en utilidades retenidas a 7% anual.

10.14 Growth Transgenics Enterprises (GTE) planea comprar la empresa rival. Uno de sus ingenieros en genética se interesó en la estrategia de financiamiento de la adquisición. Supo que hay dos planes en estudio. El plan 1 requiere 50% en fondos propios provenientes de utilidades retenidas de GTE que ganan 9% anual, con el balance obtenido en un préstamo externo a 6%, según la excelente calificación de las acciones de la empresa. El plan 2 requiere sólo 20% de fondos propios y lo restante mediante un préstamo a una tasa mayor de 8% anual.

a) ¿Cuál plan tiene el costo promedio de capital más bajo?
b) Si los propietarios de GTE deciden que el CPPC corporativo actual de 8.2% no debe excederse, ¿cuál es el costo máximo de capital de deuda permitido por cada plan? ¿Estas tasas son mayores o menores que las estimaciones actuales?

10.15 Midac Corporation quiere obtener $50 millones en capital para financiar la manufactura de un nuevo producto de consumo. El plan actual es financiar 60% con capital propio y 40% con deuda. Calcule el CPPC para el escenario siguiente:

Capital patrimonial: 60%, o $35 millones, con venta de acciones comunes de las que 40% pagará una utilidad de 5% anual, y 60% restante de utilidades retenidas, que ganan actualmente 9% anual.

Capital de deuda: 40%, o $15 millones, obtenidos de dos fuentes: préstamos bancarios de los que $10 millones causan intereses por 8% anual, y el resto en bonos convertibles con dividendo a una tasa estimada de 10% anual.

10.16 Una corporación pública de la que usted posee acciones comunes reportó en su informe a los accionistas un CPPC de 11.1% para el año. Las acciones comunes que usted tiene dieron en promedio un rendimiento de 7% anual durante los últimos tres años. El informe anual también menciona que los proyectos dentro de la corporación reciben 75% de fondos de su propio capital. Calcule el costo de capital de deuda de la empresa.

10.17 BASF invertirá $14 millones este año para mejorar sus procesos de etilenglicol. Con este producto se fabrican resinas de poliéster para fabricar productos que van de materiales para construcción a aeronaves, y de maletas a aparatos domésticos. El capital propio cuesta 14.5% anual y proveerá 65% de los fondos. El capital de deuda cuesta 10% anual antes de impuestos. La tasa efectiva de impuestos para BASF es de 36%.

a) Determine la cantidad de ingreso anual después de impuestos que se consume en el pago de intereses sobre el costo inicial del proyecto.
b) Si la corporación no quiere usar 65% de sus fondos propios, el plan de financiamiento incluirá 75% de capital de deuda. Determine la cantidad de ingreso anual necesario para cubrir los intereses con este plan, y explique el efecto que puede tener en la capacidad de la empresa para obtener préstamos en el futuro.

10.18 Una pareja planea financiar el costo de la colegiatura de $100 000 de la educación universitaria de su hijo en parte o en su totalidad con fondos propios (con una cuenta individual educativa) o bien obtener un préstamo para el total o una parte. El rendimiento promedio de sus fondos propios es de 7% anual, pero se espera que el préstamo tenga una tasa de interés mayor según crezca su monto. Con una hoja de cálculo elabore una gráfica de la curva del CPPC con las tasas de interés estimadas para el préstamo que se muestran a continuación, y determine la mejor mezcla D-C para la pareja.

Monto del préstamo, $	Tasa de interés, % anual
10 000	5.0
30 000	6.0
50 000	8.0
60 000	9.0
75 000	11.0
100 000	13.0

10.19 Durante los últimos años, la franquicia Carol's Fashion Store, de alcance estatal, experimentó con mezclas D-C y costos del capital de deuda y patrimonial para varios proyectos, como se indica más adelante.

a) Grafique el costo del capital, de deuda, patrimonial y promedio ponderado.

b) Determine cuál mezcla de capital de deuda y patrimonial generará el CPPC más bajo.

	Capital de deuda		Capital patrimonial	
Proyecto	Porcentaje	Tasa	Porcentaje	Tasa
A	100%	14.5%		
B	70	13.0	30%	7.8%
C	65	12.0	35	7.8
D	50	11.5	50	7.9
E	35	9.9	65	9.8
F	20	12.4	80	12.5
G			100	12.5

10.20 Para el problema 10.19, use una hoja de cálculo para *a*) determinar la mejor mezcla D-C y *b*) determinar la mejor mezcla D-C si el costo del capital de deuda aumenta 10% anual, por ejemplo, de 13.0% sube a 14.3%.

Costo del capital de deuda

10.21 El plan de flujo de efectivo asociado a una transacción para financiar con deuda permitió que una empresa recibiera $2 800 000 ahora en lugar de pagos futuros de intereses de $196 000 por año durante 10 años, más una suma única de $2 800 000 en el año 10. Si la tasa efectiva de impuestos de la empresa es de 33%, determine su costo del capital de deuda *a*) antes de impuestos y *b*) después de impuestos.

10.22 La compañía Jennings Outdoors fabrica varios tipos de patinetas, e incurrió en gastos por intereses de $1 200 000 por año debido a varios tipos de financiamiento con deuda. La empresa obtuvo un préstamo de $19 000 000 en el año 0 y cubrió el principal en el año 15 con un pago único de $20 000 000. Si la tasa efectiva de impuestos de la empresa es de 29%, ¿cuál fue su costo del capital de deuda *a*) antes de impuestos y *b*) después de impuestos?

10.23 Molex, Inc., fabricante de ensambles de cable para módulos solares fotovoltaicos policristalinos, requiere $3.1 millones en capital de deuda. La compañía planea vender bonos a 15 años que producen un dividendo de 6% anual, con pago semestral. Molex tiene una tasa efectiva de impuestos de 32% anual. Determine *a*) el costo nominal anual después de impuestos del capital de deuda y *b*) el costo anual efectivo después de impuestos del capital de deuda.

10.24 Tri-States Gas Processors espera conseguir un préstamo de $800 000 para mejoras de ingeniería de campo. Es posible aplicar dos métodos: solicitar el préstamo a un banco o emitir bonos. La compañía pagará al banco un interés efectivo compuesto de 8% anual durante ocho años. El principal sobre el préstamo se pagará uniformemente durante los ocho años, y el saldo después de cada pago anual se acumulará con intereses. La emisión será de 800 bonos de $1 000 cada uno a 10 años, con un pago de dividendo de 6% anual.

a) ¿Qué método de financiamiento resulta más barato después de considerar una tasa de impuestos efectiva de 40%?

b) ¿Cuál es el método más barato en un análisis antes de impuestos?

10.25 The Sullivan Family Partnership planea comprar un condominio remodelado en su sede con fines de inversión. El precio de compra negociado de $200 000 se financiará con 20% de los ahorros (utilidades retenidas) que obtienen de manera consistente 6.5% anual después de pagar todos los impuestos relevantes. Ochenta por ciento se obtendrá de un préstamo con una tasa de interés antes de impuestos de 9% anual durante 15 años, con el principal por pagar en cantidades iguales cada año. Si la tasa efectiva de impuestos es de 22% anual, responda lo siguiente sólo con los datos mencionados.

a) ¿Cuál es el pago anual del préstamo de la sociedad para cada uno de los 15 años?

b) ¿Cuál es la diferencia en valor presente neto entre los $200 000 ahora y el VP del costo de la mezcla D-C, 80-20, del flujo de efectivo necesario para financiar la compra? ¿Qué significa este VP?

c) ¿Cuál es el CPPC después de impuestos para esta compra?

Costo de capital patrimonial

10.26 Determine el costo del capital patrimonial para la compañía Hy-Lok, de Estados Unidos, si vende 500 000 acciones preferentes con un descuento de 5% de su precio de $130. Las acciones ganan un dividendo de $10 por año.

10.27 El precio inicial de oferta al público de las acciones comunes de SW Refining es de $23 por cada una, y pagan un dividendo el primer año de $0.92 por acción. Si se espera que la tasa de apreciación de los dividendos sea de 3.2% anual, determine el costo del capital patrimonial de la oferta de acciones.

10.28 El costo del capital de deuda es menor después de impuestos que antes. Es más difícil estimar el costo del capital patrimonial con el método de los dividendos o el modelo MPAC, por ejemplo, aunque el costo del capital propio es el mismo después de impuestos que antes de ellos. ¿Por qué las tasas después de impuestos no son las mismas con ambos tipos de financiamiento?

10.29 La empresa H2W Technologies analiza aumentar su capital para expandir sus ofertas de motores lineales de

dos y cuatro fases. El valor beta de sus acciones es 1.41. Use el modelo de fijación de precios de los activos de capital y un premio de 3.8% por arriba del rendimiento libre de riesgo para determinar el costo del capital patrimonial si el rendimiento sin riesgo es de 3.2%.

10.30 La dirección de Hirschmann Engineering pidió al lector que determinara el costo del capital patrimonial con base en las acciones comunes de la compañía. La empresa quiere que usted use dos métodos: el método del dividendo y el MPAC. El año pasado, primer año con dividendos, las acciones pagaron $0.75 por cada una sobre el promedio de $11.50 en la Bolsa de Valores de Nueva York. La dirección espera que el dividendo crezca a razón de 3% anual. Las acciones de Hirschman Engineering tienen una volatilidad de 1.3, mayor que la normal. Si las inversiones seguras tienen un rendimiento de 5.5% y el 3% de crecimiento sobre las acciones comunes también es un premio por arriba de las inversiones libres de riesgo que la empresa planea pagar, calcule el costo del capital patrimonial con ambos métodos.

10.31 Las acciones comunes emitidas por la empresa Meggitt Sensing Systems pagan a los accionistas $0.93 por acción sobre un precio promedio de $18.80 el año pasado. La compañía espera que la tasa del dividendo crezca a un máximo de 1.5% anual. La volatilidad de las acciones es de 1.19, y otras acciones en la misma industria pagan un promedio de 4.95% anual. Determine el costo de capital patrimonial de la empresa el año pasado con *a*) el método del dividendo y *b*) el MPAC.

10.32 El año pasado, una corporación japonesa de materiales de ingeniería, Yamachi, Inc., compró bonos del Tesoro de Estados Unidos que tienen un rendimiento promedio de 4% anual. Ahora, los eurobonos se compran con un rendimiento promedio de 3.9% por año. El factor de volatilidad de las acciones de Yamachi fue de 1.10 el año pasado y en éste se incrementó a 1.18. Otras acciones que se negocian públicamente en este mismo negocio pagan dividendos de 5.1% en promedio anual. Determine el costo del capital patrimonial para cada año y explique por qué parece haber ocurrido el incremento o la disminución.

10.33 La directora de ingeniería de FXO Plastics quiere realizar un estudio de evaluación de alternativas. Preguntó al director de finanzas cuál era la TMAR corporativa. El director de finanzas le dio algunos datos acerca del proyecto y dijo que todos los proyectos deben superar su costo promedio (conjunto) por lo menos con 4%.

Fuente de los fondos	Cantidad, $	Costo promedio, %
Utilidades retenidas	4 000 000	7.4
Ventas de acciones	6 000 000	4.8
Préstamos de largo plazo	5 000 000	9.8

a) Use los datos para determinar la TMAR mínima.
b) El estudio es después de impuestos, y en el inciso *a*) se obtuvo la TMAR antes de impuestos. Determine la TMAR que es correcto usar si la tasa impositiva fue de 32% el año pasado y el gerente de finanzas dijo que el 4% por arriba del costo es para las evaluaciones después de impuestos.

Diferentes mezclas D-C

10.34 ¿Por qué no es sano en lo financiero que un individuo mantenga durante mucho tiempo porcentajes grandes de financiamiento con deuda, es decir, que esté apalancado con deuda?

10.35 En una compra apalancada de una compañía por otra, la compradora por lo general obtiene dinero prestado y pone tan poco como sea posible de su propio capital para la compra. Explique algunas circunstancias en las que dicha compra puede colocar a la empresa compradora en riesgo económico.

10.36 Grainger and Company tiene la oportunidad de invertir $500 000 en una nueva línea de compresores de tornillo giratorio directo. El financiamiento se dividiría por igual entre acciones comunes ($250 000) y un préstamo con tasa de interés de 8% después de impuestos. El FNE después de impuestos es de $48 000 para los próximos siete años. La tasa efectiva de impuestos es de 50%. Grainger evalúa sus acciones comunes con el modelo de fijación de precios de activos de capital. Análisis recientes demuestran que tiene una volatilidad de 0.95 y paga un premio de 5% por arriba de un rendimiento seguro sobre sus acciones comunes. En el resto del país, la inversión segura paga actualmente 3% anual. ¿Es atractiva en lo financiero la inversión si Grainger utiliza como TMAR su *a*) costo de capital patrimonial y *b*) CPPC?

10.37 La empresa Fairmont Industries basa 100% del financiamiento para sus proyectos en capital patrimonial y tiene una buena oportunidad que requeriría un capital de $250 000. El propietario de Fairmont puede suministrar el dinero de inversiones personales que actualmente perciben un promedio de 7.5% por año. Se estima que el flujo de efectivo neto anual del proyecto será de $30 000 durante los 15 años siguientes. Otra manera es obtener un préstamo por 60% de la cantidad requerida, durante 15 años, a 7% anual. Si la TMAR es el CPPC, determine el mejor plan, si alguno lo fuera. Éste es un análisis antes de impuestos.

10.38 Omega Engineering Inc., tiene la oportunidad de invertir $10 000 000 en un nuevo sistema de control remoto de ingeniería para plataformas marinas de perforación. El financiamiento se dividiría entre ventas de acciones comunes ($5 000 000) y un préstamo con tasa de interés de 8% anual. Se estima que la participación de Omega del flujo de efectivo neto anual sea de $1.35 millones en

cada uno de los cinco años siguientes. Omega está por iniciar el MPAC como su modelo de evaluación de acciones comunes. Los análisis recientes indican que tiene una volatilidad de 1.22 y paga un premio de 5% sobre su dividendo de acciones comunes. Los bonos del Tesoro de Estados Unidos pagan 4% anual. ¿Es atractivo en lo financiero este negocio si la TMAR es igual al *a*) costo de capital propio y *b*) el CPPC?

10.39 Se va a instalar un nuevo proceso de dados anulares para extruir ductos, tubos y películas tubulares. El precio de la fase 1 de instalación de troqueles y maquinaria es de $2 000 000. El fabricante aún no decide cómo financiar el sistema. El promedio del CPPC de los últimos cinco años es de 10% anual.

a) Se definieron dos alternativas de financiamiento. La primera requiere una inversión de 40% de fondos propios a 9% y un préstamo para el saldo con una tasa de interés de 10% anual. La segunda alternativa requiere sólo 25% de fondos propios y el saldo con un préstamo a 10.5% anual. ¿Cuál enfoque producirá el costo de capital promedio más pequeño?

b) Ayer, el comité de finanzas de la corporación decidió que el CPPC de todos los nuevos proyectos no debe exceder el promedio histórico de cinco años de 10% anual. Con esta restricción, ¿cuál es la tasa de interés máxima del préstamo en que puede incurrirse en cada alternativa de financiamiento?

10.40 Shadowland, un fabricante de jaulas para mascotas, identificó dos proyectos que, aunque tienen un riesgo relativamente alto, espera que lleven a la compañía hacia nuevos mercados de ingresos. Utilice una solución de hoja de cálculo para *a*) seleccionar cualquier combinación de los proyectos si la TMAR es igual al CPPC después de impuestos y *b*) determinar si deben seleccionarse los mismos proyectos si los factores de riesgo justifican requerir 2% anual adicional para hacer la inversión.

Proyecto	Inversión inicial, $	Flujo de efectivo después de impuestos, $/año	Vida, años
Fauna silvestre (W)	–250 000	48 000	10
Reptiles (R)	–125 000	30 000	5

El financiamiento se hará con una mezcla D-C de 60-40 con fondos propios que cuestan 7.5% anual. El financiamiento con deuda se obtendrá con bonos de $10 000 a 5% anual, con pago trimestral y a 10 años. La tasa efectiva de impuestos es de 30% anual.

10.41 Dos amigos invirtieron cada uno $20 000 de sus fondos (patrimoniales). Stan, más conservador, compró acciones de una corporación de herramientas y manufactura. Theresa, propensa al riesgo, *apalancó* los $20 000 y compró un condominio de $100 000 para rentarlo. Sin considerar impuestos, dividendos o ingresos, analice estas dos adquisiciones con lo que se indica a continuación para el año siguiente al que se invirtieron los fondos.

a) Determine los valores al final del año de sus fondos propios si hubiera un *incremento* de 10% en el valor de las acciones y el condominio.

b) Calcule los valores al final del año de sus fondos propios si hubiera una *disminución* de 10% del valor de las acciones y el condominio.

c) Use los resultados para explicar por qué el *apalancamiento* puede ser riesgoso en lo financiero.

Atributos múltiples no económicos

10.42 En los análisis con atributos múltiples, si se han de evaluar tres alternativas con base en ocho atributos de igual importancia, ¿cuál es la ponderación de cada atributo?

10.43 Un ingeniero consultor pidió al director de la compañía que asignara valores a la importancia (0 a 100) de cinco atributos que incluirá en un proceso de evaluación de alternativas. Determine la ponderación de cada atributo con calificaciones de importancia.

Atributo	Puntuación de la importancia
1. Seguridad	60
2. Costo	40
3. Impacto	80
4. Ambiente	30
5. Aceptación	20

10.44 Se clasificaron diez atributos en orden creciente de importancia y se identificaron como A, B, C, …, y J. Determine la ponderación *a*) del atributo C y *b*) del atributo J.

10.45 Un comité de tres personas afirmó lo siguiente sobre los atributos por utilizarse en un método de atributos ponderados. Con los enunciados determine las ponderaciones normalizadas si las puntuaciones asignadas van de 0 a 100.

Atributo	Comentario
1. Flexibilidad (F)	El factor más importante
2. Seguridad (S)	70% tan importante como el tiempo de operación
3. Tiempo de operación (U)	La mitad de importante que la flexibilidad
4. Tasa de rendimiento (R)	El doble de importante que la seguridad

10.46 Se estudia emplear vehículos excavadores de diferentes tipos y capacidades en excavaciones grandes de un proyecto de colocación de ductos. Varios supervisores de proyectos similares anteriores identificaron algunos atributos y expresaron sus puntos de vista sobre su importancia. La información se presenta en seguida. Determine el orden de calificación ponderada en una escala de 0 a 10 y las ponderaciones normalizadas.

Atributo	Comentario
1. Altura de carga de camión *versus* excavadora	90% de la importancia de la velocidad de hacer trincheras
2. Tipo de la capa superior del suelo	Sólo 10% del atributo más importante
3. Tipo de subsuelo	30% de la importancia de la excavación de trincheras
4. Ciclo de la excavadora	El doble de importancia que el tipo de subsuelo
5. Armonizar la excavación de trincheras con la colocación de tubería	El atributo más importante
6. Velocidad de tendido de tubería	80% de la importancia del ciclo de la excavadora

10.47 John, quien labora para Swatch, decidió aplicar el método de atributos ponderados para comparar tres sistemas de fabricación de extensibles para reloj. El vicepresidente y su asistente evaluaron cada uno de los tres atributos en términos de la importancia que representa para ellos, y John dio una evaluación de 0 a 100 de cada alternativa para los tres atributos. Las *puntuaciones* de John son las siguientes:

	Alternativa		
Atributo	1	2	3
Rendimiento económico > TMAR	50	70	100
Alta productividad	100	60	30
Baja tasa de desperdicio	100	40	50

Utilice las *ponderaciones* indicadas abajo para evaluar las alternativas. ¿Son iguales los resultados de las ponderaciones de ambas personas? ¿Por qué?

Puntuación de la importancia	Vicepresidente	Asistente del vicepresidente
Rendimiento económico > TMAR	20	100
Alta productividad	80	80
Baja tasa de desperdicio	100	20

10.48 La tienda Athlete's Shop evaluó dos propuestas de equipo de levantamiento de pesas y de ejercicio. Un análisis de valor presente con una tasa $i = 15\%$ anual de ingresos y costos estimados dio como resultado un VP_A = \$440 000 y un VP_B = \$390 000. Además de esta medida económica, el gerente de la tienda y el entrenador asignaron independientemente a tres atributos una puntuación de importancia relativa de 0 a 100.

	Puntuación de importancia	
Atributo	Gerente	Entrenador
Economía	80	80
Durabilidad	35	80
Flexibilidad	30	100
Mantenimiento	20	50

Usted utilizó los cuatro atributos por separado para evaluar las dos propuestas de equipo en una escala de 0 a 1.0, como se aprecia en la tabla siguiente. El atributo económico se evaluó con valores VP.

Atributo	Propuesta A	Propuesta B
Economía	1.00	0.90
Durabilidad	0.35	1.00
Flexibilidad	1.00	0.90
Mantenimiento	0.25	1.00

Elija la propuesta con los siguientes métodos:
a) Valor presente
b) Evaluaciones ponderadas del gerente
c) Evaluaciones ponderadas del entrenador

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

10.49 El término *costo de oportunidad* se refiere a:
a) El costo inicial de una alternativa que se aceptó financiar
b) El costo total de una alternativa que se aceptó financiar
c) La tasa de rendimiento o utilidad disponible sobre la segunda mejor alternativa que tuvo que dejar de hacerse debido a la falta de capital
d) El costo de una alternativa que no se reconoció como tal y que en realidad representaba una buena oportunidad

10.50 El costo de capital se establece sobre la base de:
a) El costo de financiamiento con deuda
b) El promedio ponderado de financiamiento con deuda y capital patrimonial
c) El costo del financiamiento con capital patrimonial
d) El costo del financiamiento con deuda más la tasa de inflación esperada

10.51 Todos los siguientes son ejemplos de capital de deuda, excepto:
a) Utilidades retenidas
b) Bonos de largo plazo
c) Préstamo de un banco local
d) Compra de equipo con tarjeta de crédito

10.52 Los siguientes son ejemplos de capital patrimonial, excepto:
a) Venta de acciones preferentes
b) Bonos de largo plazo
c) Efectivo de la compañía
d) Uso de utilidades retenidas

10.53 Si una planta pública expande su capacidad para generar electricidad por medio de obtener $41 millones de utilidades retenidas y $30 millones de venta de bonos municipales, la mezcla deuda-capital patrimonial es la más cercana a:
a) 58% deuda y 42% capital
b) 73% deuda y 27% capital
c) 27% deuda y 73% capital
d) 42% deuda y 58% capital

10.54 Gentech, Inc., financió un nuevo producto con el esquema siguiente: $5 millones de venta de acciones a 13.7% anual, $2 millones en utilidades retenidas a 8.9% anual y $3 millones con bonos convertibles a 7.8% anual. El CPPC de la compañía es el más cercano a:
a) 9% anual
b) 10% anual
c) 11% anual
d) 12% anual

10.55 Si la tasa de rendimiento después de impuestos para un flujo de efectivo es de 11.2% y la tasa de impuestos efectiva de la empresa es de 39%, la tasa de rendimiento aproximada antes de impuestos es la más cercana a:
a) 6.8%
b) 5.4%
c) 18.4%
d) 28.7%

10.56 Medzyme Pharmaceuticals mantiene una mezcla 50-50 de D-C para inversiones de capital. El capital patrimonial tiene un costo de 11%; sin embargo, el capital de deuda que históricamente había tenido un costo de 9% ahora se incrementó 20% por año. Si Medzyme no quiere exceder su costo promedio ponderado histórico de capital (CPPC) y está obligado a aceptar una mezcla D-C de 75-25, el costo máximo aceptable del capital patrimonial es el más cercano a:
a) 7.6%
b) 9.2%
c) 9.8%
d) 10.9%

10.57 Los valores de importancia (0 a 100) de cinco atributos son los que se indican a continuación.

Atributo	Puntuación de la importancia
1	55
2	45
3	85
4	30
5	60

La ponderación por asignar al atributo 1 es:
a) 0.16
b) 0.20
c) 0.22
d) 0.25

10.58 Para ocho atributos ordenados en términos de importancia creciente, la ponderación del sexto atributo es la más cercana a:
a) 0.17
b) 0.14
c) 0.08
d) 0.03

ESTUDIO DE CASO

¿QUÉ ELEGIR: FINANCIAMIENTO DE DEUDA O PATRIMONIAL?

Antecedentes

Pizza Hut Corporation decidió ingresar al negocio de servicio de alimentos y bebidas en tres estados dentro de su sección al sureste de Estados Unidos, con el nombre de Pizza Hut en su Hogar. Para la entrega de alimentos y el personal de servicio se comprarán más o menos 200 camionetas con interiores hechos por encargo, todo lo cual tendrá un costo de $1.5 millones. Se espera que cada camioneta tenga un uso de 10 años y un valor de rescate de $1 000.

Un estudio de viabilidad llevado a cabo el año pasado indicó que un riesgo en un negocio de servicio a domicilio puede generar un flujo de efectivo neto anual aproximado de $300 000 antes de impuestos en los tres estados. Las cuestiones después de impuestos tendrían que tomar en cuenta la tasa efectiva de impuestos de 35% que pagará Pizza Hut.

Un ingeniero de Pizza Hut's Distribution Division trabaja en la oficina de finanzas de la corporación para determinar la mejor forma de recabar los $1.5 millones de capital que se requieren para comprar las camionetas. Hay dos planes viables de financiamiento.

Información

El plan A consiste en financiar con deuda 50% del capital ($750 000), al 8% anual pagando el préstamo a un interés compuesto durante 10 años mediante pagos uniformes a finales de cada año. (Para simplificar, se puede suponer que $75 000 del principal se incluyen en cada pago anual.)

El plan B consiste en 100% de capital patrimonial proveniente de la venta de acciones comunes a $15 por acción. El gerente de finanzas informó al ingeniero que las acciones pagan $0.50 por acción en dividendos, y que dicha tasa de dividendos se ha elevado a un promedio de 5% anual. Se espera que este patrón de dividendos continúe en vista del ambiente financiero actual.

Ejercicios del estudio de caso

1. ¿Qué valores de la TMAR debe utilizar el ingeniero para determinar el plan de financiamiento óptimo?
2. El ingeniero debe hacer recomendaciones sobre el plan de financiamiento al final del día. No sabe cómo considerar

todos los detalles tributarios para el financiamiento de deuda en el plan A. Sin embargo, cuenta con un manual que contiene fórmulas para el capital patrimonial y para deuda sobre impuestos y flujos de efectivo:

Capital patrimonial: no hay ventajas tributarias (impuesto sobre la renta)

Flujo neto de efectivo después de impuestos

= (flujo neto de efectivo antes de impuestos)(1 − tasa de impuestos)

Capital de deuda: la ventaja en impuestos sobre la renta proviene del pago de intereses sobre préstamos

Flujo neto de efectivo después de impuestos = flujo neto de efectivo antes de impuestos
− principal del préstamo
− interés del préstamo − impuestos
Impuestos = (ingresos gravables)(tasa tributaria)
Ingresos gravables = flujo neto de efectivo
− interés del préstamo

El ingeniero decide olvidar cualquier otra consecuencia sobre impuestos y utilizar esta información para formular una recomendación. ¿Es A o es B el plan óptimo?

3. Al gerente de área le agradaría saber cuánto varía el CPPC con diferentes mezclas D-C, en especial cerca de 15 a 20% a cada lado del 50% de la opción del financiamiento de deuda del plan A. Trace la curva del CPPC y compare su forma con la de la figura 10-2.

CAPÍTULO 11

Decisiones de reemplazo y conservación

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Realizar un estudio de reemplazo/conservación para un activo, proceso o sistema en uso y aquel que podría reemplazarlo.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
11.1	Fundamentos de los estudios de reemplazo	• Explicar el enfoque fundamental y la terminología de los análisis de reemplazo.
11.2	Vida útil económica (VUE)	• Determinar la VUE que minimiza el VA total para los costos y valor de rescate estimados.
11.3	Análisis del reemplazo	• Realizar un estudio de reemplazo o conservación entre un defensor y el mejor retador.
11.4	Otras consideraciones	• Entender el enfoque para las situaciones especiales en un estudio de reemplazo.
11.5	Análisis del periodo de estudio	• Efectuar un estudio de reemplazo o retención durante un número especificado de años.
11.6	Valor del reemplazo	• Calcular el mínimo valor de mercado requerido para que el retador sea económicamente atractivo.

Uno de los análisis más comunes e importantes de la ingeniería económica y que se llevan a cabo con mayor frecuencia es el de reemplazo o conservación de un activo o sistema en uso corriente. Éste difiere de los estudios anteriores en que todas las alternativas eran nuevas. La pregunta fundamental que responde un análisis de reemplazo (también llamado de retención o conservación) sobre un activo o sistema de uso actual es: *¿debe reemplazarse ahora o más adelante?* Cuando un activo se encuentra en uso y su función es necesaria en el futuro, tendrá que reemplazarse en algún momento. Por tanto, en realidad un análisis de reemplazo responde la pregunta de **cuándo, no si** se reemplazará el activo o sistema.

Por lo común, en un análisis de reemplazo primero se toma la decisión económica de conservar o reemplazar *ahora*. Si la decisión consiste en reemplazar, el estudio está completo. Si la decisión consiste en conservar, las estimaciones del costo y la decisión se revisarán anualmente para garantizar que la decisión de conservar todavía sea económicamente correcta. Este capítulo explica cómo llevar a cabo análisis de reemplazo el año inicial y los años subsecuentes.

Un análisis de reemplazo es una aplicación del método VA de comparación de alternativas de vida diferente, que se analizó en el capítulo 6. En un análisis de reemplazo con un periodo de estudio sin especificar, los valores VA se determinan con una técnica de evaluación de costo denominada análisis de **vida útil económica (VUE)**. Cuando se especifica el periodo de estudio, el procedimiento difiere de cuándo éste no se especifica.

Si la depreciación de un activo y los impuestos se consideran en un *análisis de reemplazo después de impuestos*, deben consultarse los capítulos 16 y 17 antes o junto con este capítulo. El análisis de reemplazo después de impuestos se incluye en el capítulo 17.

EP

El caso de conservar o reemplazar un horno: B&T Enterprises fabrica y vende cerámica de alta temperatura y metales de alto rendimiento a otras corporaciones. Los productos se venden a una amplia variedad de industrias, desde la de energía nuclear y solar hasta las de equipos deportivos, en especial de golf y tenis, en las que las temperaturas del horno que se necesitan se aproximan a más de 1 700°C. B&T ha tenido durante varios años hornos de túnel de bandejas de Harper International, y está muy satisfecho con ellos. Actualmente hay dos en uso en plantas ubicadas en las dos costas del país; un horno tiene 10 años de edad, y el otro se compró hace solamente dos años y sirve sobre todo para atender a la industria de la cerámica en la costa oeste. Este horno nuevo alcanza temperaturas de 2 800°C.

Durante las últimas dos o tres visitas trimestrales de mantenimiento, el líder del equipo de Harper y el director de calidad de B&T estudiaron las necesidades de las industrias de la cerámica y del metal en cuanto a temperaturas más elevadas. En ciertos casos, las temperaturas son hasta de 3 000°C para los nitruros, boruros y carburos, metales de transición emergentes que forman óxidos de muy alta temperatura; se utilizan en vehículos hipersónicos, motores, electrodos de arco de plasma, herramientas de corte y escudos de alta temperatura.

Una pregunta crucial del director de administración y los funcionarios de finanzas de B&T es la necesidad de considerar seriamente un nuevo horno de núcleo de grafito capaz de alcanzar temperaturas más altas y satisfacer otras necesidades de los consumidores actuales y potenciales. Esta unidad tendría costos de operación menores y una eficiencia significativamente mayor en cuanto a tiempo de cocido, tránsito y otros parámetros fundamentales. Como casi todo este negocio se halla en la costa oeste, el horno de núcleo de grafito reemplazaría al más nuevo de los dos hornos actualmente en uso.

Con fines de trabajo usaremos las siguientes identificaciones:
PT es el horno de túnel de bandeja ya instalado (defensor)
GH es el nuevo horno de núcleo de grafito (retador)

Las siguientes son las estimaciones relevantes en millones de $.

	PT	GH
Costo inicial, $M	$25; hace 2 años	$38; sin valor de rescate
COA, $M anuales	año 1: $5.2; año 2: $6.4	comienza en $3.4, aumenta 10% por año
Vida, años	6 (restantes)	12 (estimados)
Elemento de calor, $M	—	$2.0 cada 6 años

Este caso se usará en los siguientes temas del capítulo:
Vida útil económica (sección 11.2)
Estudio de reemplazo (sección 11.3)
Estudio de reemplazo con periodo de estudio (sección 11.5)
Valor de reemplazo (sección 11.6)
Problemas 11.18 y 11.41

11.1 Fundamentos del análisis de reemplazo

La necesidad de llevar a cabo un análisis de reemplazo surge de diversas fuentes:

Rendimiento disminuido. Debido al deterioro físico, no se obtiene la capacidad esperada de rendimiento en un nivel de *confiabilidad* (estar disponible y funcionar correctamente cuando sea necesario) o *productividad* (funcionar en un nivel dado de calidad y cantidad). Esto por lo general da como resultado incrementos de costos de operación, altos niveles de desechos y costos de reelaboración, pérdida de ventas, disminución de calidad y seguridad, así como mayores gastos de mantenimiento.

Requisitos alterados. El equipo o sistema existente no cumple con los nuevos requisitos de exactitud, velocidad u otras especificaciones. A menudo las alternativas son reemplazar por completo el equipo, o reforzarlo mediante ajuste o intensificación.

Obsolescencia. Como consecuencia de la competencia internacional y del rápido avance tecnológico, los sistemas y activos actuales instalados funcionan aceptablemente, aunque con menor productividad que el equipo que se fabricará en breve. La disminución del tiempo que tardan los productos en llegar al mercado con frecuencia es la razón de los análisis de *reemplazo anticipado*, es decir, estudios realizados antes de que se alcance la vida útil económica calculada.

Los análisis de reemplazo emplean terminología nueva que, sin embargo, se relaciona estrechamente con los términos utilizados en capítulos anteriores.

Defensora y **retadora** son las denominaciones de dos alternativas mutuamente excluyentes. El defensor es el activo actualmente instalado, y el retador, el posible reemplazo. Un análisis de reemplazo compara estas dos alternativas. El retador será el "mejor" cuando se elija como la mejor opción de reemplazo para el defensor. (Es la misma terminología de la TR incremental y el análisis B/C de dos alternativas nuevas.)

Valor de rescate/mercado

Valor de mercado es el valor actual del activo instalado si se vendiera o negociara en un mercado abierto. También llamado *valor de negociación*, esta cantidad se obtiene de valuadores profesionales, revendedores o liquidadores familiarizados con la industria. Como se vio en capítulos anteriores, el **valor de rescate** es el valor estimado al final de la vida esperada. En el análisis de reemplazo, el valor de rescate al final de un año se utiliza como el valor de mercado al iniciar el año siguiente.

Los **valores anuales (VA)** son la principal medida económica de comparación entre el defensor y el retador. El término *costo anual uniforme equivalente* (*CAUE*) se puede utilizar en vez del VA, pues en la evaluación sólo suelen incluirse los costos; se suponen iguales los ingresos generados por el defensor o el retador. (Como los cálculos de equivalencia del CAUE son exactamente los mismos que para el VA, aplicaremos el término VA.) Por tanto, todos los valores serán negativos cuando sólo se incluyan los costos. El valor de rescate es una excepción, pues constituye un ingreso de efectivo y lleva un signo positivo.

Vida útil económica

La **vida útil económica** (VUE) de una alternativa es el *número de años en los que se presenta el VA de costo más bajo*. Los cálculos de equivalencia para determinar la VUE establecen el valor *n* de la vida del mejor retador, y también establecen el costo de vida menor para el defensor en un estudio de reemplazo. La siguiente sección del capítulo explica cómo calcular la VUE.

El **costo inicial del defensor** es el monto de la inversión inicial *P* empleado por el defensor. El *valor comercial actual* (*VC*) es el cálculo correcto de *P* aplicado al defensor en un análisis de reemplazo. El valor de rescate calculado al final del año 1 se convierte en el valor comercial al principio del siguiente año, siempre que los cálculos permanezcan correctos con el paso de los años. Resulta incorrecto emplear lo siguiente como valor comercial para el costo inicial del defensor: el valor de intercambio que *no represente un valor comercial justo* o el valor depreciado en libros tomado de los registros contables. Si el defensor debe mejorarse o incrementarse para que sea equivalente al retador (en velocidad, capacidad, etcétera), este costo se suma al VC para obtener el cálculo del costo inicial del defensor.

El **costo inicial del retador** es la cantidad de capital que debe recuperarse (amortizarse) al reemplazar al defensor con un retador. Dicha cantidad es casi siempre igual a *P*, el costo inicial del retador.

Si se ofreciera de manera poco realista un valor de intercambio elevado por el defensor en relación con su valor de mercado justo, el flujo de efectivo *neto* requerido por el retador se reduciría, y ello debe considerarse en el análisis. La cantidad correcta que el retador debe recuperar y utilizar en el análisis económico es su costo inicial menos la diferencia entre el valor de intercambio (VI) y el valor comercial (VC) del defensor. En forma de ecuación sería $P - (VI - VC)$, lo cual representa el costo real para la compañía porque incluye tanto el costo de oportunidad (por ejemplo, valor comercial del defensor) como el desembolso en efectivo (por ejemplo, costo inicial − valor de intercambio) para adquirir al retador. Por supuesto, cuando los valores comerciales y de intercambio son los mismos, el valor P del retador se emplea en todos los cálculos.

El costo inicial del retador es la inversión inicial calculada necesaria para adquirirlo e instalarlo. En algunas ocasiones, el analista o el gerente busca *incrementar* el costo inicial con una cantidad igual al *capital no recuperado* remanente del defensor, como aparece en los registros contables del activo. Esto es más frecuente cuando el defensor funciona bien en sus primeras etapas de vida pero la obsolescencia tecnológica, o alguna otra razón, obliga a considerar un reemplazo. Esto nos lleva a identificar dos características adicionales de la consideración forzada de un análisis de reemplazo, y en realidad de todo análisis económico: los *costos hundidos* y el *punto de vista del no propietario*.

Un **costo hundido** es un gasto o pérdida de capital (dinero) anteriores que no pueden recobrarse por ninguna decisión del futuro. La alternativa de reemplazo de un activo, sistema o proceso por el que se haya incurrido en un costo no recuperable no lo debe incluir en ningún concepto directo; los costos hundidos se manejan de manera realista en las leyes fiscales y son deducibles de impuestos.

Costo hundido

Un costo hundido nunca debe agregarse al costo inicial del retador porque haría que *pareciera más costoso de lo que en realidad es*. Por ejemplo, suponga que un activo que hace dos años costaba $100 000 se hubiera depreciado hasta $80 000 en los libros de contabilidad. Debe reemplazarse en forma anticipada debido al rápido avance de la tecnología. Si la alternativa del reemplazo (retador) tiene un costo inicial de $150 000, los $80 000 del activo en uso serán un costo hundido cuando se adquiera el retador. Para los fines de un análisis económico, *sería incorrecto aumentar* el costo inicial del retador a $230 000 o cualquier cantidad entre ésta y $150 000.

La segunda característica es el punto de vista que se adopta cuando se efectúa un estudio de reemplazo. Usted, el analista, es un consultor externo de la empresa.

El **punto de vista del no propietario**, también llamado *punto de vista externo* o *punto de vista del consultor*, provee la mayor objetividad en un estudio de reemplazo. Este punto de vista ejecuta el análisis sin prejuicios; significa que el analista no posee al defensor ni al retador. Por otra parte, supone que los servicios brindados por el defensor pueden comprarse ahora si se hace una "inversión inicial" igual al valor de mercado del defensor.

Además de no estar sesgado, dicho punto de vista es correcto porque el valor de mercado del defensor es una oportunidad desaprovechada de flujo de entrada de efectivo si no se escogiera al reemplazo y se prefiriera al defensor.

Como se mencionó en la introducción, un análisis de reemplazo es una aplicación del método del valor anual. Por consiguiente, las suposiciones fundamentales para un análisis de reemplazo se comparan con las del análisis del VA. Si el *horizonte de planeación es infinito*, es decir, si se trata de un periodo de estudio no específico, las suposiciones serán las siguientes:

1. Los servicios suministrados serán necesarios durante un tiempo indefinido.
2. El retador es el mejor retador disponible ahora y en el futuro para reemplazar al defensor. Cuando este retador reemplaza al defensor (ahora o más adelante), esto se repetirá en ciclos de vida subsecuentes.
3. Los costos estimados de cada ciclo de vida del retador serán los mismos que los del primer ciclo.

Como se esperaba, ninguna de estas suposiciones es precisamente correcta. Esto ya se analizó con el método VA (y el método VP). Cuando el sentido de una o más suposiciones se vuelve incorrecto, deben actualizarse los cálculos de las alternativas y efectuarse un nuevo análisis de reemplazo. En la sección 11.3 se explica cómo realizar dicho procedimiento de reemplazo. Cuando el horizonte de planeación está limitado a un periodo de estudio específico, no son válidas las suposiciones antes mencionadas. El procedimiento que se indica en la sección 11.5 muestra cómo efectuar el análisis de reemplazo en este caso.

EJEMPLO 11.1

Hace apenas dos años, la empresa Techtron adquirió en $275 000 un sistema SCADA (obtención de datos y control de supervisión) completamente cargado que incluía hardware y software para una planta procesadora que opera en el canal de navegación de Houston. Cuando lo adquirió tenía una vida útil estimada de cinco años y un valor de rescate estimado de 20% del costo inicial. Los costos de operación y mantenimiento reales fueron de $25 000 por año, y el valor en libros es de $187 000. Hubo una serie de infecciones de virus dirigidos contra el software de comando y control de Techtron, además de que un hardware de nueva generación que acaba de aparecer puede reducir mucho la competitividad de la compañía en varias de sus líneas de producción. Con estos factores, es probable que el sistema no valga nada si se utiliza hasta el final del tercer año de la vida útil que se preveía para él.

El modelo K2-A1 es un nuevo sistema de reemplazo listo para usar que puede comprarse en $300 000 en efectivo, es decir, $400 000 de costo inicial y $100 000 del valor de intercambio del sistema actual. Se hicieron las siguientes estimaciones para el nuevo sistema: vida de cinco años, valor de rescate de 15% del costo inicial, es decir, $60 000, y un costo de operación y mantenimiento de $15 000 por año. El sistema actual se valuó hoy por la mañana y se obtuvo un valor de mercado de $100 000; sin embargo, con el descubrimiento del virus, el valuador anticipa que esta cifra disminuirá con rapidez a $80 000 una vez que se difunda la existencia del virus y del nuevo modelo.

Considere los valores anteriores como los mejores posibles ahora, y mencione las estimaciones para el defensor y el retador en cuanto a P, O&M, S y n en un estudio de reemplazo por efectuarse hoy.

Solución

Defensor: Use el valor actual de mercado de $100 000 como costo inicial del defensor. Todos los demás —costo original de $275 000, valor en libros de $187 000 y valor de intercambio de $100 000— son irrelevantes para efectos de un estudio de reemplazo que se hiciera hoy. Las estimaciones son las siguientes:

Costo inicial	$P = \$-100\,000$
Costo de O&M	$A = \$-25\,000$ por año
Vida esperada	$n = 3$ años
Valor de rescate	$S = 0$

Retador: Los $400 000 mencionados como costo inicial es lo correcto para P, pues los valores de intercambio y mercado son iguales.

Costo inicial	$P = \$-400\,000$
Costo de O&M	$A = \$-15\,000$ por año
Vida esperada	$n = 5$ años
Valor de rescate	$S = \$60\,000$

Comentario

Si el estudio de reemplazo se hiciera la próxima semana, cuando cambien las estimaciones, el costo inicial del defensor sería de $80 000, que es el nuevo valor de mercado que mencionó el valuador. El costo inicial del retador sería de $380 000, es decir, $P - (\text{VI} - \text{VM}) = 400\,000 - (100\,000 - 80\,000)$.

11.2 Vida útil económica ●●●

Hasta ahora establecimos un valor estimado n de vida de una alternativa o activo. En realidad, al principio no se conoce la mejor estimación de vida para emplear en un análisis económico. Cuando se lleva a cabo un análisis de reemplazo o un análisis entre alternativas nuevas, el mejor valor de n debe determinarse con las estimaciones del costo actual. A la mejor estimación de vida se le denomina *vida útil económica*.

Vida útil económica

La **vida útil económica (VUE)** es el número de años n en que son mínimos los costos del valor anual (VA) uniforme equivalente, tomando en consideración las estimaciones del costo más vigentes durante todos los años que el activo pudiera suministrar el servicio.

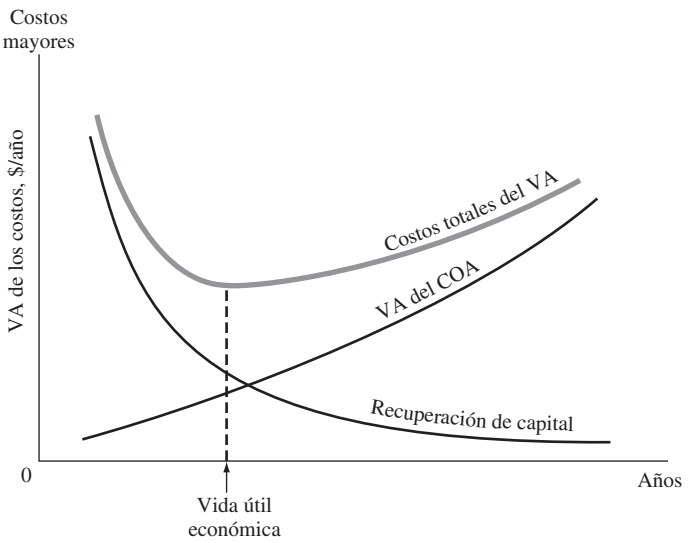


Figura 11-1
Curvas del valor anual de los elementos de costo que determinan la vida útil económica.

A la VUE también se le conoce como *vida económica* o *vida de costo mínimo*. Una vez determinada, la VUE debe ser la vida estimada del activo aplicada a un estudio de ingeniería económica si sólo se consideran los aspectos económicos. Cuando han pasado n años, la VUE indica que el activo debe reemplazarse para disminuir los costos totales. Para llevar a cabo correctamente un análisis de reemplazo es importante determinar la VUE del retador y la del defensor, pues por lo general sus valores n no están preestablecidos.

La VUE se determina al calcular el VA total de los costos si el activo está en servicio un año, dos años, tres años, etcétera, hasta el último año en que el activo se considere útil. El VA total de costos es la suma de la recuperación de capital (RC), que es el VA de la inversión inicial y cualquier valor de rescate, así como el VA del costo de operación anual (COA) estimado, es decir,

$$\begin{aligned}\textbf{VA total} &= \textbf{recuperación de capital} - \textbf{VA del costo de operación anual} \\ &= \textbf{RC} - \textbf{VA del COA}\end{aligned} \qquad \textbf{(11.1)}$$

La VUE es el valor n del más pequeño VA de los costos. (Recuerde: estos VA son los estimados de *costo*, de manera que los valores VA serán números negativos. Por consiguiente, $-200 es un costo menor que $-500.) La figura 11-1 muestra la forma común del VA de la curva del costo. El elemento RC del VA total disminuye mientras que el elemento COA aumenta, lo que crea la forma cóncava. Los dos factores del VA se calculan de la siguiente forma.

Costo disminuido de la recuperación de capital. La recuperación de capital es el VA de la inversión; disminuye con cada año de posesión. La recuperación de capital se calcula con la ecuación (6.3), que se repite aquí. El valor de rescate S, que suele disminuir con el tiempo, es el valor comercial (VC) calculado para ese año.

Recuperación de capital

$$\text{Recuperación de capital} = -P(A/P,i,n) + S(A/F,i,n) \qquad (11.2)$$

Incremento del costo del VA para el COA. Como las estimaciones del COA (u OyM) por lo general se incrementan con el paso de los años, aumenta el VA del COA. Para calcular el VA de las series de 1, 2, 3,… años, determine el valor presente de cada valor del COA con el factor P/F, y después redistribuya este valor P en los años de posesión, con el factor A/P.

La ecuación completa para el VA total de los costos en k años ($k = 1, 2, 3, ...$) es:

$$\textbf{VA}_k \textbf{ total} = -P(A/P,i,k) + S_k(A/F,i,k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} \text{COA}_j(P/F,i,j)\right](A/P,i,k) \qquad \textbf{(11.3)}$$

donde P = inversión inicial o valor comercial actual
S_k = valor de rescate o valor comercial después de k años
COA_j = costo anual de operación por año j ($j = 1$ a k)

El VC actual se emplea para P cuando el activo es el defensor, y los valores comerciales futuros estimados de VC se sustituyen por los valores S en los años 1, 2, 3,…. Si se grafica la serie del VA_k como en la figura 11-1 se observa con claridad dónde se localiza la VUE y la tendencia de la curva VA_k en cada lado de ella.

Para determinar la VUE con una hoja de cálculo, la función PAGO (con funciones de VPN integradas cuando sean necesarias) se emplea repetidas veces para cada año en el cálculo de la recuperación de capital y del VA del COA; la suma será el VA total para k años de posesión. Los formatos de la función PAGO para la recuperación de capital y los componentes del COA para cada año k son los siguientes:

Recuperación de capital para el retador:	**PAGO(*i*%,años,*P*,−VC_en_año_k)**	
Recuperación de capital para el defensor:	**PAGO(*i*%,años,actual_VC,−VC_en_año_k)**	**(11.4)**
A del COA:	**−PAGO(*i*%,años,VPN(*i*%,año_1_COA:año_k_COA)+0)**	

Cuando se elabora una hoja de cálculo, es recomendable que las funciones PAGO en el año 1 se lleven a cabo con el formato de referencias de celdas; después se debe arrastrar hacia abajo la función por cada columna. La columna final que suma los dos resultados PAGO mostrará el VA total. Al ampliarse la tabla con un diagrama de dispersión *xy* de Excel, las curvas de costo se despliegan con la forma general de la figura 11-1, y se identifica con facilidad la VUE. El ejemplo 11.2 ilustra el cálculo de VUE a mano y con hoja de cálculo.

EJEMPLO 11.2

Se considera que un activo del proceso de manufactura con tres años de uso deberá reemplazarse antes de tiempo. Su valor comercial actual es de $20 000. Sus valores comerciales futuros estimados, así como sus costos anuales de operación para los próximos cinco años, se indican en la tabla 11-1, columnas 2 y 3. ¿Cuál es la vida útil económica del defensor si la tasa de interés es de 10% anual? Resuelva el problema a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

Con la ecuación (11.3) se calcula el VA_k total para $k = 1, 2,\ldots, 5$. La tabla 11-1, columna 4, muestra la recuperación de capital para el valor comercial actual de $20 000 ($j = 0$) más 10% de rendimiento. En la columna 5 se muestra el equivalente del VA del COA para k años. Por ejemplo, los cálculos para $k = 3$ de la ecuación (11.3) son

$$\begin{aligned} VA_3\text{ total} &= -P(A/P,i,3) + VC_3(A/F,i,3) - [\text{VP del } COA_1, COA_2 \text{ y } COA_3](A/P,i,3) \\ &= -20\,000(A/P,10\%,3) + 6\,000(A/F,10\%,3) - [5\,000(P/F,10\%,1) \\ &\quad + 6\,500(P/F,10\%,2) + 8\,000(P/F,10\%,3)](A/P,10\%,3) \\ &= -6\,230 - 6\,405 = \$-12\,635 \end{aligned}$$

Se realiza un cálculo similar por cada año del 1 al 5. El costo equivalente menor (VA numéricamente mayor) se presenta en $k = 3$. Por tanto, la VUE del defensor es $n = 3$ años, y el VA es $−12 635. En el análisis de reemplazo, este VA se compara con el mejor retador VA determinado mediante un análisis similar de VUE.

Solución con hoja de cálculo

Observe la figura 11-2, donde la hoja de cálculo y el diagrama muestran que la VUE es $n = 3$ años y VA = $−12 634. (Este formato es un modelo para cualquier análisis de VUE; sólo cambie las estimaciones y añada

TABLA 11-1 Cálculo de la vida útil económica

Año j (1)	VC_j, $ (2)	COA_j, $ (3)	Recuperación del capital, $ (4)	VA del COA, $ (5)	VA_k total, $ (6) = (4) + (5)
1	10 000	−5 000	−12 000	−5 000	−17 000
2	8 000	−6 500	−7 714	−5 714	−13 428
3	6 000	−8 000	−6 230	−6 405	−12 635
4	2 000	−9 500	−5 878	−7 072	−12 950
5	0	−12 500	−5 276	−7 961	−13 237

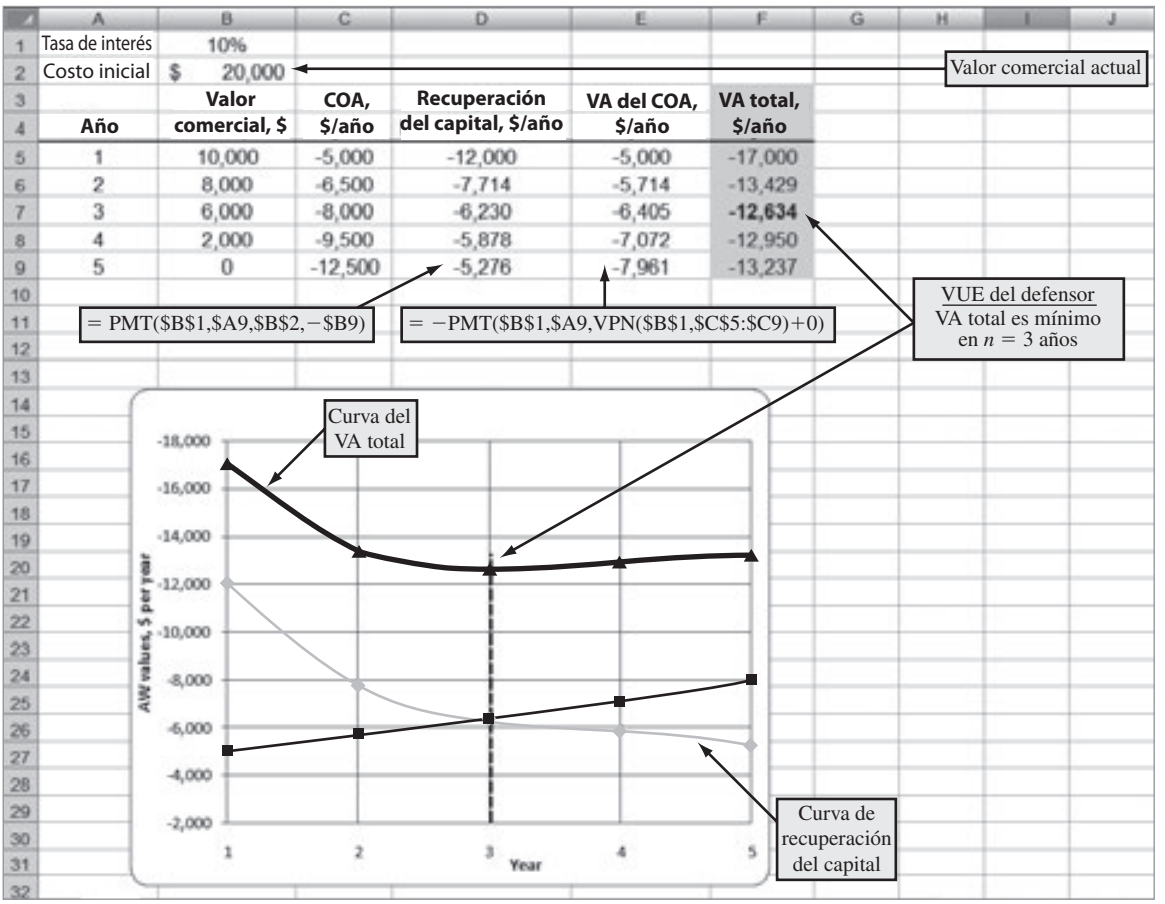


Figura 11-2
Determinación de la VUE y gráfica de curvas, ejemplo 11.2

filas para más años.) Los contenidos de las columnas D y E se describen a continuación. Las funciones PAGO aplican los formatos para el defensor como se describió en la ecuación (11.4). Las etiquetas de las celdas muestran con detalle el formato de referencia de celdas para el año 5. Los símbolos $ se incluyen para una referencia absoluta de la celda, necesaria cuando se arrastra la entrada por la columna.

Columna D: La recuperación de capital es el VA de la inversión de $20 000 en el año 0 para cada año a partir del 1 y hasta el 5 con un VC estimado para ese año. Por ejemplo, en números reales, la función PAGO de la referencia a celda en el año 5 que aparece en la hoja de cálculo es = PAGO(10%,5,20 000,−0), que da como resultado $−5 276. Esta serie se grafica en la figura 11-2.

Columna E: La función VPN incorporada en la función PAGO calcula el valor presente en el año 0 de todos los estimados de COA en el año *k*. Después se calcula el VA del COA durante *k* años. Por ejemplo, en el año 5, el PAGO en cifras es: = −PAGO(10%,5,VPN(10%,C5:C9)+0). El 0 representa el COA del año 0 y es opcional. La gráfica muestra la curva de VA del COA, que se incrementa constantemente debido a los aumentos anuales del cálculo del COA.

Comentario

La *curva de recuperación de capital* de la figura 11-2 (curva media) no tiene la forma esperada (véase el año 4) a consecuencia de los cambios en el valor comercial estimado anual. Si se calculara el mismo VC para cada año, la curva sería similar a la de la figura 11-1. Cuando diversos valores anuales totales son aproximadamente iguales, la curva será plana durante varios periodos. Esto indica que la VUE es relativamente insensible a los costos.

Es razonable cuestionar la diferencia entre el análisis de VUE anterior y el análisis de VA que se realizó en capítulos previos. Antes teníamos una *vida estimada específica de n años* relacionada con otras estimaciones: costo inicial en el año 0, quizás un valor de rescate en el año n y un COA que permanecía constante o variaba cada año. Para todos los análisis anteriores, el cálculo de VA que emplea dichos estimados determinó el VA durante n años. Esto es la vida útil económica cuando se ajusta n. Asimismo, en ninguno de los casos anteriores existían cálculos de VC anuales aplicables durante los años. Por tanto, se concluye lo siguiente:

Cuando la **vida *n* esperada se conoce y se especifica** para el caso del retador o del defensor, no es necesario calcular su VUE. El VA se determina a lo largo de los n años mediante el costo inicial o el valor comercial actual, el valor de rescate estimado después de n años y los cálculos para COA. Este VA es el correcto para el análisis de reemplazo.

Sin embargo, cuando n no está dada, son útiles las siguientes consideraciones. En primer lugar, se necesita la serie del valor comercial o el de rescate. No es difícil calcular esta serie para un activo nuevo o un activo actual. Por ejemplo, un activo con un costo inicial P puede perder 20% al año de valor comercial, así que la serie de valores comerciales para los años 0, 1, 2,… es P, $0.8P$, $0.64P$,…, respectivamente. Si es razonable predecir las series de VC con un fundamento anual, se pueden combinar con los cálculos del COA para producir lo que se denomina *costos marginales* del activo.

Los **costos marginales (CM)** son los cálculos anuales de los costos de propiedad y operación de un activo para ese año. Se agregan tres elementos para determinar el costo marginal anual:

- Costo de propiedad (la pérdida del valor comercial es la mejor estimación de dicho costo)
- El interés no ganado en el valor comercial al principio del año
- El COA de cada año

Una vez determinados los costos marginales de cada año, se calcula su VA equivalente. *La suma de los valores anuales de los primeros dos componentes es idéntica a la cantidad de la recuperación de capital*. Debe estar claro ahora que el VA total de los tres elementos del costo marginal durante k años es el mismo valor que el valor anual total para k años calculado en la ecuación (11.3). Es decir, la siguiente relación es correcta.

$$\text{VA de costos marginales} = \text{VA total de costos} \qquad (11.5)$$

Entonces, no es necesario llevar a cabo por separado un análisis de costo marginal detallado cuando se calculan anualmente los valores comerciales. El análisis de VUE del ejemplo 11.2 es suficiente siempre y cuando arroje los mismos valores numéricos. Esto se demuestra en el ejemplo 11.3 con el caso progresivo.

EJEMPLO 11.3 El caso de conservar o reemplazar un horno

EP

En nuestro ejemplo progresivo, ByT Enterprises analiza el reemplazo de un horno de dos años de edad por otro nuevo con objeto de satisfacer las nuevas necesidades del mercado. Cuando hace dos años se compró en $25 millones el horno de túnel actual, un estudio de VUE indicó que la vida de costo mínimo estaba entre tres y cinco años del total de vida esperada, de ocho años. El análisis no era muy concluyente porque la curva de costo era plana en la mayor parte de los años entre 2 y 6, lo que indicaba una falta de sensibilidad de la VUE respecto de los costos cambiantes. Ahora surge el mismo tipo de pregunta para el modelo de núcleo de grafito que cuesta, nuevo, $38 millones: ¿cuáles son la VUE y el total de VA de los costos? El gerente de equipo crítico de B&T estima que el valor de mercado después de sólo un año disminuirá a $25 millones y luego conservará 75% del valor del año anterior durante los 12 años de vida esperada. Use la serie de valor comercial con $i = 15\%$ anual para ilustrar que el análisis de VUE y el de costo marginal dan exactamente la misma serie de costo de VA total.

Solución

La figura 11-3 es una hoja de cálculo de los dos análisis, en unidades de $1 millón. En la columna B aparece la serie del valor comercial, que comienza en $25 (millones) y disminuye 25% por año. A continuación se presenta una breve descripción de cada análisis.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Tasa de interés	15%	**Análisis de VUE**		Costo inicial, $	38.00	
2		Valor	COA,	Recuperación	VA del COA,	VA total,	
3	Año	comercial, $	$/año	del capital, $/año	$/año	$/año	
4	1	25.00	-3.40	-18.70	-3.40	-22.10	
5	2	18.75	-3.74	-14.65	-3.56	-18.21	
6	3	14.06	-4.11	-12.59	-3.72	-16.31	
7	4	10.55	-4.53	-11.20	-3.88	-15.08	
8	5	7.91	-4.98	-10.16	-4.04	-14.21	
9	6	5.93	-7.48	-9.36	-4.43	-13.80	Las dos series de
10	7	4.45	-6.02	-8.73	-4.58	-13.31	VA son idénticas
11	8	3.34	-6.63	-8.23	-4.73	-12.95	
12	9	2.50	-7.29	-7.81	-4.88	-12.69	
13	10	1.88	-8.02	-7.48	-5.03	-12.51	
14	11	1.41	-8.82	-7.20	-5.19	-12.39	
15	12	1.06	-9.70	-6.97	-5.35	-12.32	
16	Fórmulas, año 12	`= B14*0.75	`= C14*1.1	`=PAGO($B$1), $A15,$F$1,-$B15)	`=-PAGO($B$1,$A15, VPN($B$1,$C$4:$C15)+0	`= E15+D15	
17							
18	Tasa de interés	15%	**Análisis del costo marginal**		Current MV, $	38.00	
19		Valor	Pérdida en valor	Interés perdido		Costo marginal	VA del costo
20	Año	comercial, $	comercial, $	en VC por año, $	COA, $	para el año, $	marginal, $/año
21	1	25.00	-13.00	-5.70	-3.40	-22.10	-22.10
22	2	18.75	-6.25	-3.75	-3.74	-13.74	-18.21
23	3	14.06	-4.69	-2.81	-4.11	-11.61	-16.31
24	4	10.55	-3.52	-2.11	-4.53	-10.15	-15.08
25	5	7.91	-2.64	-1.58	-4.98	-9.20	-14.21
26	6	5.93	-1.98	-1.19	-7.48	-10.64	-13.80
27	7	4.45	-1.48	-0.89	-6.02	-8.40	-13.31
28	8	3.34	-1.11	-0.67	-6.63	-8.41	-12.95
29	9	2.50	-0.83	-0.50	-7.29	-8.62	-12.69
30	10	1.88	-0.63	-0.38	-8.02	-9.02	-12.51
31	11	1.41	-0.47	-0.28	-8.82	-9.57	-12.39
32	12	1.06	-0.35	-0.21	-9.70	-10.26	-12.32
33	Fórmulas, año 12	`= B31*0.75	`= B32-B31	`= -$B$1*$B31	`= E31*1.1	`= $C32+$D32+$E32	`=-PAGO($B$1,$A32, VPN($B$1,$F$21:$F32)+0
34							

Figura 11-3
Comparación de la serie de valor anual que resulta de los análisis de VUE y de costo marginal, ejemplo 11.3.

Análisis de VUE: La ecuación (11.4) se aplica repetidamente para $k = 1, 2, \ldots, 12$ años (columnas C, D y E) en la parte superior de la figura 11-3. La fila 6 muestra los detalles de las funciones de la hoja de cálculo para el año 12. El resultado en la columna F es la serie VA total que nos interesa ahora.

Costo marginal (CM): Las funciones en la parte inferior de la figura 11-3 (columnas C, D y E) desarrollan las tres componentes agregadas para obtener la serie del CM. La fila 33 muestra detalles de las funciones para el año 12. El VA resultante de los costos marginales (columna G) es la serie para comparar con la serie de VUE correspondiente de la parte superior (columna F).

Las dos series de VA son idénticas, lo que demuestra que la ecuación (11.5) es correcta. Entonces, tanto el análisis de VUE como el de costo marginal arrojarán la misma información para un estudio de reemplazo. En este caso, los resultados muestran que el horno nuevo tendrá un VA mínimo de los costos de $−12.32 millones en su vida completa de 12 años.

En este momento ya es posible obtener dos conclusiones específicas acerca de n y el VA que se utilizan en un análisis de reemplazo. Estas conclusiones se basan en el grado al que se realizan los estimados anuales del valor comercial.

1. **Se realizan cálculos de valor comercial cada año.** Tales cálculos se emplean para llevar a cabo un análisis de VUE y determinar el valor n con el VA total menor de costos. Éstos son los mejores valores de n y de VA para el análisis de reemplazo.
2. **No se dispone de estimaciones del valor comercial en cada año.** Aquí el único cálculo disponible es el valor comercial (valor de rescate) en el año n. Con este valor se calcula el VA durante n años. Éstos serán los valores anuales y de n que se utilizarán; sin embargo, quizá no sean los "mejores" valores en caso de que no representen el mejor VA total equivalente del valor de costo hallado si se hiciera un análisis de VUE.

Al completar el análisis de VUE (primer punto de los anteriores), el procedimiento de un análisis de reemplazo en la siguiente sección se aplica con los siguientes valores:

Alternativa retadora (R): VA_R para n_R años

Alternativa defensora (D): VA_D para n_D años

11.3 Realización de un análisis de reemplazo

Los análisis de reemplazo se llevan a cabo de dos maneras: sin especificar el periodo de estudio o con un periodo de estudio definido. La figura 11-4 muestra un panorama general del enfoque seguido en cada situación. El procedimiento que se analiza en esta sección se aplica cuando no se especifica el periodo de estudio (horizonte de planeación). Si se identifica un número específico de años en el análisis de reemplazo, por ejemplo, durante los siguientes cinco años sin considerar una continuación posterior a este periodo en el análisis económico, se aplica el procedimiento de la sección 11.5.

Un análisis de reemplazo determina cuándo un retador reemplaza al defensor. El estudio completo se termina si el retador (R) se elige para reemplazar al defensor (D) en ese momento. No obstante, si se mantiene el defensor, el estudio puede extenderse un número de años igual a la vida del defensor n_D, después del cual un retador reemplazará al defensor. Aplique el valor anual y los valores de vida de R y D determinados en el análisis de VUE en el siguiente procedimiento. Suponga que los servicios ofrecidos por el defensor pueden obtenerse en la cantidad VA_D.

El procedimiento del análisis de reemplazo es:

Nuevo análisis de reemplazo:

1. Sobre la base del mejor valor de VA_R o VA_D, elija la opción R o la D. Cuando se haya elegido al retador, reemplace al defensor en ese momento y espere conservar al retador por n_R años. Entonces el análisis de reemplazo estará completo. Por otra parte, si eligió al defensor, planee conservarlo hasta n_D años. (Se trata de la rama izquierda de la figura 11-4.) El próximo año, lleve a cabo los siguientes pasos.

Análisis después de un año:

2. Determine si todos los cálculos son vigentes para ambas alternativas, en especial el costo inicial, el valor comercial y el COA. Si no lo son, proceda con el paso 3. En caso de que sean vigentes y éste es el año n_D, reemplace al defensor. Si no es el año n_D, conserve al defensor un año más y repita este mismo paso. Este paso puede repetirse en varias ocasiones.

3. Si los estimados cambiaron, actualícelos y determine nuevos valores para VA_R y VA_D, e inicie un nuevo análisis de reemplazo (paso 1).

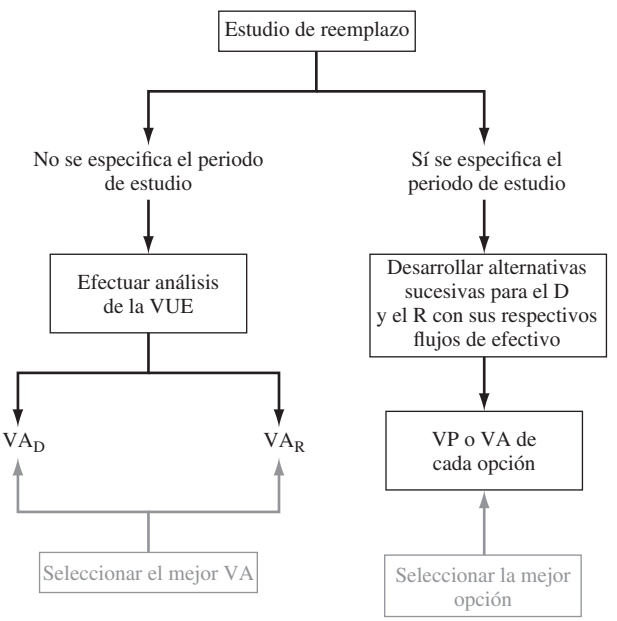


Figura 11-4
Panorama de los enfoques de los estudios de reemplazo.

Si al principio se elige al defensor (paso 1), quizá sea necesario actualizar las estimaciones después de un año de conservarlo (paso 2). Tal vez ya exista un nuevo mejor retador para compararlo con D. Cualquier cambio significativo en los cálculos del defensor o en la disponibilidad de un nuevo retador indica que debe llevarse a cabo un nuevo análisis de reemplazo. En realidad, un análisis de reemplazo puede efectuarse anualmente para determinar la conveniencia de reemplazar o conservar algún defensor, en tanto esté disponible un retador competitivo.

El ejemplo 11.4 que aparece a continuación ilustra la aplicación del análisis de VUE para un retador y un defensor, seguido por la aplicación del procedimiento del análisis de reemplazo. El horizonte de planeación no se especifica en este caso.

EJEMPLO 11.4

Hace dos años, Toshiba Electronics realizó una inversión de $15 millones en una maquinaria nueva de línea de ensamblado. Adquirió más o menos 200 unidades a $70 000 cada una y las ubicó en plantas de 10 países. El equipo clasifica, prueba e inserta ordenadamente los componentes electrónicos en tableros de circuito impresos con propósitos específicos. Este año, el nuevo estándar internacional de la industria requerirá una adecuación de $16 000 por unidad, además del costo esperado de operación. Debido a estos nuevos estándares, aunados al rápido cambio tecnológico, un sistema nuevo desafía la conservación de esta maquinaria de dos años de uso. El jefe de ingenieros de Toshiba en Estados Unidos sabe que deben considerarse los aspectos económicos, por lo que se cuestiona acerca de si el análisis de reemplazo debe llevarse a cabo este año y anualmente en el futuro, si es necesario. La tasa de interés es $i = 10\%$ y las estimaciones son las que aparecen a continuación.

Retador:	Costo inicial: $50 000 Valores comerciales futuros: decremento de 20% anual Periodo estimado de retención: no más de 10 años Estimados del COA: $5 000 el primer año, con incrementos anuales de $2 000 en adelante
Defensor:	Valor comercial internacional actual: $15 000 Valores comerciales futuros: decremento de 20% anual Periodo estimado de retención: no mayor a tres años más Estimados del COA: $4 000 el próximo año, con incrementos anuales de $4 000 en adelante, más $16 000 por la adecuación en el próximo año

a) Determine los montos de VA y las vidas útiles económicas que se necesitan para efectuar el estudio de reemplazo.

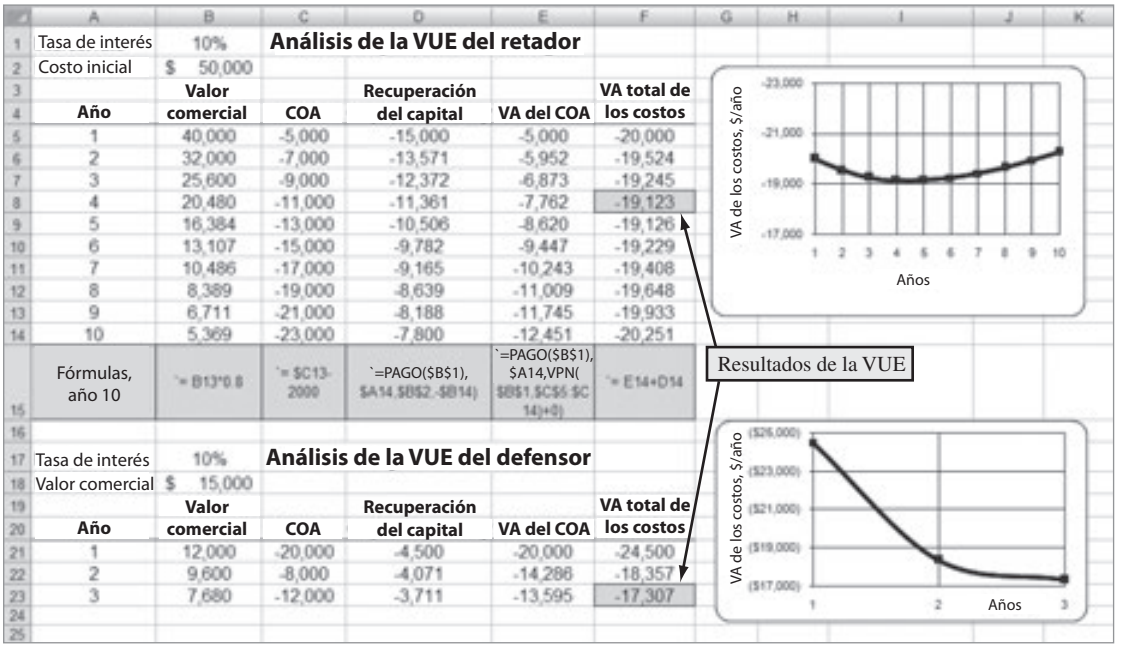
b) Realice ahora el estudio de reemplazo.

c) Después de un año, es hora del análisis de seguimiento. El retador realiza grandes incursiones en el mercado de equipo de ensamblado de componentes electrónicos, sobre todo con los nuevos estándares internacionales incorporados. El valor comercial esperado para el defensor todavía es de $12 000 este año, pero se espera que caiga hasta un valor casi nulo en el futuro: $2 000 el próximo año en el mercado mundial y después 0. Además, debe tomarse en cuenta que el equipo obsoleto tiene un costo de servicio más elevado; por tanto, se estima que el COA se incremente el siguiente año de $8 000 a $12 000, y en dos años, hasta $16 000. Realice el análisis de seguimiento para el análisis de reemplazo.

Solución

a) Los resultados del análisis de VUE de la figura 11-5 incluyen todas las estimaciones del VC y el COA en las columnas B y C. Para el retador, observe que $P = \$50\,000$ es también el valor comercial en el año 0. El VA total de costos es por año, si se pusiera en servicio el retador en ese número de año. Como ejemplo, el año $k = 4$, cuyo monto es $\$-19\,123$, se determina mediante la ecuación (11.3), donde el factor A/G acomoda la serie gradiente aritmético en el COA.

$$\begin{aligned} \text{VA}_4 \text{ total} &= -50\,000(A/P,10\%,4) + 20\,480(A/F,10\%,4) \\ &\quad - [5\,000 + 2\,000(A/G,10\%,4)] \\ &= \$-19\,123 \end{aligned}$$



	A	B	C	D	E	F
1	Tasa de interés	10%	**Análisis de la VUE del retador**			
2	Costo inicial	$ 50,000				
3		Valor		Recuperación		VA total de
4	Año	comercial	COA	del capital	VA del COA	los costos
5	1	40,000	-5,000	-15,000	-5,000	-20,000
6	2	32,000	-7,000	-13,571	-5,952	-19,524
7	3	25,600	-9,000	-12,372	-6,873	-19,245
8	4	20,480	-11,000	-11,361	-7,762	-19,123
9	5	16,384	-13,000	-10,506	-8,620	-19,126
10	6	13,107	-15,000	-9,782	-9,447	-19,229
11	7	10,486	-17,000	-9,165	-10,243	-19,408
12	8	8,389	-19,000	-8,639	-11,009	-19,648
13	9	6,711	-21,000	-8,188	-11,745	-19,933
14	10	5,369	-23,000	-7,800	-12,451	-20,251
15	Fórmulas, año 10	`= B13*0.8	`= $C13-2000	`=PAGO($B$1), $A14,$B$2,-$B14)	`=PAGO($B$1), $A14,VPN($B$1,$C$5:$C 14)+0)	`= E14+D14
16						
17	Tasa de interés	10%	**Análisis de la VUE del defensor**			
18	Valor comercial	$ 15,000				
19		Valor		Recuperación		VA total de
20	Año	comercial	COA	del capital	VA del COA	los costos
21	1	12,000	-20,000	-4,500	-20,000	-24,500
22	2	9,600	-8,000	-4,071	-14,286	-18,357
23	3	7,680	-12,000	-3,711	-13,595	-17,307
24						
25						

Figura 11-5
Análisis de la VUE del retador y el defensor, ejemplo 11.4.

Para el análisis VUE con hoja de cálculo se obtiene este mismo resultado en la celda F8 por medio de la ecuación (11.4). Las funciones son

$$\begin{aligned} VA_4 \text{ total} &= \text{PAGO}(10\%,4,50\,000,-20\,480) - \text{PAGO}(10\%,4,\text{VPN}(10\%,\text{C5:C8})+0) \\ &= -11\,361 - 7\,762 \\ &= -19\,123 \end{aligned}$$

Los costos del defensor se analizan de la misma forma hasta un periodo de conservación máximo de tres años.

Los valores del costo menor VA (numéricamente más grandes) para el análisis de reemplazo son:

Retador: $VA_R = \$-19\,123$ para $n_R = 4$ años
Defensor: $VA_D = \$-17\,307$ para $n_D = 3$ años

La curva del costo de VA total del retador (figura 11-5) tiene la forma clásica y es relativamente plana entre los años 3 y 6; casi no existe diferencia en el valor anual total de los años 4 y 5. Para el defensor, note que los valores del COA varían sustancialmente durante tres años, y que su incremento o decremento no es constante.

b) Para aplicar el estudio de reemplazo en este momento, realice sólo el primer paso del procedimiento. Después seleccione al defensor porque tiene el mejor VA de costos ($\$-17\,307$) y espere conservarlo tres años más. Prepare un análisis después de un año a partir de ahora.

c) Un año después, la situación cambió significativamente para el equipo Toshiba que se conservó el último año. Aplique los pasos del análisis posterior a un año:

1. Después de un año de conservar al defensor, los estimados del retador todavía son razonables, aunque el valor comercial del defensor y sus estimados del COA son significativamente diferentes. Vaya al paso 3 y realice un nuevo análisis de VUE para el defensor.
2. Los estimados del defensor que se indican en la figura 11-5 se actualizan para el análisis de VUE. Se calculan nuevos valores anuales con la ecuación (11.3). Existe ahora un máximo de dos años más para conservar al defensor, un año menos que los tres años determinados el año pasado.

Año *k*	Valor comercial, $	COA, $	VA total si se retiene al defensor por *k* años más, $
0	12 000	—	—
1	2 000	−12 000	−23 200
2	0	−16 000	−20 819

El VA y los valores *n* del nuevo estudio de reemplazo son los siguientes:

Retador: sin cambio en $VA_R = \$-19\,123$ para $n_R = 4$ años
Defensor: nuevo $VA_D = \$-20\,819$ para $n_D = 2$ años más

Ahora elija al retador tomando como base su VA favorable. A continuación, reemplace al defensor en este momento, y no dentro de dos años. Espere conservar al retador por cuatro años o hasta que aparezca un mejor retador.

EJEMPLO 11.5 El caso de cambiar o conservar un horno

EP

Continuamos con el ejemplo progresivo de posible reemplazo de un horno en ByT Enterprises. Un estudio de mercado reveló que la mejora en los negocios en la costa oeste implicaba que el perfil de ingresos entre el horno instalado (PT) y el propuesto (GH) sería el mismo, pero el nuevo tal vez acarreara nuevos ingresos en los siguientes dos años. El presidente de ByT decidió que era el momento de hacer un estudio de reemplazo. Suponga que usted es el ingeniero a cargo y que ya había hecho el análisis VUE del retador (ejemplo 11.3). Éste indica que para el sistema GH la VUE es su vida útil esperada.

Retador: VUE $n_{GH} = 12$ años con el costo anual equivalente total $VA_{GH} = \$-12.32$ millones

El presidente pidió a usted que completara el estudio de reemplazo estipulando que, debido al rápido aumento de los costos de operación anual (COA), se conservaría al defensor un máximo de seis años. Se espera que usted haga las estimaciones necesarias para el defensor (PT) y efectúe el estudio con una tasa de rendimiento de 15% anual.

Solución

Después de recabar algunos datos, tiene evidencias de que el valor comercial del sistema PT permanecerá alto, pero se espera que el COA mantenga su aumento alrededor de $1.2 millones por año. Las mejores estimaciones para los siguientes seis años en unidades de $1 millón son las siguientes:

Año	1	2	3	4	5	6
Valor comercial, $M	22.0	22.0	22.0	20.0	18.0	18.0
COA, $M por año	−5.2	−6.4	−7.6	−8.8	−10.0	−11.2

Se elabora una hoja de cálculo y se ejecuta el análisis de la figura 11-6. Como ilustración, el cálculo del VA total para tres años de conservación del horno en millones de $ es

$$\begin{aligned} VA_3 \text{ total} &= -22.0(A/P,15\%,3) + 22.0(A/F,15\%,3) - [5.2(P/F,15\%,1) + 6.4(P/F,15\%,2) \\ &\quad +7.6(P/F,15\%,3)](A/P,15\%,3) \\ &= -9.63 + 6.34 - [14.36]\,(0.43798) \\ &= \$-9.59 \text{ por año} \end{aligned}$$

Aunque el sistema puede conservarse hasta seis años, la VUE es mucho más corta en un año.

Defensor: VUE $n_{PT} = 1$ año con el costo anual equivalente total $VA_{PT} = \$-8.50$ millones

	A	B	C	D	E	F
1			Análisis VUE del horno PT			
2	Tasa de interés	15%			Valor comercial	$ 22.00
3						
4		Valor		Capital de		VA total de
5	Año	comercial	COA	recuperación	VA del COA	los costos
6	1	22.00	-5.20	-3.30	-5.20	-8.50
7	2	22.00	-6.40	-3.30	-5.76	-9.06
8	3	22.00	-7.60	-3.30	-6.29	-9.59
9	4	20.00	-8.80	-3.70	-6.79	-10.49
10	5	18.00	-10.00	-3.89	-7.27	-11.16
11	6	18.00	-11.20	-3.76	-7.72	-11.47
12	Fórmula, año 3	22.00	-7.60	`=PAGO($B$2, $A8,$F$2,-$B8)	`= –PAGO($B$2,$A8 VPN($B$2,$C$6:$C8)+0)	`= D8+E8
13						

Figura 11-6
Análisis de la VUE del horno PT, defensor, del caso progresivo, ejemplo 11.5.

Para tomar la decisión de reemplazar o conservar se aplica el paso 1 del procedimiento. Como $VA_{PT} = \$-8.50$ millones por año es considerablemente menor que $VA = \$-12.32$ millones, se debe recomendar conservar el horno actual un año más y hacer otro estudio durante el año a fin de determinar si las estimaciones actuales son aún confiables.

Comentario

Es importante hacer una observación de las tendencias de las dos series VA finales en este problema. La comparación de la figura 11-3 (parte superior), columna F, con la figura 11-6, columna F, muestra que el VA total más grande del sistema actual ($\$-11.47$ M durante seis años) está por debajo del valor total más pequeño de VA del sistema propuesto ($\$-12.32$ M durante 12 años). Esto indica que el sistema de núcleo de grafito (el retador) no se escogerá según el criterio económico. Deben hacerse cambios significativos en las estimaciones para que el retador se justifique.

11.4 Consideraciones adicionales en un análisis de reemplazo ●●●

Hay algunos aspectos adicionales en un análisis de reemplazo que es necesario explicar. Tres de estos aspectos se identifican y analizan en orden.

- Decisiones de reemplazo para años futuros en el momento del análisis de reemplazo inicial.
- Costo de oportunidad respecto de enfoques de flujos de efectivo para comparar alternativas.
- Anticipación de futuros retadores mejorados.

En la mayoría de los casos, cuando la gerencia inicia un análisis de reemplazo, la pregunta se plantea mejor de la siguiente manera: ¿"Se reemplaza ahora, dentro de un año, dentro de dos años, etcétera?" El procedimiento anterior responde en efecto la pregunta en tanto los cálculos de R y D no varíen conforme transcurre cada año. En otras palabras, *en el momento en que se lleva a cabo, el paso 1 del procedimiento responde la pregunta referente al reemplazo para múltiples años*. Es sólo cuando las estimaciones cambian con el tiempo que la decisión de retener al defensor puede invertirse prematuramente en favor del entonces mejor retador, es decir, antes de n_D años.

Los costos iniciales (valores *P*) para el retador y el defensor se tomaron correctamente como inversión inicial en el caso del retador R, y el valor comercial actual, en el caso del defensor D. Esto recibe el nombre de **enfoque de costo de oportunidad** porque reconoce que se ignora una entrada de fondos igual al valor comercial al elegir al defensor. Dicho enfoque, también llamado convencional, es correcto para cada análisis de reemplazo. Un segundo enfoque, denominado **enfoque de flujo de efectivo**, reconoce que, cuando se elige R, se recibe la entrada de efectivo del valor comercial para el caso del defensor y, en efecto, reduce de inmediato el capital necesario para invertir en el retador. *La aplicación del enfoque de flujo de efectivo se recomienda muy poco* a causa de, al menos, dos razones: la posible violación del supuesto de servicios iguales y el valor para R. Estamos conscientes de que todas las evaluaciones económicas deben comparar alternativas con servicios iguales. Por consiguiente, el enfoque de flujo de efectivo sólo funciona cuando las vidas del retador y del defensor son exactamente iguales. Por lo general, éste no es el caso; de hecho, el análisis de VUE y el procedimiento del estudio de reemplazo se diseñan con el propósito de comparar dos alternativas mutuamente excluyentes y de *vidas diferentes* con el método del valor anual. Si esta razón relativa a la comparación de servicios iguales no es suficiente, considere lo que sucede a la cantidad de recuperación de capital del retador cuando disminuye su costo inicial por el valor comercial del defensor. Los términos de la recuperación de capital (RC) en la ecuación (11.3) se reducirán, lo que dará como resultado un falso valor bajo de RC para el retador, cuando se elige. Desde la perspectiva ventajosa del estudio económico mismo, la decisión para R o D no cambiará; sin embargo, cuando se elige e instrumenta R, el valor RC no resulta confiable. La conclusión es simple:

> Emplee la inversión inicial de R y el valor comercial de D como costos iniciales en el análisis de VUE y en el análisis de reemplazo.

Una premisa fundamental de un análisis de reemplazo se refiere a que algún retador reemplazará al defensor en cierto momento futuro, siempre que el servicio se siga requiriendo y se disponga de un retador que valga la pena. La expectativa de mejorar siempre los retadores puede estimular a retener al defensor hasta que se estabilicen algunos elementos relacionados con la situación: tecnología, costos, fluctuaciones del mercado, negociaciones por contrato, etcétera. Éste fue el caso en los dos ejemplos

anteriores. Un gasto considerable en equipo cuando las normas cambiaron inmediatamente después de la compra forzó un análisis de reemplazo prematuro y una pérdida cuantiosa de capital invertido. El análisis de reemplazo no sustituye la disponibilidad del retador predecible. *Es importante comprender las tendencias, avances y fuerzas competitivas que pueden complementar el resultado económico de un buen análisis de reemplazo*. Con frecuencia es mejor comparar al retador con un defensor fortalecido en el análisis de reemplazo. La añadidura de las características necesarias a un defensor ya instalado llega a prolongar su vida útil y su productividad hasta que las alternativas del retador resulten más atractivas.

Es posible un impacto tributario significativo cuando se cambia un defensor temprano en su vida esperada. Si se toman en cuenta los impuestos, consulte ahora, o después de la siguiente sección, el capítulo 17 y el análisis de reemplazo después de impuestos, en la sección 17.7.

11.5 Análisis de reemplazo durante un periodo de estudio específico ●●●

Cuando el periodo del análisis de reemplazo se limita a un periodo de estudio u horizonte de planeación específico, seis años por ejemplo, el análisis VUE no se lleva a cabo.

La determinación de los valores VA para el retador y la vida restante del defensor normalmente no se basan en la vida útil económica; el VA se calcula sólo para el periodo de estudio. No se toma en cuenta lo que sucede con las alternativas después del periodo de estudio en el análisis de reemplazo.

Esto significa que ni el defensor ni el retador se requieren más allá del periodo de estudio. De hecho, un periodo fijo de estudio no se ajusta a los tres supuestos establecidos en la sección 11.1: servicio necesario para un futuro indefinido, óptima disponibilidad del retador ahora y estimaciones idénticas para futuros ciclos de vida.

Cuando se efectúa un análisis de reemplazo durante un periodo fijo, resulta esencial que los cálculos para determinar los valores VA sean exactos y se utilicen en el estudio. Lo anterior es de particular importancia para el defensor. Si no se cumple con la siguiente condición, se viola la suposición de comparación de servicios iguales.

Cuando la vida restante del defensor es **más breve que el periodo de estudio**, el costo de suministrar los servicios del defensor, a partir del final de su vida restante esperada hasta el final del periodo de estudio, debe calcularse con tanta exactitud como sea posible e incluirse en el análisis de reemplazo.

Periodo de estudio

La rama derecha de la figura 11-4 muestra una vista general del procedimiento del estudio de reemplazo para un periodo de estudio establecido.

1. *Alternativas sucesivas y valores VA*. Se aplican todas las formas viables de utilizar al defensor y al retador durante el periodo de estudio. Puede haber una o varias alternativas; cuanto más extenso sea el periodo de estudio, más se complica el análisis. Los valores VA de los flujos de efectivo del retador y el defensor se utilizan para formar la serie de flujo de efectivo equivalente para cada opción.
2. *Elección de la mejor opción*. Se calcula el VP o VA de cada opción durante el periodo de estudio. Se elige la opción con mínimo costo o mayores rendimientos en caso de estimar los ingresos. (Como antes, la mejor opción tendrá el mayor valor numérico de VP o VA.)

Los siguientes tres ejemplos aplican dicho procedimiento e ilustran la importancia de estimar costos para la alternativa del defensor cuando su vida restante es menor que el periodo de estudio.

EJEMPLO 11.6

Claudia trabaja en la división de mantenimiento de aviones de Lockheed-Martin (LMCO). Se prepara para lo que ella y su superior, el jefe de la división, esperan que resulte un nuevo contrato de defensa de 10 años con la Fuerza Aérea de Estados Unidos para aviones de carga C-5A. Una pieza esencial del equipo para operaciones de mantenimiento consiste en un sistema de diagnóstico de circuitos con aplicación para la aviación. El sistema actual se compró hace siete años con un contrato anterior. No tiene costos de recuperación de capital restantes y los siguientes cálculos son confiables: valor comercial actual: \$70 000, vida restante de tres años más, no hay valor de rescate y el COA = \$30 000 anuales. Las únicas alternativas del sistema consisten en reemplazarlo o conservarlo los tres años completos que le quedan.

Claudia descubrió que sólo existe un buen sistema retador con las siguientes estimaciones de costos: costo inicial de \$750 000, 10 años de vida, $S = 0$ y COA = \$50 000 anuales.

Al percatarse de la importancia de las estimaciones exactas de los costos de la alternativa del defensor, Claudia preguntó al jefe de la división qué sistema representaría una continuación lógica del actual dentro de tres años si LMCO consigue el contrato. El jefe predijo que LMCO compraría el mismo sistema que ella había identificado como retador, porque es el mejor en el mercado. La compañía lo conservaría los 10 años completos adicionales para utilizarlo con una extensión del contrato o en otra aplicación que permitiera recuperar los tres años que quedan de capital invertido. Claudia interpretó que la respuesta significaba que los últimos tres años también serían de recuperación de capital, aunque en otro proyecto. El estimado de Claudia del costo inicial de este sistema para dentro de tres años es de $900 000. Además, los $50 000 anuales de COA constituyen la mejor estimación en este momento.

El jefe de la división señaló que cualquier estudio tenía que aplicar una tasa de interés de 10%, según indica la Oficina de Dirección y Presupuesto de Estados Unidos. Realice un análisis de reemplazo para el periodo fijo del contrato de 10 años.

Solución

Se fija el periodo de estudio en 10 años, de manera que el intento de establecer suposiciones de análisis de reemplazo no se encuentra presente. Esto implica que las estimaciones de seguimiento del defensor son muy importantes para el análisis. Además, *cualesquiera análisis para determinar los valores de VUE son innecesarios* en virtud de que ya se establecieron las vidas de las alternativas y no se dispone de estimaciones de los valores comerciales anuales. El primer paso del procedimiento del análisis de reemplazo consiste en definir las alternativas. Como el defensor se reemplazará ahora o en tres años, sólo existen dos alternativas:

1. Un retador para 10 años.
2. Un defensor para tres años, seguido por un retador para siete años.

En la figura 11-7 se diagraman los flujos de efectivo. Para la opción 1, se utiliza el retador para los 10 años. Se aplica la ecuación (11.3) para calcular el VA con las siguientes estimaciones:

$$\text{Retador:} \qquad P = \$-750\,000 \qquad \text{COA} = \$-50\,000$$
$$n = 10 \text{ años} \qquad S = 0$$

$$\text{VA}_R = -750\,000(A/P,10\%,10) - 50\,000 = \$-172\,063$$

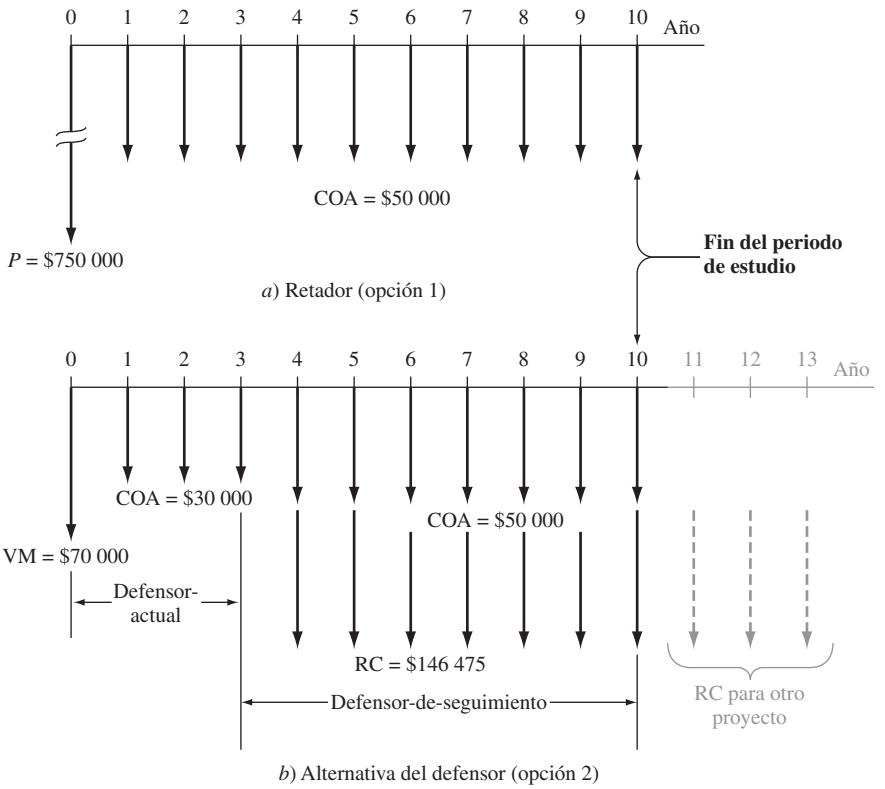


Figura 11-7
Diagramas de flujo de efectivo para un análisis de reemplazo con periodo de estudio de 10 años, ejemplo 11.6.

La segunda opción incluye estimaciones de costos más complejas. El VA para el sistema actual se calcula durante los primeros tres años. Sumada a este valor se encuentra la recuperación del capital para el seguimiento del defensor por los siguientes siete años. *No obstante, en este caso la cantidad RC se determina durante sus 10 años completos de vida.* (No es raro que la recuperación del capital invertido se mueva entre los proyectos, en particular en el caso del trabajo por contrato.) Designe los elementos de VA como VA_{DA} (el subíndice DA representa al defensor actual) y VA_{DS} (el subíndice DS representa al defensor de seguimiento). Los diagramas de flujo de efectivo finales se muestran en la figura 11-7*b*).

Defensor actual: valor comercial = \$−70 000 COA = \$−30 000

$n = 3$ años $S = 0$

$$VA_{DA} = [-70\,000 - 30\,000(P/A,10\%,3)](A/P,10\%,10) = \$-23\,534$$

Defensor de seguimiento: $P = \$-900\,000$, $n = 10$ años sólo para los cálculos de recuperación de capital, COA = \$−50 000 para los años 4 a 10, $S = 0$.

El RC y el VA para los 10 años son

$$RC_{DS} = -900\,000(A/P,10\%,10) = \$-146\,475 \tag{11.6}$$

$$VA_{DS} = (-146\,475 - 50\,000)(F/A,10\%,7)(A/F,10\%,10) = \$-116\,966$$

El VA_D total del defensor es la suma de los dos valores anuales anteriores. Éste es el VA para la opción 2.

$$VA_D = VA_{DA} + VA_{DS} = -23\,534 - 116\,966 = \$-140\,500$$

La opción 2 tiene un costo menor (\$−140 500 contra \$−172 063). Conserve al defensor ahora y espere la compra del sistema de seguimiento para dentro de tres años.

Comentario

El costo de recuperación del capital para el defensor de seguimiento lo absorberá algún proyecto por identificarse para los años 11 a 13. Si no se realizara esta suposición, su costo de recuperación del capital se calcularía durante siete años, no 10, en la ecuación (11.6), lo cual incrementaría el valor de RC a \$−184 869. Esto eleva el valor anual a $VA_D = \$-163\,357$. Se mantiene la elección de la alternativa del defensor (opción 2).

EJEMPLO 11.7

Hace 3 años, el aeropuerto O'Hare de Chicago compró un nuevo camión de bomberos. Como consecuencia del incremento en el número de vuelos, se requiere de una nueva capacidad en la lucha contra los incendios. Ahora se puede adquirir otro camión de bomberos con la misma capacidad o un camión con el doble de capacidad puede sustituir al actual. A continuación aparecen las estimaciones. Compare las alternativas a 12% anual aplicando *a*) un periodo de estudio de 12 años y *b*) un periodo de estudio de nueve años.

	El que se tiene en la actualidad	Nueva compra	De doble capacidad
Costo inicial *P*, \$	−151 000 (hace 3 años)	−175 000	−190 000
COA, \$	−1 500	−1 500	−2 500
Valor comercial, \$	70 000	—	—
Valor de rescate, \$	10% de *P*	12% de *P*	10% de *P*
Vida, años	12	12	12

Solución

Identifique la opción 1 como retención del camión que ya se posee y el incremento con un nuevo vehículo de la misma capacidad. Defina la opción 2 como un reemplazo con el camión del doble de capacidad.

	Opción 1		Opción 2
	El que se tiene en la actualidad	Incremento	Capacidad doble
P, \$	−70 000	−175 000	−190 000
COA, \$	−1 500	−1 500	−2 500
S, \$	15 100	21 000	19 000
n, años	9	12	12

a) En el caso del periodo de estudio de 12 años de vida de la opción 1,

$$\begin{aligned} VA_1 &= (\text{VA del camión que actualmente se tiene}) + (\text{VA del incremento}) \\ &= [-70\,000(A/P,12\%,9) + 15\,100(A/F,12\%,9) - 1\,500] \\ &\quad + [-175\,000(A/P,12\%,12) + 21\,000(A/F,12\%,12) - 1\,500] \\ &= -13\,616 - 28\,882 \\ &= \$-42\,498 \end{aligned}$$

Estos cálculos suponen que los servicios equivalentes que proporciona el camión de bomberos actual pueden comprarse a $\$-13\,616$ anuales durante los años 10 a 12.

$$\begin{aligned} VA_2 &= -190\,000(A/P,12\%,12) + 19\,000(A/F,12\%,12) - 2\,500 \\ &= \$-32\,386 \end{aligned}$$

Se reemplaza ahora con el camión de bomberos del doble de la capacidad (opción 2) con una ventaja de $10 112 anuales.

b) El análisis para un periodo de estudio abreviado de nueve años es idéntico, salvo que $n = 9$ en cada factor; es decir, se admiten tres años menos para que el incremento y los camiones del doble de capacidad recuperen la inversión del capital más 12% anual de rendimientos. Los valores de rescate son los mismos en virtud de que se indican en forma de porcentaje de P todos los años:

$$VA_1 = \$-46\,539 \qquad VA_2 = \$-36\,873$$

La opción 2 se elige de nuevo.

Los dos ejemplos anteriores indican una consideración importante para establecer la duración del periodo de estudio del análisis del reemplazo. Involucra el monto de la recuperación de capital para el retador cuando se aplica la definición estricta de periodo de estudio.

Periodo de estudio

Recuperación de capital

Si el periodo de estudio se abreviara más que la vida del retador, el monto de la recuperación de capital de éste **aumenta** con objeto de recuperar la inversión inicial más un rendimiento en dicho **periodo acortado**. Los periodos de estudio muy reducidos tienden a perjudicar al retador porque no se hace ninguna consideración del tiempo más allá del periodo de estudio cuando se calcula el monto de recuperación de capital del retador.

Si existen varias alternativas para el número de años que el defensor puede mantenerse antes de reemplazarlo con el retador, el primer paso del análisis de reemplazo —alternativas sucesivas y valores VA— debe incluir todas las alternativas viables. Por ejemplo, si el periodo de estudio fuera de cinco años y el defensor permaneciera en servicio uno, dos o tres años, deben hacerse estimaciones de costos para determinar los valores VA en cada periodo de retención del defensor. En tal caso, hay cuatro alternativas; llamémoslas W, X, Y y Z.

Opción	Defensor retenido, años	Servicio del retador, años
W	3	2
X	2	3
Y	1	4
Z	0	5

Los valores VA respectivos para la retención del defensor y el uso del retador definen los flujos de efectivo en cada opción. El ejemplo 11.8 ilustra el procedimiento con el caso progresivo.

EJEMPLO 11.8 El caso de conservar o reemplazar un horno

EP

Llegamos al punto en que concluyó el estudio de reemplazo entre el defensor PT y el retador GH (ejemplo 11.5). El defensor era la elección obvia con un VA mucho más pequeño ($\$-8.50$ M) que el del retador ($\$-12.32$ M). Ahora, la dirección de ByT está en un dilema. Saben que el horno actual de túnel es mucho más barato que el nuevo de núcleo de grafito, pero no debe ignorarse la posibilidad de nuevos negocios futuros.

TABLA 11-2 Estudio de reemplazo, alternativas y montos de VA totales, ejemplo 11.8

	Defensor, PT		Retador, GH	
Opción	Años conservado	VA, $ M/año	Años conservado	VA, $ M/año
A	1	−8.50	5	−14.21
B	2	−9.06	4	−15.08
C	3	−9.59	3	−16.31
D	4	−10.49	2	−18.21
E	5	−11.16	1	−22.10
F	6	−11.47	0	—

El presidente preguntó: "¿es posible determinar cuándo es económicamente más barato comprar el nuevo horno si el actual se conserva al menos un año pero no más de los seis de su vida esperada?" El director financiero respondió que sí, por supuesto. *a*) Determine la respuesta para el presidente. *b*) Analice el siguiente paso en el análisis con base en la conclusión a que se llegue aquí.

Solución

a) En realidad se trata de una pregunta fácil, pues ya se determinó toda la información. Sabemos que la TMAR es de 15% anual, el periodo de estudio se estableció en seis años y el defensor PT se conservará de uno a seis años. Entonces, el retador GH se considerará para 0 a 5 años de servicio. Los montos totales de VA se determinaron para el defensor en el ejemplo 11.5 (figura 11-6) y para el retador en el ejemplo 11.3 (figura 11-3). Por conveniencia, se repiten en la tabla 11-2. Use el procedimiento para un análisis de reemplazo con periodo de estudio fijo.

Paso 1: Alternativas de sucesión y valores VA. Hay seis alternativas en este caso; el defensor se conserva de uno a seis años mientras que el retador se instala de cero a cinco años. Las denotaremos de A a F. La figura 11-8 presenta las alternativas y la serie de VA para cada una de ellas a partir de la tabla 11-2. No se toma en cuenta que el retador tiene una vida esperada de 12 años, pues el periodo de estudio es fijo de seis años.

Paso 2: Selección de la mejor opción. El monto de VA de cada opción se determina para el periodo de estudio de seis años en la columna J de la figura 11-8. La conclusión obvia es **conservar al defensor** seis años más.

b) Cada análisis de reemplazo señala que el defensor debe conservarse para el futuro cercano. Si el análisis se lleva más lejos, debe considerarse la posibilidad de mayores ingresos debido a los servicios de la alta temperatura del retador y su mayor eficiencia de operación. En la introducción se mencionó que había nuevas oportunidades de negocios. El aumento de ingresos para el retador disminuiría el VA de sus costos y tal vez lo hiciera más viable económicamente.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Tiempo en servicio, años								Opción,
2		Defensor,	Retador,	VA de los flujos de efectivo de cada opción, $ M por año						VP a 15%,
3	Opción	PT	GH	1	2	3	4	5	6	$ M
4	A	1	5	-8.50	-14.21	-14.21	-14.21	-14.21	-14.21	-48.81
5	B	2	4	-9.06	-9.06	-15.08	-15.08	-15.08	-15.08	-47.28
6	C	3	3	-9.59	-9.59	-9.59	-16.31	-16.31	-16.31	-46.38
7	D	4	2	-10.49	-10.49	-10.49	-10.49	-18.21	-18.21	-46.87
8	E	5	1	-11.16	-11.16	-11.16	-11.16	-11.16	-22.10	-46.96
9	F	6	0	-11.47	-11.47	-11.47	-11.47	-11.47	-11.47	**-43.41**
10										
11				Conclusión: Conservar al defensor los seis años						
12										
13										

Figura 11-8
Montos de VP para un análisis de reemplazo con periodo de estudio de seis años, ejemplo 11.8.

11.6 Valor de reemplazo ●●●

Con frecuencia es útil conocer el mínimo valor comercial necesario del defensor para que el retador sea económicamente atractivo. Si puede obtenerse un valor comercial o de intercambio de al menos dicha cantidad, desde un punto de vista económico debe seleccionarse de inmediato al retador. Éste es el *valor de equilibrio* entre VA_R y VA_D; se conoce como **valor de reemplazo (VR)**. Se plantea la relación $VA_R = VA_D$ con el valor de mercado para el defensor identificado como VR, que es la incógnita. Se conoce VA_R, por lo que es posible determinar VR. El criterio de selección es como sigue:

> Si el valor comercial real **supera** el **valor de reemplazo** de equilibrio, el retador es la mejor opción y debe reemplazar ahora al defensor.

La determinación del VR para un defensor es una excelente oportunidad de usar la herramienta Goal Seek en Excel. La celda objetivo es el valor comercial actual, y se obliga al valor VA_D a igualar el monto de VA_R. En el ejemplo 11.9 se estudia el valor de reemplazo del caso progresivo.

EJEMPLO 11.9 El caso de conservar o reemplazar un horno

EP

Como consideración final del horno retador, se decide determinar su cantidad de intercambio necesaria para que el retador fuera la opción económica el año próximo. Esto se basa en el análisis de VUE que concluyó lo siguiente (ejemplos 11.3 y 11.5):

Defensor: VUE $n_{PT} = 1$ año con $VA_{PT} = \$-8.50$ millones
Retador: VUE $n_{GH} = 12$ años con $VA_{GH} = \$-12.32$ millones

El precio original del defensor era de \$25 millones, y se estimó un valor comercial actual de \$22 millones (figura 11-6). Como el horno instalado se conoce por la retención de su valor de mercado (VM), se espera que la diferencia entre VR y VM no sea significativa. ¿Cuál debe ser VR? La TMAR es de 15% anual.

Solución

Se plantea la relación VA para el defensor por el tiempo de la VUE de 1 año igual a $VA_{GH} = \$-12.32$ y se despeja VR. Las estimaciones de COA y VM el próximo año aparecen en la figura 11-6; en unidades de 1 millón, son

Año 1: COA $= \$-5.20$ VM $= \$22.0$

$$-12.32 = -VR(A/P,15\%,1) + 22.00(A/F,15\%,1) - 5.20$$
$$1.15VR = 12.32 + 22.00 - 5.20$$
$$VR = \$25.32$$

Aunque VR es mayor que el VM estimado del defensor, \$22 millones, cierta flexibilidad en la oferta de intercambio o el costo inicial del retador haría que el retador se justificara en lo económico.

Comentario

Para encontrar VR con una hoja de cálculo, consulte la figura 11-6. En el modelo de Goal Seek (Buscar objetivo), la celda "fija" es el VA para 1 año (actualmente, \$−8.50), y el valor requerido es \$−12.32, el VA_{GH} para su VUE de 12 años. La celda "variable" es el valor comercial actual (celda F2), actualmente, \$22.00. Cuando se hace clic en "OK", aparece \$25.32 en el valor comercial de equilibrio. Éste es el VR.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En un análisis de reemplazo es importante comparar al mejor retador con el defensor. *El mejor retador (económicamente) es el que posee el menor valor anual (VA) de costos para cierto número de años*. Si se especifican la vida restante esperada del defensor y la vida estimada del retador, se determinan los valores VA durante estos años y procede al análisis de reemplazo. Sin embargo, si pueden hacerse estimaciones razonables del valor comercial esperado (VC) y del COA para cada año de posesión, los costos (marginales) año por año permiten determinar al mejor retador.

El análisis de vida útil económica (VUE) se elaboró para determinar la mejor cantidad de años de servicio del retador y, como resultado, el menor VA total de los costos. Los valores n_R y VA_R que resultan se utilizan en el procedimiento del análisis de reemplazo. En el caso de la VUE del defensor se puede llevar a cabo el mismo análisis.

En los análisis de reemplazo donde no se especifica ningún periodo de estudio (horizonte de planificación), debe utilizarse el método del valor anual para comparar dos alternativas de vidas diferentes. El mejor VA determina el tiempo de retención del defensor antes de su reemplazo.

Cuando se especifica un periodo de estudio en el caso de un análisis de reemplazo, es vital que las estimaciones del valor comercial y el costo para el defensor resulten tan exactas como sea posible. Cuando la vida restante del defensor sea más breve que el periodo de estudio, es esencial calcular con especial cuidado el costo para continuar con el servicio. Se enumeran todas las alternativas viables para utilizar al defensor y al retador, y se determinan sus flujos de efectivo equivalentes de VA. Por cada opción, se usa el valor de VP o VA para elegir la mejor opción. Tal opción determina el tiempo de retención del defensor antes de su reemplazo.

PROBLEMAS

Fundamentos del reemplazo

11.1 En un estudio de reemplazo, ¿qué significa "adoptar el punto de vista del no propietario"?

11.2 Un activo que se compró hace tres años en $100 000 se hace obsoleto con más rapidez de la esperada. La compañía pensaba que el activo duraría cinco años y que su valor en libros disminuiría $20 000 cada año, por lo que carecería de valor al final del año 5. Al considerar un reemplazo más versátil, confiable y de alta tecnología, la compañía descubrió que el activo que posee actualmente tiene un valor comercial de sólo $15 000. Si el reemplazo se compra de inmediato con un costo inicial de $75 000 y tendrá un valor anual menor, ¿cuál es el monto del costo hundido? Suponga que la TMAR de la empresa es de 15% anual.

11.3 Un amigo suyo aficionado a los automóviles le propone restaurar vehículos de las décadas 1960 y 1970 y venderlos para ganar una utilidad. Comenzó su último proyecto (un Shelby GT350 de 1965) hace cuatro meses y a la fecha ha invertido un total de $126 000. Surgió otra oportunidad (un Dodge Charger de 1969) que piensa comprar porque cree que lo puede vender con una utilidad de $60 000 una vez restaurado por completo. Sin embargo, para hacerlo primero tendría que vender el Shelby sin terminar. Piensa que éste, una vez restaurado, valdría $195 000, con una utilidad de $22 000, pero en su condición inconclusa lo más que podría obtener ahora es $115 000. Al platicar con usted la situación afirma que si pudiera vender el Shelby hoy y comprar el Charger a un precio reducido, recuperaría el dinero que habría perdido al vender el Shelby en un precio menor de lo que esperaba.

a) ¿En dónde está el error en este razonamiento?

b) ¿Cuál es el costo hundido en el Shelby?

11.4 Al hacer un estudio de reemplazo con un horizonte de planeación no especificado, liste tres suposiciones inherentes en el análisis del valor anual del defensor y el retador.

11.5 Un ingeniero civil que posee su propia compañía de diseño, construcción y operación compró hace tres años una grúa pequeña en $60 000. En esa época esperaba usarla durante 10 años y después venderla en su valor de rescate de $10 000. Debido a la aceleración de las actividades de construcción, la compañía preferiría comprar una grúa nueva y más grande ahora que costaría $80 000. La empresa estima que la grúa antigua podría usarse otros tres años, si fuera necesario, momento en el que tendría un valor comercial de $23 000. Su valor comercial actual se estima en $39 000, y si se usara otros tres años tendría costos de operación y mantenimiento (sólo por el operador) de $17 000 anuales. Determine los valores de P, n, S y COA que deben emplearse en un estudio de reemplazo para la grúa existente.

11.6 Cierto equipo adquirido por la empresa Newport Corporation para fabricar aisladores de vibración neumáticos costó $90 000 hace dos años. Tiene un valor comercial que puede describirse con la relación $\$90\ 000 - 8\ 000k$, donde k es el número de años transcurridos desde el momento de la compra. La experiencia con esta clase de equipo ha sido que el costo de operación durante los primeros cuatro años es de $65 000 por año, después de lo cual se incrementa $6 300 cada año. El valor de rescate del activo se estimó al principio en $7 000 después de una vida útil estimada de 10 años. Determine los valores de P, S y COA si se hiciera un estudio de reemplazo *a*) ahora y *b*) dentro de un año.

11.7 Toshiba Imaging compró hace dos años cierto equipo en $50 000, y se esperaba que su vida útil fuera de cinco

años, con un valor de rescate de $5 000. Su rendimiento fue menor al esperado, y se modernizó hace un año con un costo de $20 000. El aumento en la demanda ahora requiere que el equipo se modernice de nuevo por otros $17 000, de modo que pueda usarse tres años más. Si se moderniza, su costo de operación anual será de $27 000 y tendrá un valor de rescate de $12 000 después de tres años. También puede sustituirse con otro equipo nuevo valuado en $65 000, con costos de operación de $14 000 anuales y valor de rescate de $23 000 después de seis años. Si se reemplaza ahora, el equipo existente se vendería en $7 000. Determine los valores de P, S, COA y n para el defensor en un estudio de reemplazo.

Vida útil económica

11.8 Determine la vida útil económica de un equipo cuyo costo inicial es de $10 000, y sus costos de operación y valor de rescate son los que se muestran a continuación; use $i = 10\%$ anual.

Año	Costo de operación, $ por año	Valor de rescate, $
1	−1 000	7 000
2	−1 200	5 000
3	−1 300	4 500
4	−2 000	3 000
5	−3 000	2 000

11.9 Para mejorar una banda de empaque en ciertas instalaciones de UPS se modernizaron las bandas transportadoras con sensores RFID con un costo de $345 000. Se espera un costo de operación de $148 000 por año durante los primeros tres años, y de $210 000 los siguientes tres. El valor de rescate del equipo sería de $140 000 en los primeros tres años, pero debido a la obsolescencia no tendrá un valor significativo después de ese tiempo. Con una tasa de interés de 10% anual, determine:

a) La vida útil económica del equipo y el valor anual asociado.
b) El aumento porcentual en el VA del costo si el equipo se conserva dos años más de la VUE.

11.10 A continuación se presentan los cálculos de la vida útil económica de cierto activo. Si para hacerlos se utilizó una tasa de interés de 10% anual, determine los valores de P y S con que se obtuvo el VA del año 3.

Años que se conserva	VA del costo inicial, $	VA del costo de operación, $ por año	VA del valor de rescate, $
1	−51 700	−15 000	35 000
2	−27 091	−17 000	13 810
3	−18 899	−19 000	6 648
4	−14 827	−21 000	4 309
5	−12 398	−23 000	2 457

11.11 El costo inicial de un puente que se espera dure para siempre es de $70 millones. El mantenimiento puede hacerse a intervalos de uno, dos, tres o cuatro años, pero entre más se tarde mayor será el costo. Los costos de servicio se estiman en $83 000, $91 000, $125 000 y $183 000, para intervalos de uno a cuatro años, respectivamente. ¿Qué intervalo debe programarse para el mantenimiento a fin de minimizar el costo total anual equivalente? La tasa de interés es de 8% anual.

11.12 Una compañía constructora compró un cernidor de tierra de 180 000 toneladas métricas de capacidad con un costo de $65 000. La compañía espera conservar el equipo un máximo de siete años. El costo de operación seguirá la serie descrita por la relación 40 000 + 10 000k, donde k es el número de años a partir de la compra ($k = 1, 2, \ldots, 7$). El valor de rescate se estima en $30 000 para los años 1 y 2, y de $20 000 para los años 3 a 7. Con una tasa de interés de 10% anual, determine la vida útil económica y el costo anual equivalente asociado del cernidor.

11.13 Un ingeniero determinó la VUE de un nuevo equipo y registró los cálculos que se aprecian más adelante. (Observe que los números son valores anuales asociados con distintos años de conservación del equipo; es decir, si el equipo se conserva durante, digamos, tres años, el VA [años 1 a 3] del costo inicial es de $32 169, el VA del costo de operación es de $51 000 y el del valor de rescate es de $6 042.) El ingeniero olvidó capturar el VA del valor de rescate para dos años de conservación. A partir de la información disponible, obtenga lo siguiente:

a) La tasa de interés usada en los cálculos de la VUE.
b) El valor de rescate después de dos años si el VA total del equipo en el año 2 fue de $78 762. Use la tasa de interés determinada en el inciso *a*).

Años que se conserva	VA del costo inicial, $	VA del costo de operación, $ por año	VA del valor de rescate, $
1	−88 000	−45 000	50 000
2	−46 095	−46 000	?
3	−32 169	−51 000	6 042

11.14 Un generador grande de energía eléctrica en la sala de máquinas de un hospital tuvo un costo inicial de $70 000 y puede usarse por un máximo de seis años. Su valor de rescate, que disminuye 15% por año, se describe con la ecuación $S = 70\,000(1 - 0.15)^n$, donde n es el número de años transcurridos después de la compra. El costo de operación del generador será constante de $75 000 por año. Con una tasa de interés de 12% anual, ¿cuál es la vida útil económica y el monto del VA asociado?

11.15 Cierto equipo tiene un costo inicial de $150 000, una vida útil máxima de siete años y un valor de rescate

descrito por la relación $S = 120\,000 - 20\,000k$, donde k es el número de años transcurridos desde que se efectuó la compra. El valor de rescate no puede ser menor que cero. La serie de COA se estima por medio de la fórmula COA $= 60\,000 + 10\,000k$. La tasa de interés es de 15% anual. Determine la vida económica de servicio *a*) a mano con cálculos del VA normales y *b*) con hoja de cálculo mediante estimaciones de costo anual marginal.

11.16 Determine la vida útil económica y el VA correspondiente de una máquina que tiene los siguientes flujos de efectivo. Use una tasa de interés de 14% anual y resuélvalo a mano.

Año	Valor de rescate, $	Costo de operación, $ por año
0	100 000	—
1	75 000	−28 000
2	60 000	−31 000
3	50 000	−34 000
4	40 000	−34 000
5	25 000	−34 000
6	15 000	−45 000
7	0	−49 000

11.17 Use los costos anuales marginales para calcular la vida económica de servicio para el problema 11.16 con una hoja de cálculo. Suponga que los valores de rescate son las mejores estimaciones de valores de mercado futuros. Elabore una tabla en Excel de los costos anuales marginales (CM) y el VA del CM durante siete años.

11.18 El caso de conservar o reemplazar un horno EP

En el ejemplo 11.3, la serie del valor comercial (valor de rescate) de $38 millones del horno propuesto como reemplazo disminuyó a $25 millones en sólo un año, y luego mantuvo 75% del valor comercial del año anterior para el resto de su vida esperada de 12 años. Con base en la experiencia con el horno actual y la mayor temperatura que es capaz de alcanzar el nuevo reemplazo, se espera que éste mantenga sólo 50% de su valor el año anterior a partir del año 5. Además, es probable que el reemplazo del elemento calentador en el año 6 cueste $4 millones, no $2 millones. Por último, los costos de mantenimiento serán mucho mayores a medida que el horno envejezca. A partir del año 5 se espera que los COA aumenten 25% por año, no 10%, como se había pronosticado. El gerente de equipo crítico de las empresas B&T ahora está muy preocupado porque la VUE sea mucho menos que los 12 años calculados antes (ejemplo 11.3).

a) Determine la nueva VUE y el VA asociado.
b) En cambios porcentuales, estime cuánto afectarán dichos costos la vida de costo mínimo y la estimación del VA del costo.

Estudios de reemplazo

11.19 En un análisis realizado un año después, ¿qué acción debe tomarse si *a*) todas las estimaciones siguen vigentes y el año es n_D, *b*) todas las estimaciones siguen vigentes y el año no es n_D, y *c*) las estimaciones han cambiado?

11.20 Un ingeniero aerospacial consultor en la compañía Aerospatial estimó los montos de VA de un insertador de remaches de acero muy preciso que ya posee la empresa, con base en los registros que ésta tiene para equipo similar.

Si se conservara estos años	Monto del VA, $ por año
1	−62 000
2	−51 000
3	−49 000
4	−53 000
5	−70 000

Un retador tiene una VUE = 2 años y $VA_R = \$-48\,000$ por año. *a*) Si el consultor debe recomendar ahora sobre reemplazar o conservar, ¿la empresa debe conservar al defensor o comprar al retador? ¿Por qué? La TMAR es de 15% anual. *b*) ¿Cuándo debe hacerse la siguiente evaluación del reemplazo?

11.21 Al planear la ampliación de su planta, la empresa MedImmune debe tomar una decisión económica: modernizar las habitaciones existentes de ambiente controlado o comprar nuevas. Las que ya posee se adquirieron hace cuatro años en $250 000. Tienen un valor de "venta rápida" de $20 000, pero con una inversión ahora de $100 000 quedarían adecuadas para otros cuatro años, después de lo cual se venderían en $40 000. Por otro lado, pueden comprarse habitaciones nuevas de ambiente controlado con un costo de $270 000. Se espera que tengan una vida de 10 años y un valor de rescate de $50 000 en ese momento. Determine si la compañía debe modernizar o sustituir. Use una TMAR de 20% anual.

11.22 Hace tres años, la empresa Witt Gas Controls compró equipo por $80 000 con una vida útil esperada de cinco años y valor de rescate de $9 000. La demanda en aumento necesitó una modernización que costó $30 000 hace un año. Los cambios en la tecnología ahora requieren que el equipo se actualice de nuevo por otros $25 000 de manera que sirva tres años más. Su costo de operación anual será de $47 000 y tendrá un valor de rescate de $22 000 después de tres años. Por otra parte, puede sustituirse con un equipo nuevo que costaría $68 000 con costos de operación de $35 000 anuales y un valor de rescate de $21 000 después de tres años. Si se sustituye ahora, el equipo existente se vendería en $9 000. Calcule el valor anual del defensor con una tasa de interés de 10% anual.

11.23 Un recién graduado de ingeniería ambiental trata de decidir si debe conservar el automóvil que posee o comprar uno híbrido más ecológico. Un automóvil nuevo costaría $26 000 y tendría costos de operación y mantenimiento de $1 200 por año, con valor de rescate de $8 000 dentro de cinco años (su vida útil económica estimada).

El automóvil que posee tiene un valor de reventa *ahora* de $5 000; dentro de un año será de $3 000, dos años después será de $2 500 y en tres años más será de $2 200. Se espera que su costo de operación sea de $1 900 este año, que aumentará $200 por año. El automóvil actual definitivamente no lo conservará más de tres años. Si se supone que los automóviles usados como el que posee *siempre se hallan* disponibles, ¿debe venderse el automóvil hoy, dentro de un año, en dos años o en tres años después de hoy? Use los cálculos de valor anual con $i = 10\%$ anual y demuestre su trabajo.

11.24 Una compañía de pulpa y papel evalúa si debe conservar su proceso actual de blanqueamiento que usa bióxido de cloro o reemplazarlo por otro "sin óxido". A continuación se presenta la información pertinente. Use una tasa de interés de 15% anual para el estudio de reemplazo.

	Proceso actual	Proceso sin óxido
Costo original hace 6 años, $	−450 000	—
Costo de inversión ahora, $	—	−700 000
Valor comercial actual, $	25 000	—
Costo de operación anual, $/año	−180 000	−70 000
Valor de rescate, $	0	50 000
Vida remanente, años	5	10

11.25 Hace siete años se compró una máquina de importancia crítica para una operación de refinación de cobre de la empresa Phelps-Dodge en $160 000. El año pasado se realizó un estudio de reemplazo con la decisión de conservarla otros tres años. La situación cambió. Se estima que el equipo tiene un valor de $8 000 si se "deshuesa" en partes ahora o en cualquier momento futuro. Si se mantiene en servicio puede modernizarse mínimamente con un costo de $43 000, lo que permitiría se usara dos años más. Su costo de operación sería de $22 000 el primer año y $25 000 el segundo año. Por otra parte, la compañía puede comprar un sistema nuevo con un valor anual equivalente de $−47 063 por año durante su VUE. La empresa utiliza una TMAR de 10% anual. Calcule los valores anuales pertinentes y determine cuándo debe la empresa reemplazar la máquina.

11.26 Una máquina trituradora que es un componente básico de cierta operación de reciclamiento de metal se está usando más de lo esperado. La máquina se compró hace dos años en $400 000. En esa época, el comprador pensó que satisfaría sus necesidades al menos durante cinco años, momento en el que se vendería a un reciclador pequeño e independiente en $80 000. Sin embargo, ahora la empresa piensa que el valor comercial de la máquina usada es de sólo $50 000. Si se conservara, el costo de operación sería de $37 000 anuales durante los siguientes dos años, después de lo cual se vendería como chatarra en $1 000. Si se conservara sólo un año, su valor comercial sería de $10 000. Por otro lado, la compañía puede contratar el proceso ahora por un costo fijo de $56 000 anuales. Con una tasa de interés de 10% anual, ¿debe la empresa conservar la máquina actual o contratar el proceso?

11.27 A continuación se presentan los datos asociados con la operación y mantenimiento de un activo. El director de la compañía decidió conservar la máquina otro año (es decir, hasta el final del año 1), pero pidió a usted que determinara el costo de conservarla un año más después de eso. Con una tasa de interés de 10% anual, calcule el VA de conservar la máquina del año 1 al año 2.

Año	Valor comercial, $	Costo de operación, $ por año
0	30 000	−15 000
1	25 000	−15 000
2	14 000	−15 000
3	10 000	−15 000

11.28 Una máquina que costó $120 000 hace tres años puede venderse hoy en $54 000. Se espera que su valor comercial para los siguientes 2 años sea de $40 000 y $20 000 dentro de un año y dentro de dos, respectivamente. Su costo de operación fue de $18 000 durante los primeros tres años de su vida, pero se espera que el costo de mantenimiento y operación sea de $23 000 para los siguientes dos años. Una máquina mejor, nueva, que puede comprarse en $138 000, tendrá una vida económica de cinco años, un costo de operación de $9 000 anuales y un valor de rescate de $32 000 después de cinco años. Con una tasa de interés de 10% anual, determine si debe reemplazarse ahora la máquina que ya se posee, dentro de un año o dentro de dos años.

11.29 En la página siguiente se muestran el valor comercial proyectado y los costos de mantenimiento y operación asociados con una máquina que ya se posee. Un proveedor externo de servicios ofreció brindar el servicio de la máquina existente con un precio fijo por año. Si la máquina existente se sustituye ahora, el costo del contrato a precio fijo sería de $33 000 por cada uno de los siguientes tres años. Si la máquina se reemplaza el año próximo o el que le sigue, el precio del contrato sería de

$35 000 por año. Determine si debe sustituirse al defensor, y cuándo hacerlo, por el proveedor externo con una tasa de interés de 10% anual. Suponga que siempre se encuentra disponible equipo usado similar al defensor.

Año	Valor comercial, $	Costo de M&O, $ por año
0	30 000	—
1	25 000	−24 000
2	14 000	−25 000
3	10 000	−26 000
4	8 000	—

11.30 BioHealth, empresa de arrendamiento de sistemas biotecnológicos, estudia la adquisición de un equipo nuevo que sustituya un activo que ya se posee y que se compró hace dos años en $250 000 y se valuó en el mercado en $50 000. Es posible actualizarlo por $200 000 ahora, lo que lo volvería funcional durante otros tres años de arrendamiento, después de lo cual el sistema completo podría venderse en el circuito internacional en una cifra estimada de $40 000. El retador podría comprarse por $300 000, tendría una vida esperada de 10 años y un valor de rescate de $50 000. Determine si la empresa debe actualizar el equipo actual o reemplazarlo, con una TMAR de 12% anual. Suponga que las estimaciones de COA son las mismas para ambas alternativas.

11.31 Para las cifras del problema 11.30, use un análisis de hoja de cálculo para determinar el costo inicial de aumentar el sistema actual que haría que el defensor y el retador estuvieran en equilibrio. ¿Es máximo o mínimo para la actualización si el sistema actual ha de conservarse?

11.32 Herald Richter and Associates compraron hace cinco años en $45 000 un graficador de señales de microondas para detectar la corrosión en estructuras de concreto. Se espera que tenga los valores comerciales y los costos de operación anual que se indican a continuación para el resto de su vida útil máxima, de tres años. Podría venderse ahora con un valor de mercado de $8 000.

Año	Valor comercial al final del año, $	COA, $ por año
1	6 000	−50 000
2	4 000	−53 000
3	1 000	−60 000

Un graficador de reemplazo con nueva tecnología digital con base en internet cuesta $125 000 y tiene un valor de rescate de $10 000 después de su vida de cinco años, y un COA de $31 000 por año. Con una tasa de interés de 15% anual, determine cuántos años debe conservar la empresa el graficador actual. Resuelva el problema *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

11.33 En el enfoque del costo de oportunidad para el análisis de reemplazo, ¿a qué se refiere el término *oportunidad*?

11.34 Diga el significado de *enfoque del flujo de efectivo* en el análisis de reemplazo, y dé dos razones de por qué no es buena idea usarlo.

Análisis de reemplazo para un periodo de estudio especificado

11.35 La empresa ABB Communications analiza la sustitución de un equipo que tuvo un costo inicial de $300 000 hace cinco años. El presidente de la compañía quiere saber si el equipo debería reemplazarse ahora o en otro momento durante los siguientes tres años a fin de reducir el costo de producir sensores en miniatura de supresión del retroceso. Como el equipo actual o el propuesto pueden usarse para una parte o el total del periodo de tres años, un ingeniero industrial de la compañía produjo información acerca del VA del costo para el defensor y el retador, como se aprecia más adelante. Los valores representan los costos anuales del equipo respectivo si se usan durante el número indicado de años. Determine cuándo se debe reemplazar el defensor a fin de minimizar el costo para ABB en los tres años del periodo de estudio, con una tasa de interés de 10% anual.

Número de años que se conserva	VA si se conserva el número de años establecido, $ por año	
	Defensor	Retador
1	−22 000	−29 000
2	−24 000	−26 000
3	−27 000	−25 000

11.36 La tabla siguiente presenta los cálculos del valor presente de los costos asociados con el uso de una máquina que ya se posee (defensor) y un posible sustituto (retador) para diferentes números de años. Determine si debe reemplazarse el defensor, con una tasa de interés de 10% anual y un periodo de estudio de cinco años. Obtenga las soluciones *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

Número de años que se conserva/usa	VP si se conserva/usa el número de años establecido, $	
	Defensor	Retador
1	−36 000	−89 000
2	−75 000	−96 000
3	−125 000	−102 000
4	−166 000	−113 000
5	−217 000	−149 000

11.37 Nano Technologies trata de usar el equipo más nuevo y mejor en sus laboratorios. En consecuencia, un ingeniero encargado recomendó reemplazar de inmediato un equipo de mediciones de precisión de dos años de antigüedad. El ingeniero cree que puede demostrarse que el equipo propuesto tiene ventajas económicas, con una

tasa de rendimiento de 10% anual y un horizonte de planeación de tres años.

a) Efectúe un análisis de reemplazo con el método del valor anual para un periodo de estudio especificado de tres años.

b) Determine el monto de recuperación del capital del retador para un periodo de estudio de tres años y toda la vida esperada. Comente acerca del efecto que tiene el periodo de tres años de estudio.

	Actual	Propuesto
Precio de compra original, $	−30 000	−40 000
Valor comercial actual, $	17 000	—
Vida remanente, años	5	15
Valor estimado en tres años, $	9 000	20 000
Valor de rescate después de 15 años, $	—	5 000
Costo de operación anual, $ por año	−8 000	−3 000

11.38 Un ingeniero industrial en una compañía que manufactura fibra óptica analiza dos robots para reducir los costos en una línea de producción. El robot X tendría un costo inicial de $82 000, costo de mantenimiento y operación (MyO) anual de $30 000 y valores de rescate de $50 000, $42 000 y $35 000 después de los años 1, 2 y 3, respectivamente. El robot Y tendría un costo inicial de $97 000, costo de MyO anual de $27 000 y valores de rescate de $60 000, $51 000 y $42 000 después de 1, 2 y 3 años, respectivamente. ¿Cuál robot debe seleccionarse si se especifica un periodo de estudio de dos años, con una tasa de interés de 15% anual y el reemplazo después de un año no es una opción?

11.39 Una máquina de tres años de antigüedad se adquirió en $140 000 y ya no satisface las demandas del mercado actual. La máquina puede modernizarse ahora por $70 000 o venderse a una compañía subcontratista en $40 000. La máquina actual tendría un costo anual de operación de $85 000 por año y un valor de rescate de $30 000 dentro de tres años. Si se moderniza, la máquina existente se conservaría sólo por tres años más, y luego se reemplazaría con otra que se emplearía en la manufactura de distintas líneas de productos. La máquina sustituta serviría a la empresa ahora y por al menos ocho años, con un costo de $220 000. Su valor de rescate sería de $50 000 para los años 1 a 4, $20 000 después de cinco años y $10 000 en adelante. Tendría un costo de operación estimado en $65 000 por año. Se desea realizar un análisis económico por año con un horizonte de planeación de tres años.

a) ¿Debe reemplazar ahora la empresa la máquina actual o dentro de tres años?

b) Compare los requerimientos de recuperación del capital para la máquina sustituta (retadora) durante el periodo de estudio y una vida esperada de ocho años.

11.40 Para producir un polímero pueden emplearse dos procesos que reducen las pérdidas por fricción en los motores. El proceso K, que se utiliza actualmente, tiene un valor comercial de $165 000 ahora, un costo de operación de $69 000 por año y un valor de rescate de $50 000 después de un año y de $40 000 después de su máxima vida restante de dos años. El proceso L, el retador, tendría un costo inicial de $230 000, un costo de operación de $65 000 anual y valores de rescate de $100 000 después de un año, $70 000 después de dos años, $45 000 después de tres años y $26 000 después de su máxima vida esperada de cuatro años. La compañía tiene una TMAR de 12% anual. Se pide a usted que determine cuál proceso elegir cuando se utilice un periodo de estudio de *a*) dos años y *b*) tres años.

11.41 El caso de conservar o reemplazar un horno EP

En el ejemplo 11.8 se evaluaron el horno actual y su reemplazo (GH), con un periodo de estudio de seis años. Éste es un periodo muy corto en comparación con la vida esperada de 12 años del retador. Use las mejores estimaciones disponibles para determinar el impacto del acortamiento del tiempo de la evaluación de 12 a seis años sobre el monto de recuperación del capital para el horno GH.

11.42 Nabisco Bakers emplea personal para operar el equipo con que se esteriliza gran parte de las instalaciones de mezclado, horneado y empaque en una gran planta de galletas y botanas ubicada en Iowa. El gerente de la planta, que se dedica a recortar costos pero no a sacrificar la calidad ni la higiene, tiene los datos proyectados que se muestran en la tabla siguiente para el caso en que se conservara el sistema actual hasta por el máximo de su vida esperada de cinco años. Una compañía propuso un sistema sanitario listo para usar por $5.0 millones anuales si Nabisco firma por cuatro a 10 años, y $5.5 millones anuales para menos años.

Años conservado	VA, $ por año	Gastos de cierre, $
0	—	−3 000 000
1	−2 300 000	−2 500 000
2	−2 300 000	−2 000 000
3	−3 000 000	−1 000 000
4	−3 000 000	−1 000 000
5	−3 500 000	−500 000

a) Con una TMAR de 8% anual, efectúe un estudio de reemplazo para el gerente de planta con un periodo de estudio fijo de cinco años, cuando se anticipa que la planta cerrará debido a la antigüedad de sus instalaciones y la obsolescencia tecnológica proyectada. Cuando haga el estudio tome en cuenta que, sin importar el número de años que se conserve el sistema sanitario actual, se incurrirá en un costo único por personal y equipo durante el último año de operación. (*Recomendación:* Calcule los valores VA para todas las combinaciones de las alternativas defensor/retador.)

b) ¿Cuál es el cambio porcentual en el monto del VA cada año durante el periodo de cinco años? Si se toma la decisión de conservar el sistema sanitario actual durante los cinco años, ¿cuál es la desventaja económica en el VA en comparación con el del periodo de conservación más económico?

Valor de reemplazo

11.43 En 2008, Amphenol Industrial compró un nuevo sistema de inspección de la calidad en $550 000. El valor de rescate estimado fue de $50 000 después de ocho años. Actualmente, la vida restante esperada es de tres años, con COA de $27 000 anual y valor de rescate estimado en $30 000. El nuevo presidente recomendó el reemplazo anticipado del sistema con uno que cuesta $400 000 y tiene una vida útil económica de cinco años, un valor de rescate de $45 000 y un COA estimado en $50 000 anual. Si la TMAR de la corporación es de 12% anual, encuentre el valor de intercambio mínimo necesario ahora para que el reemplazo recomendado por el presidente tenga ventajas económicas.

11.44 Un molino CNC comprado hace 10 años por Proto Tool and Die en $75 000 puede usarse tres años más. Las estimaciones son un costo anual de operación de $63 000 y un valor de rescate de $25 000. Un retador costaría $130 000, con vida económica de seis años y costo de operación de $32 000 anuales. Su valor de rescate sería de $45 000. Con estas estimaciones, ¿qué valor comercial del activo existente haría que el retador fuera igualmente atractivo? Use una tasa de interés de 12% anual.

11.45 El ácido hidroclórico, que se evapora a temperatura ambiente, crea un entorno de trabajo muy corrosivo y provoca que las herramientas de acero se oxiden y el equipo falle prematuramente. Un sistema de destilación comprado hace cuatro años en $80 000 puede usarse sólo por otros dos años, tiempo en el que se desechará sin ningún valor. Su costo de operación es de $75 000 por año. Un retador más resistente a la corrosión costaría $220 000, con costo de operación de $49 000 por año. Se espera que tenga un valor de rescate de $30 000 después de su VUE de seis años. Con una tasa de interés del 10% anual, ¿cuál es el valor mínimo de reemplazo ahora para el sistema actual que haría que el retador fuera atractivo?

11.46 Las máquinas purificadoras de aceite de motores eliminan con eficacia el ácido, brea, partículas, agua y gas del aceite usado. El purificador A se compró hace cinco años en $90 000. Su costo de operación es mayor de lo esperado, de modo que si no se reemplaza hoy, es probable que sólo se utilice tres años más. Su costo de operación este año será de $140 000, y aumenta $2 000 por año hasta el final de su vida útil, momento en el que se donará para reciclamiento. Un retador más eficiente, el purificador B, costaría $150 000, con valor de rescate de $50 000 después de su VUE de ocho años. Se espera que su costo de operación sea de $82 000 para el año 1 y que aumente $500 anuales en adelante. ¿Cuál es el valor comercial de A que haría que ambos purificadores fueran igualmente atractivos con una tasa de interés de 12% anual?

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

11.47 Cuando se hace un estudio de reemplazo, todos los siguientes son puntos de vista correctos, excepto el del:
a) Consultor
b) Propietario
c) Externo
d) No propietario

11.48 Un costo hundido es la diferencia entre el:
a) Costo inicial y el valor de rescate
b) Valor comercial y el valor de rescate
c) Costo inicial y el valor de mercado
d) Valor en libros y el valor de mercado

11.49 Hace tres años se compró un camión en $45 000 y hoy puede venderse en $24 000. Los costos de operación son $9 000 anuales y se espera que dure cuatro años más con un valor de rescate de $5 000. Un camión nuevo prestaría el mismo servicio y puede adquirirse en $50 000, con una vida de 10 años, costos de operación de $28 000 anuales y valor de rescate de $10 000. El valor que debe usarse como *P* para el vehículo actual en un estudio de reemplazo es:
a) $45 000
b) $5 000
c) $50 000
d) $24 000

11.50 La vida útil económica de un activo con los montos de VP y VA de la página siguiente es:
a) 1 año
b) 2 años
c) 3 años
d) 4 años

Años *n*	Valor presente si se conserva *n* años, $	Valor anual si se conserva *n* años, $/año
1	−15 455	−17 000
2	−28 646	−16 286
3	−45 019	−18 102
4	−57 655	−18 188
5	−72 867	−19 222

11.51 Al buscar formas de disminuir los costos y aumentar las utilidades (para que suban de precio las acciones de la compañía), una ingeniera industrial de la empresa determinó que el valor anual equivalente de una máquina existente durante el resto de su vida útil de tres años sería de $−70 000 por año. La ingeniera también determinó que un reemplazo con características más avanzadas tendría un VA de $−80 000 por año si se conservara por dos años o menos, $−75 000 si se conservara de tres a cuatro años, y $−65 000 si se conservara de cinco a 10 años. Si la ingeniera usa un periodo de estudio de tres años y una tasa de interés de 15% anual, debe recomendar que la máquina existente:

a) Se reemplace ahora
b) Se sustituya dentro de un año
c) Se reemplace dentro de dos años
d) No se cambie

11.52 El valor anual equivalente de una máquina existente en American Semiconductor se estima en $−70 000 por año para el resto de su vida útil de tres años. Puede reemplazarse ahora o después por otra máquina que tendría un VA de $−90 000 por año si se conserva durante dos años o menos, $−65 000 de tres a cinco años, y $−110 000 de seis a ocho años. La compañía quiere hacer un análisis de lo que debe hacer para un periodo de estudio de tres años y una tasa de interés de 15% anual. El reemplazo debe hacerse ahora o dentro de tres años, de acuerdo con el supervisor del departamento. Usted debe recomendar que la máquina existente se reemplace:

a) Ahora
b) Dentro de un año
c) Dentro de dos años
d) No se sabe; debe calcularse el VA de diferentes combinaciones de conservación para las dos máquinas

11.53 A continuación se presentan las características de costo de una máquina de pruebas CO en Dytran Instruments. El costo de un nuevo probador es de $100 000. La ecuación para determinar el VA de conservar el probador durante dos años es:

a) $VA = -100\,000(A/P,i,8) - [42\,000(P/F,i,1) + 47\,000(P/F,i,2)](A/P,i,8) + 40\,000(A/F,i,8)$
b) $VA = -100\,000(A/P,i,2) - [42\,000(P/F,i,1) + 47\,000(P/F,i,2)](A/P,i,2) + 40\,000(A/F,i,2)$
c) $VA = -100\,000(A/P,i,2) - 47\,000 + 40\,000(A/F,i,2)$
d) $VA = -100\,000(A/P,i,2) - 42\,000 + 40\,000(A/F,i,2)$

Antigüedad de la máquina, años	Costos de MyO, $ por año	Valor de rescate al final del año, $
1	−42 000	60 000
2	−47 000	40 000
3	−49 000	31 000
4	−50 000	24 000
5	−52 000	15 000
6	−54 000	10 000
7	−63 000	10 000
8	−67 000	10 000

11.54 Un ingeniero en Haliburton calculó los montos de VA que se indican más adelante para una máquina que se posee, a partir de estimaciones que obtuvo del vendedor y los registros de la empresa.

Periodo de retención, años	Monto del VA, $ por año
1	−92 000
2	−81 000
3	−87 000
4	−89 000
5	−95 000

Un retador tiene una vida útil económica de siete años con VA de $−86 000 por año. Suponga que siempre se encuentran disponibles máquinas usadas similares a la que se tiene y que la TMAR es de 12% anual. Si todos los costos futuros permanecen como se estimaron al hacer el análisis, la compañía debe comprar al retador:

a) Ahora
b) Después de dos años
c) Después de tres años
d) Nunca

11.55 Se estimaron los montos de valor anual de un defensor, que puede sustituirse por un activo usado similar, y los de un retador. El defensor debe reemplazarse:

a) Ahora
b) Dentro de un año
c) Dentro de dos años
d) Dentro de tres años

Número de años que se conserva	Monto del VA, $ por año	
	Defensor	Retador
1	−14 000	−21 000
2	−13 700	−18 000
3	−16 900	−13 100
4	−17 000	−15 600
5	−18 000	−17 500

ESTUDIO DE CASO

¿PUDIERA PREVALECER, POR FAVOR, LA VUE CORRECTA?

Antecedentes

La planta de procesamiento químico Gulf Coast evalúa un nuevo sistema de bombeo. Una bomba estratégica desplaza líquidos muy corrosivos de tanques con revestimiento especial en lanchas costeras a un muelle de carga con instalaciones de refinación previa y almacenamiento. Debido a la calidad variable de los químicos en estado natural y a las altas presiones que soporta el armazón de la bomba y los impulsores, se mantiene un registro sobre el número de horas por año que funciona la bomba. Los registros de seguridad, así como el deterioro de los componentes de la bomba, se consideran puntos críticos de control del sistema. Como se planeó, las estimaciones de costo de reconstrucción y de MyO se incrementan proporcionalmente cuando el tiempo acumulado de operación alcanza la marca de 6 000 horas.

Información

Usted es el ingeniero de seguridad de la planta. Las estimaciones de esta bomba son las siguientes:

Costo inicial:	$−800 000
Costo de reconstrucción:	$−150 000 siempre y cuando se registren las 6 000 horas. Cada reconstrucción costará 20% más que la anterior. Existe una tolerancia de tres reconstrucciones como máximo
Costos de MyO:	$−25 000 anuales de los años 1 a 4 $−40 000 anuales a partir del año siguiente a la primera reconstrucción, más 15% anual a partir de entonces
TMAR:	10% anual

Con base en el libro de registros, las estimaciones actuales para el número de horas de funcionamiento anual son las siguientes:

Año	Horas por año
1	500
2	1 500
3 en adelante	2 000

Preguntas del estudio de caso

1. Determine la vida útil económica de la bomba. ¿Cómo se compara la VUE respecto de las máximas reconstrucciones permitidas?
2. El *supervisor de la planta* le dijo a usted, ingeniero de seguridad, que sólo se debe planear una reconstrucción, porque este tipo de bombas por lo general tiene su vida de costo mínimo antes de la segunda reconstrucción. Determine el valor comercial de esta bomba que obligue a la VUE a llegar a seis años. Comente acerca de lo práctico que resultaría una VUE = 6 años, dado el VC calculado.
3. En otra conversación, el *gerente de línea* también le indicó a usted que no planeara una reconstrucción después de cumplir las 6 000 horas de operación, porque la bomba se reemplazará después de un total de 10 000 horas de funcionamiento. El gerente de línea desea conocer cuál debe ser el COA básico del año 1 para que el equipo tenga una vida útil económica de seis años. También le dijo que supusiera una tasa de crecimiento de 15% del año 1 en adelante. ¿Cómo se compara este valor fundamental del COA con el costo de reconstrucción después de 6 000 horas?
4. ¿Qué piensa usted acerca de las sugerencias dadas por el supervisor de la planta y por el gerente de línea?

CAPÍTULO 12

Proyectos independientes con limitaciones presupuestales

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Seleccionar los proyectos independientes que recibirán fondos cuando hay una limitación en la cantidad de capital disponible para invertir.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
12.1	Racionamiento de capital	• Explicar cómo se aborda un problema de presupuestar capital.
12.2	Proyectos de vidas iguales	• Usar la presupuestación de capital basada en el VP para seleccionar entre varios proyectos independientes de vidas iguales.
12.3	Proyectos de vidas diferentes	• Usar la presupuestación de capital basada en el VP para elegir entre varios proyectos independientes de vidas diferentes.
12.4	Programación lineal	• Establecer el modelo de programación lineal y usar la herramienta Solver de una hoja de cálculo para seleccionar proyectos.
12.5	Clasificación de las opciones	• Usar la tasa interna de rendimiento (TIR) y el índice de rentabilidad (IR) para clasificar y seleccionar entre proyectos independientes.

En la mayoría de las comparaciones económicas anteriores, las alternativas fueron mutuamente excluyentes: sólo podía elegirse una. Si los proyectos no son mutuamente excluyentes, se clasifican como independientes entre sí, como se analizó al principio del capítulo 5. Ahora aprenderemos técnicas para seleccionar entre varios proyectos independientes. Es posible seleccionar cualquier número de proyectos, desde ninguno (no hacer nada) hasta todos los proyectos viables.

Virtualmente siempre existe algún límite superior sobre la cantidad de capital disponible para invertir en nuevos proyectos. Dicho límite se considera conforme se evalúa económicamente cada proyecto independiente. La técnica aplicada se denomina *método de elaboración de presupuesto de capital*, también conocido como racionamiento de capital, que determina el mejor racionamiento económico de la inversión inicial de capital entre los proyectos independientes con base en diferentes medidas, como el VP, TR e índice de rentabilidad. Estas tres se estudian aquí.

12.1 Panorama general del racionamiento de capital entre proyectos ●●●

El capital de inversión es un recurso escaso para todas las corporaciones; en consecuencia, virtualmente siempre existe una cantidad limitada para distribuirse entre las oportunidades de inversión que compiten. Cuando una corporación tiene varias opciones para colocar su capital de inversión, se debe tomar una decisión de "rechazo o aceptación" para cada proyecto. En efecto, cada opción es independiente de las demás, de manera que la evaluación se realiza proyecto por proyecto. La selección de un proyecto no afecta la selección para cualquier otro proyecto. Ésta es la diferencia fundamental entre las alternativas mutuamente excluyentes y los proyectos independientes.

Con el término **proyecto** se identifica cada opción independiente. Usamos el término **conjunto** para identificar una colección de proyectos independientes. El término *alternativa mutuamente excluyente* aún identifica un proyecto cuando sólo puede elegirse uno entre varios.

Existen dos excepciones para los proyectos puramente independientes: un *proyecto contingente* es aquel que tiene una condición respecto de su aceptación o rechazo. Dos ejemplos de proyectos contingentes A y B serían los siguientes: A no puede aceptarse a menos que se acepte B; y A puede aceptarse en lugar de B, pero no son necesarios ambos. Un *proyecto dependiente* es aquel que debe aceptarse o rechazarse con base en la decisión acerca de otro(s) proyecto(s). Por ejemplo, B debe aceptarse si tanto A como C se aceptan. En la práctica, estas condiciones de complejidad se simplifican con la formación de paquetes de proyectos relacionados, económicamente evaluados por sí mismos como proyectos independientes junto con los proyectos restantes no condicionados.

Un **estudio de presupuesto de capital** tiene las siguientes características:

- Se identifican diversos proyectos independientes y se dispone de estimaciones del flujo de efectivo neto.
- Cada proyecto se selecciona o se rechaza totalmente; es decir, no es posible la inversión parcial en un proyecto.
- Una limitante presupuestal establecida restringe la cantidad total invertida. Pueden existir varias limitantes presupuestales sólo durante el primer año o durante varios años. Este límite en la inversión se simboliza con b.
- El objetivo es maximizar el rendimiento sobre las inversiones con alguna medida de valor, tal como el valor VP.

Selección de proyectos independientes

Presupuesto limitado

Por naturaleza, en general, los proyectos independientes son muy diferentes entre sí. Por ejemplo, en el sector público, el gobierno de una ciudad puede desarrollar diversos proyectos para escoger: un proyecto de drenaje, un parque citadino, el tren subterráneo, la ampliación de calles y el mejoramiento del sistema de autobuses públicos. En el sector privado puede haber diversos proyectos: una nueva instalación de bodegas, la expansión de la base de productos, la mejora en el programa de calidad, un nuevo sistema de información, la automatización de procesos o la adquisición de otra compañía. El tamaño del estudio puede variar de cuatro o cinco proyectos a un estudio complejo de 50 a 100 de ellos. El problema habitual de la elaboración del presupuesto de capital se ilustra en la figura 12-1. Por cada proyecto independiente hay una inversión inicial, una vida del proyecto y flujos de efectivo netos estimados, que pueden incluir un valor de rescate.

Se recomienda el método de análisis de valor presente para seleccionar proyectos. El lineamiento de selección es el siguiente:

Acepte proyectos con los **mejores valores VP** determinados con la TMAR sobre la vida del proyecto, siempre que no se exceda el límite de capital para invertir.

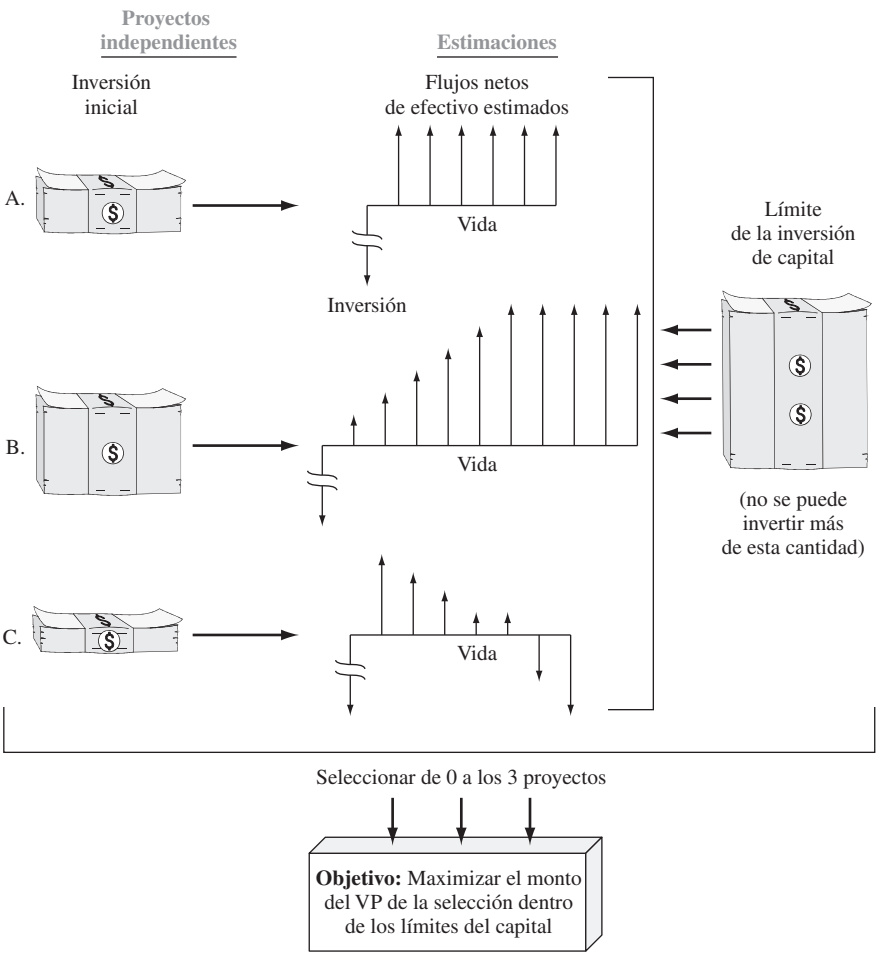


Figura 12-1
Características básicas de un estudio para presupuestar capital.

Este lineamiento no es diferente del de la selección de proyectos independientes de los capítulos anteriores. Como antes, cada proyecto se compara con el proyecto de no hacer nada; es decir, no es necesario un análisis incremental entre proyectos. Ahora la diferencia principal radica en que la cantidad de dinero disponible para invertir está limitada. De ahí el término *presupuestación del capital* o *racionamiento del capital*. Se necesita un procedimiento de solución que incorpore esta restricción.

Requerimiento de igual servicio

Antes, el análisis VP requirió la suposición de servicio igual entre las alternativas. Tal suposición no es necesaria para el racionamiento de capital, pues no hay ciclo de vida de un proyecto más allá de su vida estimada. Sin embargo, la directriz de la selección tiene la suposición implícita siguiente:

> Cuando para elegir proyectos se utiliza el valor presente con la TMAR durante la vida respectiva del proyecto, la suposición de la reinversión es que todos los flujos de efectivo neto positivos de un proyecto se reinvierten a la TMAR desde el momento en que se realizan hasta el **final del proyecto con vida más larga**.

Al final de la sección 12.3 se demuestra que esta suposición fundamental es correcta cuando se trata el racionamiento de capital con base en VP para proyectos con vidas diferentes.

Otro dilema del racionamiento de capital entre proyectos independientes se relaciona con la flexibilidad del límite *b* de inversión de capital. El límite llega a deshabilitar marginalmente un proyecto aceptable que se encuentra inmediatamente después de la línea de aceptación. Por ejemplo, suponga que el proyecto A tiene un valor VP positivo a la TMAR. Si A provocará que el límite de capital de $5 000 000 se exceda por sólo $1 000, ¿debe incluirse A en el análisis VP? Por lo general, un límite en la inversión de capital es algo flexible, de manera que el proyecto A debe incluirse. Sin embargo, en los ejemplos de este capítulo no se excederán los límites de inversión establecidos.

Costo de oportunidad

Como se estudió en los capítulos anteriores (en las secciones 1.9 y 10.1), la tasa de rendimiento sobre el primer proyecto no financiado es un **costo de oportunidad**. La falta de capital para financiar el proyecto siguiente define el nivel de TR que se dejó de aprovechar. El costo de oportunidad variará con cada grupo de proyectos independientes evaluados, pero con el tiempo provee información para mejorar la TMAR y otras mediciones que emplee la compañía en sus evaluaciones futuras.

Es frecuente ordenar los proyectos independientes y seleccionar entre ellos con base en mediciones distintas del VP con la TMAR. Hemos estudiado dos, la *tasa interna de rendimiento (TIR)*, en el capítulo 7, y el *índice de rentabilidad (IR)*, también llamado *índice de valor presente (IVP)*, en el capítulo 9. Ninguna de estas mediciones garantiza una selección óptima basada en el VP. El proceso de presupuestación de capital que se estudia en las siguientes tres secciones encuentra la solución óptima para valores de VP. Se recomienda usar esta técnica basada en el VP; sin embargo, debe reconocerse que tanto el IR como la TIR por lo general producen selecciones excelentes, casi óptimas, y ambas funcionan muy bien cuando el número de proyectos es grande. En la sección 12.5 se presenta la aplicación de estas dos mediciones.

12.2 Racionamiento del capital con el análisis VP para proyectos con vida igual

Para seleccionar entre proyectos con la misma vida esperada y para no invertir más allá del límite b es necesario formular, en un principio, todos los **conjuntos mutuamente excluyentes**: un proyecto a la vez, dos a la vez, etcétera. Cada paquete factible debe tener una inversión total que no exceda b. Uno de tales paquetes es el proyecto de no hacer nada (NHN). El número total de conjuntos para m proyectos es 2^m. El número aumenta rápidamente con m. Para $m = 4$ existen $2^4 = 16$ paquetes, y para $m = 16$, $2^{16} = 65\,536$ paquetes. Luego se determina el VP de cada paquete a la TMAR. Se selecciona el paquete con el mayor VP.

Para ilustrar el desarrollo de los paquetes mutuamente excluyentes, considere estos cuatro proyectos con vidas iguales.

Proyecto	Inversión inicial, $
A	−10 000
B	−5 000
C	−8 000
D	−15 000

Si el límite de inversión es $b = \$25\,000$, de los 16 conjuntos hay 12 posibles para evaluar. Los paquetes ABD, ACD, BCD y ABCD tienen inversiones totales que exceden $25 000. Los conjuntos aceptables son:

Proyectos	Inversión total inicial, $	Proyectos	Inversión total inicial, $
A	−10 000	AD	−25 000
B	−5 000	BC	−13 000
C	−8 000	BD	−20 000
D	−15 000	CD	−23 000
AB	−15 000	ABC	−23 000
AC	−18 000	No hacer nada	0

El procedimiento para resolver un problema de elaboración de presupuesto de capital con el análisis VP es como sigue:

1. Desarrolle todos los conjuntos mutuamente excluyentes que tengan una inversión inicial total que no exceda el límite de capital b.
2. Sume los flujos de efectivo netos FNE_{jt} para todos los proyectos en cada conjunto j ($j = 1, 2, \ldots, 2^m$) y cada año t ($t = 1, 2, \ldots, n_j$). Remítase a la inversión inicial para el paquete j en el momento $t = 0$ como FNE_{j0}.
3. Calcule el valor presente VP_j para cada paquete a la TMAR.

$$\mathbf{VP_j = VP\ de\ los\ flujos\ de\ efectivo\ netos\ del\ conjunto - inversión\ inicial}$$

$$= \sum_{t=1}^{t=n_j} \mathbf{FNE_{jt}}(\boldsymbol{P/F,i,t}) - \mathbf{FNE_{j0}} \qquad \textbf{(12.1)}$$

4. Seleccione el conjunto con el valor VP_j (numéricamente) mayor.

La selección de un valor de paquete VP_j máximo significa que este paquete genera un rendimiento mayor que cualquier otro paquete. Se descarta todo conjunto con $VP_j < 0$, pues no produce un rendimiento de al menos la TMAR.

EJEMPLO 12.1

El comité de revisión de proyectos de Microsoft tiene $20 millones para asignar el próximo año al desarrollo de nuevos productos de software. Puede aceptarse cualquiera de los cinco proyectos (o todos) en la tabla 12-1. Todas las cantidades están en unidades de $1 000. Cada proyecto tiene una vida esperada de nueve años. Seleccione el proyecto si se espera un rendimiento de 15%.

TABLA 12-1 Cinco proyectos independientes de vida igual (unidades de $1 000)

Proyecto	Inversión inicial, $	Flujo neto de efectivo anual, $	Vida del proyecto, años
A	−10 000	2 870	9
B	−15 000	2 930	9
C	−8 000	2 680	9
D	−6 000	2 540	9
E	−21 000	9 500	9

Solución

Utilice el procedimiento anterior con $b = \$20\,000$ para seleccionar un paquete que maximice el valor presente. Recuerde que las unidades representan $1 000.

1. Hay $2^5 = 32$ paquetes posibles. Los ocho paquetes que no requieren inversiones iniciales mayores de $20 000 se identifican en las columnas 2 y 3 de la tabla 12-2. La inversión de $21 000 elimina el proyecto E de todos los paquetes.

TABLA 12-2 Resumen del análisis de valor presente de proyectos independientes de vida igual (unidades de $1 000)

Paquete j (1)	Proyectos incluidos (2)	Inversión inicial, FNE_{j0}, $ (3)	Flujo neto de efectivo anual, FNE_j, $ (4)	Valor presente, VP_j, $ (5)
1	A	−10 000	2 870	+3 694
2	B	−15 000	2 930	−1 019
3	C	−8 000	2 680	+4 788
4	D	−6 000	2 540	+6 120
5	AC	−18 000	5 550	+8 482
6	AD	−16 000	5 410	+9 814
7	CD	−14 000	5 220	+10 908
8	No hacer nada	0	0	0

2. Los flujos netos de efectivo de paquete, columna 4, son la suma de los flujos netos de efectivo del proyecto individual.

3. Con la ecuación (12.1) calcule el valor presente de cada conjunto. Como el FNE anual y las estimaciones de vida son los mismos en un conjunto, VP_j se reduce a

$$VP_j = FNE_j(P/A,15\%,9) - FNE_{j0}$$

4. La columna 5 de la tabla 12-2 resume los valores VP_j con $i = 15\%$. El conjunto 2 no genera 15%, pues $VP_2 < 0$. La medida de valor más grande es $VP_7 = \$10\,908$; por consiguiente, invierta $14 millones en C y D. Esto deja $6 millones sin invertir.

Este análisis supone que los $6 millones no utilizados en esta inversión inicial producirán la TMAR en alguna otra oportunidad de inversión no especificada.

12.3 Racionamiento de capital con el análisis VP para proyectos de vida diferente

Por lo general, los proyectos independientes no tienen la misma vida esperada. Como se estableció en la sección 12.1, el método VP para la solución del problema de elaboración de presupuesto de capital supone que cada proyecto durará el periodo del proyecto con la vida más larga, n_L. Además, se supone que la reinversión de todos los flujos de efectivo netos positivos es con la TMAR, desde el momento en que ocurren hasta el final del proyecto con vida más larga, es decir, desde el año n_j hasta el año n_L. Por consiguiente, **no es necesario el mínimo común múltiplo de las vidas** y es correcto utilizar la ecuación (12.1) con la finalidad de seleccionar conjuntos de proyectos de vida diferentes mediante el análisis VP con el procedimiento de la selección anterior.

EJEMPLO 12.2

Para una TMAR = 15% por año y b = \$20 000, seleccione entre los siguientes proyectos independientes. Resuelva a mano y con hoja de cálculo.

Proyecto	Inversión inicial, $	Flujo neto de efectivo anual, $	Vida del proyecto, años
A	−8 000	3 870	6
B	−15 000	2 930	9
C	−8 000	2 680	5
D	−8 000	2 540	4

Solución a mano

Los valores de vida diferente hacen que los flujos netos de efectivo cambien durante la vida del conjunto; no obstante, el procedimiento de selección es el mismo que el anterior. De los $2^4 = 16$ conjuntos, ocho son económicamente factibles. Sus valores VP con la ecuación (12.1) se resumen en la tabla 12-3. Como ilustración, para el paquete 7:

$$VP_7 = -16\,000 + 5\,220(P/A,15\%,4) + 2\,680(P/F,15\%,5) = \$235$$

Seleccione el conjunto 5 (propuestas A y C) para una inversión de \$16 000.

TABLA 12-3 Análisis del valor presente para propuestas independientes con vidas diferentes, ejemplo 12.2

Conjunto J (1)	Proyecto (2)	Inversión inicial, FNE_{j0}, $ (3)	Flujos netos de efectivo: Año, t (4)	Flujos netos de efectivo: FNE_{jt}, $ (5)	Valor presente, VP_j, $ (6)
1	A	−8 000	1-6	3 870	+6 646
2	B	−15 000	1-9	2 930	−1 019
3	C	−8 000	1-5	2 680	+984
4	D	−8 000	1-4	2 540	−748
5	AC	−16 000	1-5	6 550	+7 630
			6	3 870	
6	AD	−16 000	1-4	6 410	+5 898
			5-6	3 870	
7	CD	−16 000	1-4	5 220	+235
			5	2 680	
8	No hacer nada	0		0	0

Solución con hoja de cálculo

La figura 12-2 presenta una hoja de cálculo con la misma información que la de la tabla 12-3. Es necesario iniciar con el desarrollo de los conjuntos mutuamente excluyentes y los flujos netos de efectivo totales de cada año con el FNE de cada proyecto. Con la función VPN se determina el VP de cada paquete j sobre su vida respectiva. El conjunto 5 (proyectos A y C) tiene el VP más grande (fila 16).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	TRM =	15%							
2									
3	Bundle	1	2	3	4	5	6	7	8
4	Projects	A	B	C	D	AC	AD	CD	Do nothing
5	Year			Net cash flows, NCF, $					
6	0	-8,000	-15,000	-8,000	-8,000	-16,000	-16,000	-16,000	0
7	1	3,870	2,930	2,680	2,540	6,550	6,410	5,220	0
8	2	3,870	2,930	2,680	2,540	6,550	6,410	5,220	0
9	3	3,870	2,930	2,680	2,540	6,550	6,410	5,220	0
10	4	3,870	2,930	2,680	2,540	6,550	6,410	5,220	0
11	5	3,870	2,930	2,680		6,550	3,870	2,680	0
12	6	3,870	2,930			3,870	3,870		0
13	7		2,930						0
14	8		2,930						0
15	9		2,930						0
16	VP @ 15%	6,646	-1,019	984	-748	7,630	5,898	235	0
17									
18									
19									

= D7+E7

= VPN($B$1,F7:F15) + F6

Figura 12-2
Cálculo de montos de VP para seleccionar entre proyectos independientes, ejemplo 12.2.

El resto de esta sección ayudará al lector a comprender por qué es correcta la solución del problema de elaboración de presupuesto de capital mediante la evaluación VP con la ecuación (12.1). La siguiente lógica verifica la suposición de reinversión a la TMAR de todos los flujos netos de efectivo positivos cuando las vidas de los proyectos son diferentes. Consulte la figura 12-3, que utiliza la presentación general de un conjunto de dos proyectos. Suponga que cada proyecto tiene el mismo flujo neto de efectivo cada año. Se utiliza el factor *P*/*A* para el cálculo VP. Defina n_L como la vida del proyecto de vida más larga. Al final del proyecto de vida más corta, el conjunto tiene un valor futuro total de $\text{FNE}_j(F/A,\text{TMAR},n_j)$ como se ha determinado para cada proyecto. Ahora se debe suponer una reinversión a la TMAR desde el año n_{j+1} hasta el año n_L (un total de $n_L - n_j$ años). El supuesto del rendimiento a la TMAR es importante; este enfoque VP no necesariamente selecciona los proyectos correctos si el rendimiento no se calcula a la TMAR. Los resultados son las dos flechas de valor futuro en el año n_L de la figura 12-3. Por último, se

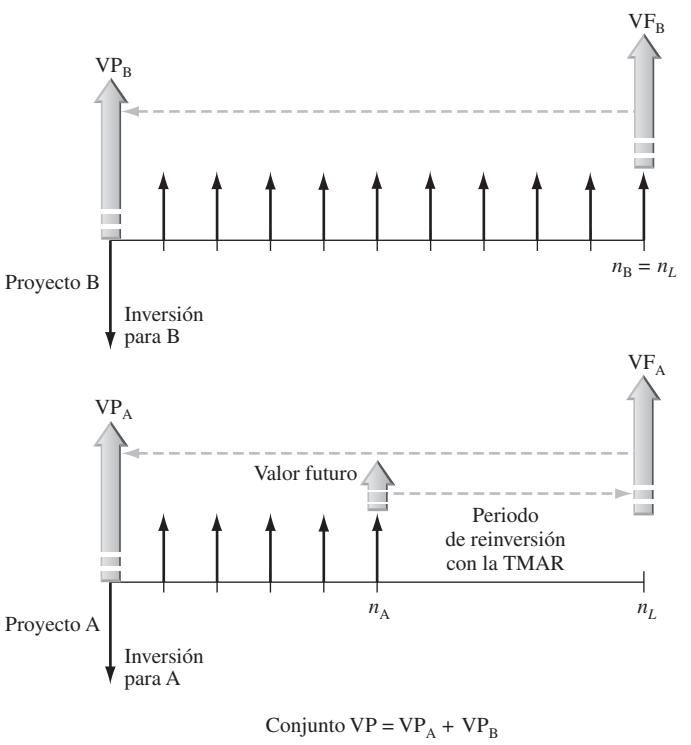


Figura 12-3
Flujos de efectivo representativos para calcular el VP de un conjunto de dos proyectos independientes de vida diferente mediante la ecuación (12.1).

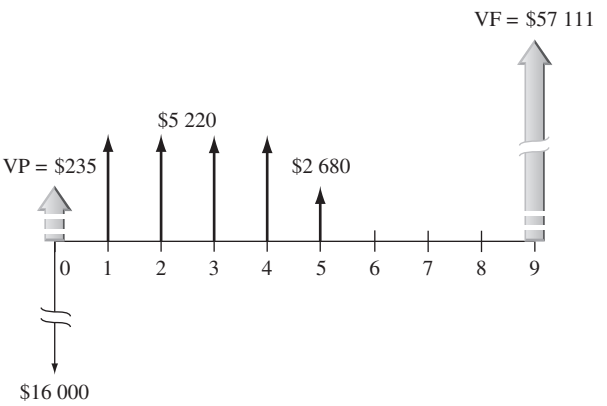


Figura 12-4
Inversión inicial y flujos de efectivo para el paquete 7, proyectos C y D, ejemplo 12.2.

debe calcular el valor VP del conjunto en el año inicial. Éste es el VP del conjunto $= VP_A + VP_B$. En forma general, el valor presente del paquete j es

$$VP_j = FNE_j(F/A,TMAR,n_j)(F/P,TMAR,n_L - n_j)(P/F,TMAR,n_L) \tag{12.2}$$

Ahora se sustituye el símbolo i para la TMAR y se utilizan las fórmulas de factor para simplificar.

$$\begin{aligned} VP_j &= FNE_j \frac{(1+i)^{n_j}-1}{i}(1+i)^{n_L-n_j}\frac{1}{(1+i)^{n_L}} \\ &= FNE_j\left[\frac{(1+i)^{n_j}-1}{i(1+i)^{n_j}}\right] \\ &= FNE_j(P/A,i,n_j) \end{aligned} \tag{12.3}$$

Como la expresión entre corchetes de la ecuación (12.3) es el factor $(P/A,i,n_j)$, el cálculo del VP_j durante n_j años supone reinversión a la TMAR de todos los flujos netos de efectivo positivos hasta completar el proyecto de vida mayor en el año n_L.

Para demostrarlo numéricamente, considere el paquete $j = 7$ en el ejemplo 12.2. La evaluación está en la tabla 12-3, y el flujo neto de efectivo se ilustra en la figura 12-4. Calcule el valor futuro en el año 9, que es la vida del proyecto más duradero (B).

$$VF - 5\,220(F/A,15\%,4)(F/P,15\%,5) + 2\,680(F/P,15\%,4) = \$57\,111$$

El valor presente en el momento de la inversión inicial es

$$VP = -16\,000 + 57\,111\,(P/F,15\%,9) = \$235$$

El valor VP es el mismo que VP_7 en la tabla 12-3 y la figura 12-2. Esto demuestra el supuesto de reinversión para flujos netos de efectivo positivos. Si tal suposición no es realista, debe realizarse el análisis VP con el *MCM de todas las vidas de los proyectos*.

12.4 Formulación de problemas de presupuesto de capital con programación lineal ●●●

El procedimiento anterior requiere el desarrollo de conjuntos mutuamente excluyentes, con un proyecto a la vez, dos proyectos a la vez, etcétera, hasta desarrollar 2^m proyectos, y cada uno se compara con el límite b del capital. A medida que aumenta el número de proyectos independientes, este proceso se complica en exceso hasta que es imposible resolverlo. Por fortuna, el problema de presupuestar el capital puede plantearse en forma de un modelo de programación lineal. El problema se formula con un modelo de programación lineal entera (PLE), que no significa más que todas las relaciones son lineales y que la variable desconocida x puede tomar sólo valores enteros. En tal caso, las variables sólo adoptan los valores 0 o 1, lo cual hace de éste un caso especial denominado modelo PLE 0 o 1. A continuación se describe el modelo.

Maximizar: Suma del VP de los flujos netos de efectivo de proyectos independientes.

Restricciones:

- La restricción de inversión de capital es que la suma de las inversiones iniciales no debe exceder un límite específico.
- Cada proyecto se selecciona o se descarta por completo.

Para la formulación matemática, defina b como el límite de inversión de capital, y sea x_k ($k = 1$ hasta m proyectos) la variable por determinar. Si $x_k = 1$, el proyecto k se selecciona completamente; si $x_k = 0$, el proyecto k no se elige. Observe que el subíndice k *representa cada proyecto independiente*, no un conjunto mutuamente excluyente.

Si la suma del VP de los flujos de efectivo netos es Z, la formulación de programación matemática es la siguiente:

$$\textbf{Maximizar:} \quad \sum_{k=1}^{k=m} VP_k x_k = Z$$

$$\textbf{Restricciones:} \quad \sum_{k=1}^{k=m} \text{FNE}_{k0} x_k \le b \qquad \textbf{(12.4)}$$

$$x_k = 0 \text{ o } 1 \qquad \text{para } k = 1, 2, \ldots, m$$

El VP_k de cada proyecto se calcula con la ecuación (12.1) a una TMAR $= i$.

$$\text{VP}_k = \text{VP de los flujos netos de efectivo del proyecto para } n_k \text{ años}$$

$$= \sum_{t=1}^{t=n_k} \text{FNE}_{kt}(P/F,i,t) - \text{FNE}_{k0} \qquad \textbf{(12.5)}$$

La solución mediante computadora se logra con un paquete de software de programación lineal que resuelva el modelo de PLE. También se pueden usar Excel y su herramienta de optimización **Solver** para desarrollar la formulación y seleccionar los proyectos. La herramienta Solver es similar a Goal Seek pero con muchas más capacidades. Por ejemplo, Solver permite que la celda objetivo se maximice, minimice o tome un valor específico. Esto quiere decir que la función Z en la ecuación (12.4) puede maximizarse. Asimismo, es posible identificar múltiples celdas cambiantes, de modo que puede determinarse el valor 0 o 1 de las incógnitas. Además, con la capacidad adicional de incluir restricciones, es posible introducir el requerimiento del límite de inversión b o que las incógnitas en la ecuación (12.4) valgan 0 o 1. En el apéndice A se explica con detalle el uso de Solver, y el ejemplo 12.3 ilustra su empleo.

EJEMPLO 12.3

Revise el ejemplo 12.2. *a*) Formule el problema de elaboración del presupuesto de capital con el modelo de programación matemática que se presenta en la ecuación (12.4). *b*) Seleccione los proyectos usando Solver.

Solución

a) Defina el subíndice $k = 1$ hasta 4 para los cuatro proyectos, los cuales se renombran como 1, 2, 3 y 4. El límite de inversión de capital es $b = \$20\,000$ en la ecuación (12.4).

$$\text{Maximizar:} \quad \sum_{k=1}^{k=4} \text{VP}_k x_k = Z$$

$$\text{Restricciones:} \quad \sum_{k=1}^{k=4} \text{FNE}_{k0} x_k \le 20\,000$$

$$x_k = 0 \text{ o } 1 \qquad \text{para } k = 1, 2, 3, 4$$

A continuación se sustituyen los valores VP_k y FNE_{k0} de la tabla 12-3 en el modelo. Se usan signos positivos en todos los valores en la restricción de presupuesto. Se llega así a la siguiente formulación completa del modelo de PLE 0 o 1.

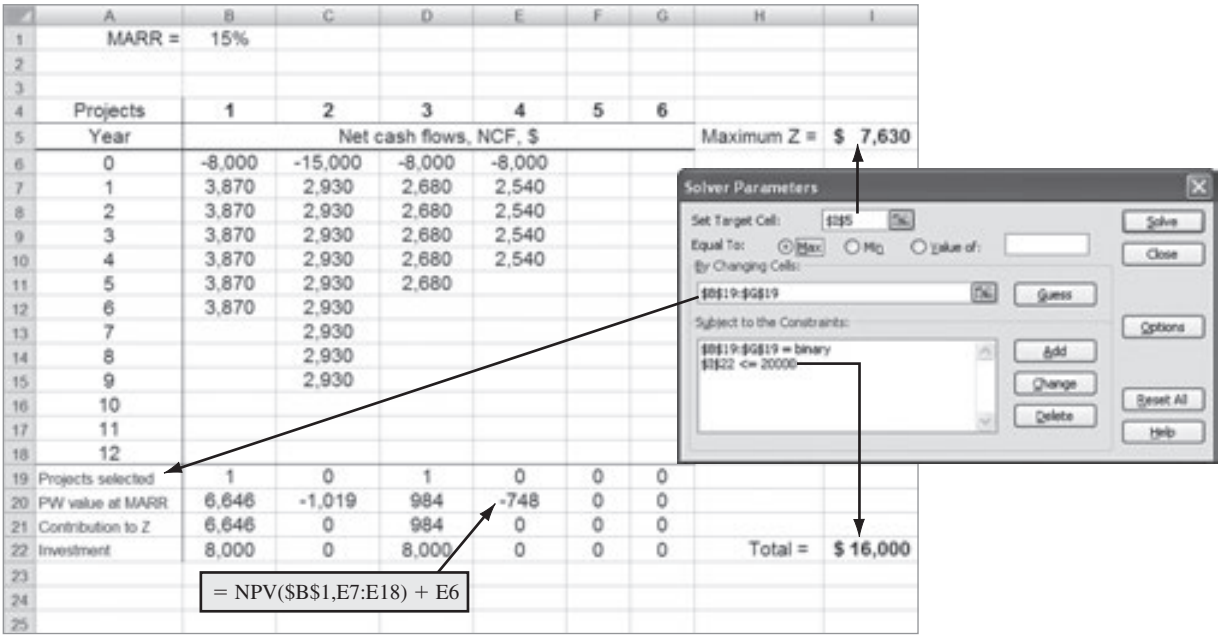
$$\text{Maximizar:} \quad 6\,646x_1 - 1\,019x_2 + 984x_3 - 748x_4 = Z$$

$$\text{Restricciones:} \quad 8\,000x_1 + 15\,000x_2 + 8\,000x_3 + 8\,000x_4 \le 20\,000$$

$$x_1, x_2, x_3, \text{ y } x_4 = 0 \text{ o } 1$$

El máximo VP es \$7 630, y la solución al ejemplo 12.2 se escribe así

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 0$$



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	MARR =	15%							
2									
3									
4	Projects	1	2	3	4	5	6		
5	Year	Net cash flows, NCF, $						Maximum Z =	$ 7,630
6	0	-8,000	-15,000	-8,000	-8,000				
7	1	3,870	2,930	2,680	2,540				
8	2	3,870	2,930	2,680	2,540				
9	3	3,870	2,930	2,680	2,540				
10	4	3,870	2,930	2,680	2,540				
11	5	3,870	2,930	2,680					
12	6	3,870	2,930						
13	7		2,930						
14	8		2,930						
15	9		2,930						
16	10								
17	11								
18	12								
19	Projects selected	1	0	1	0	0	0		
20	PW value at MARR	6,646	-1,019	984	-748	0	0		
21	Contribution to Z	6,646	0	984	0	0	0		
22	Investment	8,000	0	8,000	0	0	0	Total =	$ 16,000
23									
24									
25									

Figura 12-5
Hoja de cálculo y plantilla de Solver para resolver un problema de presupuestación de capital, ejemplo 12.3.

b) La figura 12-5 presenta una plantilla de hoja de cálculo desarrollada para seleccionar de entre seis o menos proyectos independientes, con 12 años o menos de flujo neto de efectivo estimado por proyecto. La plantilla de hoja de cálculo se expande en cualquier dirección, de ser necesario. La figura 12-5 (recuadro) muestra los parámetros Solver para solucionar este problema de cuatro proyectos y un límite de inversión de \$20 000. Las descripciones siguientes y las etiquetas de celda identifican los contenidos de filas y celdas en la figura 12-5, así como su vinculación con los parámetros Solver.

Filas 4 y 5: Los proyectos se identifican con números para distinguirlos de las letras de columna en la hoja de cálculo. La celda I5 es la expresión para *Z*, la suma de los valores VP para los proyectos. Es la celda que debe maximizar Solver.

Filas 6 a 18: Son las inversiones iniciales y las estimaciones de flujo neto de efectivo para cada proyecto. No es necesario ingresar los valores cero que ocurren después de la vida de un proyecto; no obstante, sí debe ingresarse cualquier estimación \$0 que ocurra durante la vida de un proyecto.

Fila 19: La entrada en cada celda es 1 para un proyecto seleccionado y 0 si no se selecciona. Son las celdas cambiantes para Solver. Como cada entrada debe ser 0 o 1, en todas las celdas de la fila 19 de Solver se coloca una restricción binaria, como se muestra en la figura 12-5. Cuando se va a resolver un problema, es mejor iniciar la hoja de cálculo con ceros para todos los proyectos. Solver encontrará la solución para maximizar *Z*.

Fila 20: Se usa la función VPN para encontrar el VP de cada serie de flujo neto de efectivo. Las funciones VPN se colocan para cualquier proyecto con una vida de hasta 12 años a la TMAR ingresada en la celda B1.

Fila 21: Cuando se selecciona un proyecto, su contribución a la función *Z* se obtiene al multiplicar las filas 19 y 20.

Fila 22: Esta fila muestra la inversión inicial de los proyectos seleccionados. La celda I22 es la inversión total. Esta celda tiene la limitación presupuestaria colocada por la restricción en Solver. En este ejemplo, la restricción es I22 $<=$ \$20 000.

Para resolver el ejemplo, establezca en 0 todos los valores de la fila 19, fije los parámetros Solver como se indicó y pulse el botón "Resolver". (Como es un modelo lineal, puede marcarse la opción SOLVER "Suponga Modelo Lineal" si se desea.) De ser necesario, se presentan más directrices acerca de guardar la solución, efectuar cambios, etcétera, en el apéndice A, sección A.5, y en la función de ayuda de Excel.

Para este problema, la selección son los proyectos 1 y 3 con Z = \$7 630, la misma que se determinó con anterioridad, y se invierten \$16 000 de los \$20 000 que se tienen como límite.

12.5 Medidas adicionales para clasificar proyectos

Los métodos basados en el VP para resolver un problema de presupuestar capital que se cubrieron en las secciones 2.2 a 2.4 dan una solución óptima que maximiza el VP de proyectos que compiten entre sí. Sin embargo, es muy común que en el campo de la industria, profesional o gubernamental, resulte que la tasa de rendimiento sea la base para clasificar proyectos. La **tasa interna de rendimiento (TIR)**, como se vio en la sección 7.2, se determina al igualar a cero una ecuación de VP o VA para luego despejar i^*, la TIR. Con el enfoque de VP y el flujo neto de efectivo (FNE) de cada proyecto j, resuelva para i^* en la ecuación

$$0 = \sum_{t=1}^{t=n_j} \text{FNE}_{jt}(P/F,i^*,t) - \text{FNE}_{j0} \tag{12.6}$$

Es la misma que la ecuación (12.1) establecida igual a cero con $i = i^*$ como incógnita. La función TASA o TIR de la hoja de cálculo da la misma respuesta. La directriz para la selección es como sigue:

Selección de proyectos independientes

> Una vez terminada la clasificación de proyectos según la TIR, seleccione todos ellos en orden sin que se exceda el límite de inversión b.
>
> Si no hay límite presupuestal, seleccione todos los proyectos en los que TIR $\geq$ TMAR.

El ordenamiento de proyectos mediante la *clasificación con la TIR puede diferir de aquel que se obtiene según el VP* que se empleó en las secciones anteriores. Esto ocurre porque la clasificación con la TIR maximiza la tasa de rendimiento conjunta, no necesariamente el VP. En el siguiente ejemplo se ilustra la clasificación con la TIR.

Otro método común para clasificar proyectos es el **índice de rentabilidad (IR)**, que se vio en la sección 9.2. Ésta es una medición "rápida" que proporciona la sensación de obtener el máximo por cada dólar invertido durante la vida del proyecto (consulte la sección 9.2 para más información). Cuando se emplea para clasificar proyectos, con frecuencia se denomina **índice de valor presente (IVP)**; sin embargo, en nombre de la consistencia emplearemos el término VP, y porque hay otras formas de definir matemáticamente medidas también denominadas índice VP. La medición del IR se define como sigue:

$$\frac{\textbf{VP de los flujos netos de efectivo}}{\textbf{VP de la inversión inicial}} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n_j} \text{FNE}_{jt}(P/F,i,t)}{|\text{FNE}_{j0}|} \tag{12.7}$$

Observe que el denominador incluye sólo la inversión inicial, y se emplea su *valor absoluto*. El numerador sólo tiene flujos de efectivo que resultan del proyecto para los años 1 hasta el final de su vida n_j. El valor de rescate, si lo hubiera, se incorpora al numerador. Igual que en el caso anterior, el criterio de selección es el siguiente:

Selección de proyectos independientes

> Una vez terminada la clasificación de proyectos según el IR, seleccione todos en orden sin exceder el límite de inversión b.
>
> Si no hay límite de presupuesto, seleccione todos los proyectos que tengan IR $\geq$ 1.0.

Según las estimaciones de los FNE del proyecto, la *clasificación con el IR puede diferir de la que se obtiene con la TIR*. El ejemplo 12.4 compara los resultados que se obtienen con diferentes métodos —TIR, IR y VP—. Ninguno de dichos resultados es incorrecto, simplemente ocurre que maximizan diferentes medidas, como el lector verá. Es común emplear la TIR, IR u otras medidas cuando hay un gran número de proyectos, pues el criterio del VP (ya sea que se resuelva con lápiz y papel, Solver o software de PLE) se complica cada vez más conforme crece el número de conjuntos posibles mutuamente excluyentes, de acuerdo con la fórmula 2^m. Además, la complejidad aumenta cuando hay proyectos dependientes y contingentes.

EJEMPLO 12.4

Georgia trabaja como analista financiera en Management Science Group de General Electronics. Se le pidió recomendara cuáles de los cinco proyectos presentados en la tabla 12-4 deben recibir fondos si la TMAR de la empresa es de 15% anual y el límite de inversión para el año siguiente es de $18 millones.

TABLA 12-4 Valores de TIR, IR y VP de cinco proyectos, ejemplo 12.4

Proyectos	1	2	3	4	5
Inversión, FNE_0, $1 000	−8 000	−15 000	−8 000	−8 000	−5 000
FNE, $1 000 por año	4 000	2 900	2 700	2 500	2 600
Vida n_j, años	6	9	5	4	3
TIR, %	44.5	12.8	20.4	9.6	26.0
IR	1.89	0.92	1.13	0.89	1.19
VP a 15%, $1 000	7 138	−1 162	1 051	−863	936

Revisó los cálculos y está por iniciar la clasificación para hacer la selección. Ayúdela con lo siguiente:

a) Use la TIR para clasificar los proyectos y hacer la selección.
b) Emplee el IR para clasificar los proyectos y seleccionar entre ellos.
c) Utilice el VP para clasificar y seleccionar los proyectos.
d) Compare los proyectos seleccionados con los tres métodos y determine cuál maximizará la TR conjunta del presupuesto de $18 millones.

Solución

Consulte en la tabla 12-5 la clasificación y la inversión acumulada de cada proyecto, y haga la selección con base en la clasificación y el límite del presupuesto b = $18 millones.

a) La clasificación de acuerdo con los valores de la TIR conjunta indica que deben elegirse los proyectos 1 y 5, con $13 millones del presupuesto de $18. Se supone que los $5 millones restantes se invertirán con la TMAR de 15% anual.
b) Como ejemplo, se calcula el IR del proyecto 1 con la ecuación (12.7).

$$\begin{aligned} IR_1 &= \frac{4\,000(P/A,15\%,6)}{|-8\,000|} \\ &= 15\,138/8\,000 \\ &= 1.89 \end{aligned}$$

La clasificación y los proyectos seleccionados son los mismos que con el análisis de la TIR. De nuevo se supondrá que los $5 millones que sobran generarán un rendimiento según la TMAR = 15% anual.

c) La clasificación con el VP genera una selección distinta de la que se obtiene con la TIR y el VP. Se eligen los proyectos 1 y 3, no el 1 y 5, con un VP total de $8 189 millones y una inversión de $16 millones. Los $2 millones restantes se supone ganarán 15% anual.
d) Las clasificaciones con la TIR y el IR hacen que se elijan los proyectos 1 y 5. Con el VP se eligen los proyectos 1 y 3. Con la TMAR = 15%, los $18 millones ganarán los valores de TR siguientes. En unidades de $1 000,

Proyectos 1 y 5

FNE, año 0:	$−13 000
FNE, años 1-3:	$6 600
FNE, años 4-6:	$4 000

$$0 = -13\,000 + 6\,600(P/A,i,3) + 4\,000(P/A,i,3)(P/F,i,3)$$

TABLA 12-5 Clasificación de proyectos con diferentes medidas, ejemplo 12.4 (unidades monetarias de $1 000)

Clasificación según la TIR			Clasificación según el IR			Clasificación según el VP		
TIR, % (1)	Proyecto (2)	Inversión acumulada, $ (3)	IR (4)	Proyecto (5)	Inversión acumulada, $ (6)	VP, $ (7)	Proyecto (8)	Inversión acumulada, $ (9)
44.5	**1**	**8 000**	**1.89**	**1**	**8 000**	**7 138**	**1**	**8 000**
26.0	**5**	**13 000**	**1.19**	**5**	**13 000**	**1 051**	**3**	**16 000**
20.4	3	21 000	1.13	3	21 000	936	5	21 000
12.8	2		0.92	2		−863	4	
9.6	4		0.89	4		−1 162	2	

Con la función TIR, la tasa de rendimiento es 39.1%. El rendimiento global del presupuesto total es de

$$\begin{aligned} TR &= [39.1(13\,000) + 15.0(5\,000)]/18\,000 \\ &= 32.4\% \end{aligned}$$

Proyectos 1 y 3

FNE, año 0:	$−16 000
FNE, años 1-5:	$6 700
FNE, año 6:	$4 000

$$0 = -16\,000 + 6\,700(P/A,i,5) + 4\,000(P/F,i,6)$$

Con la función TIR, la tasa de rendimiento es de 33.5%. El rendimiento global de todo el presupuesto es

$$\begin{aligned} TR &= [33.5(16\,000) + 15.0(2\,000)]/18\,000 \\ &= 31.4\% \end{aligned}$$

En conclusión, las selecciones con la TIR y el IR maximizan la tasa de rendimiento global en 32.4%; la selección con el VP lo maximiza en $8.189 (es decir, 7.138 + 1.051) millones, como se ve en la tabla 12-5, columna 7.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El capital de inversión es siempre un recurso escaso y debe racionarse entre diversos proyectos que compiten mediante criterios específicos, económicos y no económicos. La elaboración del presupuesto de capital implica proyectos propuestos, cada uno con una inversión inicial y flujos netos de efectivo estimados durante la vida del proyecto. Las vidas pueden ser iguales o diferentes. El problema fundamental en la elaboración del presupuesto de capital tiene algunas características específicas (figura 12-1).

- Se realiza una selección entre proyectos independientes.
- Cada proyecto debe seleccionarse o rechazarse por completo.
- El objetivo es la maximización del valor presente de los flujos netos de efectivo.
- La inversión inicial total está limitada a un máximo específico.

Para la evaluación se emplea el método del valor presente. Para iniciar el procedimiento, formule todos los conjuntos mutuamente excluyentes que no excedan el límite de la inversión, incluso el conjunto de no hacer nada. Hay un máximo de 2^m conjuntos para m proyectos. Calcule el VP a la TMAR de cada conjunto y elija el conjunto con el mayor valor VP. Se supone la reinversión de los flujos netos de efectivo positivos a la TMAR para todos los proyectos con vidas menores que el proyecto con vida más larga.

El problema de elaboración de presupuesto de gastos de capital puede formularse como problema de programación lineal para seleccionar proyectos directamente con la finalidad de maximizar el VP total. Para resolver este problema con hoja de cálculo se emplea la herramienta Solver, de Excel.

Los proyectos se clasifican y seleccionan sobre bases diferentes del VP. Dos medidas son la tasa interna de rendimiento (TIR) y el índice de rentabilidad (IR), también llamado índice VP. El ordenamiento de los proyectos puede diferir de acuerdo con las bases utilizadas, pues se optimizan diferentes parámetros. En un entorno industrial, cuando hay un gran número de proyectos es común aplicar el criterio de la TIR.

PROBLEMAS

Comprensión del racionamiento de capital

12.1 Defina los términos siguientes: conjunto de proyectos, proyecto contingente, proyecto dependiente.

12.2 Mencione dos suposiciones al racionar el capital con el análisis VP para proyectos de duraciones diferentes.

12.3 Para los proyectos independientes denotados con A, B, C, D, E, F y G, ¿cuántos conjuntos mutuamente excluyentes pueden formarse?

12.4 Para los proyectos independientes identificados con W, X, Y y Z, elabore todos los conjuntos mutuamente excluyentes. Los proyectos X y Y efectúan la misma tarea con procesos diferentes; no deben seleccionarse ambos.

12.5 Una compañía que fabrica disparadores de hielo seco —máquinas que disparan trozos diminutos de hielo a velocidades supersónicas de modo que se congelan al instante y remueven partículas, pintura, óxido, suciedad, asfalto y otros contaminantes de las superficies de

máquinas y de otro tipo— identificó cinco proyectos para su posible aplicación. A continuación se muestra el valor presente de la inversión inicial de cada proyecto. Determine cuáles conjuntos de proyectos son posibles si el capital se limita a *a*) $34 000 y *b*) $45 000.

Proyecto	VP de la inversión a 15%, $
L	28 000
M	11 000
N	43 000
O	38 000
P	6 000

12.6 La empresa Perfect Manufacturing, Inc., tiene cuatro propuestas de inversión de proyectos independientes (1, 2, 3 y 4). Liste todos los conjuntos mutuamente excluyentes aceptables con base en las siguientes restricciones de selección desarrolladas por el departamento de ingeniería de producción:

El proyecto 2 puede seleccionarse sólo si se escoge el proyecto 3.

Los proyectos 1 y 4 no deben elegirse juntos; en esencia, son duplicados.

12.7 Desarrolle todos los agrupamientos o conjuntos mutuamente excluyentes aceptables para los cuatro proyectos independientes descritos a continuación si el límite de inversión es $400 y se aplica la restricción siguiente en la selección: el proyecto 1 puede seleccionarse únicamente si también se eligen los proyectos 3 y 4.

Proyecto	Inversión, $
1	–100
2	–150
3	–75
4	–235

Selección entre proyectos independientes

12.8 A continuación se presentan conjuntos de tres propuestas independientes cada uno, para los que se estimó el VP. Seleccione el mejor conjunto si el límite del capital presupuestado es $45 000 y la TMAR es el costo del capital, que es de 9% anual.

Conjunto propuesto	Inversión inicial para el conjunto, $	VP a 9%, $
1	–18 000	–1 400
2	–26 000	8 500
3	–34 000	7 100
4	–41 000	10 500

12.9 La directora general de la Planta #A14 de Woodslome Appliance Company, en la ciudad de México, tiene cuatro proyectos independientes a los que puede destinar fondos este año a fin de mejorar la durabilidad de la superficie de acero inoxidable de varios productos. Se muestran a continuación los costos de los proyectos y el VP a 18% anual. ¿Qué proyectos deben aceptarse si el presupuesto *a*) no tiene límite y *b*) está limitado a $55 000?

Proyecto	Inversión inicial, $	VP a 18%, $
1	–15 000	–400
2	–25 000	8 500
3	–20 000	500
4	–40 000	9 600

12.10 El capital para invertir en proyectos de investigación en SummaCorp está limitado a $100 000 el próximo año. Seleccione cualesquiera o todos los proyectos siguientes si la junta directiva estableció una TMAR de 15% anual.

Proyecto	Inversión inicial, $	Flujo neto de efectivo anual, $/año	Vida, años	Valor de rescate, $
I	–25 000	6 000	4	4 000
II	–30 000	9 000	4	–1 000
III	–50 000	15 000	4	20 000

12.11 Un ingeniero electricista de GE tiene la responsabilidad de determinar cómo invertir hasta $100 000 en ninguna, algunas o todas las propuestas independientes que siguen. Haga un análisis de VP con un rendimiento de 15% anual *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo para ayudar al ingeniero a tomar la mejor decisión desde un punto de vista exclusivamente económico.

Proyecto	Inversión inicial, $	Flujo neto de efectivo anual, $/año	Vida, años	Valor de rescate, $
A	–25 000	6 000	4	4 000
B	–20 000	9 000	4	0
C	–50 000	15 000	4	20 000

12.12 Dwayne tiene cuatro propuestas de proveedores independientes para contratar servicios de reciclamiento de aceite en toda la nación para las plantas de manufactura de Ford Corporation. Todas las combinaciones son aceptables, excepto que los proveedores B y C no pueden elegirse juntos. Un requerimiento es compartir los ingresos con Ford por las ventas de aceite reciclado. Desarrolle todos los conjuntos posibles mutuamente excluyentes con las restricciones adicionales siguientes, y seleccione los mejores proyectos. La TMAR de la corporación es de 10% anual.

a) Puede gastarse un máximo de $4 millones.

b) Está permitido un presupuesto mayor de $5.5 millones, pero no pueden seleccionarse más de dos proveedores.

c) No hay límite de gasto.

Proveedor	Inversión inicial, $	Vida, años	Ingreso neto anual, $ por año
A	–1.5 millones	8	360 000
B	–3.0 millones	10	600 000
C	–1.8 millones	5	620 000
D	–2.0 millones	4	630 000

12.13 Use el método del VP con 8% anual para seleccionar hasta tres de los cuatro proyectos disponibles, si no puede invertirse más de $20 000. Las vidas estimadas y los flujos netos de efectivo anuales pueden variar.

Proyecto	Inversión inicial, $	Flujos netos de efectivo, $ por año					
		1	2	3	4	5	6
W	–5 000	1 000	1 700	1 800	2 500	2 000	
X	–8 000	900	950	1 000	1 050	10 500	
Y	–8 000	4 000	3 000	1 000	500	500	2 000
Z	–10 000	0	0	0	17 000		

12.14 Charlie's Garage tiene $70 000 para gastar en equipo nuevo que aumentaría sus ingresos por ventas de su taller de reparación de autos. Use el método del VP para determinar cuáles de dichas inversiones independientes son aceptables financieramente con 6% anual capitalizado mensualmente. Se espera que todos duren tres años.

Característica	Costo instalado, $	Ingreso adicional estimado, $ por mes
Sistema de diagnóstico	–45 000	2 200
Analizador de gases de escape	–30 000	2 000
Probador de motores híbridos	–22 000	1 500

12.15 *a*) Determine cuál de los siguientes proyectos independientes debe elegirse para invertir si se dispone de $315 000 con una TMAR de 10% anual. Para realizar la selección, evalúe con el método VP las alternativas mutuamente excluyentes (resuélvalo a mano y con hoja de cálculo).

Proyecto	Inversión inicial, $	FNE, $ por año	Vida, años
A	–100 000	50 000	8
B	–125 000	24 000	8
C	–120 000	75 000	8
D	–220 000	39 000	8
E	–200 000	82 000	8

b) Si los cinco proyectos son alternativas mutuamente excluyentes, realice el análisis de valor presente y seleccione la mejor alternativa.

12.16 Realice el análisis de cinco proyectos independientes a fin de seleccionar el mejor si el capital *a*) está limitado a $30 000, *b*) está limitado a $52 000 y *c*) no tiene límite.

Proyecto	Inversión inicial, $	Vida, años	VP a 12% anual, $
S	–15 000	6	8 540
A	–25 000	8	12 325
M	–10 000	6	3 000
E	–25 000	4	10
H	–40 000	12	15 350

12.17 Los directores de ingeniería y finanzas elaboraron las siguientes estimaciones de proyectos independientes. La TMAR corporativa es de 8% anual, y el límite de inversión de capital es de $4 millones. Seleccione los mejores proyectos desde el punto de vista económico según el método del VP. Resuélvalo *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

Proyecto	Costo del proyecto, $ M	Vida, años	FNE, $ por año
1	–1.5	8	360 000
2	–3.0	10	600 000
3	–1.8	5	520 000
4	–2.0	4	820 000

12.18 Con el método del VP evalúe cuatro proyectos independientes. Seleccione tres de ellos. La TMAR es de 12% anual y se dispone de un máximo de $16 000 de capital para invertir.

	Proyecto			
	1	2	3	4
Inversión, $	–5 000	–8 000	–9 000	–10 000
Vida, años	5	5	3	4

Año	FNE estimados, $ por año			
1	1 000	500	5 000	0
2	1 700	500	5 000	0
3	2 400	500	2 000	0
4	3 000	500		17 000
5	3 800	10 500		

12.19 Resuelva el problema 12.18 con hoja de cálculo.

12.20 Un problema de racionamiento de capital se define como sigue: han de evaluarse tres proyectos con una TMAR de 12.5% anual. No pueden invertirse más de $3 millones.

a) Seleccione los proyectos independientes con hoja de cálculo.

b) Si la vida del proyecto 3 puede aumentar de 5 a 10 años con la misma inversión de $1 millón, use la herramienta Goal Seek para determinar el FNE del proyecto 3 en el año 1 que tenga el mismo VP que el mejor conjunto del inciso *a*). Todas las demás estimaciones permanecen sin cambio. Con estas nuevas estimaciones del FNE y de la vida, ¿cuáles son los mejores proyectos para invertir?

Proyecto	Inversión, $ M	Vida, años	FNE estimados, $ por año: Año 1	FNE estimados, $ por año: Gradiente después del año 1
1	–0.9	6	250 000	–5 000
2	–2.1	10	485 000	+5 000
3	–1.0	5	200 000	+20%

Programación lineal y presupuestación del capital

12.21 Formule el modelo de programación lineal, desarrolle una hoja de cálculo y resuelva el problema de racionamiento de capital del ejemplo 12.1 *a*) como está presentado y *b*) con un límite de $13 millones para la inversión.

12.22 Emplee programación lineal y una técnica de solución basada en hoja de cálculo para seleccionar entre los proyectos independientes de vidas desiguales del problema 12.17.

12.23 Resuelva el problema de presupuestación de capital del problema 12.20*a*) con un modelo de programación lineal y con una hoja de cálculo.

12.24 Johnson y Johnson está expandiendo sus productos de primeros auxilios para individuos alérgicos al látex. El equipo de investigación que está formado por doctores, ingenieros y químicos, propuso los cuatro proyectos del problema 12.18. Desarrolle el modelo de programación lineal y use una hoja de cálculo para seleccionar los proyectos que han de recibir fondos. La TMAR es de 12% anual, y el límite del presupuesto, de $16 millones. Todas las cifras de dinero están en unidades de $1 000.

12.25 Con los datos del problema 12.18 y determinando diversas soluciones mediante hoja de cálculo para situaciones con límites de presupuesto de capital que varían de b = $5 000 a b = $25 000, desarrolle una gráfica en una hoja de cálculo de b *versus* el valor de Z.

Otras mediciones para clasificar proyectos

12.26 Un nuevo proyecto tiene un costo inicial de $325 000 e ingresos anuales estimados en $60 000 por año, durante ocho años.
- *a*) Determine los valores de la TIR, IR y VP si la TMAR es de 15% anual.
- *b*) ¿El proyecto se justifica económicamente?

12.27 Un ingeniero de Delphi Systems estudia los siguientes proyectos, todos los cuales deben considerarse como de duración indefinida. La TMAR de la empresa es 13% anual.
- *a*) Determine cuáles proyectos deben seleccionarse según la TIR si el límite del presupuesto es de $39 000.
- *b*) ¿Cuál es la tasa de rendimiento conjunta si el dinero no invertido en los proyectos gana un rendimiento igual a la TMAR?

Proyecto	Costo inicial, $	Ingreso neto, $ por año	Tasa de rendimiento, %
A	–20 000	4 000	20.0
B	–10 000	1 900	19.0
C	–15 000	2 600	17.3
D	–70 000	10 000	14.3
E	–50 000	6 000	12.0

12.28 Los cinco proyectos independientes que se presentan a continuación están en estudio por parte de KNF Neuberger, Inc. La TMAR de la compañía es de 15% anual.
- *a*) Determine cuáles proyectos deben emprenderse según el criterio de la TIR si el límite del presupuesto es de $97 000. (Resuélvalo a mano y con hoja de cálculo.)
- *b*) Determine la tasa de rendimiento conjunta si el dinero no invertido en los proyectos gana un rendimiento igual a la TMAR.

Proyecto	Costo inicial, $	Ingreso anual, $ por año	Vida del proyecto, años
L	–30 000	9 000	10
A	–15 000	4 900	10
N	–45 000	11 100	10
D	–70 000	9 000	10
T	–40 000	10 000	10

12.29 Debido a tuberías anticuadas, fugas y derroche de agua, en Estados Unidos se desperdician anualmente 6 mil millones de galones de agua potable antes de que llegue a los consumidores o a los usos industriales. La American Society of Civil Engineers (ASCE) trabaja en equipo con municipalidades, condados y varias empresas de excavación para desarrollar robots que recorran los ductos, detecten las fugas y las reparen de inmediato. Se recibieron cuatro propuestas para asignación de fondos. Hay un límite de $100 millones en capital, y la TMAR es de 12% anual.
- *a*) Use el método de la TIR para clasificar y determinar cuáles proyectos independientes deben recibir fondos. Resuélvalo con hoja de cálculo a menos que su profesor indique que lo haga a mano.
- *b*) Determine la tasa de rendimiento para la combinación de proyectos elegida en el inciso anterior. ¿Se justifica económicamente?
- *c*) Calcule la tasa de rendimiento global para los $100 millones con los proyectos seleccionados en el inciso *a*). Suponga que los fondos sobrantes se invierten a la TMAR.

Proyecto	Costo inicial, $ M	Ahorros anuales estimados, $ M por año	Vida del proyecto, años
W	–12	5.0	3
X	–25	7.3	4
Y	–45	12.1	6
Z	–60	9.0	8

12.30 Determine el índice de rentabilidad con un interés de 10% anual para un proyecto cuyo costo inicial es de $200 000 en el año 0 y $200 000 en el año 2, costo de operación anual de $80 000 por año, ingresos anuales de $170 000 y un valor de rescate de $60 000 después de sus cinco años de vida.

12.31 El límite de presupuesto es de $120 000, y la tasa de interés, de 10% anual. Todos los proyectos tienen una vida de 10 años. Use *a*) el método del IR y *b*) el de la TIR para clasificar y seleccionar de los proyectos independientes. *c*) ¿Se eligen proyectos distintos según los dos métodos?

Proyecto	Costo inicial, $	Ingreso neto, $ por año	TIR, %
A	–18 000	4 000	18.0
B	–15 000	2 800	13.3
C	–35 000	12 600	34.1
D	–60 000	13 000	17.3
E	–50 000	8 000	9.6

12.32 Seis proyectos independientes están en estudio por parte de Peyton Packing, con restricciones de presupuesto. La compañía siempre tiene más proyectos para emprender a los que tiene que dedicar fondos. Por tanto, usa una TMAR relativamente alta de 25% anual. Como todos los proyectos son de largo plazo, la empresa utiliza un periodo de vida infinito. Determine cuáles proyectos deben recibir fondos y la inversión total para un presupuesto de $700 000 si el método empleado es *a*) TIR, *b*) IR y *c*) VP.

Proyecto	Costo inicial, $	Ingreso anual estimado, $ por año
F	–200 000	54 000
G	–120 000	21 000
H	–250 000	115 000
I	–370 000	205 000
J	–50 000	26 000
K	–9 000	2 100

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

12.33 Un proyecto que tiene una condición asociada a su aceptación o rechazo se conoce como:
a) Alternativa mutuamente excluyente
b) Proyecto contingente
c) Proyecto dependiente
d) Tanto *b*) como *c*)

12.34 Una suposición inherente en la presupuestación de capital es que todos los flujos netos de efectivo positivos se reinvierten a la TMAR desde el tiempo en que se realizan hasta:
a) El final del proyecto de vida más corta
b) El final del proyecto de vida más larga
c) El final del proyecto respectivo que genera el flujo de efectivo
d) El promedio de las vidas de los proyectos incluidos en el conjunto

12.35 Todos los enunciados siguientes son verdaderos cuando un problema de presupuestación de capital se resuelve mediante un modelo de programación lineal 0-1, excepto:
a) Es aceptable la inversión parcial en un proyecto.
b) El objetivo es maximizar el valor presente de la inversión.
c) Puede haber limtaciones presupuestales sólo para el primer año o por varios años.
d) Pueden considerarse limitaciones de proyectos contingentes y dependientes.

12.36 Todas las afirmaciones siguientes son verdaderas cuando se formulan conjuntos mutuamente excluyentes de proyectos independientes, excepto:
a) Uno de los conjuntos es el proyecto de no hacer nada.
b) Un conjunto puede consistir en un solo proyecto.
c) El límite del capital puede excederse a lo más en 3 por ciento.
d) Un conjunto puede incluir proyectos contingentes y dependientes.

12.37 Cuando hay cinco proyectos en un estudio de presupuestación de capital, el número máximo de conjuntos que pueden formularse es:
a) 6
b) 10
c) 31
d) 32

12.38 Para un límite de capital de $25 000, los proyectos independientes seleccionados son:
a) Sólo P
b) Sólo Q
c) Sólo R
d) P y R

Proyecto	Inversión inicial, $	Vida, años	VP a 12%, $
P	–15 000	6	8 540
Q	–25 000	8	12 325
R	–10 000	6	3 000
S	–25 000	4	10
T	–40 000	12	15 350

12.39 Los proyectos independientes que siguen están en estudio para su posible aplicación por parte de Renishaw Inc. de Hoffamn Estates, Rhode Island. Si la TMAR de la empresa es de 14% anual y usa el método de la TIR para presupuestar capital, los proyectos que deben seleccionarse con un límite presupuestal de $105 000 son:

a) A, B y C
b) A, B y D
c) B, C y D
d) A, C y D

Proyecto	Costo inicial, $	Ingreso anual, $ por año	Tasa de rendimiento, %
A	–20 000	4 000	20.0
B	–10 000	1 900	19.0
C	–15 000	2 600	17.3
D	–70 000	10 000	14.3
E	–50 000	6 000	12.0

12.40 Para un proyecto que requiere una inversión inicial de $26 000 y produce $10 000 anuales durante cuatro años, el IR con una tasa de interés de 10% anual es el más cercano a:

a) 1.03
b) 1.22
c) 1.38
d) 1.56

CAPÍTULO 13

Análisis de punto de equilibrio y periodo de recuperación

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Determinar el punto de equilibrio de una o dos alternativas, y calcular el periodo de recuperación con y sin un rendimiento requerido.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
13.1	Punto de equilibrio	• Determinar el punto de equilibrio para un parámetro.
13.2	Dos alternativas	• Calcular el punto de equilibrio de un parámetro y usarlo para seleccionar entre dos alternativas.
13.3	Periodo de recuperación	• Determinar el periodo de recuperación de un proyecto con $i = 0\%$ y con $i > 0\%$. Ilustrar las precauciones por tomar cuando se haga un análisis de recuperación.
13.4	Hoja de cálculo	• Responder las preguntas sobre el punto de equilibrio y el periodo de recuperación que se resuelven mejor por medio de una hoja de cálculo y la herramienta Goal Seek.

El análisis de punto de equilibrio tiene el propósito de determinar el valor de una variable o un parámetro de un proyecto o alternativa que iguala dos elementos, como el volumen de ventas que iguala ingresos y costos. Un estudio de punto de equilibrio se lleva a cabo para dos alternativas con la finalidad de determinar cuándo cualquiera de ellas es igualmente aceptable. El análisis de punto de equilibrio casi siempre se aplica en **decisiones de hacer o comprar** cuando las corporaciones y los negocios deben decidir respecto de la fuente de los elementos fabricados, servicios, etcétera.

El análisis de punto de equilibrio determina la vida mínima requerida de un activo, proceso o sistema para recuperar la inversión inicial. Hay dos tipos de recuperación: con rendimiento ($i > 0\%$) y sin rendimiento ($i = 0\%$). El análisis de periodo de recuperación no debe considerarse la decisión final, sino más bien usarse como **herramienta exploratoria** o para obtener **información adicional** para un análisis de VP, VA o de otro tipo. Estos aspectos se estudian a profundidad en el presente capítulo.

Los estudios de punto de equilibrio se valen de estimaciones que se consideran ciertas; es decir, si se espera que los valores estimados varíen lo bastante para que posiblemente influyan en el resultado, se requerirá otro análisis de punto de equilibrio con diferentes cálculos. Esto nos lleva a la observación de que el análisis de punto de equilibrio forma parte del más amplio esquema del análisis de sensibilidad. Si se permite que varíe la variable de interés en un análisis de punto de equilibrio, es necesario adoptar los enfoques del análisis de sensibilidad (capítulo 18). Además, si se toman en cuenta la probabilidad y evaluación con riesgo, se pueden aplicar las herramientas de simulación (capítulo 19) para complementar la naturaleza estática de un estudio de punto de equilibrio.

13.1 Análisis de punto de equilibrio para un proyecto único ●●●

Cuando una de las literales de la ingeniería económica —P, F, A, i o n— se desconoce o no se ha calculado, se puede determinar una cantidad de punto de equilibrio mediante la igualación a cero de una ecuación de equivalencia para VP o VA. Hasta ahora utilizamos esta forma de análisis de punto de equilibrio. Por ejemplo, despejamos la tasa de rendimiento i^*, calculamos el valor de reemplazo de un defensor y determinamos los valores P, F, A o el valor de salvamento S para los cuales una serie de estimaciones de flujos de efectivo proporcionan rendimientos con una TMAR específica. Los métodos para el cálculo de dicha cantidad son:

Solución directa a mano si se cuenta con uno de los factores (digamos, P/A) o sólo se calculan cantidades únicas (por ejemplo, P y F).

Ensayo y error a mano cuando hay factores múltiples.

Hoja de cálculo cuando el flujo de efectivo y otros cálculos se introducen en celdas de la hoja de cálculo y se utilizan en funciones incorporadas (VA, VF, TASA, TIR, VNA, PAGO y NPER) o herramientas como Buscar objetivo y Solver).

Ahora nos concentraremos en la determinación de la **cantidad de punto de equilibrio Q_{BE} para una variable de decisión o parámetro**. Por ejemplo, la variable puede ser un elemento de diseño para disminuir costos, o el nivel de producción que se requiere para generar ingresos que exceda 10% los costos.

El análisis de punto de equilibrio encuentra el valor de un parámetro que **hace iguales a dos elementos**. El punto de equilibrio Q_{BE} se determina a partir de ecuaciones matemáticas, como los ingresos y costos de un producto o el abasto de materiales y parámetros de oferta y demanda, u otros parámetros que impliquen el parámetro Q. El análisis del punto de equilibrio es fundamental para evaluar decisiones de fabricar o comprar, por ejemplo.

Punto de equilibrio

La unidad del parámetro Q varía mucho: puede expresarse en unidades anuales, costo por kilogramo, horas por mes, porcentaje de plena capacidad de la planta, etcétera.

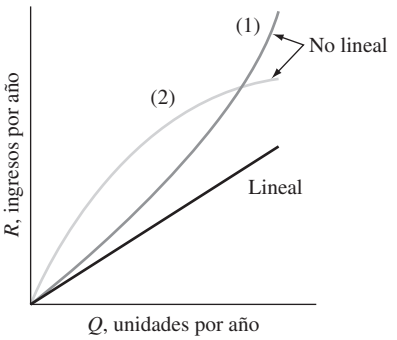
La figura 13-1*a*) muestra diferentes formas de una ecuación de ingresos, identificada como R. Por lo común, se adopta una ecuación de ingresos lineal, aunque una ecuación no lineal suele ser más realista. Ésta puede representar un ingreso unitario creciente con grandes volúmenes [curva 1 en la figura 13-1*a*)] o un precio unitario decreciente que normalmente predomina cuando las cantidades son elevadas (curva 2).

Los costos, que pueden ser lineales o no lineales, normalmente incluyen dos elementos: fijos y variables, como lo indica la figura 13-1*b*).

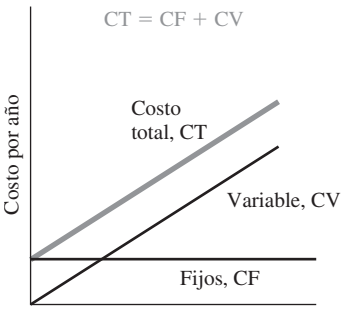
Costos fijos (CF). Incluyen costos como edificios, seguros, gastos generales fijos, un nivel mínimo de mano de obra, recuperación de capital de equipo y sistemas de información.
Costos variables (CV). Incluyen costos como mano de obra directa, materiales, costos indirectos, contratistas, mercadotecnia, publicidad y garantías.

El componente de **costo fijo** es en esencia una constante para todos los valores de la variable, por lo que no cambia en un rango amplio de parámetros de operación, como nivel de producción o tamaño de la

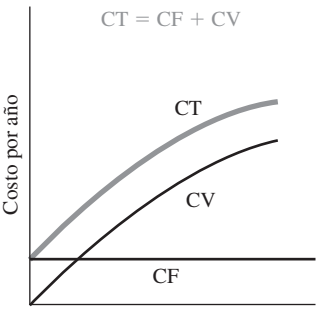
Figura 13-1
Relaciones de ingresos y costo, lineales y no lineales.



a) Relaciones de ingresos: (1) crecientes y (2) ingreso decreciente por unidad



b) Relaciones de costo lineales



c) Relaciones de costos no lineales

fuerza de trabajo. Aun sin producción de unidades, los costos fijos se presentan en algún nivel de inicio. Por supuesto, esta situación no dura mucho antes de que la planta deba cerrarse con el objetivo de reducir los costos fijos. Los costos fijos se reducen mediante equipo mejorado, sistemas de información y la utilización intensiva de la plantilla laboral, y prestaciones menos costosas, subcontratación de funciones específicas, etcétera.

Los **costos variables** cambian con el nivel de producción, el tamaño de la plantilla laboral y otros parámetros. Con frecuencia es posible reducir los costos variables con diseños de productos perfeccionados, eficiencia de fabricación, calidad y seguridad mejoradas, y volumen de ventas más elevado.

Cuando se suman CF y CV forman la **ecuación del costo total CT**. La figura 13-1*b*) muestra la ecuación de CT para los costos variables y fijos lineales. La figura 13.1*c*) muestra una curva general de CT para una CV no lineal donde los costos variables unitarios disminuyen conforme el nivel de la cantidad se incrementa.

Para un valor específico aunque desconocido de la variable de decisión Q, las relaciones de ingreso R y costo total CT se intersecan para identificar el punto de equilibrio Q_{BE} (véase la figura 13-2). Si $Q > Q_{BE}$, existe una **utilidad** previsible; pero si $Q < Q_{BE}$, hay una pérdida. En el caso de los modelos lineales de R y CV, a mayor cantidad habrá mayores utilidades. Las utilidades se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \textbf{Utilidades} &= \textbf{ingresos} - \textbf{costo total} \\ &= \boldsymbol{R} - \textbf{CT} \\ &= \boldsymbol{R} - (\textbf{CF} + \textbf{CV}) \end{aligned} \qquad \textbf{(13.1)}$$

Puede obtenerse una expresión para el punto de equilibrio cuando el ingreso y el costo total son *funciones lineales de la cantidad Q* al plantear las relaciones para R y CT iguales entre sí, lo que indica una utilidad igual a cero.

$$R = \text{CT}$$
$$rQ = \text{CF} + vQ$$

donde r = ingreso por unidad
v = costo variable por unidad

Se despeja para la cantidad de equilibrio $Q = Q_{BE}$ en las funciones R y CT.

$$Q_{BE} = \frac{\text{CF}}{r - v} \qquad \textbf{(13.2)}$$

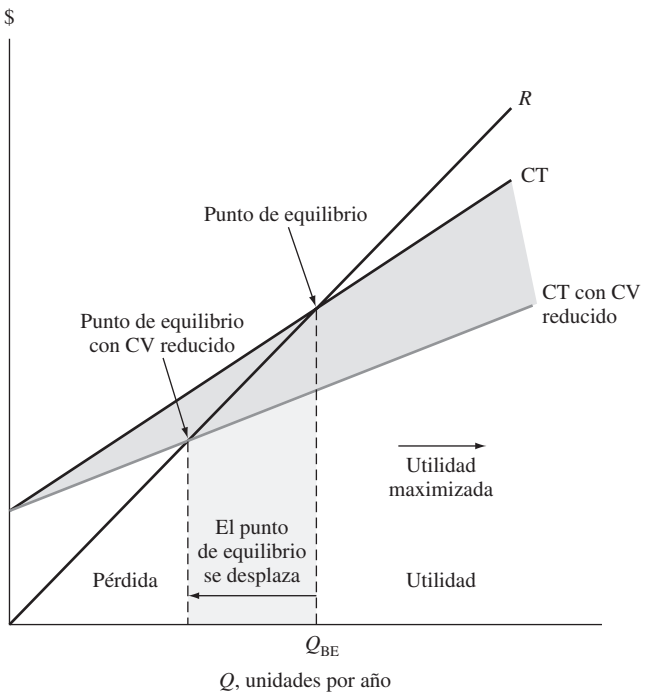


Figura 13-2
Efecto sobre el punto de equilibrio cuando se reduce el costo variable por unidad.

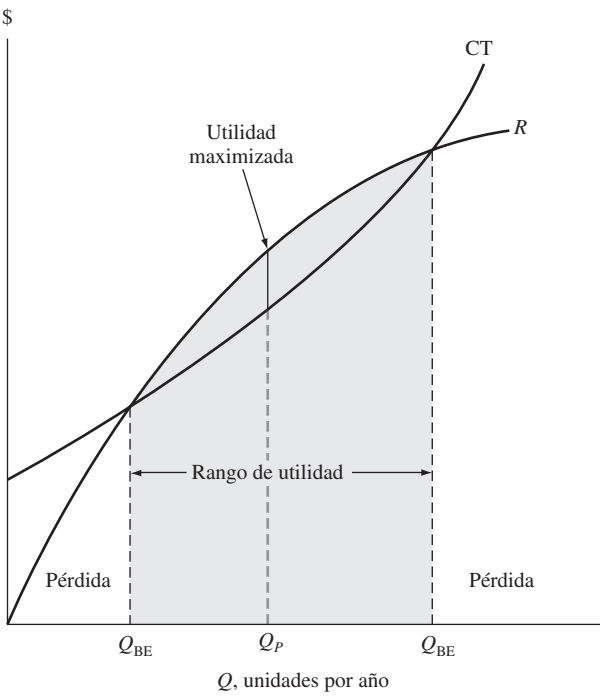


Figura 13-3
Puntos de equilibrio y punto de utilidad máxima para un análisis no lineal.

La gráfica del punto de equilibrio es una herramienta importante en la administración porque es sencilla y útil en la toma de decisiones y varias formas de análisis. Por ejemplo, si se redujera el costo variable por unidad, la recta CT tendría una pendiente más pequeña (véase la figura 13-2) y el punto de equilibrio bajaría. Esto implicaría una ventaja porque, mientras más pequeño sea el valor de Q_{BE}, mayor es la utilidad para una cantidad dada de ingreso. Es posible hacer un análisis similar para un CV fijo y niveles de producción incrementados, como se ilustra en el ejemplo siguiente.

Si se utilizan modelos no lineales de R o CT puede haber más de un punto de equilibrio. La figura 13-3 presenta dicha situación para dos puntos de equilibrio. La **utilidad máxima** ocurre cuando Q_P se ubica entre los dos puntos de equilibrio donde la distancia entre las relaciones R y CT sea la mayor.

Por supuesto, ninguna relación estática —lineal o no— de R y CT es capaz de estimar durante un periodo extenso los montos de ingreso y costo; pero el punto de equilibrio es una excelente meta para propósitos de planeación.

EJEMPLO 13.1

La empresa Indira Industries es un fabricante importante de silenciadores de desvío que se usan en la industria de generación de electricidad con turbinas para desviar los gases de escape de la turbina hacia una barrera lateral, lo que disminuye el ruido a niveles aceptables. El nivel normal de producción es de 60 sistemas de desvío por mes, pero gracias a la mejora notable de las condiciones económicas en Asia, la producción es de 72 por mes. Se dispone de la siguiente información:

Costos fijos	CF = \$2.4 millones por mes
Costo variable por unidad	v = \$35 000
Ingreso por unidad	r = \$75 000

a) ¿Cómo se compara el nivel de producción aumentado de 72 unidades mensuales con el punto de equilibrio actual?
b) ¿Cuál es el actual nivel de utilidades mensual de las instalaciones?
c) ¿Cuál es la diferencia entre los ingresos y el costo variable por silenciador que es necesario equilibrar a un nivel de producción mensual de 45 unidades, si los costos fijos se mantienen constantes?

Solución

a) Con la ecuación (13.2) se determina el número de unidades de equilibrio. Todas las cantidades se expresan en miles de dólares.

$$Q_{BE} = \frac{CF}{r - v}$$

$$= \frac{2\,400}{75 - 35} = 60 \text{ unidades por mes}$$

La figura 13-4 es una gráfica de las líneas R y CT. El valor del punto de equilibrio es de 60 unidades desviadoras. El nivel de producción incrementada de 72 unidades se encuentra por encima del valor de equilibrio.

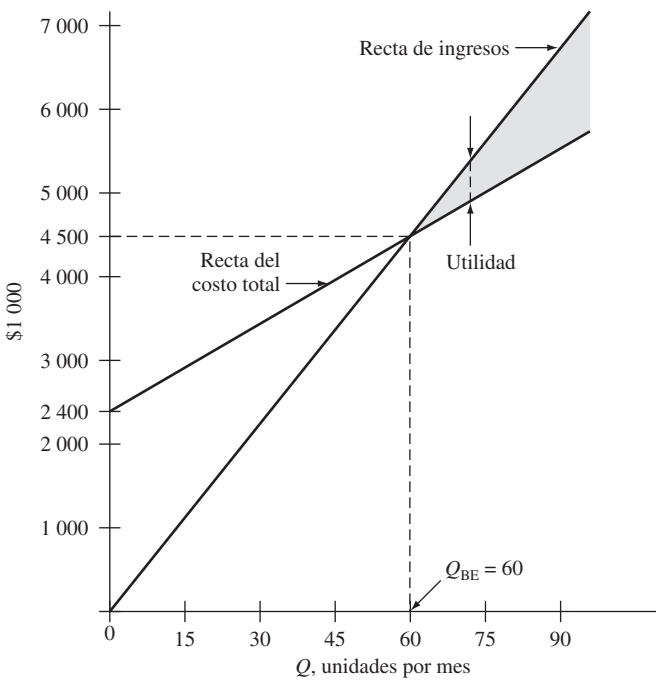


Figura 13-4
Gráfica del punto de equilibrio, ejemplo 13.1.

b) Para calcular las utilidades (en unidades de \$1 000) de $Q = 72$ unidades mensuales se emplea la ecuación (13.1).

$$\begin{aligned} \text{Utilidades} &= R - \text{CT} = rQ - (\text{CF} + vQ) \\ &= (r - v)Q - \text{CF} \\ &= (75 - 35)72 - 2\,400 \\ &= \$480 \end{aligned} \tag{13.3}$$

Actualmente hay una utilidad de \$480 000 mensuales.

c) Para determinar la diferencia $r - v$ se emplea la ecuación (13.3) con una utilidad = 0, $Q = 45$ y CF = \$2.4 millones. En unidades de \$1 000,

$$0 = (r - v)\,(45) - 2\,400$$

$$r - v = \frac{2\,400}{45} = \$53.33 \text{ por unidad}$$

La dispersión entre r y v debe ser de \$53 330. Si v se mantiene en \$35 000, el ingreso por desviador debe incrementarse de \$75 000 a \$88 330 para alcanzar apenas el equilibrio con un nivel de producción de $Q = 45$ mensuales.

En ciertas circunstancias, el análisis de punto de equilibrio se realiza sobre una base por unidad y resulta más significativo. Aun en ese caso, el valor de Q_{BE} se calcula por medio de la ecuación (13.2), pero la relación CT se divide entre Q para obtener una expresión del costo por unidad, también denominado *costo promedio por unidad* C_u.

$$C_u = \frac{\text{CT}}{Q} = \frac{\text{CF} + vQ}{Q} = \frac{\text{CF}}{Q} + v \tag{13.4}$$

En la cantidad de equilibrio $Q = Q_{\text{BE}}$, el ingreso por unidad es exactamente igual al costo por unidad. Si se grafica, el término del CF por unidad que aparece en la ecuación (13.4) adopta la forma de una hipérbola.

El punto de equilibrio para un proyecto con una variable desconocida siempre puede determinarse al igualar los ingresos y el costo total. Esto es lo mismo que hacer que la utilidad sea igual a cero en la ecuación (13.1). Tal vez sea necesario efectuar algún análisis dimensional al principio para obtener las relaciones correctas de ingresos y costo total con objeto de utilizar la misma dimensión en ambas relaciones, por ejemplo, \$ por unidad, miles por mes o unidades por año.

13.2 Análisis de punto de equilibrio entre dos alternativas

Ahora consideraremos el análisis de punto de equilibrio entre dos alternativas mutuamente excluyentes.

El análisis de punto de equilibrio implica la determinación de una variable común o parámetro económico entre dos alternativas. La igualación de las ecuaciones de VP o VA determina el punto de equilibrio. La selección de la alternativa es diferente en función de dos condiciones: la **pendiente de la curva del costo variable** y el **valor del parámetro relativo al punto de equilibrio**.

Punto de equilibrio

El parámetro puede ser la tasa de interés i, el costo inicial P, el costo anual de operación (COA) o cualquier otro parámetro. Ya efectuamos un análisis de punto de equilibrio entre alternativas con diversos parámetros. Por ejemplo, el valor incremental TR (Δi^*) es la tasa de punto de equilibrio entre alternativas. Si la TMAR es menor que Δi^* se justifica la inversión adicional de la alternativa con mayor inversión. En la sección 11.6 se determinó el valor de reemplazo (VR) de un defensor. Si el valor comercial es mayor que el VR, la decisión debe favorecer al retador.

A menudo el análisis de punto de equilibrio implica ingresos o costos variables comunes a ambas alternativas, como precio unitario, costo de operación, costo de materiales y costo de mano de obra. La figura 13-5 ilustra este concepto para dos alternativas con ecuaciones lineales de costo. El costo fijo de la alternativa 2 es mayor que el de la alternativa 1. Sin embargo, la alternativa 2 tiene un costo variable menor, como lo indica su pendiente de menor valor. La intersección de las líneas de costo total ubica el punto de equilibrio y el costo variable establece la pendiente. Por tanto, si el número de unidades de la variable común es mayor que la cantidad del punto de equilibrio, se elige la alternativa 2, pues será menor el costo total. Por el contrario, un nivel anticipado de operación por debajo del punto de equilibrio favorece la alternativa 1.

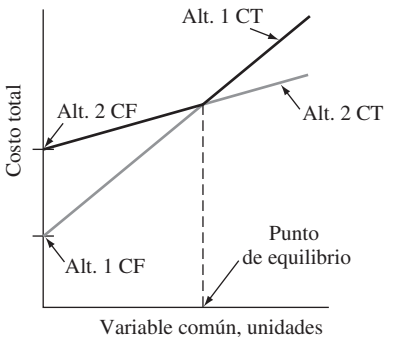


Figura 13-5
Punto de equilibrio entre dos alternativas con relaciones de costo lineal.

En lugar de trazar una gráfica de los costos totales de cada alternativa y calcular gráficamente el punto de equilibrio, puede resultar más sencillo calcular numéricamente el punto de equilibrio con expresiones de ingeniería económica para VP o VA a la TMAR. Se prefiere el VA cuando las unidades de la variable se expresan anualmente; además, los cálculos del VA son más sencillos para alternativas con vidas diferentes. Los siguientes pasos permiten determinar el punto de equilibrio de la variable común y la pendiente de una relación de costo total lineal.

1. Defina la variable común y sus unidades de dimensión.
2. Aplique un análisis de VA o VP para expresar el costo total de cada alternativa como función de la variable común.
3. Iguale las dos ecuaciones y despeje el valor del punto de equilibrio de la variable.

La selección entre alternativas se basa en el criterio siguiente:

Si el nivel anticipado de la variable común es **inferior** al valor del punto de equilibrio, elija la alternativa con el costo variable más alto (pendiente mayor).

Si el nivel se ubica por **encima** del punto de equilibrio, elija la alternativa con el costo variable menor. (Consulte la figura 13-5.)

EJEMPLO 13.2

Una pequeña empresa aeroespacial evalúa dos alternativas de compra: una máquina de alimentación automática y una máquina de alimentación manual para procesos de acabado. La máquina de alimentación automática tiene un costo inicial de $23 000, un valor de rescate calculado en $4 000 y un pronóstico de vida de 10 años. Operará la máquina un trabajador con un salario de $12 por hora. La producción prevista es de ocho toneladas por hora. Se espera que los costos anuales de mantenimiento y operación sean de $3 500.

La máquina de alimentación manual alternativa tiene un costo inicial de $8 000, sin valor de rescate, una vida de cinco años y una producción de seis toneladas por hora. Sin embargo, se requerirán tres trabajadores con un salario de $8 la hora para cada uno. La máquina tendrá un costo anual de mantenimiento y operación de $1 500. Se espera que todos los proyectos generen un rendimiento de 10% anual. ¿Cuántas toneladas al año deben producirse con la finalidad de justificar el mayor costo de compra de la máquina automática?

Solución

Aplique los pasos anteriores para calcular el punto de equilibrio entre ambas alternativas.

1. Sea x el número de toneladas al año.
2. En el caso de la máquina de alimentación automática, el costo variable anual es

$$\text{CV anual} = \frac{\$12}{\text{hora}} \frac{1 \text{ hora}}{8 \text{ ton}} \frac{x \text{ ton}}{\text{año}}$$
$$= 1.5x$$

El CV se expresa en dólares por año. La fórmula del VA para la máquina de alimentación automática es

$$\text{VA}_{\text{auto}} = -23\,000(A/P,10\%,10) + 4\,000(A/F,10\%,10) - 3\,500 - 1.5x$$
$$= \$-6\,992 - 1.5x$$

Asimismo, el costo variable anual y el VA de la máquina de alimentación manual son

$$\text{CV anual} = \frac{\$8}{\text{hora}}(3 \text{ operadores})\frac{1 \text{ hora}}{6 \text{ ton}}\frac{x \text{ ton}}{\text{año}}$$
$$= 4x$$
$$\text{VA}_{\text{manual}} = -8\,000(A/P,10\%,5) - 1\,500 - 4x$$
$$= \$-3\,610 - 4x$$

3. Iguale las dos ecuaciones de costo y despeje x.

$$\text{VA}_{\text{auto}} = \text{VA}_{\text{manual}}$$
$$-6\,992 - 1.5x = -3\,610 - 4x$$
$$x = 1\,353 \text{ toneladas al año}$$

Si se espera que la producción exceda 1 353 toneladas al año, compre la máquina de alimentación automática, pues su pendiente de CV es 1.5, menor que la pendiente del CV de la máquina de alimentación manual, que es de 4.

El enfoque del análisis de punto de equilibrio suele servir para tomar **decisiones de fabricar** o **comprar**. Esto significa decidir entre firmar un contrato para *comprar* el producto o servicio a un proveedor *externo*, o *fabricarlo dentro* de la empresa. Por lo general, la alternativa de comprar no tiene costo fijo y sí un costo mayor variable respecto de la opción de fabricar. En el punto donde se cruzan las dos relaciones de costo se encuentra la cantidad para decidir entre fabricar o comprar. Las cantidades anteriores indican que el artículo debe fabricarse, no comprarse a un proveedor externo.

EJEMPLO 13.3

Guardian es una empresa nacional fabricante de aparatos domésticos para el cuidado de la salud. Enfrenta la disyuntiva de hacer o comprar. Se puede instalar un elevador mecánico novedoso en la cajuela de un automóvil para subir y bajar una silla de ruedas. El brazo de acero del elevador puede comprarse en el extranjero a \$3.50 por unidad o construirse en la empresa. Si se fabrica en la compañía, se requerirán dos máquinas. Se calcula que la máquina A tendrá un costo de \$18 000, una vida útil de seis años y un valor de rescate de \$2 000; la máquina B tendrá un costo de \$12 000, una vida útil de cuatro años y un valor de rescate de \$−500 (costo por deshacerse de ella). La máquina A requerirá una revisión general después de tres años, cuyo costo sería de \$3 000. Se espera que el costo anual de operación de la máquina A sea de \$6 000 anuales, y el de la máquina B, de \$5 000 anuales. Se requerirá un total de cuatro operadores con un salario de \$12.50 por hora cada uno para las dos máquinas. En una jornada normal de ocho horas, los operadores y las dos máquinas pueden producir suficientes partes para fabricar 1 000 unidades. Aplique una TMAR de 15% anual para determinar lo siguiente:

a) Número de unidades por fabricar cada año para justificar la opción de fabricación en la empresa.
b) Gastos máximos de capital justificable para adquirir la máquina A, suponiendo que los demás cálculos para las máquinas A y B son los establecidos. La compañía espera producir anualmente 10 000 unidades.

Solución

a) Lleve a cabo los pasos 1 a 3 indicados para determinar el punto de equilibrio.

1. Defina x como el número de elevadores fabricados al año.

2. Hay costos variables para los operadores y costos fijos para las dos máquinas para la opción de fabricación.

$$\text{CV anual} = (\text{costo por unidad})(\text{unidades por año})$$
$$= \frac{4 \text{ operadores}}{1\,000 \text{ unidades}}\frac{\$12.50}{\text{hora}}(8 \text{ horas})x$$
$$= 0.4x$$

Los costos fijos anuales para las máquinas A y B son las cantidades de VA.

$$\text{VA}_{\text{A}} = -18\,000(A/P,15\%,6) + 2\,000(A/F,15\%,6)$$
$$-6\,000 - 3\,000(P/F,15\%,3)(A/P,15\%,6)$$
$$\text{VA}_{\text{B}} = -12\,000(A/P,15\%,4) - 500(A/F,15\%,4) - 5\,000$$

El costo total es la suma de VA_{A}, VA_{B} y CV.

3. La igualación de los costos anuales de la opción de compra ($3.50x$) y la opción de fabricación da como resultado

$$\begin{aligned} -3.50x &= VA_A + VA_B - CV \\ &= -18\,000(A/P,15\%,6) + 2\,000(A/F,15\%,6) - 6\,000 \\ &\quad -3\,000(P/F,15\%,3)(A/P,15\%,6) - 12\,000(A/P,15\%,4) \\ &\quad -500(A/F,15\%,4) - 5\,000 - 0.4x \qquad (13.5) \\ -3.10x &= -20\,352 \\ x &= 6\,565 \text{ unidades por año} \end{aligned}$$

Debe elaborarse un mínimo de 6 565 elevadores cada año para justificar la opción de fabricación en la empresa, la cual posee el menor costo variable de $0.4x$.

b) Sustituya x por 10 000 y P_A por el costo inicial por determinar de la máquina A (actualmente de \$18 000) en la ecuación (13.5). La solución da como resultado P_A = \$58 295. Esto es aproximadamente el triple del costo inicial calculado de \$18 000, pues la producción de 10 000 unidades al año es mucho mayor que la cantidad del punto de equilibrio de 6 565.

Si bien los ejemplos anteriores abordan el caso de dos alternativas, el mismo tipo de análisis se puede llevar a cabo para tres o más alternativas. Para hacerlo, se comparan las alternativas por pares para determinar sus respectivos puntos de equilibrio. Los resultados son los intervalos donde una alternativa resulta más económica. Por ejemplo, en la figura 13-6, si la producción es menor de 40 unidades por hora, debe elegirse la alternativa 1. Entre 40 y 60, la alternativa 2 resulta más económica, y por encima de 60, es preferible la alternativa 3.

Si las ecuaciones relacionadas con el costo variable no son lineales, el análisis se complica. Si los costos se elevan o disminuyen uniformemente se formulan las expresiones matemáticas que permitan la determinación directa del punto de equilibrio.

13.3 Análisis del periodo de recuperación

El análisis del periodo de recuperación es otro uso de la técnica del valor presente. Se emplea para determinar la cantidad de tiempo, por lo general expresada en años, que se requiere para recuperar el costo inicial de un activo o proyecto. El periodo de recuperación va de la mano con el análisis del punto de equilibrio; esto se ilustrará más adelante, en esta sección. El **periodo de recuperación**, también llamado *periodo de reposición* o *periodo de pago*, tiene las siguientes definiciones y tipos.

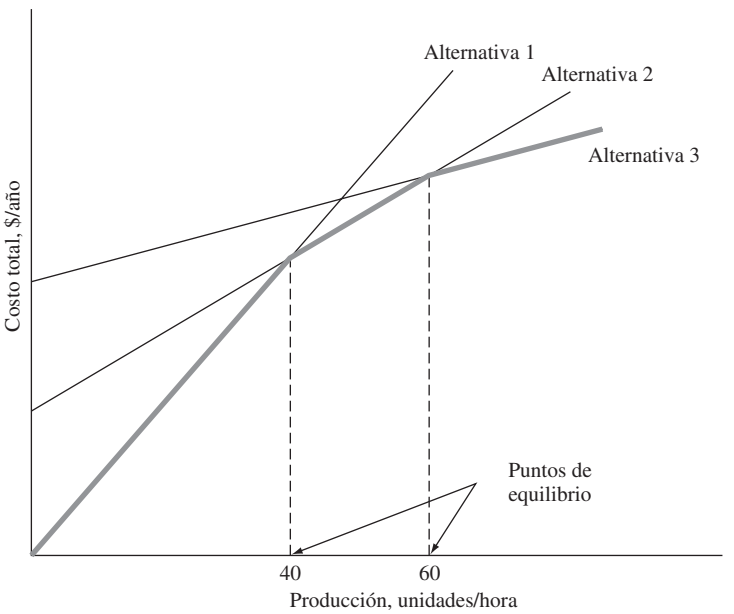


Figura 13-6
Puntos de equilibrio de tres alternativas.

El **periodo de recuperación** n_p es el tiempo estimado, generalmente en años, en que los ingresos estimados, ahorros y otros beneficios económicos recuperen la **inversión inicial** y **una tasa de rendimiento establecida** i.

Hay dos tipos de análisis del periodo de recuperación, según lo determine el rendimiento requerido.

Sin rendimiento, $i = 0\%$: También llamado *recuperación simple*, consiste en la recuperación sólo de la inversión inicial.

Recuperación descontada, $i > 0\%$: El valor del dinero en el tiempo se considera en cierta forma como rendimiento, por ejemplo, 10% anual que debe obtenerse además de recuperar la inversión inicial.

Periodo de recuperación

Un ejemplo de aplicación del análisis de recuperación puede ser el caso de un alto directivo que insiste en que toda propuesta obtenga el costo inicial más algún rendimiento establecido antes de tres años. Al usar el periodo de recuperación como análisis previo se descubre que ninguna propuesta con $n_p > 3$ años es viable. El periodo de recuperación debe determinarse con una $i > 0\%$ requerida. En la práctica, por desgracia, es muy frecuente que no se emplee ningún periodo de recuperación sin rendimiento. Después de mostrar las fórmulas se recomendarán algunas precauciones sobre el método del periodo de recuperación.

Las ecuaciones para calcular n_p difieren en cada tipo de análisis. Para ambos tipos, la terminología es P para la inversión inicial en el activo, proyecto, contrato, etcétera, y FNE es el flujo neto de efectivo estimado por cada año. Con la ecuación (1.5), el FNE anual es

$$\text{FNE} = \text{entradas de flujo de efectivo} - \text{salidas de flujo de efectivo}$$

Para calcular el periodo de recuperación para $i = 0\%$ o $i > 0\%$, se determina el patrón de la serie de FNE. Observe que n_p por lo general no es un número entero. Para $t = 1, 2, \ldots, n_p$,

Sin rendimiento, $i = 0\%$; FNE_t varía anualmente:
$$0 = -P + \sum_{t=1}^{t=n_p} \text{FNE}_t \qquad (13.6)$$

Sin rendimiento, $i = 0\%$; FNE uniforme anual:
$$n_p = \frac{P}{\text{FNE}} \qquad (13.7)$$

Descontado, $i > 0\%$; FNE varía anualmente:
$$0 = -P + \sum_{t=1}^{t=n_p} \text{FNE}_t(P/F,i,t) \qquad (13.8)$$

Descontado, $i > 0\%$; FNE uniforme anual:
$$0 = -P + \text{FNE}(P/A,i,n_p) \qquad (13.9)$$

Después de n_p años, el flujo de efectivo habrá recobrado la inversión realizada en el año 0 más un rendimiento de $i\%$. Si la alternativa se utiliza para más de n_p años con los mismos flujos de efectivo u otros parecidos, puede obtenerse un mayor rendimiento. Si la vida útil estimada es menor que n_p años, no habrá tiempo suficiente para recuperar la inversión inicial ni el rendimiento de $i\%$. Es muy importante notar que, en el análisis de recuperación, *se ignoran todos los flujos netos de efectivo que ocurran después de* n_p *años*. Por tanto, el análisis de recuperación se debe utilizar sólo como **método de sondeo inicial** o **herramienta complementaria**, y no como medio principal para seleccionar una alternativa; las razones son las siguientes:

- La recuperación sin rendimiento **ignora el valor del dinero en el tiempo**, pues no se requiere ningún rendimiento sobre la inversión.
- Todo tipo de recuperación **ignora todos los flujos de efectivo que ocurren después del periodo de recuperación**. Estos flujos de efectivo pueden contribuir al rendimiento de la inversión inicial.

El análisis del periodo de recuperación emplea un enfoque muy diferente para evaluar alternativas del que utilizan los métodos del VP, VA, TR y B/C. Es posible que con el análisis del periodo de recuperación se elija una alternativa diferente de la recomendada por dichas técnicas. Sin embargo, la información obtenida a partir de un estudio del periodo de recuperación descontada ejecutado con una $i > 0\%$ apropiada puede ser muy útil en el sentido de que da una percepción del **riesgo** de elegir una alternativa dada. Por ejemplo, si una compañía planea utilizar una máquina durante sólo tres años y el periodo de recuperación es de seis años, la recomendación es que no debe adquirirse el equipo. Aun así, el periodo de recuperación de seis años se considera información adicional que no sustituye un análisis económico hecho en toda forma.

EJEMPLO 13.4

La junta directiva de Halliburton International acaba de autorizar 18 millones de dólares para un contrato de diseño de ingeniería de construcción alrededor del mundo. Se espera que los servicios generen un nuevo flujo neto de efectivo anual de $3 millones. El contrato posee una cláusula de recuperación potencialmente lucrativa

para Halliburton de $3 millones en cualquier momento que se cancele el contrato por cualquiera de las partes durante el periodo del contrato de 10 años. *a*) Si $i = 15\%$, calcule el periodo de recuperación. *b*) Determine el periodo de recuperación sin rendimiento y compárelo con la respuesta para $i = 15\%$. Éste será un registro inicial para determinar si la junta tomó una decisión económicamente acertada. Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

a) El flujo neto de efectivo por cada año es de $3 millones. El pago único de $3 millones (llámelo VC por valor de cancelación) puede recibirse en cualquier momento dentro de los 10 años del periodo del contrato. Se ajusta la ecuación (13.9) para incluir el VC.

$$0 = -P + \text{FNE}(P/A,i,n) + \text{VC}(P/F,i,n)$$

En unidades de $1 000 000,

$$0 = -18 + 3(P/A,15\%,n) + 3(P/F,15\%,n)$$

El periodo de recuperación de 15% es $n_p = 15.3$ años, obtenido por ensayo y error. Durante el periodo de 10 años, el contrato no generará el rendimiento requerido.

b) Si Halliburton no requiere absolutamente ningún rendimiento en su inversión de $18 millones, la ecuación (13.6) da como resultado $n_p = 5$ años, como sigue (en millones de dólares):

$$0 = -18 + 5(3) + 3$$

Existe una diferencia significativa en n_p para 15 y 0%. Con 15%, este contrato debe estar vigente por 15.3 años, mientras que el periodo de recuperación sin rendimiento requiere sólo cinco años. Siempre se requerirá más tiempo para $i > 0\%$ por la obvia razón de que se considera el valor del dinero en el tiempo.

Solución con hoja de cálculo

Utilice un NPER(15%,3,−18,3) para obtener un periodo de 15.3 años. Cambie la tasa de 15 a 0% para calcular un periodo de recuperación sin rendimiento de cinco años.

Si se evalúan dos o más alternativas en los periodos de recuperación para indicar que una es mejor que las otras, la segunda desventaja del análisis de recuperación (que pasa por alto el flujo de efectivo después de n_p) quizá lleve a una decisión económicamente incorrecta. Cuando se ignora el flujo de efectivo ocurrido después de n_p es posible que se favorezcan los activos de vida corta aunque los activos de vida más larga produzcan un rendimiento mayor. En tales casos, el análisis de VP (o VA) debe ser siempre el principal método de selección. La comparación entre los activos de vida corta y de vida larga en el ejemplo 13.5 ilustra esta situación.

EJEMPLO 13.5

Square D Electric estudia la compra de dos piezas equivalentes de un equipo de inspección de calidad. Se espera que la máquina 2 sea versátil y lo bastante avanzada para proveer un ingreso neto mayor que la máquina 1.

	Máquina 1	Máquina 2
Costo inicial, $	12 000	8 000
FNE anual, $	3 000	1 000 (años 1-5), 3 000 (años 6-14)
Vida máxima, años	7	14

El gerente de calidad utilizó un rendimiento de 15% anual y un paquete de software que utiliza las ecuaciones (13.8) y (13.9) para recomendar la máquina 1 debido a que tiene un periodo de recuperación menor, de 6.57 años, con una $i = 15\%$. A continuación se resumen los cálculos.

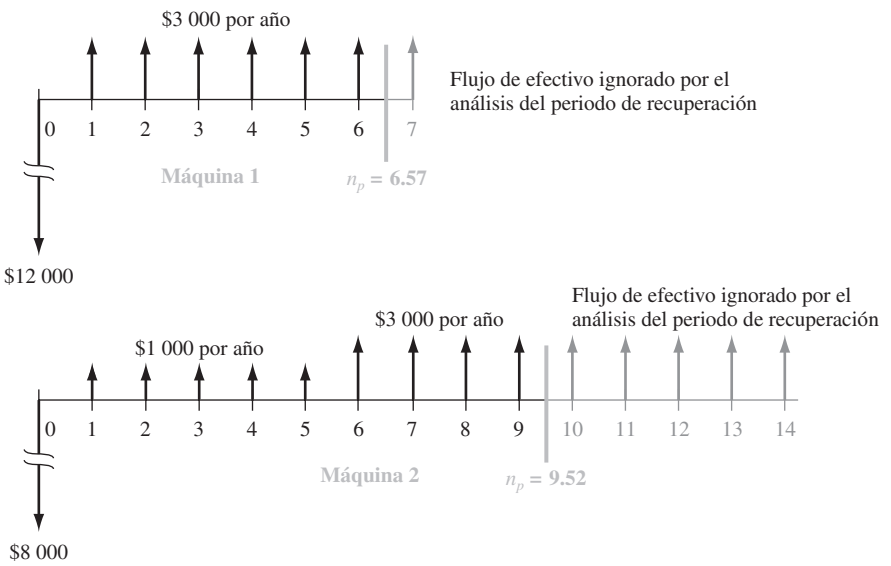


Figura 13-7
Ilustración de los periodos de recuperación y flujos netos de efectivo que se ignoran, ejemplo 13.5.

Máquina 1: $n_p = 6.57$ años, que es menor que una vida de siete años.

Ecuación utilizada: $0 = -12\,000 + 3\,000(P/A,15\%,n_p)$

Máquina 2: $n_p = 9.52$ años, que es menor que una vida de 14 años.

Ecuación utilizada: $0 = -8\,000 + 1\,000(P/A,15\%,5) + 3\,000(P/A,15\%,n_p-5)(P/F,15\%,5)$

Recomendación: Seleccione la máquina 1.

Ahora utilice un análisis de VP de 15% para comparar las máquinas y exponga cualquier diferencia en la recomendación.

Solución

Para cada máquina, considere el flujo neto de efectivo de todos los años durante la vida (máxima) estimada. Compárelos con el MCM de 14 años.

$$VP_1 = -12\,000 - 12\,000(P/F,15\%,7) + 3\,000(P/A,15\%,14) = \$663$$

$$VP_2 = -8\,000 + 1\,000(P/A,15\%,5) + 3\,000(P/A,15\%,9)(P/F,15\%,5) = \$2\,470$$

Se selecciona la máquina 2 porque su VP es numéricamente mayor que el de la máquina 1 a 15%. Este resultado es opuesto al de la decisión tomada con el periodo de recuperación. El análisis de VP toma en cuenta el incremento del flujo de efectivo para la máquina 2 en los últimos años. Como se observa en la figura 13-7 (para un ciclo de vida de cada máquina), el análisis de recuperación ignora todas las cantidades del flujo de efectivo que pudieran ocurrir después de alcanzar el tiempo de recuperación.

Comentario

Esto ejemplifica de buena forma por qué es mejor el análisis de recuperación para una depuración inicial y como evaluación complementaria de riesgo. Es frecuente que una alternativa de vida más corta evaluada por un análisis de recuperación parezca más atractiva cuando una alternativa de mayor vida posee flujos de efectivo estimados posteriores en su vida que la vuelven más atractiva económicamente.

Como se mencionó en la introducción de esta sección, los análisis de punto de equilibrio y periodo de recuperación van de la mano. Se pueden utilizar en forma conjunta para determinar el periodo de recuperación cuando se especifica el nivel de equilibrio deseado. También es posible lo contrario; cuando se establece un periodo de recuperación es posible determinar el valor de equilibrio con o sin un rendimiento requerido. Al usarlos en conjunto se toman mejores decisiones económicas. El ejemplo 13.6 ilustra la segunda de las situaciones mencionadas.

EJEMPLO 13.6

La presidenta de una compañía local espera que un producto tenga una vida útil de entre uno y cinco años. Ayúdela a determinar el número de equilibrio de las unidades que se deben vender anualmente (sin rendimiento) para obtener periodos de recuperación de cada uno de los periodos de un año, dos, y así sucesivamente, hasta cinco años. El costo y los ingresos estimados son los siguientes:

Costos fijos: Inversión inicial de $80 000 con costo de operación anual de $1 000.

Costo variable: $8 por unidad.

Ingresos: Dos veces el costo variable de los primeros cinco años, y 50% de dicho costo a partir de entonces.

Solución a mano

Se define X_{BE} como la cantidad de equilibrio y n_p como periodo de recuperación. Como se buscan valores de X_{BE} para $n_p = 1, 2, 3, 4, 5$, se despeja el punto de equilibrio al sustituir cada periodo de pago. Primero se desarrollan los términos del CF, r y v.

Costo fijo, CF	$\frac{80\,000}{n_p} + 1\,000$	
Ingreso por unidad, r	$16	(sólo años 1 a 5)
Costo variable por unidad, v	$8	

La relación de equilibrio, con la ecuación (13.2) , es

$$X_{BE} = \frac{80\,000/n_p + 1\,000}{8} \tag{13.10}$$

Se sustituyen los valores de n_p y se despeja X_{BE}, el valor de equilibrio.

n_p, años de recuperación	1	2	3	4	5
X_{BE}, unidades por año	10 125	5 125	3 458	2 625	2 125

Solución con hoja de cálculo

La figura 13-8 presenta una solución en hoja de cálculo para los valores de equilibrio. La ecuación (13.10) está programada para generar la respuesta en la columna C. Los valores de equilibrio son los mismos que los obtenidos a mano, es decir, vender 5 125 unidades por año para tener una recuperación en dos años. La curva de equilibrio se aplana con rapidez, como se aprecia en la gráfica de la figura 13-8.

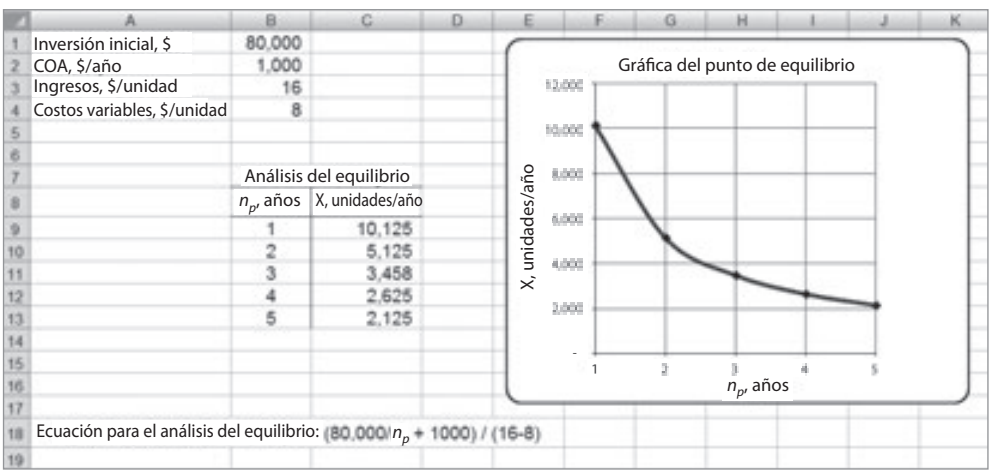


Figura 13-8
Número de unidades de equilibrio de diferentes periodos de recuperación, ejemplo 13.6.

13.4 Más acerca del análisis de punto de equilibrio y de periodo de recuperación con hoja de cálculo ●●●

La herramienta Buscar objetivo que ya vimos es excelente para realizar análisis de punto de equilibrio y de periodo de recuperación. Los ejemplos 13.7 y 13.8 ilustran el uso de Buscar objetivo en ambos tipos de problemas.

EJEMPLO 13.7

El pedal del acelerador y el del freno del Naruse (www.autoblog.com/tag/Masuyuki+Naruse) está diseñado para reducir el riesgo de que un conductor confunda ambos pedales. El diseño se basa en el hecho de que una persona pisa en forma natural muy fuerte de manera imprevista, cuando se asusta o sufre una urgencia médica. En este diseño del pedal, el movimiento hacia abajo del pie siempre encontrará el freno, nunca el acelerador. Suponga que para fabricar los componentes del pedal se identificaron dos máquinas igualmente apropiadas y se conoce lo siguiente.

	Máquina 1	Máquina 2
Costo inicial, $	–80 000	–110 000
Flujo neto de efectivo, $/año	25 000	22 000
Valor de rescate, $	2 000	3 000
Vida, años	4	6

Al hacer un análisis del VA con TMAR = 10%, la hoja de cálculo de la figura 13-9 indica que la máquina 1 es la elección económicamente atractiva con un VA positivo de $193. Sin embargo, los controles automáticos, características de seguridad y diseño ergonómico de la máquina 2 la hacen una mejor opción para la planta, en opinión del ingeniero de proyecto. Realice un análisis de punto de equilibrio para determinar las modificaciones necesarias en los valores calculados con el propósito de que la máquina 2 resulte igualmente apropiada desde el punto de vista económico. Los parámetros por atender son: *a*) costo inicial, *b*) flujo neto de efectivo y *c*) vida de la máquina 2, si todos los demás valores permanecen sin cambio.

	A	B	C	D
1	TMAR =	10%		
2		Flujos netos de efectivo, $/año		
3	Año	Máquina 1	Máquina 2	
4	0	-80,000	-110,000	
5	1	25,000	22,000	
6	2	25,000	22,000	
7	3	25,000	22,000	
8	4	27,000	22,000	
9	5		22,000	
10	6		25,000	
11	VA@TMAR	193	-2,868	
12				
13	= −PMT($B$1,4,NPV($B1,B5:B8)+B4)			
14				

Figura 13-9
Montos del VA de dos máquinas, ejemplo 13.7.

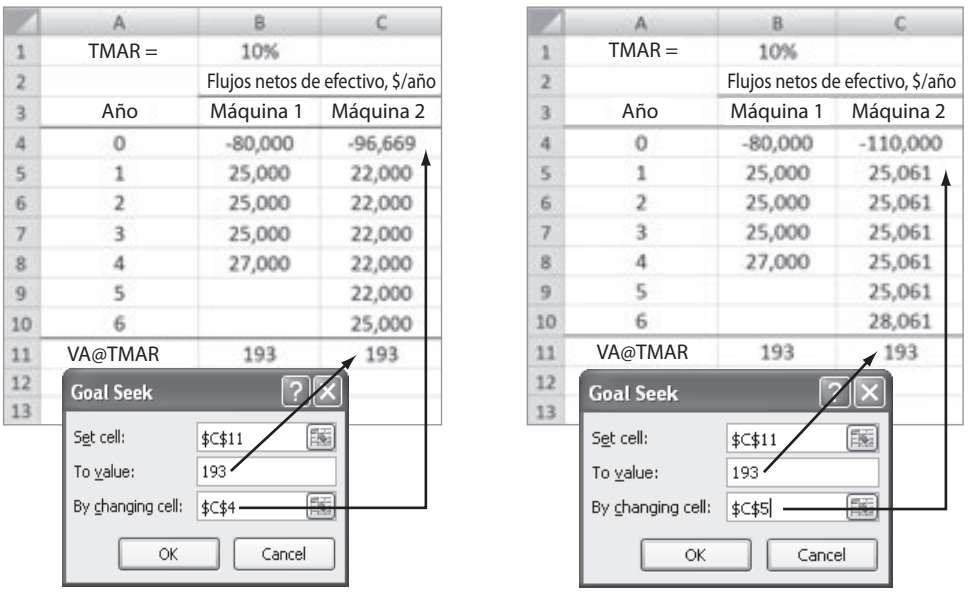
Solución

La figura 13-10 muestra las plantillas de la hoja de cálculo y la herramienta Buscar objetivo que calculan los valores del punto de equilibrio para el costo inicial y los FNE.

a) Figura 13-10*a*): Al igualar a $193 el VA de la máquina 2, Buscar objetivo encuentra un punto de equilibrio de $96 669. Si se puede negociar la disminución del costo inicial a partir de $110 000, la máquina 2 será equivalente en lo económico a la máquina 1.

b) Figura 13-10*b*): (Recuerde fijar el costo inicial en $−110 000 en la hoja de cálculo.) Al igualar todos los FNE al valor en el año 1 (con la función =$C$5), la herramienta Buscar objetivo determina un punto de equilibrio de $25 061 por año. Entonces, si el FNE estimado se puede aumentar en forma realista de $22 000 a $25 061, la máquina 2 de nuevo es económicamente equivalente.

c) El cálculo de una vida más extensa para la máquina 2 tiene que ver con el periodo de recuperación; no se necesita la herramienta Buscar objetivo. El enfoque más fácil es usar la función NPER para calcular el periodo de recuperación. Al introducir =NPER(10%,22 000,−110 000,3 000) se obtiene n_p = 7.13 años. Por tanto, al extender la vida de seis a siete y ocho años, y al conservar el valor de rescate en $3 000, se elige la máquina 2 y no la 1.



a) Costo inicial

b) FNE

Figura 13-10
Valores del punto de equilibrio para *a*) costo inicial y *b*) flujo de efectivo neto anual con Buscar objetivo, ejemplo 13.7.

EJEMPLO 13.8

Chris y su papá acaban de comprar un pequeño edificio de oficinas en $160 000 que necesita muchas reparaciones pero se ubica en una zona comercial privilegiada de la ciudad. Los costos estimados cada año por concepto de reparaciones, seguros, etcétera, son de $18 000 el primer año, y aumentan $1 000 cada año de entonces en adelante. Con un rendimiento esperado de 8% anual, haga un análisis con hoja de cálculo para determinar el periodo de recuperación si el edificio *a*) se conserva durante dos años y se vende en $290 000 en algún momento posterior al año 2 o *b*) se conserva durante tres años y se vende en $370 000 en algún momento después del año 3.

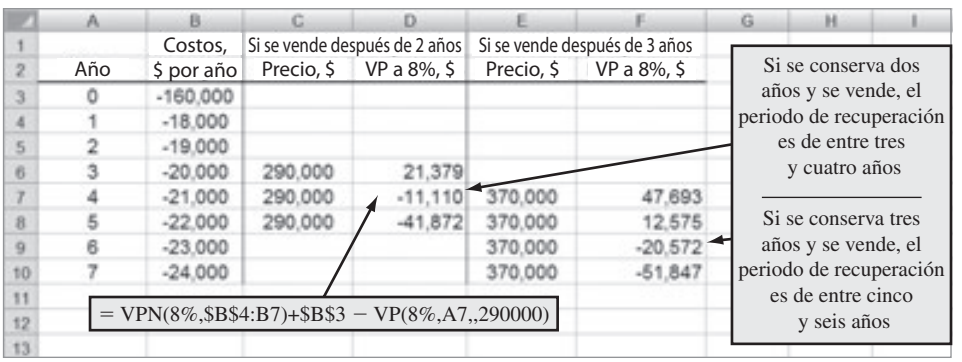
Solución

La figura 13-11 muestra los costos anuales (columna B) y los precios de venta si el edificio se conserva dos o tres años (columnas C y E, respectivamente). Se aplica la función VPN (columnas D y F) para determinar cuándo cambia de signo positivo a negativo el VP. Estos resultados restringen el periodo de recuperación para cada uno de los periodos de conservación y precio de venta. Cuando VP > 0 se rebasa el rendimiento de 8.

a) El periodo de recuperación con un rendimiento de 8% está entre 3 y 4 años (columna D). Si el edificio se vende después de exactamente tres años en $290 000 no se excede el periodo de recuperación, pero sí después de cuatro años.

b) Con un precio de venta de $370 000, el periodo de recuperación con rendimiento de 8% es de entre 5 y 6 años (columna F). Si el edificio se vende después de cuatro o cinco años, el periodo de recuperación no se excede; sin embargo, una venta después de seis años está más allá del periodo de recuperación con el rendimiento de 8%.

Figura 13-11
Análisis del periodo de recuperación, ejemplo 13.8



RESUMEN DEL CAPÍTULO

El punto de equilibrio para una variable en un proyecto se expresa en términos como unidades por año u horas por mes. Con la cantidad del punto de equilibrio Q_{BE}, no hay diferencia si se acepta o se rechaza el proyecto. Aplique la siguiente guía para la toma de una decisión:

Proyecto único (Consulte la figura 13-2.)

La cantidad estimada es *mayor* que Q_{BE} → aceptación del proyecto

La cantidad estimada es *menor* que Q_{BE} → rechazo del proyecto

En el caso de dos o más opciones determine el valor del punto de equilibrio de la variable común. Aplique la siguiente guía para elegir una opción.

Dos alternativas (Consulte la figura 13-5.)

El nivel estimado se encuentra *por debajo* del punto de equilibrio → elija la alternativa con el mayor costo variable (pendiente más grande)

El nivel estimado se encuentra *por arriba* del punto de equilibrio → elija la alternativa con el menor costo variable (pendiente más pequeña)

El análisis del punto de equilibrio calcula el número de años necesarios para recuperar la inversión inicial más una tasa de rendimiento establecida. Ésta es una técnica de análisis adicional sobre todo para hacer una exploración inicial antes de efectuar la evaluación completa con el VP o algún otro método. La técnica tiene algunas desventajas, en especial para analizar el periodo de recuperación sin rendimiento, donde éste se establece como $i = 0\%$.

PROBLEMAS

Análisis del punto de equilibrio de un proyecto

13.1 El enfoque de diseñar por costos con objeto de fijar el precio de los productos implica determinar el precio de venta del producto y después buscar la manera de hacerlo con un costo mejor. El sensor basado en radar QT50R, de Banner Engineering, utiliza tecnología de modulación de frecuencias para vigilar o detectar objetos de manera adecuada hasta 15 millas de distancia aun con lluvia, viento, humedad y temperaturas extremas. Tiene un precio de lista de $589, y el costo variable de fabricar la unidad es de $340.

a) ¿Cuál puede ser el costo fijo por año de la compañía a fin de que Banner estuviera en el punto de equilibrio con ventas de 9 000 unidades por año?

b) Si el costo fijo de Banner es en realidad de $750 000 por año, ¿cuál es la utilidad con un nivel de ventas de 7 000 unidades por año?

13.2 Los medidores portátiles de fibra óptica con interferometría de luz polarizada blanca son útiles para medir temperatura, presión y tensiones en ambientes de ruido eléctrico. Los costos fijos asociados a la manufactura son de $800 000 por año. Si una unidad base se vende en $2 950 y su costo variable es de $2 075, *a*) ¿cuántas unidades deben venderse cada año para llegar al punto de equilibrio y *b*) cuál será la utilidad por ventas de 3 000 unidades al año?

13.3 Un ingeniero metalúrgico estima que la inversión de capital para recuperar metales valiosos (níquel, plata, oro, etcétera) del agua residual producida por una refinería de cobre requeriría $12 millones. El equipo tendría una vida útil de 15 años sin valor de rescate. El costo de operación mensual se representa con la relación $\$(2\ 600\ 000)E^{1.9}$, donde E es la eficiencia de la recuperación de metal (expresada en forma decimal). La cantidad de metal que se descarga actualmente es de 2 880 libras por año antes de las operaciones de recuperación, y la eficiencia de ésta se estima en 71%. ¿Cuál debe ser el precio de venta promedio por libra de los metales preciosos que se recuperan y venden a fin de que la compañía esté en el punto de equilibrio con su TMAR de 15% anual?

Los problemas 13.4 a 13.7 se basan en la información siguiente.

Hambry Enterprises produce un componente para reciclar el uranio utilizado como combustible nuclear en plantas de generación de energía en Francia y Estados Unidos. Use las cifras siguientes de costo e ingresos, en dólares por cien unidades de peso (cwt), registradas este año para calcular las respuestas de cada planta.

Ubicación	Costo fijo, millones de $	Ingresos, $ por cwt	Costo, $ por cwt
Francia	3.50	8 500	3 900
Estados Unidos	2.65	12 500	9 900

13.4 Determine el punto de equilibrio de cada planta.

13.5 Estime el ingreso mínimo por cada cien unidades de peso que se requieren para el año siguiente si los valores de equilibrio y los costos variables permanecen constantes, pero los costos fijos se incrementan 10%.

13.6 Durante este año, la planta francesa vendió 950 unidades en Europa, y la estadounidense, 850 unidades. Determine la utilidad (o pérdida) del año por cada planta.

13.7 El presidente de Hambry tiene la meta de obtener $1 millón de utilidades el año próximo en cada planta sin aumentar los ingresos o costos fijos. Determine la disminución en *cantidades y porcentajes de dólares* en el costo variable que se necesita para lograr esta meta si el número de unidades vendidas es el mismo que el de este año.

13.8 La Administración Nacional de Seguridad en las Autopistas elevó el estándar de eficiencia de combustible a 35.5 millas por galón (mpg) de autos y camiones ligeros para el año 2016. Las reglas costarán a los consumidores un promedio de $926 adicionales por vehículo en los modelos 2016. Suponga que una persona compra un nuevo carro en 2016 que rinde 35.5 mpg y lo conserva durante cinco años. Si la persona maneja un promedio de 1 000 millas por mes y obtiene 10 millas adicionales por galón de gasolina, ¿cuánto tendrá que costar ésta a fin de que el comprador recupere la inversión adicional en cinco años, con una tasa de interés de 0.75% por mes?

13.9 Un centro de telemercadeo en India da atención a tarjetahabientes estadounidenses e ingleses y tiene una capacidad para atender 1 400 000 llamadas anuales. El costo fijo del centro es de $775 000, con $1 de costo variable promedio e ingresos de $2.50 por llamada.

a) Calcule el porcentaje de la capacidad que debe tenerse cada año para alcanzar el equilibrio.

b) El administrador del centro espera dedicar el equivalente de 500 000 llamadas de la capacidad total de las 1 400 000 a una línea nueva de producto. Se espera que esto incremente el costo fijo del centro a $900 000, cantidad de la cual 50% se asignará a la línea nueva de producto. Determine el ingreso promedio necesario por llamada para que el punto de equilibrio se mantenga en 500 000 llamadas, sólo para el producto nuevo. ¿Cómo se compara este ingreso requerido con el ingreso actual del centro de $2.50 por llamada?

13.10 La adición de un turbocargador a un pequeño motor V-6 que rinde 18 millas por galón de gasolina eleva su potencia al de un motor V-8 y a la vez aumenta su eficiencia en el consumo de combustible. Si Bill pagará $800 por un turbocargador de su motor y la eficiencia de éste aumenta en 3 millas por galón, ¿cuántas millas tendrá que manejar cada mes durante tres años a fin de alcanzar el punto de equilibrio? Suponga que el costo de la gasolina es de $3.25 por galón y que la tasa de interés es 1% mensual.

13.11 El transporte de pacientes pesados en extremo (personas que pesan más de 500 libras) es mucho más difícil que el de personas con peso normal. Varias ciudades de Colorado, Nebraska y Kansas cobran $1 421 por un paciente extremadamente obeso, en comparación con los $758 de un paciente normal. Las compañías de ambulancias justifican el cobro adicional porque requieren equipo especial y más personal. Si se supone que cada año se transporta a 50 pacientes demasiado obesos, ¿cuánto tendrían que gastar *ahora* las compañías de ambulancias en equipo especial para alcanzar el punto de equilibrio en el costo inicial dentro de cinco años, sólo por las tarifas adicionales? Suponga que los costos adicionales son de $400 por paciente y que la TMAR de la compañía es de 10% anual.

13.12 Los vehículos grandes tienen baja eficiencia de combustible debido al incremento de la resistencia del viento contra su área frontal. Cierto número de compañías fabrica dispositivos para aumentar de manera significativa la eficiencia del consumo de combustible de un vehículo. Una empresa afirma que si se gastan $560 en su equipo para reducir la fricción, la eficiencia de una camioneta pick up aumenta 25%. Si se acepta que el equipo funciona como se dice para un vehículo que actualmente rinde 20 millas por galón (mpg), ¿cuántas millas tendría que recorrer el propietario cada año a fin de lograr el punto de equilibrio en cinco años? Suponga que el costo de la gasolina es de $3.50 por galón y que la tasa de interés es de 10% anual.

13.13 A medida que sube el precio de la gasolina, las personas están dispuestas a viajar más lejos para llenar el tanque de su automóvil con objeto de ahorrar dinero. Suponga que usted tuvo que comprar gasolina a $2.90 por galón y que aumentó a $2.98 en donde suele comprarla. Si maneja una camioneta F-150 que rinde 18 millas por galón, ¿cuál es la distancia en viaje redondo que se puede manejar para alcanzar el punto de equilibrio, si el tanque se llena con 20 galones? Use una tasa de interés de 8% anual.

13.14 Una compañía automotriz investiga si es aconsejable convertir una planta que fabrica autos austeros en otra que manufacture deportivos. El costo inicial para la conversión del equipo sería de $200 millones, con un valor de rescate de 20% en cualquier momento dentro de un periodo de cinco años. El costo por producir un carro sería de $21 000, pero se espera que tenga un precio de venta de $33 000 (para los distribuidores). La capacidad de producción durante el primer año sería de 4 000 unidades. Con una tasa de interés de 12% anual, ¿en qué cantidad uniforme tendría que incrementarse cada año la producción con la finalidad de que la compañía recuperara su inversión en tres años?

13.15 Durante los dos últimos años, Health Company experimentó un costo fijo de \$850 000 por año y un valor $(r - v)$ de \$1.25 por unidad para su línea de productos de vitaminas. La competencia internacional es tan intensa que obliga a hacer algunos cambios financieros para conservar en su nivel actual la participación en el mercado.

a) Realice un análisis gráfico basado en una hoja de cálculo para estimar el efecto que tendría el punto de equilibrio si la diferencia entre el ingreso y el costo variable por unidad se incrementara a una cantidad situada entre 1 y 15% de su valor actual.

b) Si los costos fijos y el ingreso por unidad permanecieran en sus actuales valores, ¿qué debe cambiar para que disminuya el punto de equilibrio?

13.16 (Ésta es una extensión del problema 13.15.) Extienda el análisis del problema 13.15 con el cambio del costo variable por unidad. El director financiero estima que los costos fijos disminuirán a \$750 000 cuando la tasa de producción requerida se equilibre en 600 000 unidades o menos. ¿Qué pasa con los puntos de equilibrio en el rango $(r - v)$ de aumento de 1 a 15% que se evaluó previamente?

Análisis del punto de equilibrio entre opciones

13.17 La provisión de sanitarios en parques, zoológicos y otras instalaciones recreativas públicas constituye un gasto considerable para los gobiernos municipales. Los cabildos por lo general optan por tener sanitarios permanentes en los parques grandes, y portátiles en los más pequeños. El costo de rentar y atender un sanitario portátil es de \$7 500 por año. En un municipio del noroeste, el director de parques informó al cabildo que el costo de construir sanitarios permanentes era de \$218 000, y el costo anual de su mantenimiento, de \$12 000. Subrayó que el elevado costo se debe a la necesidad de usar materiales y técnicas de construcción caras, especiales para reducir el vandalismo, frecuente en instalaciones públicas sin vigilancia. Si se supone que la vida útil de un sanitario permanente es de 20 años, ¿cuántos sanitarios portátiles puede rentar la ciudad cada año y estar en el punto de equilibrio, aun con el costo de una instalación permanente? La tasa de interés es de 6% anual.

13.18 Un ingeniero consultor analiza dos tipos de recubrimiento de estanques para evaporar los líquidos concentrados que se generan durante el tratamiento por ósmosis inversa del agua salobre subterránea en el parque industrial del condado de Clay. La instalación de un recubrimiento geosintético de bentonita (GCL) costaría \$1.8 millones, y si se renueva después de cuatro años con un costo de \$375 000, su vida aumenta otros dos años. También puede instalarse una geomembrana de polietileno de alta densidad (HDPE) con vida útil de 12 años. Con una tasa de interés de 6% anual, ¿cuánto dinero puede gastarse en el recubrimiento HDPE para que ambos métodos estén en equilibrio?

13.19 Un contratista de un canal de irrigación quiere determinar si debe comprar una miniexcavadora Caterpillar o un pistón rotatorio marca Toro para dar mantenimiento a los canales de riego en un área agrícola de California. El costo inicial de la excavadora es de \$26 500, con un valor de rescate de \$9 000 después de 10 años. Los costos fijos por seguros, licencias, etcétera, se espera sean de \$18 000 anuales. La excavadora requeriría un operador con costo de \$15 por hora, y mantenimiento por \$1 por hora. En una hora pueden prepararse 0.15 millas de canales. Asimismo, el contratista puede comprar un pistón y contratar a dos trabajadores a \$11 por hora cada uno. El pistón cuesta \$1 200 y tiene una vida útil de cinco años, sin valor de rescate. Su costo de operación se espera sea de \$1.20 por hora, y con el pistón los dos trabajadores pueden preparar 0.04 millas de canales en una hora. La TMAR del contratista es de 10% anual. Determine el número de millas de canales por año a los que el contratista tendría que dar mantenimiento para que las dos opciones estuvieran en equilibrio.

13.20 Un método eficaz para recuperar el agua usada en la regeneración de resinas de intercambio iónico es un sistema de ósmosis inversa con tratamiento por lotes. Dicho sistema implica la recirculación del agua tratada parcialmente para regresarla al tanque de alimentación, lo que hace que el agua se caliente. El agua puede enfriarse con el empleo de dos sistemas: un intercambiador de calor de paso único o un sistema de circuito cerrado. El sistema de paso único, útil durante tres años, requiere un refrigerador pequeño que cuesta \$920, más tuberías, conectores, válvulas, etcétera, de acero inoxidable que cuestan \$360. El costo del agua, cargas de tratamiento, electricidad, etcétera, sería de \$3.10 por hora. La compra del sistema de circuito cerrado costaría \$3 850, tendría una vida útil de cinco años y un costo de \$1.28 por hora de operación. ¿Cuál es el número mínimo de horas por año que debe usarse el sistema de enfriamiento con objeto de que se justifique la compra del sistema de circuito cerrado? La TMAR es de 10% anual, y los valores de rescate son insignificantes.

13.21 Samsung Electronics trata de reducir el riesgo en su cadena de suministros por medio de decisiones más responsables acerca de fabricar o subcontratar con mejores estimaciones de costo. Un componente de mucho uso (se espera emplear 5 000 unidades por año) puede adquirirse en \$25 por unidad, con una entrega prometida en una semana. También Samsung puede fabricar el componente en sus instalaciones y tenerlo listo con un costo de \$5 por unidad si comprara el equipo de fabricación en \$150 000. La mano de obra y otros costos de operación se estiman en \$35 000 por año durante el periodo de estudio de cinco años. El valor de rescate se estima en 10% del costo, con $i = 12\%$ anual. Ignore el

elemento de disponibilidad para *a*) determinar la cantidad de equilibrio y *b*) recomendar la fabricación o compra para el nivel de uso esperado.

13.22 Un socio de una empresa de diseño de tamaño medio de arquitectura e ingeniería evalúa dos alternativas para mejorar la apariencia externa del edificio que ocupan. El edificio puede pintarse por completo con un costo de $6 500, con lo que se espera mantener su atractivo durante cuatro años, después de lo cual sería necesario volver a pintar. Cada vez que se pintara el edificio, el costo se incrementaría 20% respecto de la vez anterior. Como alternativa, el inmueble puede tratarse ahora con arena lanzada y repetir esto cada seis años, lo cual tendría un costo 40% más alto que la vez anterior. Se espera que la vida que resta al inmueble sea de 38 años. Si la TMAR de la compañía es de 10% anual, ¿cuál es la máxima cantidad que puede gastarse ahora en la alternativa del tratamiento con arena para que no haya diferencia entre ambas alternativas en un periodo de estudio de 12 años?

13.23 Un estudiante principiante de ingeniería mecánica trabaja este semestre en Regency Aircraft, que personaliza los interiores de aviones privados y corporativos. Su primera encomienda es desarrollar las especificaciones de una nueva máquina para cortar, formar y coser cubiertas y adornos de piel o vinilo. No es fácil estimar el costo inicial porque hay muchas opciones, pero los ingresos anuales y los costos de mantenimiento y operación deben igualar el egreso neto de $+15 000 por año durante la vida de 10 años. Se espera que el valor de rescate sea de 20% del costo inicial. Determine el costo inicial de equilibrio de la máquina justo para recuperarlo y un rendimiento de 8% anual con dos escenarios:

I: No hay ingresos del exterior debido a la máquina.

II: Hay contratación externa con ingresos estimados de $10 000 el primer año, que aumentarán $5 000 por año de entonces en adelante.

Obtenga la solución: *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

13.24 Ascarate Fishing Club (organización sin fines de lucro dedicada a enseñar a los niños a pescar) estudia dos opciones de estanques muy equipados para niños que nunca han atrapado un pez en su vida. La opción 1 es una alberca por arriba del nivel del suelo construida con plástico denso que se ensamblaría y desensamblaría en cada acto trimestral. El precio de compra sería de $400. Las fugas debidas a los anzuelos que atraviesen el tejido se repararían con un costo de $70 por año, pero la alberca tendría que reemplazarse cuando se hubieran hecho demasiadas reparaciones.

La opción 2 es un estanque excavado en el terreno por los miembros del club sin costo, y recubierto con tela que cuesta $1 por pie cuadrado. El estanque tendría 15 pies de diámetro y 3 pies de profundidad. Suponga que se comprarían 300 pies cuadrados de recubrimiento. Alrededor del estanque (100 pies de perímetro) se instalaría una cerca perimetral con costo de $10 por pie. El mantenimiento dentro de la cerca sería de $20 por año. El parque donde se construyera el estanque tiene permiso por sólo 10 años. Con una tasa de interés de 6% anual, ¿cuánto tiempo tendría que durar el estanque por arriba del terreno para que estuviera en equilibrio?

13.25 Una subdivisión rural tiene varias millas de caminos de acceso que necesitan un nuevo tratamiento superficial. La alternativa 1 es una base de grava y pavimento con costo inicial de $500 000, duraría 15 años y tendría un costo anual de mantenimiento de $100 por milla. La alternativa 2 consiste en mejorar ahora la base de grava con un costo de $50 000 y cubrir la superficie de inmediato con una mezcla de asfalto caliente duradero que cuesta $130 por barril aplicado. Es necesario repetir cada año la aplicación del recubrimiento. Un barril cubre 0.05 millas. *a*) Si la tasa de descuento es de 6% anual, determine el número de millas con que las dos alternativas estarían en equilibrio. *b*) La lectura en el cuentakilómetros de un vehículo indica un total de 12.5 millas de carretera. ¿Cuál es la alternativa más económica?

13.26 Un estanque para almacenar desechos que se localiza cerca de una importante planta recibe lodo diariamente. Cuando se llena, es necesario retirar su contenido a un sitio ubicado a 8.2 kilómetros. Actualmente, el estanque se encuentra lleno y el lodo se bombea a un camión-tanque para transportarlo lejos. Este proceso requiere una bomba portátil cuyo costo inicial es de $800 y una vida de ocho años. Por una tarifa de $100 por día, la compañía paga un contrato individual para operar la bomba y supervisar aspectos ambientales y de seguridad, pero por el camión y su conductor deben pagarse $200 diarios. La empresa tiene la opción de instalar otra bomba y una línea de conducción hasta algún sitio lejano. Esta bomba tendría un costo inicial de $1 600 y una vida de 10 años, y su operación costaría $3 por día. La TMAR de la compañía es de 10% anual.

a) Si la construcción de la línea de conducción costara $12 por metro y tuviera una vida de 10 años, ¿cuántos días de bombeo por año se necesitarían para justificar la construcción de la línea?

b) Si la compañía espera bombear desde la laguna una vez por semana durante todas las semanas del año, ¿cuánto dinero puede gastar ahora para los 10 años de vida del ducto con objeto de lograr el punto de equilibrio?

13.27 Lorraine puede elegir entre dos sistemas de inyección de nutrientes para su industria artesanal de invernaderos de tomates y lechugas hidropónicas. *a*) Use una relación de VA para determinar el número mínimo de horas por año que deben operar las bombas a fin de que

se justifique el sistema Auto Green, si la TMAR es de 10% por año. *b*) ¿Cuál bomba es mejor si opera siete horas al día, los 365 días del año?

	Nutra Jet (N)	Auto Green (A)
Costo inicial, $	–4 000	–10 300
Vida, años	3	6
Costo de reconstrucción, $	–1 000	–2 200
Tiempo antes de la reconstrucción, horas anuales o mínimas	2 000	8 000
Costo de operación, $ por hora	1.00	0.90

13.28 Un profesional de la ingeniería puede arrendar una computadora completamente equipada y un sistema de impresión a color por $800 mensuales, o comprar uno en $8 500 ahora y pagar $75 por mes por concepto de mantenimiento. Si la tasa de interés nominal es de 15% anual, determine los meses de uso necesarios para que ambas opciones estén en equilibrio. Obtenga la solución: *a*) a mano y *b*) con hoja de cálculo.

13.29 El gerente de las oficinas de una empresa consultora de ingeniería ambiental recibió instrucciones de tomar una decisión ecológica apropiada para adquirir un automóvil de uso general. Considera un híbrido de gasolina y electricidad u otro totalmente eléctrico. El híbrido en estudio es un Volt de GM que costaría $35 000, con valor de rescate de $15 000 después de cinco años y una autonomía de 40 millas con su batería eléctrica, más varios cientos de millas más con el motor de gasolina. El modelo Leaf, de Nissan, tendría una autonomía relativamente limitada que genera un efecto psicológico conocido como *ansiedad de rango*, y que inclina a la empresa a comprar el Volt. El Leaf puede arrendarse por $349 mensuales después de un pago inicial de $500.

La contadora de la empresa dijo al gerente que el Leaf es la mejor opción en cuanto a economía, con base en una evaluación que realizó. Si el gerente de las oficinas comprara el Volt (en lugar de arrendar el Leaf), ¿cuál es el equivalente mensual (monto del VA) de la cantidad adicional de dinero que pagaría la empresa por eliminar la ansiedad de rango? Suponga que los costos de operación serían los mismos para ambos vehículos y que la TMAR es de 0.75% mensual.

Análisis del periodo de recuperación

13.30 ¿Durante cuánto tiempo tendría que venderse un producto que tiene un ingreso de $5 000 por mes y gastos de $1 500 mensuales si su inversión inicial es de $28 000 y la TMAR es de: *a*) 0% y *b*) 3% mensual? Resuélvalo con una fórmula. *c*) Escriba las funciones de una hoja de cálculo para obtener el periodo de recuperación tanto para 0% como para 3% mensual.

13.31 *a*) Determine el periodo de recuperación con una tasa de interés de 8% anual por un activo que tiene un costo inicial de $28 000, valor de $1 500 como chatarra, si se vende, y que genera flujos de efectivo de $2 900 por año.

b) Si el activo estará en servicio durante 12 años, ¿debe comprarse?

13.32 ABB compró equipos de comunicaciones para sus vehículos de campo para un proyecto en Sudáfrica en $3.15 millones. El flujo neto de efectivo se estima en $500 000 anuales, con valor de rescate de $400 000 sin importar el momento de venta. Determine el número de años que debe usarse el equipo con objeto de obtener una recuperación con valores de TMAR de: *a*) 0 y 8% anuales, y *b*) 15 y 16% por año. *c*) Use una hoja de cálculo para graficar los años del periodo de recuperación para los cuatro valores de rendimiento.

13.33 La agencia de detectives Sundance compró nuevo equipo de vigilancia con las siguientes cifras. El índice del año es $k = 1, 2, 3, \ldots$

Costo inicial	$1 050
Costo de mantenimiento anual	$70 + 5$k$ por año
Ingresos adicionales anuales	$200 + 50$k$ por año
Valor de rescate	$600 por todos los años

a) Calcule el periodo de recuperación para obtener un rendimiento de 10% anual.

b) Para una conclusión preliminar, ¿debe comprarse el equipo si su vida útil es de siete años?

13.34 Clarisa es una directora de ingeniería y quiere comprar un sitio de vacaciones para rentarlo a esquiadores. Estudia la compra de refugios de tres recámaras en la parte alta de Montana, que costarían $250 000. Las propiedades en la zona aumentan su valor con rapidez gracias a las personas que desean escapar de los desarrollos urbanos. Si Clarisa gasta un promedio de $500 por mes por las instalaciones y la inversión aumenta a razón de 2% mensual, ¿cuánto tiempo debe transcurrir antes de que pudiera vender la propiedad en $100 000 más de lo que invirtió en ella?

13.35 Los abuelos de Laura la ayudaron a comprar un pequeño negocio de lavandería de autoservicio para que obtuviera algún dinero durante sus cinco años de estudios universitarios. Cuando obtuvo su título de ingeniería en administración, vendió el negocio y sus abuelos le dijeron que conservara el dinero como obsequio por su graduación. Para los siguientes flujos de efectivo, determine lo siguiente:

a) El porcentaje de la inversión recuperada durante los cinco años.

b) La tasa de rendimiento real durante el periodo de cinco años.

c) ¿Cuánto tiempo se requeriría para recuperar los $75 000 invertidos en el año 0, más un rendimiento de 7% anual?

Año	0	1	2	3	4	5
FNE, $ por año	–75 000	–10 500	18 600	–2 000	28 000	105 000

13.36 Hace 10 años, Buhler Tractor vendió en $45 000 un tractor a Tom Edwards. *a*) ¿Cuál debe ser el flujo neto uniforme de efectivo que debe obtener Tom para ganar un rendimiento de 5% anual sobre su inversión durante un periodo de tres años? ¿De ocho años? ¿De 10 años? *b*) Si el flujo de efectivo fuera en realidad de $5 000 por año, ¿qué cantidad debería pagar Tom por el tractor para obtener una recuperación más 5% anual de rendimiento durante estos 10 años?

13.37 National Parcel Service ha sido históricamente propietario de sus propios camiones de distribución y les ha dado mantenimiento. El arrendamiento es una opción que estudia con atención porque los costos de mantenimiento, combustible, seguros y algunas obligaciones se transferirán a Pacific Leasing, la compañía de arrendamiento de camiones. El periodo de estudio es de no más de 24 meses para cualquier alternativa. El costo de arrendamiento anual se paga al comienzo de cada año y no es reembolsable por los años en que se use parcialmente. Con las estimaciones siguientes de costo inicial y flujo neto de efectivo determine el periodo de recuperación en meses con un rendimiento anual nominal de 9% para: *a*) la opción de compra y *b*) la de arrendamiento.

Compra:	$P = \$-30\,000$ ahora Costo mensual = $\$-1\,000$ Ingreso mensual = $4 500
Arrendamiento:	$P = \$-10\,000$ al principio de cada año (meses 0 y 12) Costo mensual = $\$-2\,500$ Ingreso mensual = $4 500

13.38 Julian Browne, propietario de Clear Interior Environments, compró en $15 000 un recuperador de aire por vacío, HEPA, y otro equipo para eliminar la suciedad hace ocho meses. Los flujos netos de efectivo fueron de $\$-2\,000$ por cada uno de los dos primeros meses, seguidos de $1 000 por los meses 3 y 4. Durante los últimos cuatro meses, un contrato generó $6 000 netos por mes. Julian vendió el equipo ayer en $3 000 a un amigo. Determine *a*) el periodo de recuperación sin rendimiento y *b*) el periodo de recuperación con 18% nominal anual.

13.39 Explique por qué el análisis del periodo de recuperación puede favorecer una opción con periodo de recuperación más corto cuando no es la mejor desde el punto de vista económico.

13.40 Cuando se comparan dos alternativas, ¿por qué es mejor usar el análisis del periodo de recuperación sin rendimiento como herramienta de exploración preliminar antes de hacer una evaluación completa del VA?

Problemas con hoja de cálculo

13.41 Benjamín utilizó análisis de regresión para ajustar relaciones cuadráticas a datos mensuales de ingresos y costos, con los resultados siguientes:

$$R = -0.007Q2 + 32Q$$
$$\text{CT} = 0.004Q2 + 2.2Q + 8$$

a) Haga un gráfica de R y CT. Estime la cantidad Q_p en la que debe ocurrir la utilidad máxima.

b) La relación de utilidad $P = R - \text{CT}$ y el cálculo pueden servir para determinar la cantidad Q_p en que ocurrirá la utilidad máxima y su monto. Las ecuaciones son las siguientes:

$$\text{Utilidad} = aQ^2 + bQ + c$$
$$Q_\text{p} = \frac{-b}{2a}$$
$$\text{Máxima utilidad} = \frac{-b^2}{4a} + c$$

Confirme con estas relaciones las estimaciones gráficas que hizo en el primer inciso (el profesor puede pedir que deduzca las relaciones anteriores).

13.42 La cooperativa National Potatoe compró una máquina peladora el año pasado en $150 000. Los ingresos el año pasado fueron de $50 000. Durante la vida estimada total de ocho años, ¿cuáles deben ser los ingresos iguales anuales restantes equivalentes (años 2 a 8) para llegar al punto de equilibrio con la recuperación de la inversión y un rendimiento de 10% por año? Se espera que los costos sean de $42 000 constantes por año, y se prevé un valor de rescate de $20 000.

Los problemas 13.43 y 13.44 se basan en la información siguiente.

La empresa Wilson Partners manufactura termopares para aplicaciones electrónicas. El sistema actual tiene un costo fijo de $300 000 por año y un costo variable de $10 por unidad. Wilson vende las unidades en $14 cada una. Una propuesta de proceso nuevo agregará funciones que permitirán que los ingresos aumenten a $16 por unidad, pero el costo fijo ahora sería de $500 000 por año. El costo variable del nuevo sistema se basaría en una tarifa de $48 por hora y 0.2 horas necesarias para producir cada unidad.

13.43 Determine la cantidad anual de equilibrio para: *a*) el sistema actual y *b*) el nuevo sistema.

13.44 Grafique las dos relaciones de utilidad y estime gráficamente la cantidad de equilibrio entre ambas alternativas.

Los problemas 13.45 a 13.48 se basan en la información siguiente.

La oficina estatal Mid-Valley Industrial Extension Service provee servicios de muestreo de calidad del agua a todos los nego-

cios y empresas industriales en una región de 10 condados. El mes pasado, el servicio compró todo el equipo de laboratorio necesario para hacer pruebas y análisis en sus instalaciones. Ahora, una agencia externa ofreció desempeñar esas funciones sobre una base por muestra. Se dispone de datos y cifras para las dos opciones. La TMAR de los proyectos del gobierno es de 5% anual, y se eligió un periodo de estudio de ocho años.

Internamente: El costo inicial de los equipos y suministros sería de $125 000 con una vida de ocho años, un costo de operación y administración de $15 000 y salarios anuales de $175 000. El costo del análisis de las muestras sería de $25 cada una. No hay un valor comercial significativo para el equipo y suministros que se poseen actualmente.

Externamente: Los contratistas mencionan promedios de costo de $100 por muestra durante los primeros cinco años, con aumento a $125 para los años 6 a 8.

13.45 Determine el punto de equilibrio del número de pruebas entre ambas opciones.

13.46 Grafique con una hoja de cálculo las curvas de VA de ambas opciones a fin de probar cargas entre 0 y 4 000 por año en incrementos de 1 000 pruebas. ¿Cuál es la cantidad de equilibrio estimada?

13.47 El director de servicios pidió a la compañía externa que reduzca los costos por muestra 25% durante el periodo de estudio de ocho años. ¿Qué efecto tendría esto en el punto de equilibrio? (*Recomendación:* Observe con cuidado la gráfica del problema 13.46 antes de responder.)

13.48 Suponga que Extension Service puede reducir sus salarios anuales de $175 000 a $100 000, y el costo de cada muestra, de $25 a $20. ¿Qué efecto habría en el punto de equilibrio? (*Recomendación:* Mire de nuevo con detenimiento la gráfica del problema anterior antes de responder.) ¿Cuál es la nueva cantidad de equilibrio anual para las pruebas?

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

13.49 En los análisis del punto de equilibrio lineal, si una compañía espera operar en un punto *por arriba* del de equilibrio, debe seleccionar la opción:
a) Con el costo fijo más bajo
b) Con el costo fijo más alto
c) Con el costo variable más bajo
d) Con el costo variable más alto

13.50 Una compañía estudia dos alternativas para automatizar el pH de líquidos en proceso. La alternativa A tiene costos fijos de $42 000 por año y requeriría dos trabajadores a $48 por día cada uno. Los dos trabajadores juntos generarían 100 unidades diarias de producto. La alternativa B tiene costos fijos de $56 000 por año, pero con ella serían tres los trabajadores que generarían 200 unidades de producto. Si x es el número de unidades por año, el costo variable (CV) expresado en $ por año para la alternativa B está representado por:
a) $[2(48)/100]x$
b) $[3(48)/200]x$
c) $[3(48)/200]x + 56\,000$
d) $[2(48)/200]x + 42\,000$

13.51 Cuando el costo variable se reduce para el costo total lineal y las rectas de ingresos, el punto de equilibrio disminuye. Esto es una ventaja económica porque:
a) El ingreso por unidad disminuirá.
b) Las dos rectas ahora cruzarán en el cero.
c) La utilidad aumentará con el mismo ingreso por unidad.
d) El costo total lineal se convierte en no lineal.

13.52 $VA_1 = -23\,000(A/P,10\%,10) + 4\,000(A/F,10\%,10) - 3\,000 - 3x$

$VA_2 = -8\,000(A/P,10\%,4) - 2\,000 - 6x$

Para estas dos ecuaciones de VA, el punto de equilibrio x en millas por hora es el más cercano a:
a) 1 130
b) 1 224
c) 1 590
d) 655

13.53 Para fabricar un elemento internamente, debe adquirirse equipo que cuesta $250 000. Tendría una vida de cuatro años y un costo anual de $80 000, y la fabricación de cada unidad costaría $40. Si se compra el elemento externamente costaría $100 por unidad. Con $i = 15\%$ anual, es más barato fabricar el elemento internamente si el número de unidades por año es:
a) Más de 1 047 unidades
b) Más de 2 793 unidades
c) Igual a 2 793 unidades
d) Menos de 2 793 unidades

13.54 Un procedimiento en el hospital Mercy tiene costos fijos de $10 000 por año y costos variables de $50 por prueba. Si el procedimiento se automatizara, su costo fijo sería de $21 500 por año, pero su costo variable sería de sólo $10 por prueba. El número de pruebas que deben realizarse cada año para que las dos operaciones estén en equilibrio es el más cercano a:
a) 290 *b*) 455 *c*) 750 *d*) Más de 800

13.55 Un proceso de ensamblado puede realizarse con la alternativa X o con la Y. La alternativa X tiene costos fijos de $10 000 por año, con costo variable de $50 por unidad. Si el proceso se automatizara para la alternativa Y, su costo fijo sería de $5 000 por año, y su costo variable, de sólo $10 por unidad. El número de unidades que deben producirse cada año con objeto de que resulte favorecida la alternativa Y es el más cercano a:

a) La alternativa Y se favorecería con cualquier nivel de producción
b) 125
c) 375
d) La X se favorecería con cualquier nivel de producción

13.56 Se estudian dos métodos para construir un libramiento vial. El material C costaría $100 000 por milla y duraría 10 años. Su costo anual de mantenimiento sería de $10 000 por año y por milla. El material D costaría $30 000 por milla y duraría cinco años. Con una tasa de interés de 6% anual, el costo de mantenimiento anual para el material D que haría que el costo de los dos métodos fuera el mismo es el más cercano a:

a) Menos de $14 000 *b*) $14 270
c) $16 470 *d*) $19 510

13.57 Una compañía constructora puede comprar un elemento de equipo en $50 000 y gastar $100 diarios en costos de operación. El equipo tendría una vida de cinco años sin valor de rescate. La compañía también puede arrendar el equipo en $400 por día. El número de días por año que la empresa debe requerir el equipo a fin de justificar su compra con una tasa de interés de 8% anual es el más cercano a:

a) 10 días *b*) 42 días
c) 51 días *d*) 68 días

13.58 Un tractor tiene un costo inicial de $40 000, un costo de operación de $1 500 y un valor de rescate de $12 000 antes de 10 años. La TMAR es de 12% anual. Un tractor idéntico puede rentarse en $3 200 mensuales (no incluye el costo de operación). Si n es el número mínimo de meses por año que debe usarse el tractor a fin de justificar la compra, la relación para calcular n está representada por:

a) $-40\,000(A/P,1\%,10) - 1\,500n + 12\,000(A/F,1\%,10) = 3\,200n$
b) $-40\,000(A/P,12\%,10) - 1\,500n + 12\,000(A/F,12\%,10) = 3\,200n$
c) $-40\,000(A/P,1\%,120) - 1\,500n + 12\,000(A/F,1\%,120) = 3\,200n$
d) $-40\,000(A/P,11.4\%,10) - 1\,500n + 12\,000(A/F,11.4\%,10) = 3\,200n$

13.59 Un recubrimiento anticorrosivo para un tanque de almacenamiento de productos químicos costaría $5 000 y duraría cinco años si se repara al final del año con un costo de $1 000. Si puede emplearse un recubrimiento de esmalte a base de petróleo que dure dos años, la cantidad que debe costar para que ambos estuvieran en equilibrio con $i = 8\%$ anual es la más cercana a:

a) $2 120 *b*) $2 390
c) $2 590 *d*) $2 725

13.60 El precio de un automóvil es de $50 000 ahora. Se espera que su precio se incremente $2 400 cada año. El lector tiene ahora $25 000 en una inversión que gana 20% anual. El número de años antes de que tenga suficiente dinero para comprar el vehículo sin pedir un préstamo es el más cercano a:

a) 3 años *b*) 5 años
c) 7 años *d*) 9 años

13.61 El proceso A tiene un costo fijo de $16 000 por año y un costo variable de $40 por unidad. Con el proceso B pueden producirse cinco unidades diarias con un costo de $125. Si la TMAR de la compañía es de 10% anual, el costo fijo del proceso B que haría que ambas alternativas tuvieran el mismo costo anual con una tasa de producción de 1 000 unidades anuales es el más cercano a:

a) Menos de $10 000
b) $18 000
c) $27 000
d) Más de $30 000

13.62 La relación de utilidad de las siguientes estimaciones con una cantidad 20% por arriba del punto de equilibrio es:

Costo fijo = $500 000 por año
Costo variable por unidad = $200
Ingreso por unidad = $250

a) Utilidad $= 200(12\,000) - 250(12\,000) - 500\,000$
b) Utilidad $= 250(12\,000) - 500\,000 - 200\,(12\,000)$
c) Utilidad $= 250(12\,000) - 200(12\,000) + 500\,000$
d) Utilidad $= 250(10\,000) - 200(10\,000) - 500\,000$

13.63 Están en estudio dos métodos de control de malezas en un canal de irrigación. El método A implica recubrir con un costo de $4 000, duraría 20 años y el costo de mantenimiento sería de $3 por milla y por año. El método B implica aplicar un producto químico que cuesta $40 por galón. Un galón alcanza para tratar ocho millas, pero el tratamiento debe aplicarse cuatro veces al año. Al determinar el número de millas por año que harían que se alcanzara el punto de equilibrio, el costo variable del método B es el más cercano a:

a) $5 por milla *b*) $15 por milla
c) $20 por milla *d*) $40 por milla

13.64 ¿Cuánto tiempo tendría el lector que mantener un negocio con ingresos de $5 000 por año y gastos de $1 500 anuales si la inversión inicial fue de $28 000 y la TMAR es de 10% anual?

a) Menos de 6 años *b*) 8 años
c) 12 años *d*) 17 años

ESTUDIO DE CASO

COSTOS DEL PROCESO DE TRATAMIENTO DE AGUA EN UNA PLANTA

Antecedentes

El proceso de aeración y recirculación de fango se ha practicado por muchos años en plantas de tratamiento de aguas industriales y municipales. La aeración se utiliza sobre todo para la eliminación física de gases o elementos volátiles, mientras que la recirculación de fango puede beneficiar la eliminación de la turbiedad del agua y reducir su dureza.

Cuando se reconocieron por primera vez las ventajas del proceso de aeración y de recirculación de fango en el tratamiento de agua, los costos de energía eran tan bajos que dichas consideraciones rara vez eran de importancia en el diseño y operación de una planta de tratamiento. Sin embargo, con el enorme incremento del costo de la electricidad que ocurrió en algunas localidades, llegó a ser necesario revisar la efectividad en el costo de todos los procesos de tratamiento de agua que consumen grandes cantidades de energía. Dicho estudio condujo a la planta municipal de tratamiento de agua a evaluar la efectividad del costo de los métodos de aeración previa y recirculación del fango.

Información

Este estudio se realizó a 106 metros cúbicos por minuto en una planta de tratamiento de agua donde, en condiciones normales de operación, el fango de los clarificadores secundarios regresa al aerador y después se retira en los clarificadores primarios. La figura 13-12 es un esquema de este proceso.

Para evaluar el efecto de la recirculación del fango se apagó la bomba de fango, aunque el proceso de aeración continuó. En seguida, la bomba de fango se encendió de nuevo y la aeración se suspendió. Por último, ambos procesos se suspendieron. Los resultados que se obtuvieron se promediaron y compararon con los valores obtenidos cuando ambos procesos eran funcionales.

Los resultados que se obtuvieron de las cuatro formas de operación mostraron que la dureza disminuyó 4.7% cuando ambos procesos eran funcionales (por ejemplo, recirculación de fango y aeración). Cuando sólo funcionaba la recirculación de fango, la reducción fue de 3.8%. No se obtuvo reducción debida sólo al proceso de aeración, o cuando ninguno de los dos procesos funcionaba. Para la turbiedad, la reducción fue de 28% cuando ambos procesos eran funcionales. La reducción fue de 18% cuando no se empleó *ninguno* de los dos procesos. La reducción también fue de 18% cuando se utilizó sólo el proceso de aeración, lo cual significa que la aeración por sí sola no fue de beneficio para reducir la turbiedad. Sólo con recirculación de fango, la reducción de la turbiedad fue únicamente de 6%, lo que significa que la recirculación de fango en realidad trae como consecuencia un *incremento* de la turbiedad: la diferencia entre 18 y 6%.

Como los procesos de aeración y recirculación de fango provocaron efectos reconocibles en la calidad del agua tratada (unos buenos y otros malos) se investigó la efectividad del costo de cada proceso de reducción de turbiedad y dureza. Los cálculos se basan en los siguientes datos:

Motor aerador = 40 hp

Eficiencia del motor aerador = 90%

Motor de recirculación de fango = 5 hp

Eficiencia de la bomba de recirculación = 90%

Costo de la electricidad = 9 ¢/kWh (análisis previo)

Costo de la cal = 7.9 ¢/kg

Cal necesaria = 0.62 mg/L por mg/L de dureza

Costo del coagulante = 16.5 ¢/kg

Días/mes = 30.5

Como primer paso se calcularon los costos relacionados con la aeración y recirculación de fango. En cada caso, los costos son independientes de la tasa de flujo.

Costo de la aeración:

$$40\ \text{hp} \times 0.75\ \text{kW/hp} \times 0.09\ \$/\text{kWh} \times 24\ \text{h/día} \div 0.90 = \$72\ \text{por día o}\ \$2\,196\ \text{por mes}$$

Costo de la recirculación de fango:

$$5\ \text{hp} \times 0.75\ \text{kW/hp} \times 0.09\ \$/\text{kWh} \times 24\ \text{h/día} \div 0.90 = \$9\ \text{por día o}\ \$275\ \text{por mes}$$

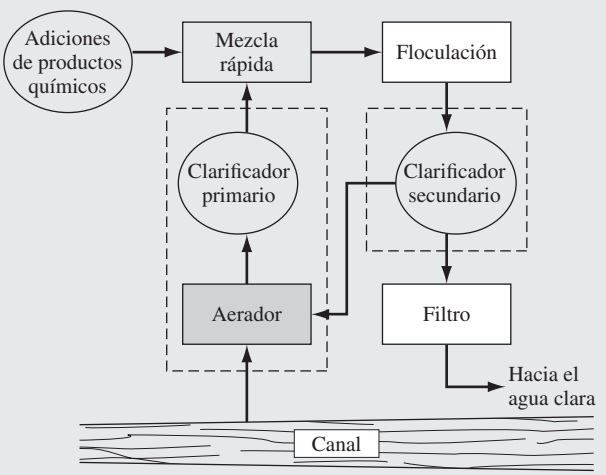


Figura 13-12
Esquema de la planta de tratamiento de agua.

TABLA 13-1 Resumen de costos en dólares por mes

Identificación de la alternativa	Descripción de la alternativa	Ahorros al descontinuar la		Ahorros totales	Costo adicional por la eliminación de la		Costo adicional total	Ahorros netos
		Aeración (1)	Recirculación (2)	(3) = (1) + (2)	Dureza (4)	Turbiedad (5)	(6) = (4) + (5)	(7) = (3) − (6)
1	Recirculación y aeración de fangos	Condición operativa normal						
2	Sólo aeración	—	275	275	1 380	469	1 849	−1 574
3	Sólo recirculación de fangos	2 196	—	2 196	262	845	1 107	+1 089
4	Ni aeración ni recirculación de fangos	2 196	275	2 471	1 380	469	1 849	+622

Las estimaciones aparecen en las columnas 1 y 2 del resumen de costos en la tabla 13-1.

Los costos relacionados con la turbiedad y la eliminación de dureza están en función de la dosis de la sustancia química necesaria y del índice de flujo de agua. Los siguientes cálculos se basan en un flujo de diseño de 53 m^3/minuto.

Como se señaló, hubo menor reducción de turbiedad con el primer clarificador sin aeración que con ella (28% frente a 6%). La turbiedad adicional que alcanzaron los floculadores puede requerir añadir productos químicos coagulantes. Se supone que, en el peor de los casos, añadir estos productos químicos sería proporcional a la turbiedad adicional y, por tanto, se requeriría 22% más coagulante. Como el promedio en la dosis antes de suspender el proceso de aeración fue de 10 mg/L, el *costo incremental de la sustancia química* que se debió al aumento en la turbiedad en el efluente clarificador sería

$$(10 \times 0.22)\ \text{mg/L} \times 10^{-6}\ \text{kg/mg} \times 53\ \text{m}^3\text{/min} \times 1\,000\ \text{L/m}^3 \times 0.165\ \$\text{/kg} \times 60\ \text{min/h} \times 24\ \text{h/día} = \$27.70\text{/día u } \$845\text{/mes}$$

Los costos de otras condiciones de funcionamiento (por ejemplo, aeración únicamente, y sin aeración ni recirculación) revelan que el costo adicional por la eliminación de la turbiedad sería de $469 mensual en cada caso, como se muestra en la columna 5 de la tabla 13-1.

Los cambios de dureza afectan los costos de los productos químicos como consecuencia del efecto directo en la cantidad de cal necesaria para suavizar el agua. Con la aeración y recirculación de fango, la reducción de la dureza en promedio fue de 12.1 mg/L (es decir, 258 mg/L × 4.7%). Sin embargo, con la recirculación de fango exclusivamente, la reducción fue de 9.8 mg/L, lo cual dio como resultado una diferencia de 2.3 mg/L, atribuida a la aeración. El *costo adicional de cal* se debió a la suspensión de la aeración; por tanto, fue

$$2.3\ \text{mg/L} \times 0.62\ \text{mg/L de cal} \times 10^{-6}\ \text{kg/mg} \times 53\ \text{m}^3\text{/min} \times 1\,000\ \text{L/m}^3 \times 0.079\ \$\text{/kg} \times 60\ \text{min/h} \times 24\ \text{h/día} = \$8.60\text{/día o } \$262\text{/mes}$$

Cuando se suspendió la recirculación de fango no hubo reducción en la dureza a través del clarificador, de manera que la cal adicional costaría $1 380 mensuales.

Los ahorros totales y costos totales relacionados con los cambios en las condiciones de operación de la planta se tabulan en las columnas 3 y 6 de la tabla 13-1, respectivamente, con los ahorros netos que aparecen en la columna 7. En efecto, la condición óptima se representa en "Sólo recirculación de fangos". Esta condición daría como resultado ahorros netos de $1 089 mensuales, comparados con los ahorros netos de $622 mensuales cuando se suspenden ambos procedimientos y un *costo* neto de $1 574 mensuales sólo con el proceso de aeración funcionando. Como los cálculos representan las condiciones del peor de los casos, los ahorros reales que resultaron de la modificación de los procesos de operación de la planta fueron mayores que los señalados.

En resumen, las prácticas de tratamiento de agua aplicadas generalmente, como la recirculación de fango y el proceso de aeración, afectan de manera significativa la eliminación de algunos elementos en el clarificador primario. Sin embargo, los costos incrementados de energía y de productos químicos garantizan investigaciones continuas caso por caso, con fundamento en la efectividad del costo de tales prácticas.

Ejercicios del estudio de caso

1. ¿Cuál sería el ahorro mensual en electricidad generado a partir de suspender el proceso de aeración si el costo de la electricidad fuera de 12 ¢/kWh?
2. ¿Un decremento en la eficiencia del motor aerador haría parecer la opción seleccionada de recirculación de fango más atractiva, menos atractiva o igual que antes?
3. Si el costo de cal se incrementa 50%, ¿la diferencia de costos entre la mejor opción y la segunda mejor aumenta, disminuye o se mantiene igual?
4. Si la eficiencia de la bomba de recirculación de fango se reduce de 90 a 70%, ¿la diferencia de ahorros netos entre las opciones 3 y 4 se incrementa, disminuye o permanece igual?
5. Si se suspende la eliminación de dureza en la planta de tratamiento, ¿qué opción es la más eficaz y de menor costo?
6. Si el costo de la electricidad disminuye a 8 ¢/kWh, ¿qué opción tiene la mejor efectividad de costo?
7. ¿Con qué costo de electricidad alcanzan las siguientes opciones el punto de equilibrio: *a*) opciones 1 y 2, *b*) opciones 1 y 3, *c*) opciones 1 y 4?

ETAPA DE APRENDIZAJE 4

Perfeccionamiento del estudio

ETAPA DE APRENDIZAJE 4
PERFECCIONAMIENTO DEL ESTUDIO

CAPÍTULO 14
Efectos de la inflación

CAPÍTULO 15
Estimación de costos y asignación de costos indirectos

CAPÍTULO 16
Métodos de depreciación

CAPÍTULO 17
Análisis económico después de impuestos

CAPÍTULO 18
Análisis de sensibilidad y decisiones secuenciales

CAPÍTULO 19
Más sobre variaciones y toma de decisiones con riesgo

Este nivel incluye los temas que ayudan a mejorar su habilidad para realizar un estudio de ingeniería económica completo sobre una o más alternativas. En los métodos de los capítulos previos se incorporan los efectos de la **inflación**, **depreciación**, **impuestos sobre la renta** en todos los tipos de estudios, y **costos indirectos**. Se tratan varias técnicas de **estimación de costos** para predecir mejor los flujos de efectivo, con la finalidad de basar la selección de alternativas en estimaciones más precisas. Los últimos dos capítulos incluyen material adicional acerca de la ingeniería económica en la toma de decisiones. Se desarrolla una versión ampliada del **análisis de sensibilidad** para examinar parámetros que varían sobre un rango predecible de valores. Se incluyen los **árboles de decisión** y una introducción a las **opciones reales**. Por último, se consideran de manera explícita los elementos de **riesgo** y **probabilidad** con valores esperados, análisis probabilístico y simulación con métodos de Monte Carlo efectuados en una hoja de cálculo.

Varios de dichos temas pueden cubrirse antes en el texto, según los objetivos del curso. Utilice los diagramas del Prefacio para determinar los puntos apropiados en los cuales presentar el material de esta Etapa de aprendizaje 4.

CAPÍTULO 14

Efectos de la inflación

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Considerar los efectos de la inflación al ejecutar una evaluación de ingeniería económica.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
14.1	Efecto de la inflación	• Ilustrar el impacto de la inflación en el dinero de hoy y en el del futuro; asimismo, explicar la deflación.
14.2	VP con inflación	• Calcular el VP de los flujos de efectivo con un ajuste para considerar la inflación.
14.3	VF con inflación	• Determinar la tasa de interés real y calcular el VF ajustado por inflación con diferentes interpretaciones de los montos del valor futuro.
14.4	RC con inflación	• Calcular la recuperación del capital de una inversión con el monto del VA con la inflación incluida.

Este capítulo se concentra en la comprensión y la forma de considerar la inflación en los cálculos de valor del dinero en el tiempo. La inflación es una realidad con la cual todos los individuos se enfrentan casi de manera cotidiana en la vida tanto profesional como personal.

La tasa de inflación anual se observa de cerca y se analiza históricamente por conducto de entidades gubernamentales, negocios y corporaciones industriales. Un estudio de ingeniería económica tiene diferentes resultados en un ambiente donde la inflación es una preocupación importante en comparación con otro donde se le trate con menor consideración. En los últimos años del siglo XX y principios del XXI, la inflación no fue una preocupación importante en Estados Unidos o las naciones más industrializadas. Sin embargo, la tasa de inflación es sensible a los factores reales y percibidos de la economía; factores como costo de energía, tasas de interés, disponibilidad y costo de mano de obra calificada, escasez de materiales, estabilidad política y otros rubros menos tangibles tienen impactos de corto y largo plazos en la tasa de inflación. En algunas industrias es vital integrar los efectos de la inflación en un análisis económico. Aquí se cubren las técnicas básicas para hacerlo.

14.1 Comprensión del efecto de la inflación ●●●

Estamos muy conscientes de que $20 hoy no compran la misma cantidad de lo que compraban en 2005, y mucho menos lo que compraban en 2000. ¿Por qué?: sobre todo por la inflación y el poder de compra del dinero.

La **inflación** es un incremento en la cantidad de dinero necesaria para obtener la **misma cantidad** de bienes o servicios antes del precio inflado.

El **poder adquisitivo**, o **poder de compra**, mide el valor de una moneda en términos de la cantidad y calidad de los bienes o servicios que una unidad monetaria puede comprar. La inflación disminuye el poder del dinero en el sentido en que **se compran menos** bienes o servicios por la misma unidad monetaria.

Inflación

La inflación ocurre porque cambia el valor de la moneda: se reduce. El valor del dinero disminuye y, como resultado, se necesita más dinero para adquirir la misma cantidad de bienes o servicios. Ésta es una **señal de inflación**. Para comparar cantidades monetarias que ocurren en diferentes periodos, el dinero valorado en forma diferente debe convertirse primero a dinero de valor constante para representar el mismo **poder de compra en el tiempo**. Esto es en especial importante cuando se consideran cantidades de dinero futuras, como es el caso con todas las evaluaciones de alternativas.

El dinero en un periodo t_1 puede llevarse al mismo valor que el dinero en otro periodo t_2 con la ecuación

$$\textbf{Cantidad en el periodo } t_1 = \frac{\textbf{cantidad en el periodo } t_2}{\textbf{tasa de inflación entre } t_1 \textbf{ y } t_2} \qquad \textbf{(14.1)}$$

Si se emplea el dólar como moneda, entonces los dólares en el periodo t_1 se denominan **dólares de valor constante** o **dólares de hoy**. Los dólares en el periodo t_2 se llaman **dólares futuros** o **dólares corrientes en ese momento**, e incluyen la inflación. Si f representa la tasa de inflación por periodo (año) y n es el número de periodos (años) entre t_1 y t_2, la ecuación (14.1) se convierte en

$$\textbf{Dólares de valor constante} = \frac{\textbf{dólares futuros}}{(1+f)^n} \qquad \textbf{(14.2)}$$

$$\textbf{Dólares futuros} = \textbf{dólares de valor constante}(1+f)^n \qquad \textbf{(14.3)}$$

Es posible expresar cantidades futuras (infladas) en términos de dólares de valor constante, y viceversa, mediante la aplicación de las últimas dos ecuaciones. Así se determinan el índice de precios al consumidor (IPC) y los índices de estimación de costos (del capítulo 15). Como ejemplo, utilice el precio de una pizza.

$8.99 Marzo de 2011

Si durante el año pasado la inflación en alimentos fue de 5% en promedio, en *dólares de valor constante de 2010*, este costo es el equivalente al del año pasado de

$8.99/1.05 = $8.56 Marzo de 2010

El precio pronosticado en 2012, de acuerdo con la ecuación (14.3), es

$$\$8.99(1.05) = \$9.44 \qquad \text{Marzo de 2012}$$

El precio de $9.44 en 2012 compra exactamente la misma pizza que se compraba con $8.56 en 2010. Si la inflación fuera en promedio de 5% anual durante los 10 años siguientes, la ecuación (14.3) serviría para pronosticar un precio en 2020 con base en el de 2010.

$$\$8.56(1.05)^{10} = \$13.94 \qquad \text{Marzo de 2020}$$

Esto representa un incremento de 63% sobre el precio de 2010 con inflación de 5% para alimentos preparados, lo cual se considera un promedio bajo. En ciertas regiones del mundo, la hiperinflación puede promediar 50% en un año. En una economía tan desafortunada, en 10 años la pizza pasaría de costar 8.99 dólares a su equivalente de $518.44. Por esta razón, los países que experimentan hiperinflación deben devaluar su moneda en factores de 100 y 1 000 si persisten tasas inaceptables de inflación.

En un contexto industrial o de negocios, con una tasa de inflación razonablemente baja que promedie 4% anual, el equipo o los servicios con un costo inicial de $209 000 se incrementarán 48% hasta $309 000 durante un periodo de 10 años. Esto es antes de que cualquier consideración de la tasa de rendimiento requerida se coloque sobre la habilidad generadora de ingresos del equipo. **No se engañe: la inflación es una fuerza formidable en nuestra economía.**

Existen tres tasas importantes para comprender la inflación: la tasa de interés real (i), la tasa de interés del mercado (i_f) y la tasa de inflación (f). Sólo las dos primeras son tasas de interés.

Tasa de interés real o libre de inflación *i*. Con esta tasa se genera el interés cuando se retira el efecto de los cambios (inflación) en el valor de la moneda. Por tanto, la tasa de interés real presenta una ganancia real en el poder de compra (la ecuación para calcular i, con la influencia de la inflación eliminada, se obtendrá más tarde, en la sección 14.3). La tasa de rendimiento real que por lo común se aplica a los individuos es de cerca de 3.5% anual. Ésta es la tasa de "inversión segura". La tasa real requerida para corporaciones (y muchos individuos) se coloca en esta tasa de seguridad cuando se establece una TMAR sin ajuste por inflación.

Tasa de interés a valor de mercado o ajustada por la inflación i_f. Como su nombre lo indica, se trata de la tasa de interés que se ajusta para tomar en cuenta la inflación. Es la tasa que escuchamos todos los días. Es una combinación de la tasa de interés real i y la tasa de inflación f, y, por consiguiente, cambia a medida que lo hace la tasa de inflación. Se conoce también como *tasa de interés inflada*. La TMAR de una empresa ajustada por la inflación se conoce como ajustada por la inflación, o TMAR a valor de mercado. En la sección 14.3 se estudia el cálculo de este valor.

Tasa de inflación *f*. Como ya se describió, es una medida de la tasa de cambio en el valor de la moneda.

La **deflación** es lo opuesto de la inflación en el sentido de que, cuando se presenta, el poder de compra de la unidad monetaria es mayor en el futuro que en el presente. Es decir, en el futuro se requeriría menos dinero para comprar la misma cantidad de bienes o servicios que el necesario hoy. Es mucho más común que haya inflación que deflación, en especial en el nivel de economías nacionales. En condiciones de economía deflacionaria, la tasa de interés del mercado siempre es menor que la tasa de interés real.

La deflación temporal de los precios puede ocurrir en sectores específicos de la economía debido a la introducción de productos mejorados, tecnología más barata o materiales y productos importados que obligan a disminuir los precios. En situaciones normales, los precios se igualan en un nivel competitivo después de un corto tiempo. Sin embargo, la deflación durante un periodo breve en un sector específico de la economía puede producirse mediante el ***dumping***. Un ejemplo de *dumping* es la importación que un país hace de materiales como el acero, cemento o autos provenientes de competidores internacionales a precios muy bajos en comparación con los del mercado local o del país objeto del *dumping*. Los precios bajarán para el consumidor, con lo que se obliga a los fabricantes nacionales a reducir sus precios para competir. Si los fabricantes nacionales no están en buenas condiciones financieras pueden fracasar, y los artículos importados reemplazan a los locales. Así, los precios regresan a niveles normales y de hecho se inflan con el tiempo si se reduce la competencia local en forma significativa.

Cuando hay inflación en la economía durante periodos prolongados, a primera vista suena bien una tasa moderada de deflación. Sin embargo, si hay deflación en un nivel más general, digamos nacional, es probable que se acompañe de escasez de dinero para capital nuevo. Otro resultado es que los individuos

y familias tienen menos dinero para gastar debido a menos empleos, ausencia de crédito y dificultad para obtener préstamos; prevalece una *situación "apretada" de dinero*; conforme escasea, se dispone de menos para dedicarlo al crecimiento industrial y a la inversión de capital. En casos extremos, esta situación evoluciona a una espiral deflacionaria que trastorna la economía en su totalidad. Esto ocurrió notablemente en una ocasión en Estados Unidos, durante la Gran Depresión de la década de 1930.

Los cálculos de ingeniería económica que toman en cuenta la deflación usan las mismas relaciones que para la inflación. Para una equivalencia básica entre el dinero de hoy y del futuro se emplean las ecuaciones (14.2) y (14.3), excepto que la tasa de inflación es un valor $-f$. Por ejemplo, si se estima que la deflación será de 2% anual, un activo que ahora cueste \$10 000 tendría un costo inicial dentro de cinco años determinado por la ecuación (14.3).

$$10\,000(1 - f)^n = 10\,000(0.98)^5 = 10\,000(0.9039) = \$9\,039$$

14.2 Cálculos de valor presente ajustado por inflación

Cuando las cantidades de dólares en periodos diferentes se expresan como *dólares de valor constante*, las cantidades equivalentes presentes y futuras se determinan con la *tasa de interés real i*. Los cálculos de dicho procedimiento se ilustran en la tabla 14-1, donde la tasa de inflación es de 4% anual. La columna 2 indica el incremento provocado por la inflación durante cada uno de los siguientes cuatro años en el costo de un artículo que hoy vale \$5 000. La columna 3 muestra el costo en dólares futuros, y la columna 4, el costo en dólares de valor constante mediante la ecuación (14.2). Cuando los dólares futuros de la columna 3 se convierten en dólares de valor constante (columna 4), el costo es siempre de \$5 000, lo mismo que el costo al principio. Tal predicción resulta cierta cuando los costos aumentan en una cantidad *exactamente igual* a la tasa de inflación. El costo real del artículo (ajustado a la inflación) dentro de cuatro años será \$5 849; sin embargo, en dólares de valor constante, el costo dentro de cuatro años aún ascenderá a \$5 000. La columna 5 muestra el valor presente de los \$5 000 futuros con la tasa de interés real $i = 10\%$ anual.

Entonces se llega a dos conclusiones. Para $f = 4\%$, dentro de cuatro años, los \$5 000 de hoy se incrementan a \$5 849; mientras que \$5 000 dentro de cuatro años tienen ahora un VP de sólo \$3 415 dólares de valor constante, con una tasa de interés real de 10% anual.

En la figura 14-1 se grafican las diferencias, durante un periodo de cuatro años, de una cantidad de valor constante de \$5 000, los costos de dólares futuros con una inflación de 4% y el valor presente con un interés real de 10% considerando inflación. El efecto de la inflación y las tasas de interés compuestas es amplio, como se observa en el área sombreada.

Otro método, menos complicado, para estimar la inflación en un análisis de valor presente implica ajustar las fórmulas mismas del interés para considerar la inflación. Considere la fórmula P/F, donde i es la tasa de interés real.

$$P = F\frac{1}{(1 + i)^n}$$

TABLA 14-1 Cálculos de inflación con dólares de valor constante ($f = 4\%$, $i = 10\%$)

Año n (1)	Incremento de costo debido a la inflación de 4%, \$ (2)	Costo en dólares futuros, \$ (3)	Costo futuro en dólares de valor constante, \$ (4) = (3)/1.04^n	Valor presente, con i real = 10%, \$ (5) = (4)(P/F,10%,n)
0		5 000	5 000	5 000
1	5 000(0.04) = 200	5 200	5 200/(1.04)^1 = 5 000	4 545
2	5 200(0.04) = 208	5 408	5 408/(1.04)^2 = 5 000	4 132
3	5 408(0.04) = 216	5 624	5 624/(1.04)^3 = 5 000	3 757
4	5 624(0.04) = 225	5 849	5 849/(1.04)^4 = 5 000	3 415

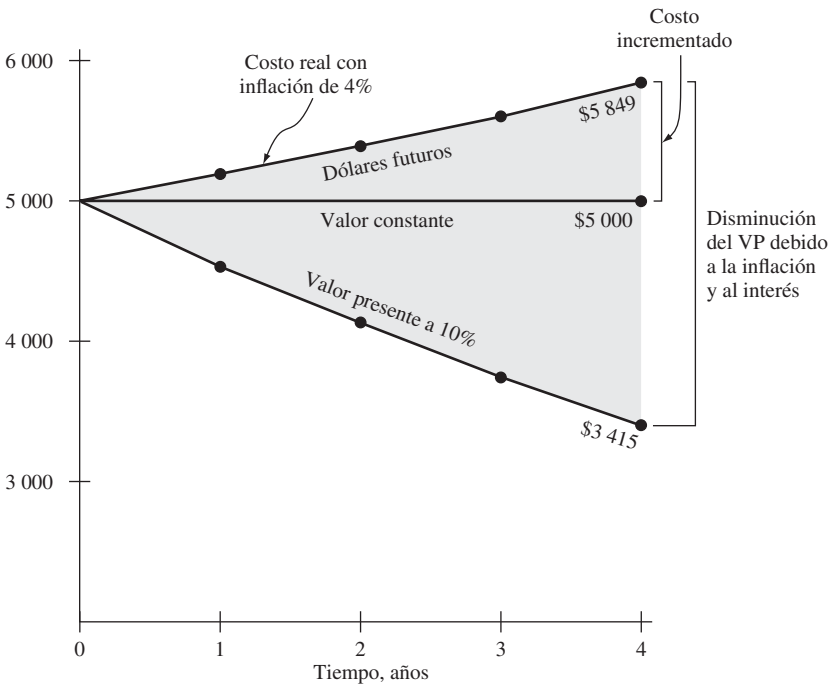


Figura 14-1
Comparación de dólares de valor constante, dólares futuros y sus valores presentes.

F, cantidad en dólares futuros con inflación incorporada, puede convertirse en dólares de hoy mediante la ecuación (14.2).

$$P = \frac{F}{(1+f)^n}\frac{1}{(1+i)^n}$$
$$= F\frac{1}{(1+i+f+if)^n} \tag{14.4}$$

Si el término $i + f + if$ se define como i_f, la ecuación se convierte en

$$\boldsymbol{P = F\frac{1}{(1+i_f)^n} = F(P/F,i_f,n)} \tag{14.5}$$

Como ya se dijo, i_f es la **tasa ajustada por la inflación** o **tasa de interés a valor de mercado**, y se define como

$$\boldsymbol{i_f = i + f + if} \tag{14.6}$$

donde i = tasa de interés real
f = tasa de inflación

Para una tasa de interés real de 10% anual y una tasa de inflación de 4% anual, la ecuación (14.6)produce una tasa de interés inflada de 14.4%.

$$i_f = 0.10 + 0.04 + 0.10(0.04) = 0.144$$

La tabla 14-2 muestra el uso de $i_f = 14.4\%$ en los cálculos de VP para una cantidad actual de $5 000, que se infla hasta $5 849 en dólares futuros cuatro años después de hoy. Como se muestra en la columna 4, el valor presente de cada año es igual al que se calcula en la columna 5 de la tabla 14-1.

El valor presente de cualquier serie de flujos de efectivo —uniforme, de gradiente aritmético o de gradiente geométrico— se determina de igual forma. Es decir, se introduce ya sea i o i_f en los factores P/A, P/G o P_g, según se exprese el flujo de efectivo en dólares de valor constante (de hoy) o en dólares futuros, respectivamente.

Si la serie se expresa en dólares de hoy, su VP es sólo el valor descontado con la tasa de interés real i.

Si el flujo de efectivo se expresa en dólares futuros, el VP se obtiene con i_f.

Siempre es mejor convertir primero todos los dólares futuros a dólares actuales mediante la ecuación (14.2) y después determinar el VP con la tasa i.

TABLA 14-2 Cálculo del valor presente con una tasa de interés inflada

Año *n* (1)	Costo en dólares futuros, $ (2)	(*P*/*F*,14.4%,*n*) (3)	VP, $ (4) = (2)(3)
0	5 000	1	5 000
1	5 200	0.8741	4 545
2	5 408	0.7641	4 132
3	5 624	0.6679	3 757
4	5 849	0.5838	3 415

EJEMPLO 14.1

El glifosfato es el ingrediente activo en el herbicida Roundup®, comercializado por Monsanto Co. El Roundup es un producto usado por granjeros, municipios y áreas suburbanas para controlar plagas en campos, patios, jardines, calles y parques. Los ingresos de Monsanto disminuyeron significativamente debido al *dumping* internacional ejercido por el glifosfato genérico, que salió a la venta en 2010.[1] El precio de venta del producto de Monsanto bajó de $16 a $12 por galón para competir con los otros precios tan bajos, y se espera que el precio internacional se estabilice más o menos en $10 por galón. Suponga que cuando el precio era de $16 por galón había un pronóstico de que en cinco años aumentaría a $19 por galón. Realice el siguiente análisis.

a) Determine la tasa de inflación anual durante cinco años para que el precio se incremente de $16 a $19.
b) Con la misma tasa anual calculada en el inciso anterior como la tasa a la que el precio *disminuye* a partir del nuevo precio de $12, calcule el precio esperado en cinco años. Compare este resultado con el de $10 por galón que Monsanto pronosticó sería el precio de largo plazo.
c) Si Monsanto fuera a recuperar algo de la participación en el mercado que tenía antes y se aplicara la misma tasa de inflación al precio reducido de $12 por galón, determine el precio de cinco años en el futuro y compárelo con el que había antes del *dumping* de $16 por galón.
d) Determine la tasa de interés a valor de mercado que debe usarse en los cálculos de equivalencia económica si se toma en cuenta la inflación y Monsanto espera un rendimiento anual real de 8%.

Solución

Las primeras tres partes sólo implican inflación anual, no rendimiento sobre alguna inversión.

a) Se resuelve la ecuación (14.2) para la tasa de inflación anual *f* con un valor constante conocido y los montos futuros.

$$16 = 19(P/F,f,5) = \frac{19}{(1+f)^5}$$

$$1 + f = (1.1875)^{0.2}$$

$$f = 0.035 \quad (3.5\% \text{ por año})$$

b) Si la tasa de deflación del precio es de 3.5% anual, calcule el valor dentro de cinco años con $P = \$12$.

$$F = P(F/P,-3.5\%,5) = 12(1 - 0.035)^5$$
$$= 12(0.8368)$$
$$= \$10.04$$

El precio disminuirá exactamente a $10 por galón después de cinco años, como había pronosticado Monsanto.

[1] S. Kilman e I. Berry, "Monsanto Cuts Roundup Prices as Knockoffs Flood Farm Belt", *Wall Street Journal*, 28 de mayo de 2010.

c) Cinco años en el futuro, con una inflación de 3.5% anual, el precio será de

$$F = P(F/P,3.5\%,5) = 12(1.035)^5$$
$$= 12(1.1877)$$
$$= \$14.25$$

Después de cinco años de recuperación al mismo nivel que el experimentado históricamente, el precio aún sería considerablemente menor que el que tenía antes de comenzar el *dumping* ($14.25 y no $16 por galón).

d) Con una inflación de 3.5% anual y un rendimiento real de 8% por año, la ecuación (14.6) da como resultado una tasa a valor de mercado de 11.78% anual.

$$i_f = 0.08 + 0.035 + (0.08)(0.035)$$
$$= 0.1178 \quad (11.78\% \text{ anual})$$

EJEMPLO 14.2

En este momento se pone a la venta un bono de $50 000 a 15 años con una tasa de dividendo de 10% anual, pagadera semestralmente. Si la tasa de rendimiento esperada por el comprador es de 8% anual compuesto semestralmente y la tasa de inflación esperada es de 2.5% cada periodo de seis meses, ¿cuál es el valor del bono ahora *a*) sin ajuste por inflación y *b*) cuando se considera la inflación? Encuentre las soluciones a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

a) *Sin ajuste por inflación:* El dividendo semestral es I [(50 000)(0.10)]/2 = $2 500. Con 4% nominal por seis meses para 30 periodos,

$$\text{VP} = 2\,500(P/A,4\%,30) + 50\,000(P/F,4\%,30) = \$58\,645$$

b) *Con inflación:* Use la tasa inflada i_f.

$$i_f = 0.04 + 0.025 + (0.04)(0.025) = 0.066 \text{ por periodo semestral}$$

$$\text{VP} = 2\,500(P/A,6.6\%,30) + 50\,000(P/F,6.6\%,30)$$
$$= 2\,500(12.9244) + 50\,000(0.1470)$$
$$= \$39\,660$$

Solución con hoja de cálculo

Ambos incisos anteriores requieren funciones sencillas de una sola celda en una hoja de cálculo (figura 14-2). Sin ajuste por inflación, la función VP se desarrolla con la tasa nominal de 4% por 30 periodos; con inflación, la tasa es $i_f = 6.6\%$, como antes se determinó.

Comentario

La diferencia de $18 985 en los valores VP ilustra el inmenso impacto negativo de una inflación de sólo 2.5% cada seis meses (5.06% anual). Comprar el bono de $50 000 significa recibir $75 000 en dividendos durante 15 años y los $50 000 del principal en el año 15. Aun así, esto sólo valdrá $39 660 en dólares de valor constante.

	A	B	C
1		Function	PW value, $
2	(a) PW without inflation	'= PV(4%,30,-2500,-50000)	58,646
3			
4	(b) PW with inflation adjustment	'= PV(6.6%,30,-2500,-50000)	39,660
5			
6			

Figura 14-2
Cálculo del VP de la compra de un bono *a*) sin ajuste por inflación y *b*) con ajuste por inflación, ejemplo 14.2.

EJEMPLO 14.3

Una ingeniera química independiente está bajo contrato con Dow Chemical y trabaja en un país con inflación relativamente elevada; desea calcular un VP de proyecto con costos estimados de $35 000 ahora y $7 000 anuales durante cinco años, comenzando dentro de un año, con aumentos de 12% anual a partir de entonces durante los siguientes ocho años. Emplee una tasa de interés real de 15% anual para hacer los cálculos *a*) sin ajuste por inflación y *b*) considerando una tasa de inflación de 11% anual.

Solución

a) La figura 14-3 presenta los flujos de efectivo. El VP sin ajuste por inflación se encuentra con $i = 15\%$ y $g = 12\%$ en las ecuaciones (2.34) y (2.35) para las series geométricas.

$$\begin{aligned} \text{VP} &= -35\,000 - 7\,000(P/A,15\%,4) \\ &\quad - \left\{ \frac{7\,000\left[1 - \left(\frac{1.12}{1.15}\right)^9\right]}{0.15 - 0.12} \right\} (P/F,15\%,4) \\ &= -35\,000 - 19\,985 - 28\,247 \\ &= \$-83\,232 \end{aligned}$$

En el factor P/A, $n = 4$ porque el costo de $7 000 en el año 5 es el término A_1 en la ecuación (2.34).

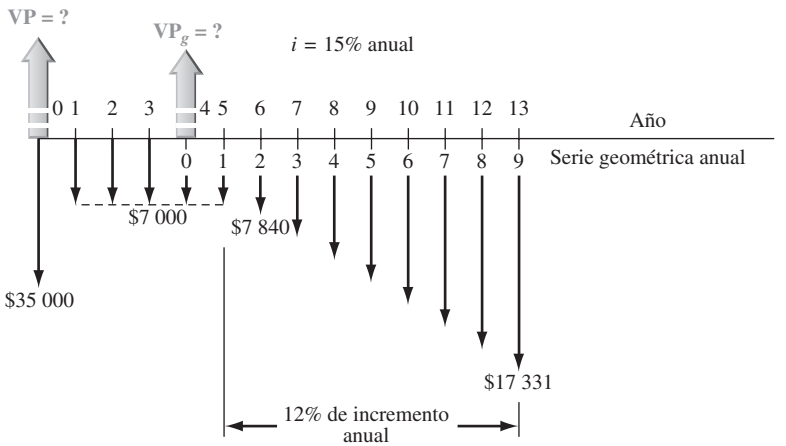


Figura 14-3
Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 14.3.

b) Para ajustar por inflación, calcule la tasa de interés inflada mediante la ecuación (14.6) y úsela para calcular el VP.

$$i_f = 0.15 + 0.11 + (0.15)(0.11) = 0.2765$$

$$\begin{aligned} \text{VP} &= -35\,000 - 7\,000(P/A,27.65\%,4) \\ &\quad - \left\{ \frac{7\,000\left[1 - \left(\frac{1.12}{1.2765}\right)^9\right]}{0.2765 - 0.12} \right\} (P/F,27.65\%,4) \\ &= -35\,000 - 7\,000(2.2545) - 30\,945(0.3766) \\ &= \$-62\,436 \end{aligned}$$

Comentario

Este resultado demuestra que en una economía con alta inflación, cuando se negocia la cantidad de pagos para reembolsar un préstamo, es económicamente ventajoso para el acreditado usar dólares futuros (inflados) siempre que sea posible al realizar los pagos. El valor presente de los dólares inflados futuros es significativamente menor cuando se incluye el ajuste por inflación. Y, cuanto mayor sea la tasa de inflación, mayor será el descuento, pues se reduce el tamaño de los factores P/F y P/A.

Los ejemplos 14.2 y 14.3 parecen agregar credibilidad a la filosofía de los directivos financieros: "compre ahora, pague después". Sin embargo, en cierto punto, la compañía o el individuo que contraen la deuda tendrán que liquidarla, además de los intereses generados, con los dólares inflados. Si no se dispone fácilmente de efectivo, no pueden saldarse las deudas. Esto puede ocurrir por ejemplo cuando una compañía lanza sin éxito un nuevo producto, cuando existe una seria caída en la economía o cuando un individuo pierde su empleo. En el largo plazo, este enfoque de "compre ahora, pague después" debe atemperarse con sólidas prácticas financieras ahora y en el futuro.

14.3 Cálculos de valor futuro ajustados por la inflación ●●●

En los cálculos de valor futuro, una cantidad futura F puede tener cualquiera de cuatro interpretaciones:

Caso 1. La *cantidad real* de dinero que se *acumula* en el tiempo n.

Caso 2. El *poder de compra* en términos de dólares de hoy (de valor constante) de la cantidad real acumulada en el tiempo n.

Caso 3. La cantidad de *dólares futuros requeridos* en el tiempo n para mantener *el mismo poder de compra* que un dólar de hoy; es decir, se considera la inflación, pero no el interés.

Caso 4. La cantidad de dólares requerido en el tiempo n para *mantener el poder de compra y obtener una tasa específica de interés real*.

Según la interpretación, el valor F se calcula de manera diferente, como se describe a continuación. Cada caso se ilustra.

Caso 1: Cantidad real acumulada Debe ser claro que F, la cantidad real de dinero acumulado, se obtiene con una tasa de interés ajustada (a valor de mercado) a la inflación.

$$F = P(1 + i_f)^n = P(F/P, i_f, n) \tag{14.7}$$

Por ejemplo, cuando se menciona una tasa a valor de mercado de 10%, se incluye la tasa de inflación. Durante un periodo de siete años, una inversión de \$1 000 se acumula así:

$$F = 1\,000(F/P, 10\%, 7) = \$1\,948$$

Caso 2: Valor constante con poder de compra El poder de compra de dólares futuros se determina primero con una tasa a valor de mercado i_f para calcular F y luego al dividir entre $(1 + f)^n$ para deflacionar la cantidad futura.

$$F = \frac{P(1 + i_f)^n}{(1 + f)^n} = \frac{P\,(F/P, i_f, n)}{(1 + f)^n} \tag{14.8}$$

En efecto, este procedimiento reconoce que los precios aumentan por la inflación, de manera que \$1 en el futuro comprará menos que \$1 ahora. El porcentaje que se pierde en el poder de compra es una medida para cuantificar esta merma. Como ilustración, suponga los mismos \$1 000 ahora, una *a una tasa a valor de mercado* de 10% anual y una tasa de inflación de 4% anual. En siete años, el poder de compra se incrementa, pero sólo a \$1 481.

$$F = \frac{1\,000\,(F/P, 10\%, 7)}{(1.04)^7} = \frac{\$1\,948}{1.3159} = \$1\,481$$

Esto es \$467 (o 24%) menos que los \$1 948 realmente acumulados a 10% (caso 1). En consecuencia, concluimos que 4% de inflación durante siete años reduce 24% el poder de compra del dinero.

También para el caso 2 puede determinarse en forma equivalente la cantidad futura de dinero acumulado con el poder de compra de hoy al calcular la tasa de interés real y utilizarla en el factor F/P para compensar el poder de compra reducido del dólar. Dicha **tasa de interés real** es i en la ecuación (14.6).

$$\begin{aligned} i_f &= i + f + if \\ &= i(1 + f) + f \end{aligned}$$

$$i = \frac{i_f - f}{1 + f} \tag{14.9}$$

La tasa de interés real *i* representa la tasa a la cual los dólares de hoy se expanden con su *mismo poder de compra* en dólares futuros equivalentes. Una tasa de inflación mayor que la tasa de interés a valor de mercado genera una tasa de interés real negativa. Aplicar esta tasa de interés es apropiado al calcular el valor futuro de una inversión (como en una cuenta de ahorros o un fondo del mercado de dinero) cuando no se consideran los efectos de la inflación. Para el ejemplo de $1 000 en dólares de hoy, a partir de la ecuación (14.9):

$$i = \frac{0.10 - 0.04}{1 + 0.04} = 0.0577 \quad (5.77\%)$$

$$F = 1\,000(F/P,5.77\%,7) = \$1\,481$$

La tasa de interés a valor de mercado del 10% anual se redujo a una tasa real menor que 6% anual debido a los efectos erosivos de la inflación de 4% anual.

Caso 3: Cantidad futura requerida, sin interés Aquí se reconoce que los precios aumentan durante periodos inflacionarios. En términos simples, los dólares futuros valen menos, por lo que se requieren más. Ninguna tasa de interés se considera, en este caso, sólo inflación. Ésta es la situación presente si alguien pregunta: "¿cuánto costará un automóvil dentro de cinco años si su costo actual es $20 000 y su precio aumenta 6% anual?" (La respuesta es $26 765.) No hay ninguna tasa de interés, sólo la inflación. Para encontrar el costo futuro, sustituya *f* por la tasa de interés en el factor *F*/*P*.

$$\boldsymbol{F = P(1 + f)^n = P(F/P,f,n)} \qquad \textbf{(14.10)}$$

Reconsidere los $1 000 anteriores; si ascienden exactamente con la tasa de inflación de 4% anual, la cantidad dentro de siete años ahora será

$$F = 1\,000(F/P,4\%,7) = \$1\,316$$

Caso 4: Inflación e interés real Éste es el caso aplicado cuando se establece una TMAR. Al mantener el poder de compra y ganar interés se considera tanto los precios crecientes (caso 3) como el valor del dinero en el tiempo. Si se debe mantener crecimiento real del capital, los fondos deben crecer a una tasa igual o superior a la tasa de interés real *i* y además una tasa igual a la tasa de inflación *f*. En consecuencia, para obtener una *tasa de rendimiento real de 5.77%* cuando la tasa de inflación es 4%, i_f es la tasa a valor de mercado (ajustada por la inflación) que debe utilizarse. Para la misma cantidad de $1 000,

$$i_f = 0.0577 + 0.04 + 0.0577(0.04) = 0.10$$

$$F = 1\,000(F/P,10\%,7) = \$1\,948$$

Este cálculo muestra que $1 948 dentro de siete años equivaldrán a $1 000 ahora con un rendimiento real de $i = 5.77\%$ anual y una inflación de $f = 4\%$ anual.

La tabla 14-3 resume qué tasa se utiliza en las fórmulas de equivalencia en función de las diferentes interpretaciones de *F*. Los cálculos en esta sección explican lo siguiente:

- La cantidad de $1 000 ahora a una tasa a valor de mercado de 10% anual se acumularía a $1 948 en siete años.
- Los $1 948 tendrían el poder de compra de $1 481 dólares de hoy si $f = 4\%$ anual.
- Un artículo con un costo de $1 000 ahora costaría $1 316 dentro de siete años con una tasa de inflación de 4% anual.
- Se requerirían $1 948 dólares futuros para ser equivalentes a $1 000 ahora, con una tasa de interés real de 5.77% y una inflación de 4% anual.

La mayor parte de las corporaciones evalúa las alternativas con una TMAR lo bastante grande para cubrir la inflación más algún rendimiento mayor que su costo de capital, y significativamente mayor que el rendimiento de inversión segura de más o menos 3.5% ya mencionado. Por consiguiente, para el caso 4, la TMAR resultante suele ser mayor que la tasa a valor de mercado i_f. El símbolo TMAR_f se define como la TMAR ajustada a la inflación, la cual se calcula de una forma similar a i_f.

$$\boldsymbol{\text{TMAR}_f = i + f + i(f)} \qquad \textbf{(14.11)}$$

TABLA 14-3 Métodos de cálculo de varias interpretaciones de valor futuro

Valor futuro deseado	Método de cálculo	Ejemplo para $P = \$1\,000$, $n = 7$, $i_f = 10\%$, $f = 4\%$
Caso 1: Dólares realmente acumulados	Use la tasa a valor de mercado establecida i_f en las fórmulas de equivalencia	$F = 1\,000(F/P,10\%,7)$
Caso 2: Poder de compra de dólares acumulados en términos de dólares de valor constante	Use la tasa de mercado i_f en equivalencia y divida entre $(1 + f)^n$	$F = \dfrac{1\,000\,(F/P,10\%,7)}{(1.04)^7}$
	o	o
	Use la tasa real i	$F = 1\,000(F/P,5.77\%,7)$
Caso 3: Dólares requeridos para obtener el mismo poder de compra	Use f en lugar de i en fórmulas de equivalencia	$F = 1\,000(F/P,4\%,7)$
Caso 4: Dólares futuros para mantener el poder de compra **y** ganar un rendimiento	Calcule i_f y úsela en las fórmulas de equivalencia	$F = 1\,000(F/P,10\%,7)$

La tasa de rendimiento real i usada aquí es la tasa requerida por la corporación en relación con sus costos de capital. Ahora, el valor futuro F, o VF, se calcula como

$$F = P(1 + \text{TMAR}_f)^n = P(F/P,\text{TMAR}_f,n)$$

Por ejemplo, si una empresa tiene un CPPC (costo promedio ponderado de capital) de 10% anual y requiere que un proyecto rinda 3% anual por encima de su CPPC, el rendimiento real es $i = 13\%$. La TMAR ajustada a la inflación se calcula mediante la inclusión de la tasa de inflación de, digamos, 4% anual. Entonces, el VP, VA o VF del proyecto se determinaría con la tasa obtenida por medio de la ecuación (14.11).

$$\text{TMAR}_f = 0.13 + 0.04 + 0.13(0.04) = 0.1752 \qquad (17.52\%)$$

EJEMPLO 14.4

Abbott Mining Systems quiere determinar si debe actualizar ahora o más tarde un equipo para operaciones mineras profundas en una de sus operaciones internacionales. Si elige el plan A se comprará el equipo necesario ahora por $200 000. Sin embargo, si elige el plan I, la compra se diferirá durante tres años y se espera que el costo aumente a $300 000. Abbott es ambiciosa; espera una TMAR real de 12% anual. La tasa de inflación en el país promedia 3% anual. Sólo desde una perspectiva económica, determine si la compañía debe comprar ahora o más adelante *a*) sin considerar la inflación y *b*) con inflación.

Solución

a) *Sin considerar la inflación*. La tasa real, o TMAR, es $i = 12\%$ anual. El costo del plan I es de $300 000 dentro de tres años. Calcule F para el plan A dentro de tres años y seleccione el plan con el menor costo.

$$\text{VF}_\text{A} = -200\,000(F/P,12\%,3) = \$-280\,986$$
$$\text{VF}_\text{I} = \$-300\,000$$

Elija el plan A (comprar ahora).

b) *Con inflación.* Éste es el caso 4; deben considerarse la tasa real (12%) y la inflación de 3%. Primero, calcule la TMAR ajustada por la inflación mediante la ecuación (14.11).

$$\text{TMAR}_f = 0.12 + 0.03 + 0.12(0.03) = 0.1536$$

Utilice la TMAR en el cálculo de VF para el plan A en dólares futuros.

$$VF_A = -200\,000(F/P,15.36\%,3) = \$-307\,040$$

$$VF_I = \$-300\,000$$

Ahora se elige comprar más tarde (plan I), pues requiere menos dólares futuros equivalentes. La tasa de inflación de 3% anual elevó el valor futuro equivalente de los costos 9.3%, de $280 986 a $307 040. Esto es lo mismo que un incremento de 3% anual compuesto durante tres años, o $(1.03)^3 - 1 = 9.3\%$.

La mayoría de los países tiene tasas inflacionarias de 2 a 8% anual, aunque la **hiperinflación** es un problema en naciones donde existe inestabilidad política, gastos gubernamentales excesivos, balanza comercial internacional débil, etcétera. Las tasas de hiperinflación llegan a ser muy altas: 10 a 100% *mensual*. En tales casos, el gobierno debe tomar medidas drásticas: redefinir la cotización de la moneda en términos de las monedas de otros países, controlar bancos y corporaciones, y supervisar el flujo de capital que entra y sale del país, con el objetivo de reducir la inflación.

En general, en un contexto de hiperinflación, la gente gasta todo su dinero de inmediato, pues el costo de los bienes y servicios será mucho mayor en el próximo mes, semana o día. Para notar el efecto desastroso que la hiperinflación produce en la capacidad de una compañía para mantenerse, es preciso trabajar de nuevo el ejemplo 14.4*b*) con una tasa de inflación de 10% mensual, es decir, 120% nominal anual (sin considerar el efecto de acumulación compuesta de la inflación). La cantidad VF_A se dispara y el plan I es una clara selección. Por supuesto, en dicho entorno, el precio de la compra de $300 000 para el plan I dentro de tres años en efecto no estaría garantizado, de manera que la totalidad del análisis económico no es confiable. Es muy difícil tomar buenas decisiones económicas en un contexto de hiperinflación con los métodos tradicionales de ingeniería económica, pues los valores futuros estimados son muy poco confiables y la disponibilidad futura del capital es incierta.

14.4 Cálculos de recuperación del capital ajustados por inflación ●●●

En los cálculos de recuperación del capital (RC) para análisis de VA es particularmente importante incluir la inflación debido a que los dólares de capital actual deben recuperarse en dólares futuros inflados. Como los dólares futuros tienen menos poder de compra que los dólares actuales, es obvio que se requerirán más dólares para recuperar la inversión presente. Lo anterior sugiere usar la tasa de interés inflada en la fórmula *A*/*P*. Por ejemplo, si se **invierten $1 000 hoy** con una tasa de interés real de 10% anual cuando la tasa de inflación es de 8% anual, la cantidad equivalente que debe recuperarse cada año durante cinco años en dólares futuros es

$$A = 1\,000(A/P,18.8\%,5) = \$325.59$$

Por otra parte, el valor reducido de los dólares a través del tiempo significa que los inversionistas pueden gastar menos dólares presentes (de mayor valor) para acumular la cantidad determinada de dólares (inflados) futuros. Así, se sugiere una mayor tasa de interés, es decir, la tasa i_f, para producir un valor *A* menor en la fórmula *A*/*F*. El equivalente anual (con ajuste por inflación) de ***F* = $1 000 dentro de cinco años** en dólares futuros es

$$A = 1\,000(A/F,18.8\%,5) = \$137.59$$

Por comparación, la cantidad anual equivalente para acumular $F = \$1\,000$ con una i real = 10% (sin ajuste por inflación) es $1\,000(A/F,10\%,5) = \$163.80$. Por tanto, cuando *F* es un costo futuro conocido, los pagos distribuidos uniformemente deben repartirse durante el periodo más largo posible, de manera que el efecto de apalancamiento de la inflación tenga el efecto de reducir el pago involucrado (en este caso, $137.59 contra $163.80).

EJEMPLO 14.5

¿Qué cantidad anual se requiere depositar durante cinco años para acumular la cantidad de dinero con el mismo poder de compra que $680.58 hoy si la tasa de interés a valor de mercado es de 10% anual y la inflación es de 8% anual?

Solución

Primero, encuentre el número real de dólares (inflados) futuros que se requerirán dentro de cinco años equivalentes a $680.58 de hoy. Éste es el caso 3 y se aplica la ecuación (14.10).

$$F = (\text{poder de compra actual})(1 + f)^5 = 680.58(1.08)^5 = \$1\,000$$

La cantidad real del depósito anual se calcula con la tasa de interés (inflada) a valor de mercado de 10%. Éste es el caso 4 en que se calcula A para un valor F dado.

$$A = 1\,000(A/F,10\%,5) = \$163.80$$

Comentario

La tasa de interés real es $i = 1.85\%$, como se determina con la ecuación (14.9). Para poner los cálculos anteriores en perspectiva, si la tasa de inflación es cero cuando la tasa de interés real es de 1.85%, la cantidad de dinero futura con el mismo poder de compra que $680.58 de hoy es, en efecto, $680.58. Entonces, la cantidad anual requerida para acumular este monto futuro en cinco años es $A = 680.58(A/F,1.85\%,5) = \$131.17$. Es decir, $32.63 menos que los $163.80 calculados antes, donde $f = 8\%$. Tal diferencia se debe a que, durante periodos inflacionarios, los dólares depositados tienen más poder de compra que los dólares recuperados al final del periodo. Para compensar la diferencia en el poder de compra se requieren más dólares de mayor valor. Es decir, para mantener el poder de compra equivalente en $f = 8\%$ anual, se requieren $32.63 adicionales anuales.

La lógica analizada aquí explica por qué, en épocas de inflación creciente, quienes prestan dinero (compañías de tarjetas de crédito, compañías hipotecarias y bancos) tienden a incrementar aún más sus tasas de interés a valor de mercado. En cada pago, la gente tiende a pagar menos de la deuda en la que incurrió, pues utiliza cualquier excedente monetario para comprar artículos adicionales antes de que el precio se infle aún más. Además, las instituciones que prestan deben tener más dólares en el futuro para cubrir los costos mayores esperados del préstamo de dinero. Toda esta situación se debe al efecto en espiral de la inflación creciente. Es difícil romper dicho ciclo en el ámbito individual, y mucho más en el nacional.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La inflación, tratada en su cálculo como una tasa de interés, hace que el costo del mismo producto o servicio aumente con el tiempo debido al valor reducido del dinero. Hay varias formas de considerar la inflación en los cálculos de ingeniería económica, en términos de dólares de hoy (valor constante) y en términos de dólares futuros. Algunas relaciones importantes son:

Tasa de interés inflada: $i_f = i + f + i_f$

Tasa de interés real: $i = (i_f - f)/(1 + f)$

VP de una cantidad futura con inflación: $P = F(P/F,i_f,n)$

Valor futuro de una cantidad presente en dólares de valor constante con el mismo poder de compra: $F = P(F/P,i,n)$

Cantidad futura para cubrir una cantidad actual sólo con inflación: $F = P(F/P,f,n)$

Cantidad futura para cubrir una cantidad actual con inflación e intereses: $F = P(F/P,i_f,n)$

Equivalente anual de una cantidad futura de dólares: $A = F(A/F,i_f,n)$

Equivalente anual de una cantidad presente en dólares futuros: $A = P(A/P,i_f,n)$

La hiperinflación implica valores de f muy altos. Los fondos disponibles se gastan de inmediato porque los costos aumentan tan rápido que las mayores entradas de efectivo no compensan la pérdida de valor de la moneda. En general, esto puede ocasionar un desastre financiero nacional cuando continúa durante periodos extensos.

PROBLEMAS

Tasa de interés y consideraciones monetarias con inflación

14.1 ¿Cuál es la diferencia entre dólares de hoy y dólares de valor constante *a*) cuando se usa *hoy* como punto de referencia en el tiempo y *b*) cuando se usa el tiempo de hace dos años como punto de referencia?

14.2 Mencione las condiciones en las que la tasa de interés a valor de mercado es *a*) mayor que, *b*) menor que y *c*) la misma que la tasa real de interés.

14.3 ¿Cuál es la tasa de inflación involucrada en una tasa de interés de 10% anual ajustada por inflación cuando la tasa real de interés es de 4% anual?

14.4 Determine la tasa de interés ajustada por inflación para una empresa en crecimiento que quiere ganar una tasa real de rendimiento de 20% anual cuando la inflación es de 5% anual.

14.5 Para una compañía de crecimiento muy rápido que quiere obtener una tasa de rendimiento real de 30% por año, capitalizable mensualmente, determine la tasa de interés nominal ajustada por la inflación. Suponga que la tasa de inflación es de 1.5% mensual.

14.6 Una empresa de alta tecnología que cotiza sus acciones en la bolsa de valores NASDAQ usa una TMAR de 35% anual. Si el director financiero (CFO) dijo que la compañía espera obtener una *tasa real de rendimiento* de 25% anual sobre sus inversiones los siguientes tres años, ¿qué tasa de inflación anual espera la compañía que ocurra en ese periodo?

14.7 Calcule la tasa de interés trimestral ajustada por la inflación si la tasa real de interés anual con capitalización mensual es de 4% y la inflación es de 1% trimestral.

14.8 Calcule la tasa de interés por mes si la tasa anual nominal ajustada por inflación, con capitalización mensual, es de 18% y la tasa de inflación mensual es de 0.5%.

14.9 Una ciudad del suroeste tiene un contrato con Firestone Vehicle Fleet Maintenance para que le brinde servicios de mantenimiento para su flota de vehículos de propiedad pública, como barredoras, camiones recolectores de basura, trascabos y vehículos compartidos. El precio en el contrato está establecido en $45 000 anuales durante cuatro años. Si se pidiera a usted que convirtiera los montos futuros expresados en cantidades de valor constante a dólares de hoy, ¿cuáles serían las cantidades respectivas? Suponga que la tasa de interés a valor de mercado actual es de 10% anual, y se espera que la tasa de inflación de 5% por año permanezca igual durante el siguiente periodo de cuatro años.

14.10 Cuando la tasa de inflación es de 5% anual, ¿cuántos dólares inflados se requerirán dentro de 10 años para comprar lo mismo que se adquiere con 10 000 dólares de hoy?

14.11 Suponga que usted desea jubilarse dentro de 30 años con una cantidad de dinero que tenga el mismo valor (mismo poder de compra) que $1.5 millones de hoy. Si se estima que la tasa de inflación será de 4% anual, ¿cuántos dólares futuros (corrientes en ese momento) necesitará?

Ajuste por inflación

14.12 Si la tasa de inflación es de 7% anual, ¿cuántos años se necesitarán para que el costo de un artículo se duplique cuando los precios aumenten exactamente la misma tasa que la inflación?

14.13 La tasa de inflación en un país de América Central es de 6% anual. ¿Qué tasa real de rendimiento obtendrá una persona por una inversión de $100 000 en acciones de una mina de cobre que produce una tasa interna de rendimiento global de 28% anual?

14.14 Durante los periodos de hiperinflación, los precios aumentan con rapidez en periodos breves. En 1993, el índice de precios al consumidor (IPC) de Brasil fue de 113.6 mil millones. En 1994, el IPC fue de 2 472.4 mil millones.

a) ¿Cuál fue la tasa de inflación anual entre 1993 y 1994?

b) Si la tasa de inflación calculada en el inciso anterior ocurrió de manera uniforme a través del año y representó una tasa nominal, ¿cuáles fueron las tasas de inflación mensual y diaria en dicho periodo?

14.15 Un fondo establecido por su abuelo estipula que ha de recibir $250 000 exactamente dentro de cinco años. Determine el poder de compra de dicha cifra en términos de dólares de hoy si la tasa de interés a valor de mercado es de 10% anual y la tasa de inflación es de 4% por año.

14.16 Suponga que la tasa de inflación es de 4% anual y que la tasa de interés a valor de mercado está 5% arriba de la inflación. Determine *a*) el número de dólares de valor constante dentro de cinco años equivalente a $30 000 de hoy y *b*) el número de dólares futuros que serán equivalentes a $30 000 de hoy.

14.17 El programa Pell Grant, del gobierno federal, brinda ayuda financiera a los estudiantes universitarios que la necesitan. Si se estima que la beca promedio se incrementará de $4 050 a $5 400 durante los siguientes cinco años "para compensar la inflación", ¿cuál es la tasa de inflación promedio anual que se espera?

14.18 Ford Motor Company anunció que el precio de su modelo F-150 se incrementará durante los tres años próximos sólo en un porcentaje igual a la tasa de inflación. Si el precio actual de uno de estos vehículos es de $28 000 y se espera que la tasa de inflación sea de 2.1% anual en promedio, ¿cuál es el precio esperado de una camioneta comparable el próximo año?, ¿y dentro de tres años?

14.19 En un intento por reducir la rotura de tuberías, el golpe de ariete y la agitación del producto, una compañía química planea instalar varios humidificadores de pulsación resistentes al ataque químico. El costo de los humidificadores es hoy de $120 000, pero la empresa tiene que esperar la aprobación de un permiso para su línea de conducción bidireccional entre el puerto y la planta. El proceso de aprobación tardará al menos dos años porque se requiere preparar la declaración de impacto ambiental. Debido a la intensa competencia extranjera, el fabricante planea incrementar el precio sólo en un porcentaje igual a la tasa de inflación anual; si ésta es de 2.8% por año y la TMAR de la compañía de 20% anual, calcule el costo de los humidificadores dentro de dos años en términos de *a*) dólares de hoy y *b*) dólares futuros.

14.20 Una máquina comprada por Holtzman Industries costó $45 000 hace cuatro años. Cuando el gerente de compras se quejó de que un equipo similar que la empresa había comprado hacía cinco años había sido mucho más barata, el vendedor respondió que el costo de la máquina se había incrementado sólo lo debido a la inflación, que promedió 3% anual. Cuando el gerente de compras revisó la factura que habían comprado hacía cinco años, vio que el precio era de $29 000. ¿Decía la verdad el vendedor acerca del aumento del costo de la máquina? Si no fuera el caso, ¿cuánto debiera costar la máquina hoy si el precio aumentó sólo en la tasa de inflación?

14.21 Un informe del Centro Nacional de Política Pública y Educación Superior afirma que las colegiaturas y tarifas (CyT) en colegios y universidades públicas se incrementó 439% en los últimos 25 años. Durante el mismo periodo, el ingreso de una familia media (IFM) subió 147%. Cuando se redactó el informe, las CyT en una universidad pública con planes de cuatro años constituían 28% del IFM de $52 000 (las colegiaturas y tarifas en una universidad privada constituían 76% del IFM).

a) ¿Cuál fue el costo por año de las colegiaturas y tarifas cuando se preparó el reporte?
b) ¿Cuál fue el costo de las CyT hace 25 años?
c) ¿Qué porcentaje representaron las CyT del IFM hace 25 años?

14.22 En un encabezado del *Chronicle of Higher Education* se lee: "Los costos de la educación se elevan más rápido que la inflación." El artículo afirma que la colegiatura en colegios y universidades públicos se incrementó 58% durante los últimos cinco años. *a*) ¿Cuál fue el porcentaje promedio anual del incremento en dicho periodo? *b*) Si el incremento real en la colegiatura (es decir, sin inflación) fue de 5% anual, ¿cuál fue la tasa de inflación por año?

14.23 Stadium Capital Financing Group ayuda a los programas deportivos con problemas de efectivo por medio de su "hipoteca deportiva". En la Universidad de Kansas, los fanáticos del equipo Jayhawks pueden pagar $105 000 durante 10 años por el derecho de tener asientos para el futbol durante los próximos 30 años. A cambio, el precio de los boletos de la temporada se bloquean durante el año en curso. Los boletos de la temporada en la fila 1 se venden actualmente en $350. Un fanático planea comprar hoy la hipoteca deportiva junto con boletos de la temporada y cada año durante los siguientes 30 años (31 temporadas). ¿Cuál es el monto en dólares de los ahorros en boletos (sin considerar interés) si los precios de los boletos suben a razón de 3% anual durante los 30 años siguientes?

Cálculos de valor presente con inflación

14.24 Hay dos formas de tomar en cuenta la inflación en los cálculos de valor presente. ¿Cuáles son?

14.25 Una compañía de pruebas ambientales necesita comprar equipo dentro de dos años y espera pagar $50 000 *en ese momento*. Con una tasa real de interés de 10% anual e inflación de 4% por año, ¿cuál es el valor presente del costo del equipo?

14.26 Carlsbad Gas and Electric planea comprar una torre desgasificadora para eliminar el CO_2 del agua salada ácida. El proveedor dio un precio de $125 000 si la unidad se compraba dentro de los siguientes tres años. El supervisor del lector le pidió que calculara el valor presente de la torre tomando en cuenta la inflación. Si la torre no se compra en los tres años, calcule el valor presente con la tasa de interés de 10% anual y una inflación de 4% por año.

14.27 ¿Cuánto puede gastar ahora el fabricante de sistemas de almacenamiento de energía superconductores para comprar equipo nuevo en lugar de gastar $75 000 dentro de cuatro años? La TMAR real de la compañía es de 12% anual, y la tasa de inflación, de 3% por año.

14.28 Calcule el valor presente de los flujos de efectivo siguientes. Algunos se expresan en dólares de valor constante (VC) y otros en dólares inflados. Suponga una tasa de interés real de 8% anual y una inflación de 6% por año.

Año	1	2	3	4	5
Flujo de efectivo, $	3 000	6 000	8 000	4 000	5 000
Enunciado como	VC	Inflados	Inflados	VC	VC

14.29 Un doctor tiene un contrato con una compañía petrolera mediana para dar servicios médicos en refinerías de sitios remotos y separados entre sí. El doctor analiza la compra de un avión privado para reducir el tiempo total de viaje entre las refinerías. El doctor puede comprar un jet Lear usado ahora o esperar un nuevo avión muy ligero (AML) disponible dentro de tres años. El costo del AML será de $1.9 millones por pagar cuando el avión se entregue dentro de tres años. El doctor pidió al lector, amigo suyo, que determinara el valor presente del AML para decidir si compra el Lear usado o espera el AML. Si la TMAR es de 15% anual y la tasa de inflación proyectada es de 3% por año, ¿cuál es el valor presente del AML si se toma en cuenta la inflación?

14.30 Un contratista regional de construcción y mantenimiento de infraestructura trata de decidir si compra una nueva máquina de perforación horizontal direccional (PHD) o espera dos años para hacerlo (cuando un contrato grande para un ducto requerirá el nuevo equipo). La máquina PHD incluirá un diseño innovador de cargador y un sistema de carga maniobrable. El costo del sistema es de $68 000 si se compra hoy o de $81 000 si se compra dentro de dos años. Con una TMAR real de 10% anual e inflación de 5% anual, determine si la compañía debe comprar hoy o después *a*) sin ajuste por la inflación y *b*) con inflación.

14.31 Una ingeniera debe recomendar una de dos máquinas para integrarla a una línea de manufactura actualizada. Ella obtiene estimaciones de dos vendedores: el vendedor A le da las estimaciones en dólares constantes (de hoy), mientras que el B le entrega estimaciones en dólares futuros (corrientes para entonces). La compañía tiene una TMAR igual a la tasa real de rendimiento de 20% anual, y espera que la inflación sea de 4% anual. Use el análisis del VP para determinar cuál máquina debe recomendar la ingeniera.

	Vendedor A (en dólares de valor constante)	Vendedor B (en dólares futuros)
Costo inicial, $	−140 000	−155 000
Costo de operación anual, $ por año	−25 000	−40 000
Vida, años	10	10

14.32 Un vendedor de Industrial Water Services (IWS) que trata de asegurar una cuenta grande en Fremont ofreció equipo para clorar agua por $2.1 millones. Esto es $400 000 más que el precio ofrecido por una vendedora de la competencia, AG Enterprises. Sin embargo, IWS dijo que la empresa no tiene que pagar por el equipo hasta que la garantía termine. Si el equipo tiene dos años de garantía, determine la mejor oferta. La TMAR real de la empresa es de 12% anual, y la tasa de inflación, de 4% por año.

14.33 Un ingeniero químico estudia dos tamaños de tubería, pequeña (S) y grande (L), para enviar destilados de una refinería a los tanques. La compra de un tubo pequeño costaría menos (incluso válvulas y otros accesorios) pero tendría una gran pérdida de gradiente y, por tanto, un mayor costo de bombeo. Al preparar el informe, el ingeniero comparó las alternativas con base en los valores futuros, pero el presidente de la empresa quiere que el costo se exprese en dólares del presente. Determine los valores presentes si los valores futuros son VF_S = $2.3 millones, y VF_L = $2.5 millones. La compañía usa una tasa real de interés de 1% por mes y una tasa de inflación de 0.4% mensual. Suponga que los montos de valor futuro fueron para un periodo de 10 años.

14.34 Como una forma innovadora de pagar por varios paquetes de software, una compañía nueva de servicios de alta tecnología ofreció pagarle a la empresa de usted, Custom Computer Services (CCS), en una de tres maneras: 1) pagar ahora $480 000, 2) pagar $1.1 millones dentro de cinco años o 3) pagar dentro de cinco años una cantidad que tenga el mismo poder de compra que $850 000 de hoy. Si usted, como presidente de CCS, quiere obtener una tasa de interés real de 10% por año y la inflación es de 6% anual, ¿cuál oferta debe aceptar?

Valor futuro y otros cálculos con inflación

14.35 Si la tasa de inflación es de 6% anual y una persona quiere ganar una tasa de interés verdadera (real) de 10% anual, determine el número de dólares futuros que tiene que recibir dentro de 10 años si la inversión actual es de $10 000.

14.36 ¿Cuántos dólares del futuro se necesitarían dentro de cinco años sólo para tener el mismo poder de compra que $50 000 de ahora si la tasa de *deflación* es de 3% anual?

14.37 Si una compañía deposita $100 000 en una cuenta que gana una tasa de interés a valor de mercado de 10% anual en un tiempo en que la tasa de *deflación* es de 1% por año, ¿cuál será el poder de compra de la cantidad acumulada (respecto de dólares de hoy) al final de 15 años?

14.38 Harmony Corporation planea apartar $60 000 por año a partir de un año para sustituir equipo dentro de cinco años. ¿Cuál será el poder de compra (en términos de dólares de valor corriente) de la cantidad acumulada si la inversión crece 10% anual pero la inflación promedia 4% anual?

14.39 El plan estratégico de una compañía de energía solar que fabrica celdas solares de alta eficiencia incluye una expansión de su planta física dentro de cuatro años. El ingeniero a cargo de la planeación estima que los gastos requeridos hoy son de $8 millones, pero dentro de cuatro años el costo sería mayor en una cantidad igual a la tasa de inflación. Si la compañía aparta $7 000 000 ahora en una cuenta que gana intereses de 7% anual, ¿cuál tiene que ser la tasa de inflación a fin de que la compañía tenga exactamente la cantidad necesaria de dinero para hacer la expansión?

14.40 Hace cinco años, un ingeniero industrial depositó $10 000 en una cuenta y la dejó sin actividad hasta hoy. Ahora la cuenta tiene $25 000.

a) ¿Cuál fue la TR global durante los cinco años?

b) Si la inflación en ese periodo fue de 4% anual, ¿cuál fue la TR real?

c) ¿Cuál es el poder de compra de los $25 000 ahora en comparación con el poder de compra de hace cinco años?

14.41 Un Toyota Tundra puede comprarse hoy en $32 350. Una empresa de ingeniería civil va a necesitar tres camiones más dentro de dos años por un contrato de desarrollo de un terreno que acaba de ganar. Si el precio del camión se incrementa exactamente según una tasa de inflación estimada de 3.5% anual, determine cuánto costarán los tres camiones dentro de dos años.

14.42 El Premio Nobel es administrado por la Fundación Nobel, institución privada que se fundó en 1900 por voluntad de Alfred Nobel, inventor de la dinamita. En parte, su testamento establecía: "Mis ejecutores deben invertir el capital en títulos seguros y constituir un fondo cuyos intereses deben distribuirse anualmente en forma de premios a todos aquellos que durante el año precedente hayan brindado un gran beneficio a la humanidad." Después dispuso que los premios se otorgasen en física, química, consecución de la paz, psicología o medicina, y literatura. Además de una medalla de oro y un diploma, cada laureado recibe una suma importante de dinero que depende del ingreso de la Fundación en ese año. El primer Premio Nobel se otorgó en 1901 por una cantidad de $150 000; en 1996 el premio fue de $653 000, y en 2009, de $1.4 millones.

a) Si el incremento entre 1996 y 2009 se debió estrictamente a la inflación, ¿cuál fue la tasa de inflación promedio anual durante ese periodo de 13 años?

b) Si la fundación espera invertir dinero con un rendimiento de 5% por arriba de la inflación, ¿cuánto recibirá un laureado en 2020 si la tasa de inflación promedia 3% anual entre 2009 y 2020?

14.43 Timken Roller Bearing es un fabricante de tubos sin costura para revestimiento de perforaciones. La compañía planea agregar brazos robotizados con objeto de aumentar la capacidad de una de sus líneas de ensamble dentro de tres años; si se hiciera ahora, el costo del equipo y su instalación sería de $2.4 millones. Si la TMAR real de la compañía es de 15% anual, determine la cantidad equivalente que la empresa podrá gastar dentro de tres años en dólares corrientes de ese entonces si la tasa de inflación es de 2.8% anual.

14.44 Los siguientes datos muestran patrones de inflación exactamente opuestos entre sí durante un periodo de 20 años.

a) Si cada máquina cuesta $10 000 en el año 0 y ambas incrementan su costo exactamente de acuerdo con la inflación, ¿cuánto costará cada máquina al final del año 20?

b) ¿Cuál es la tasa de inflación promedio en el periodo para la máquina A (es decir, qué tasa de inflación única daría como resultado el mismo costo final para la máquina A)?

c) ¿En cuáles años costaría más la máquina A que la B?

Año	Máquina A, %	Máquina B, %
1	10	2
2	10	2
3	2	10
4	2	10
5	10	2
6	10	2
7	2	10
8	2	10
⋮	⋮	⋮
19	2	10
20	2	10

14.45 Los factores que incrementan los costos y precios —en especial de materiales y manufacturas sensibles al mercado, tecnología y disponibilidad de mano de obra— pueden considerarse por separado con la tasa de interés real i, la tasa de inflación f e incrementos adicionales que crecen con tasa geométrica g. La cantidad futura se calcula con base en una estimación actual por medio de la relación

$$F = P(1 + i)^n(1 + f)^n(1 + g)^n$$
$$= P[(1 + i)\,(1 + f)\,(1 + g)]^n$$

El producto de los dos primeros términos entre paréntesis da como resultado la tasa de interés inflada i_f. La tasa geométrica es la misma que la tasa de la serie de gradiente geométrico (véase el capítulo 2); por lo común, se aplica a incrementos en el costo de mantenimiento y reparaciones conforme la maquinaria adquiere antigüedad, esté por arriba o abajo de la tasa de inflación. Si el costo corriente de manufacturar un subcomponente electrónico es de $300 000 anuales, ¿cuál es el costo equivalente dentro de tres años si se estima que las tasas promedio anuales de i, f y g son 10, 3 y 2%, respectivamente?

Recuperación del capital con inflación

14.46 Los responsables de una instalación eléctrica estudian dos alternativas para cumplir las regulaciones sobre el control de contaminación en una de sus estaciones generadoras. Esta estación particular se localiza en las afueras de una ciudad grande de Estados Unidos y a corta distancia de otra en un país vecino. La estación produce actualmente un exceso de VOC y óxidos de nitrógeno. Se han propuesto dos planes para cumplir con las regulaciones. El plan A implica sustituir los quemadores y cambiar de petróleo a gas natural. El costo de la opción sería de $300 000 iniciales y una cantidad adicional de $900 000 anuales en costos de combustibles. El plan B implica ir a la ciudad en el extranjero y llevar líneas conductoras de gas a muchos sitios en donde se fabrican ladrillos en el "patio trasero" y que ahora usan madera, llantas y otros materiales combustibles de desecho para elaborar tabiques. La idea del plan B es que si se reduce la contaminación de los particulares que genera la contaminación en la ciudad vecina, habría un beneficio mayor para los ciudadanos de Estados Unidos que el que se lograría con el plan A. El costo inicial del plan B sería de $1.2 millones para instalar las líneas. Además, la compañía eléctrica subsidiaría el costo del gas para los fabricantes de ladrillos hasta por $200 000 al año. La supervisión de la contaminación atmosférica adicional asociada a este plan costará $150 000 anuales. Para un periodo de proyecto de 10 años y sin valor de rescate para ningún plan, ¿cuál debe seleccionarse con el criterio de un análisis de valor anual, una tasa real de interés de 7% anual y una inflación de 4% por año?

14.47 Una ingeniera química deseosa de conocer el mundo quiere formar un fondo de reserva suficiente para permitirle dejar su trabajo y viajar por el mundo. Su meta es ahorrar dinero durante los siguientes tres años de modo que cuando comience su viaje lo que haya acumulado tenga el mismo poder adquisitivo que $72 000 de hoy. Si espera ganar una tasa a valor de mercado de 12% anual sobre sus inversiones con promedio de inflación de 5% anual durante los tres años, ¿cuánto debe ahorrar cada año a fin de lograr su objetivo?

14.48 Un empresario en la perforación de pozos petroleros busca inversionistas que aporten $500 000 para aprovechar una oportunidad de lograr grandes rendimientos si tiene éxito cierto negocio. La perspectiva probable es lograr un rendimiento de al menos 22% anual durante cinco años. ¿Cuánto tendrían que recibir los inversionistas para recuperar su dinero si se incluye una tasa de inflación de 5% anual en el cálculo?

14.49 La empresa Veri-Trol manufactura sistemas calibradores *in situ* que verifican la exactitud de las mediciones de flujo sin tener que retirar los medidores. La compañía decidió modificar la principal línea de montaje con uno de los procesos de mejora que se indican a continuación. Si la TMAR de la empresa es de 15% anual, ¿qué proceso tiene el costo anual más bajo cuando se considera una inflación de 5% anual?

	Proceso X	Proceso Y
Costo inicial, $	−65 000	−90 000
Costo de operación, $ por año	−40 000	−34 000
Valor de rescate, $	0	10 000
Vida, años	5	5

14.50 Johnson Thermal Products utilizó aleaciones auténticas de níquel-cromo para manufacturar alambre resistente al calor. La compañía estudia un nuevo proceso para hacer recubrimientos anodizados a fin de reducir los costos. Si el nuevo proceso cuesta $3.7 millones ahora, ¿cuánto debe ahorrar cada año para recuperar la inversión en cinco años si la TMAR de la empresa es de 12% real anual y la inflación es de 3% anual?

14.51 Los costos asociados a un sistema pequeño de inspección con rayos X son de $40 000 ahora y $24 000 por año, con un valor de rescate de $6 000 después de tres años. Determine el costo equivalente del sistema si la tasa de interés real es de 10% por año y la inflación es de 4% anual.

14.52 Se espera que los costos de mantenimiento de un equipo para control de contaminación en un horno ciclónico de carbón pulverizado sean de $180 000 ahora y $70 000 dentro de tres años. El director financiero de Monongahela Power desea conocer el costo anual equivalente del equipo en los años 1 a 5. Si la compañía utiliza una tasa de interés real de 9% anual y la inflación promedio es de 3% por año, ¿cuál es el costo anual equivalente del equipo?

14.53 MetroKlean LLC, una compañía de desechos peligrosos sólidos, solicitó un préstamo de $2.5 millones por cinco años para financiar los costos iniciales de un nuevo proyecto que implica la limpieza de cierto sitio. La compañía espera ganar una tasa real de rendimiento de 20% anual. La tasa de inflación promedio es de 5% anual.

a) Determine la recuperación de capital que se requiere cada año si se toma en cuenta la inflación.

b) Calcule la recuperación de capital si la compañía está satisfecha con acumular $2.5 millones al final de cinco años cuando se considera la inflación.

c) Determine la recuperación de capital en el inciso anterior sin tomar en cuenta la inflación.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

14.54 La inflación ocurre cuando
a) La productividad aumenta
b) El valor de la moneda disminuye
c) El valor de la moneda se incrementa
d) El precio del oro disminuye

14.55 Los dólares "corrientes en ese entonces" (futuros) pueden convertirse en dólares de valor constante al:
a) Multiplicarlos por $(1 + f)^n$
b) Multiplicarlos por $(1 + f)^n/(1 + i)^n$
c) Dividirlos entre $(1 + f)^n$
d) Dividirlos entre $(1 + i_f)^n$

14.56 Para calcular cuánto costará algo si se espera que su costo aumente exactamente lo que la tasa de inflación, se debe:
a) Multiplicar por $(1 + f)^n$
b) Multiplicar por $[(1 + f)^n/(1 + i)^n]$
c) Dividir entre $(1 + f)^n$
d) Multiplicar por $(1 + i_f)^n$

14.57 Si la tasa de interés a valor de mercado es de 16% anual cuando la tasa de inflación es de 9% anual, la tasa real de interés es la más cercana a:
a) 6.4%
b) 7%
c) 9%
d) 15.6%

14.58 La tasa de interés a valor de mercado i_f es de 12% anual, con capitalización semestral. Para una tasa de inflación de 2% por cada seis meses, la tasa de interés efectiva semestral es la más cercana a:
a) 2%
b) 3%
c) 4%
d) 6%

14.59 Cierto equipo de construcción tiene un costo hoy de $40 000. Si su costo se incrementa sólo lo que la tasa de inflación de 6% anual, cuando la tasa de interés del mercado era de 10% anual, su costo hace 10 años era el más cercano a:
a) $15 420
b) $22 335
c) $27 405
d) $71 630

14.60 La cantidad de dinero que se acumularía ahora por una inversión de $1 000 hace 25 años con una tasa de mercado de 5% anual y una tasa de inflación de 2% anual promedio en dicho periodo es la más cercana a:
a) $1 640
b) $3 385
c) $5 430
d) Más de $5 500

14.61 Si se invierten $1 000 hoy, la cantidad de dólares futuros requeridos dentro de 10 años para ganar una tasa de interés real de 6% anual, cuando la tasa de inflación es de 4% anual, es la más cercana a:
a) $1 480
b) $1 790
c) $2 650
d) Más de $2 700

14.62 Si usted espera recibir un regalo de $50 000 dentro de seis años, el valor presente del regalo con una tasa de interés real de 4% anual y una tasa de inflación de 3% por año es el más cercano a:
a) $27 600
b) $29 800
c) $33 100
d) $37 200

14.63 El nuevo equipo que ordena la ley para probar las emisiones de los automóviles en la inspección anual en Charlie's Garage tiene un costo inicial de $30 000, un costo de operación anual de $7 000 y un valor de rescate de $5 000 después de sus 20 años de vida. Con una tasa real de interés de 5% anual y una tasa de inflación de 4% por año, el requerimiento de recuperación de capital anual para el equipo (en dólares futuros) se determina por:
a) $\text{VA} = -30\,000(A/P,4\%,20) - 7\,000 + 5\,000(A/F,4\%,20)$
b) $\text{VA} = -30\,000(A/P,5\%,20) - 7\,000 + 5\,000(A/F,5\%,20)$
c) $\text{VA} = -30\,000(A/P,9\%,20) - 7\,000 + 5\,000(A/F,9\%,20)$
d) $\text{VA} = -30\,000(A/P,9.2\%,20) - 7\,000 + 5\,000(A/F,9.2\%,20)$

14.64 La deflación temporal de los precios ocurre en sectores específicos de la economía por todas las razones siguientes, excepto:
a) Mejoramiento de tecnología
b) Demanda excesiva
c) *Dumping*
d) Mejora de productividad

ESTUDIO DE CASO

INVERSIONES EN ACCIONES Y BONOS CONTRA LAS FUERZAS DE LA INFLACIÓN

Antecedentes

Los ahorros e inversiones que un individuo mantiene deben tener algún equilibrio entre patrimonio (por ejemplo, acciones corporativas que dependen del crecimiento del mercado e ingresos por dividendos) e inversiones de ingreso fijo (es decir, bonos que pagan dividendos al comprador más una cantidad garantizada a su vencimiento). Cuando la inflación es moderadamente elevada, los bonos convencionales ofrecen un rendimiento bajo en comparación con las acciones, pues el potencial para el crecimiento de mercado no se presenta con los bonos. Además, la fuerza de la inflación hace que los dividendos valgan menos en los años futuros porque no existe ajuste de inflación en la cantidad de dividendos pagados conforme pasa el tiempo. Sin embargo, los bonos en realidad ofrecen un ingreso estable que puede ser importante para un individuo, y sirven para preservar el capital invertido en el bono, pues el valor nominal se regresa al vencimiento.

Información

Earl es un ingeniero que quiere un flujo de dinero predecible para viajar y vacacionar. Él tiene un conjunto de acciones en su portafolios para la jubilación, pero no bonos. Acumuló un total de $50 000 de sus propios fondos en una cuenta de ahorros de bajo rendimiento y quiere mejorar el rendimiento de largo plazo de su programa de no retiro "para época de sequía". Puede elegir acciones adicionales o bonos, pero decidió no dividir los $50 000 entre las dos formas de inversión. Hay dos elecciones que analiza, con las mejores estimaciones que puede hacer en su momento. Supone que los efectos de los impuestos federales y estatales serán los mismos para ambas formas de inversión.

Compra de acciones: Las acciones compradas a través de un fondo mutualista pagarían un dividendo de 2% anual y apreciarían su valor 5% por año.

Compra de bonos: Si compra un bono, tendría un ingreso predecible de 5% anual y el valor nominal de $50 000 después del periodo de vencimiento de 12 años.

Preguntas del estudio de caso

El análisis de Earl plantea las siguientes preguntas. ¿Puede el lector responderlas para ambas opciones?

1. ¿Cuál es la tasa de rendimiento global después de 12 años?
2. Si decide vender las acciones o bonos de inmediato después del quinto dividendo anual, ¿cuál es el mínimo precio de venta para lograr un rendimiento real de 7%? Incluya un ajuste de 4% anual por inflación.
3. Si Earl necesitara dinero en el futuro, digamos después del pago del quinto dividendo, ¿cuál sería el precio de venta mínimo en dólares del futuro si sólo le interesara recuperar una cantidad que mantuviera el poder de compra del precio original?
4. Como seguimiento de la pregunta 3, ¿qué ocurre con el precio de venta (en dólares futuros) cinco años después de la compra si Earl desea eliminar (quitar) el poder de compra futuro de cada uno de los dividendos en el cálculo para determinar el precio de venta requerido dentro de cinco años?
5. Earl planea conservar las acciones o bonos durante 12 años, es decir, hasta que venza el bono. Sin embargo, quiere obtener 7% de rendimiento real anual y compensar la inflación esperada de 4% por año. ¿En qué cantidades debe vender las acciones después de 12 años, o comprar los bonos ahora, para garantizar dicho rendimiento? ¿Parecen razonables para el lector esas cantidades, dado su conocimiento acerca de la forma en que se compran y venden las acciones y bonos?

CAPÍTULO 15

Estimación de costos y asignación de costos indirectos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Hacer estimaciones de costo con diferentes métodos; demostrar la asignación de costos indirectos por medio de tasas de costeo tradicionales y basadas en actividades.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
15.1	Enfoque	• Explicar los enfoques ascendente y de diseño para el costo (descendente) para estimar costos.
15.2	Método unitario	• Usar el método unitario para hacer una estimación preliminar del costo.
15.3	Índice de costo	• Usar un índice de costo para estimar un costo presente basado en datos históricos.
15.4	Capacidad de costo	• Usar una ecuación de costo-capacidad para estimar los costos de un componente, sistema o planta.
15.5	Método del factor	• Estimar el costo total de planta con el método del factor.
15.6	Tasa de costo indirecto	• Asignar costos indirectos con las tasas de costo indirecto tradicionales.
15.7	Asignación ABC	• Usar el método del costeo basado en actividades (más conocido como ABC) para asignar costos indirectos.
15.8	Ética y utilidad	• Describir cómo la estimación sesgada se convierte en un dilema ético.

Hasta este momento, los valores del flujo de efectivo de costos e ingresos se han establecido o supuesto como conocidos. En realidad, no lo están; deben estimarse. Este capítulo explica qué implica la estimación de costos y aplica las técnicas de estimación de costos. La **estimación de costos** es importante en todos los aspectos de un proyecto, pero sobre todo en las etapas de concepción, diseño preliminar, diseño detallado y análisis económico del proyecto. Cuando se desarrolla un proyecto en el sector público o privado, quienes representan diversas funciones, como administración, ingeniería, construcción, producción, calidad, finanzas, seguridad, ambiental, legal y mercadotecnia, por mencionar algunas, formulan preguntas acerca de costos e ingresos. En la práctica de la ingeniería, la estimación de costos recibe mucho más atención que la estimación de ingresos; los costos son el tema del presente capítulo.

A diferencia de los costos directos por mano de obra y materiales, los costos indirectos no se ubican con facilidad en un departamento, máquina o línea de proceso específicos. Por tanto, los **costos indirectos de funciones** como servicios generales, seguridad, administración y dirección, compras y calidad se asignan con algunas bases racionales. En este capítulo se cubre tanto el método tradicional de asignación como el método de costeo basado en actividades (ABC). También se comparan ambos enfoques.

15.1 Entender cómo se estiman costos ●●●

La estimación de costos es una importante actividad propia de las etapas iniciales de prácticamente toda labor industrial, comercial y gubernamental. En general, se estiman costos para un *proyecto* o un *sistema*; sin embargo, son muy comunes las combinaciones. Un **proyecto** suele implicar objetos físicos, como edificios, puentes, plantas de manufactura y plataformas marinas de perforación, por mencionar sólo algunos. Un **sistema** es en sentido amplio un diseño operacional que implica procesos, software y otros conceptos no físicos, como un sistema de órdenes de compra, algún paquete de software, un sistema de control remoto basado en internet o un sistema de salud. Por supuesto, muchos proyectos tendrán elementos importantes que no son físicos, por lo que deben realizarse estimaciones de ambos tipos. Por ejemplo, considere un sistema de red de cómputo; no habría sistema operacional si sólo se estimara el hardware de cómputo más los cables y conectores inalámbricos; tiene igual importancia la estimación de los costos del software, personal y mantenimiento.

Hasta este momento se proporcionaron o dieron por conocidas casi todas las estimaciones de flujo de efectivo en los ejemplos, problemas y ejercicios. En la vida real, los flujos de efectivo de costos e ingresos deben estimarse antes de evaluar un proyecto o comparar opciones. Nos concentramos en la estimación de costos porque los costos son los principales valores estimados para el análisis económico. Las estimaciones de ingreso de los ingenieros a menudo se desarrollan en los departamentos de mercadotecnia y ventas, entre otros.

Los costos se componen de **costos indirectos** y **costos directos**. Históricamente, sólo los costos directos se estiman con cierto detalle, y después se incorporan los costos indirectos mediante tasas y factores estándar. Sin embargo, los costos directos en la mayor parte de los escenarios de manufactura y ensamble se transforman en porcentajes pequeños del costo global de producto, mientras que los costos indirectos llegan a ser mucho mayores. En concordancia, muchos escenarios industriales requieren también cierta estimación de costos indirectos. La asignación de los costos indirectos se analiza con mayor detalle en secciones posteriores de este capítulo. Veremos primero los costos directos.

Costos directos/indirectos

Como la estimación de costos es una actividad compleja, estructuramos nuestro análisis con las siguientes preguntas.

- ¿Qué *componentes* del costo deben estimarse?
- ¿Qué *enfoque* debe aplicarse para estimar costos?
- ¿Cuán *precisas* deben ser las estimaciones?
- ¿Qué *técnicas* de estimación se aplicarán?

Costos por estimar Si un proyecto gira alrededor de una pieza única de equipo, por ejemplo, un robot industrial, los *componentes de costo* serán significativamente sencillos y menos abundantes que los de un sistema completo, como la línea de manufactura y prueba de un producto nuevo. En consecuencia, es importante conocer de antemano cuánto requerirá la tarea de estimar costos. Ejemplos de componentes de costos son el costo inicial P y el costo de operación anual (COA), también llamado costos de M&O (mantenimiento y operación) del equipo. Cada componente tendrá varios *elementos de costo*. A continuación se listan algunos elementos-muestra de componentes del costo inicial y del COA.

Componente del costo inicial P:

Elementos: Costo de equipo
Cargos de entrega
Costo de instalación
Cobertura de seguro
Capacitación inicial del personal que utilizará el equipo

El **costo del equipo entregado** es la suma de los dos primeros elementos; el **costo del equipo instalado** agrega el tercer elemento.

Componente COA (una parte del costo anual equivalente A):

Elementos: Costo directo de mano de obra para el personal de operación
Materiales directos
Costos de mantenimiento (diario, periódico, reparaciones, etcétera)
Reelaboración y reconstrucción

Algunos de estos elementos, como el costo del equipo, pueden determinarse con mucha precisión; otros, como los costos de mantenimiento, son difíciles de calcular. Cuando deben estimarse los costos para un sistema completo, el número de los componentes y los elementos de los costos probablemente serán centenares. Por tanto, es necesario jerarquizar las tareas de estimación.

Para los proyectos más comunes (casas, oficinas, carreteras y algunas plantas químicas) existen paquetes estándar de estimación de costos disponibles en formatos impresos o en software. Por ejemplo, los departamentos estatales de carreteras utilizan paquetes de software que facilitan la aplicación correcta de los componentes del costo (puentes, pavimento, perfiles de corte y relleno, etcétera), y estiman los costos con relaciones integradas y probadas. Una vez calculados estos componentes, se incorporan las excepciones del proyecto específico. Sin embargo, no existen paquetes de software "enlatados" específicamente para un alto porcentaje de la estimación de costos industriales, comerciales y gubernamentales.

Enfoque de la estimación de costo Tradicionalmente, en la industria y los sectores privado y público se aplican enfoques **ascendentes** para estimar costos. Hay una interpretación sencilla de dicho enfoque en la figura 15-1 (izquierda). El orden es el siguiente: se identifican los componentes del costo y sus elementos, se estiman los elementos del costo y se suman los cálculos para obtener el costo directo total. Después se determina el precio al añadir costos indirectos y el margen de ganancia, que suele ser un porcentaje del costo total.

El **enfoque ascendente** considera el precio requerido como **variable de salida**, y los cálculos de costos, como variables de entrada. Este enfoque funciona bien cuando la competencia no es el factor dominante en la determinación del precio del producto o servicio.

La figura 15-1 (derecha) muestra un orden simplificado para el enfoque de **diseñar para el costo** o descendente. El precio competitivo establece los objetivos de costo.

El **enfoque de diseñar para el costo** o **descendente** considera el precio competitivo como **variable de entrada**, y las estimaciones de costo, como variables de salida. Este enfoque es útil para motivar la innovación, los nuevos diseños, la mejora de los procesos de manufactura y la eficiencia. Éstos son algunos de los fundamentos de la *ingeniería del valor* y los sistemas de ingeniería de valor agregado.

Este enfoque da mucho énfasis a la precisión de la actividad de estimación de precios. El costo objetivo debe ser realista, o desanimaría al personal técnico y de diseño. El enfoque de diseñar para el costo se aplica mejor en las primeras etapas de diseño de un producto nuevo o mejorado. Aún se desconocen los detalles del diseño, así como las opciones específicas del equipo; sin embargo, las estimaciones de precios ayudan a establecer los objetivos de costo de los diferentes componentes.

Por lo general, el enfoque resultante es cierta combinación de estas dos filosofías de estimación de costos. Sin embargo, es útil comprender de manera directa qué enfoque debe resaltarse. Históricamente, el enfoque ascendente es más predominante en las culturas de ingeniería occidentales, sobre todo en Estados Unidos y Canadá. El enfoque de diseñar para el costo es rutinario en las culturas de ingeniería

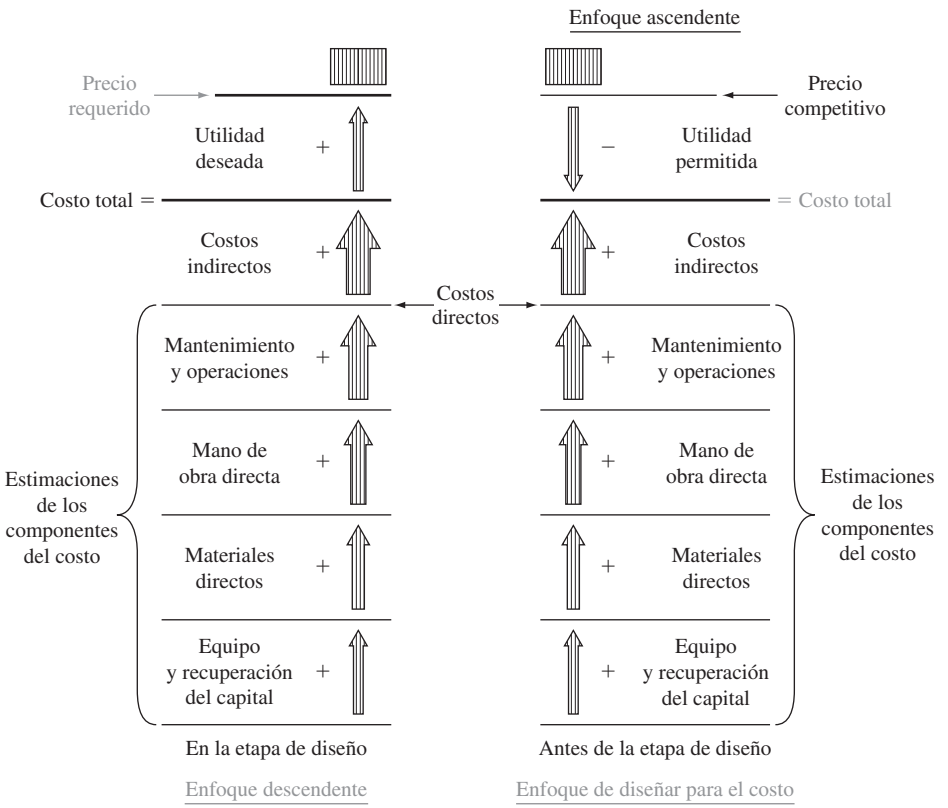


Figura 15-1
Procesos simplificados de estimación de costos con los enfoques ascendente y descendente.

orientales; no obstante, la globalización del diseño de ingeniería aceleró la adopción en todo el mundo del enfoque del diseño para el costo.

Precisión de las estimaciones No se espera que sean exactas todas las estimaciones de costos; no obstante, se espera que sean lo bastante razonables y precisas para resistir el escrutinio económico. La precisión requerida aumenta conforme avanza el proyecto desde el diseño preliminar y el diseño detallado hasta la evaluación económica. Se espera que los costos estimados realizados antes y durante la etapa del diseño preliminar sean buenas estimaciones "de primera mano" que sirvan como entrada al presupuesto del proyecto.

Cuando se utilizan en las primeras etapas del diseño conceptual, las estimaciones reciben el nombre de estimaciones de **orden de magnitud**, y por lo general varían ± 20% del costo real. En la etapa del diseño detallado se espera que las estimaciones del costo sean lo bastante exactas para emplearse en la evaluación económica y decidir si se continúa o no. Cada proyecto tiene sus características propias, pero en la etapa de diseño detallado se espera que varíe ± 5% de los costos reales. La figura 15-2 muestra el rango general de la exactitud de la estimación del costo de construcción de un edificio comparado con el tiempo dedicado a prepararla. Es obvio que una mayor exactitud tiene que equilibrarse con el costo de obtenerla.

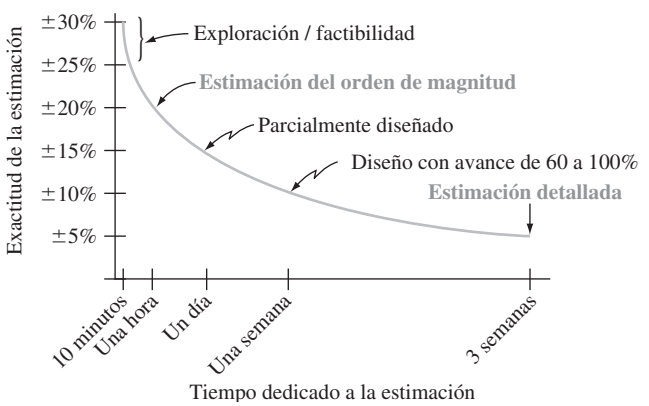


Figura 15-2
Curva característica de la exactitud contra el tiempo dedicado a preparar la estimación del costo de construcción de un edificio.

Técnicas de estimación de costos La opinión de expertos y la comparación con instalaciones comparables sirven como excelentes métodos estimadores. El *método unitario* y los *índices de costos* basan la estimación de costos presente en experiencias de costos pasadas considerando la inflación. Los modelos como las *ecuaciones costo-capacidad* y el *método de factor* son técnicas matemáticas sencillas aplicadas en la etapa de diseño preliminar. En las siguientes secciones se presentan estas **relaciones de estimación de costos** (**REC**). En manuales y publicaciones de diferentes sectores industriales y comerciales se presentan muchos otros métodos.

La mayor parte de las estimaciones de costos en el ambiente profesional se lleva a cabo parcial o totalmente con paquetes de software relacionados con bases de datos que contienen índices y tasas de costos clasificados por lugares, productos o procesos, según se requiera. Hay una gran variedad de sistemas de estimadores, seguimiento y cumplimiento de costos, la mayoría de los cuales útiles para industrias específicas. Las corporaciones por lo general estandarizan sus actividades con uno o dos paquetes para asegurar la consistencia entre tiempo y proyectos.

15.2 El método unitario ●●●

El **método unitario** es una técnica de estimación preliminar muy popular que se aplica virtualmente en todas las profesiones. El costo estimado total C_T se obtiene al multiplicar el número de unidades N por un factor de costo por unidad u.

$$C_T = u \times N \tag{15.1}$$

Los factores de costos unitarios deben actualizarse con frecuencia para mantenerlos al día con los cambios de costos, áreas e inflación. Algunos ejemplos de factores (y valores) de costo son

Costo total promedio de operación de un automóvil (52 centavos por milla)

Costo de tender cable subterráneo por milla ($30 000 por milla)

Costo de construir un lugar para automóvil en un estacionamiento ($4 500 por lugar)

Costo de construir una autopista interestatal ($6.2 millones por milla)

Costo de construir una vivienda por superficie habitable ($225 por pie cuadrado)

Las aplicaciones del método unitario para estimar los costos son evidentes. Si los costos de construcción de vivienda son de $225 en promedio por pie cuadrado, la estimación preliminar del costo de una casa de 200 pies cuadrados es, según la ecuación (15.1), de $405 000. De igual manera, un viaje de 200 millas en automóvil cuesta más o menos $104 en lo concerniente al coche con un costo de 52 centavos por milla.

Cuando hay varios componentes de un proyecto o sistema, los factores de costo unitario de cada uno se multiplican por la cantidad de recursos implicados, y los resultados se **suman** para obtener el costo total C_T. Esto se ilustra con el ejemplo 15.1.

EJEMPLO 15.1

Justin, ingeniero en Dynamic Castings, recibió la petición de hacer una estimación preliminar del costo total de manufacturar 1 500 secciones de tubería para conducir gas a alta presión por medio de un método avanzado de centrifugación en ductos fundidos. Como en la etapa preliminar en que está el proyecto es aceptable una precisión de ± 20%, basta con el método unitario. Use las estimaciones siguientes de cantidades y costos unitarios.

Materiales: 3 000 toneladas a $45.90 por tonelada

Maquinaria y herramientas: 1 500 horas a $120 por hora

Mano de obra directa en planta:

Fundición y tratamiento: 3 000 horas a $55 por hora

Acabados y envío: 1 200 horas a $45 por hora

Mano de obra indirecta: 400 horas a $75 por hora

Solución

Se aplica la ecuación (15.1) a cada una de las cinco áreas y se suman los resultados para obtener el costo total de $566.70. En la tabla 15-1 se encuentran los detalles.

TABLA 15-1 Estimaciones del costo total obtenidas con factores de costo unitario para varias áreas de recursos, ejemplo 15.1

Recurso	Cantidad N	Factor de costo unitario u, $	Estimación de costo, $u \times N$, $
Materiales	3 000 ton	45.90 por tonelada	137 700
Maquinaria, herramientas	1 500 horas	120 por hora	180 000
Mano de obra, fundición	3 000 horas	55 por hora	165 000
Mano de obra, acabados	1 200 horas	45 por hora	54 000
Mano de obra, indirectos	400 horas	75 por hora	30 000
Estimación del costo total			**566 700**

15.3 Índices de costos

En esta sección se explican los índices y su empleo en la estimación de costos. Un *índice* es una razón u otro número basado en la observación y usado como indicador o medida. Es frecuente que una estimación preliminar de costos se base en un índice de costo.

Un **índice de costos** es una razón que tiene ahora un artículo respecto del que tuvo en algún momento del pasado. El índice es un número **adimensional** que **mide el cambio relativo del costo a lo largo del tiempo**. Como estos índices son sensibles al cambio tecnológico, es difícil que se mantengan en el tiempo las cantidades y calidad con que se definieron, lo que provoca la "obsolescencia del índice". Es muy importante la actualización frecuente de los índices.

De estos índices, el más familiar para la mayoría de la gente es el índice de precios al consumidor (IPC), que señala la relación entre los costos presentes y pasados de muchos artículos que los consumidores "comunes" deben comprar. Dicho índice incluye artículos como alquiler de vivienda, comida, transporte y ciertos servicios. Otros índices consideran el costo de equipos, bienes y servicios más pertinentes para aplicaciones de ingeniería. La tabla 15-2 es un listado de algunos de los índices más comunes.

TABLA 15-2 Tipos y fuentes de diversos índices de costos

Tipo de índice	Fuente
Precios globales	
Consumidor (IPC)	Bureau of Labor Statistics
Productor (mayorista)	U.S. Department of Labor
Construcción	
Planta química global	*Chemical Engineering*
Equipo, maquinaria y apoyos	
Mano de obra de construcción	
Edificios	
Ingeniería y supervisión	
Engineering News Record global	*Engineering News Record* (*ENR*)
Construcción	
Edificación	
Mano de obra común	
Mano de obra calificada	
Materiales	
Índices de planta de tratamiento de la EPA	Environmental Protection Agency
Tratamiento avanzado en grandes ciudades (TAGC)	y *ENR*
Tratamiento convencional en pequeñas ciudades (TCPC)	
Autopistas federales	
Costo de contratistas	
Equipo	
Marshall and Swift (M&S) global	Marshall & Swift
Industrias específicas M&S	
Mano de obra	
Producto por hora-hombre por industria	U.S. Department of Labor

TABLA 15-3 Valores de índices seleccionados

Año	Índice de costo Planta *CE*	Índice de costo Construcción *ENR*	Índice de costo Equipo M&S
1995	381.1	5 471	1 027.5
1996	381.8	5 620	1 039.2
1997	386.5	5 826	1 056.8
1998	389.5	5 920	1 061.9
1999	390.6	6 059	1 068.3
2000	394.1	6 221	1 089.0
2001	394.3	6 343	1 093.9
2002	395.6	6 538	1 104.2
2003	401.7	6 694	1 123.6
2004	444.2	7 115	1 178.5
2005	468.2	7 446	1 244.5
2006	499.6	7 751	1 302.3
2007	525.4	7 967	1 373.3
2008	575.4	8 310	1 449.3
2009	521.9	8 570	1 468.6
2010 (mitad del año)	555.3	8 837	1 461.3

La ecuación general para actualizar costos con un índice de costos durante un periodo desde el tiempo $t = 0$ (base) hasta otro tiempo t es

$$C_t = C_0 \left(\frac{I_t}{I_0} \right) \tag{15.2}$$

donde C_t = costo estimado en el tiempo presente t
C_0 = costo en el tiempo anterior t_0
I_t = valor del índice en el tiempo t
I_0 = valor del índice en el tiempo t_0

En general, los índices para equipo y materiales se elaboran a partir de una mezcla de componentes a los cuales se asignan ciertos pesos, y en ocasiones se subdividen los componentes en aspectos más básicos. Por ejemplo, el equipo, la maquinaria y los componentes de apoyo del índice de costo de las plantas químicas se subdividen en maquinaria de proceso, tuberías, válvulas y accesorios, bombas y compresores, etcétera. Estos subcomponentes a su vez se construyen a partir de artículos aún más básicos, como tubería de presión, tubería negra y tubería galvanizada. La tabla 15-3 muestra el índice de costo de la planta de *Chemical Engineering*, el índice de costo de construcción de *Engineering News Record* (*ENR*) y el índice de costo de equipo de Marshall & Swift (M&S) para varios años. Al periodo base de 1957-1959 se le asigna un valor de 100 para el índice del costo de planta de *Chemical Engineering* (*CE*), 1913 = 100 para el índice *ENR* y 1926 = 100 para el índice de costo de equipo de M&S.

Los valores actuales y pasados de varios índices pueden obtenerse de internet (en general con una tarifa). Por ejemplo, el índice de costo *CE* se encuentra en el sitio www.che.com/pci. El índice de costos de construcción *ENR* se halla en www.construction.com, donde se ofrece una serie exhaustiva de recursos relacionados con la construcción, inclusive de varios índices de costo *ENR* y sistemas de estimación. El sitio www.eng-tips.com, usado por muchos profesionales de la ingeniería, aparece como grupo de conversación técnica acerca de todos los temas, incluso la estimación de costos.

EJEMPLO 15.2

Al evaluar la factibilidad de un proyecto grande de construcción, un ingeniero está interesado en la estimación del costo de la mano de obra especializada para llevarlo a cabo. El ingeniero encuentra un proyecto de complejidad y magnitud parecidas que se realizó hace cinco años y que tuvo un costo de mano de obra especializada de $360 000. El índice *ENR* de dicho concepto en ese entonces era de 3 496 y ahora es de 5 127. ¿Cuál es el costo de esa mano de obra para el nuevo proyecto?

Solución

El tiempo base t_0 es hace cinco años. Con la ecuación (15.2), el costo presente estimado es

$$C_r = 360\,000\left(\frac{5\,127}{3\,496}\right)$$
$$= \$527\,952$$

En las industrias manufacturera y de servicios, los índices de costos tabulados no están muy disponibles. El índice de costos variará tal vez con la región del país, el tipo de producto o servicio, y muchos otros factores más. Cuando se estiman los costos para un sistema de manufactura con frecuencia es necesario desarrollar el índice del costo para conceptos de alta prioridad, como componentes subcontratados, materiales seleccionados y costos de mano de obra. El desarrollo del índice de costo requiere el costo real en diferentes momentos para una cantidad y calidad prescrita del concepto. El **periodo base** es el tiempo seleccionado en el que se define el índice con un valor base de 100 (o 1). El índice de cada año (periodo) se determina como el costo dividido entre el costo del año base y multiplicado por 100. Los valores de índice futuro se obtienen con extrapolación simple o técnicas matemáticas más avanzadas, como análisis de serie de tiempo.

EJEMPLO 15.3

Sean, dueño de Alamo Pictures, elabora documentales basados en hechos reales acerca del Viejo Oeste y los vende a varias tiendas, por correo y en línea. Decidió expandirse a nuevas áreas y quiere elaborar estimaciones del costo de tres de los costos más significativos de la mano de obra para filmar películas. El director de finanzas de Alamo Pictures obtuvo los costos promedio por hora de diferentes años (véase la tabla 15-4).

a) Con 2008 como año base, determine los índices de costo a partir de una base de 1.00. Haga comentarios acerca de la tendencia de cada índice con el paso de los años.

b) Sean espera utilizar muchos servicios de graficación en 2014 para cierto documental que planea, pero es el componente del costo que aumenta más rápido. El costo en 2010 fue de $78 por hora; suponga un escenario del peor caso en que el índice de la graficación continúa la misma tendencia aritmética que tuvo de 2010 a 2011. Determine el costo por hora que se debe presupuestar para dicho concepto en 2014.

Solución

a) Para cada tipo se servicio se calcula el índice I_t/I_0, donde t = 2005, 2006, …, con 2008 como año base 0. La tabla 15-5 presenta los índices. Las observaciones acerca de la tendencia son las siguientes:

Costo de la mano de obra de la graficación: aumenta constantemente en todos los años.

Costo de la mano de obra de los dobles: en aumento hasta 2009, y estable desde entonces.

Costo de la mano de obra de actores: más alto en 2007 y 2008; comparativamente más bajo y estable en otros años.

TABLA 15-4 Costos promedio por hora para tres servicios, ejemplo 15.3

	Costo del servicio, $ promedio por hora						
Tipo de servicio	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**
Graficación	50	56	65	67	70	78	90
Dobles	50	55	60	70	87	83	85
Actores	80	80	90	90	80	75	85

TABLA 15-5 Valores de los índices con 2008 como año base, ejemplo 15.3

	Índice I_t/I_0						
Tipo de servicio	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**
Graficación	0.75	0.84	0.97	1.00	1.04	1.16	1.34
Dobles	0.71	0.79	0.86	1.00	1.24	1.19	1.21
Actores	0.89	0.89	1.00	1.00	0.89	0.83	0.94

b) El índice en 2010 es 1.16. El incremento a 2011 es 0.18; el valor del índice en 2014 será de 1.34 + 3(0.18) = 1.88. Con la ecuación (15.2) se encuentra el costo del peor caso posible en 2014.

$$\begin{aligned} C_{2014} &= C_{2010}(I_{2014}/I_{2010}) = 78(1.88/1.16) \\ &= 78(1.62) \\ &= \$126 \text{ por hora} \end{aligned}$$

15.4 Relaciones de estimación de costo. Ecuaciones costo-capacidad ●●●

Las variables de diseño (velocidad, peso, empuje, tamaño físico, etcétera) de plantas, equipo y construcción se determinan en las etapas iniciales de diseño. Las **relaciones de estimación de costos (REC)** emplean estas variables de diseño para predecir costos. Por tanto, una REC suele diferir del método de índice de costos porque el índice se basa en el costo histórico de una cantidad y calidad definidas de una variable.

Uno de los modelos REC más común es la **ecuación de costo-capacidad**. Como su nombre lo indica, se trata de una ecuación que relaciona el costo de un componente, sistema o planta con su capacidad. A ésta también se le conoce como *modelo del dimensionamiento y la ley de la capacidad*. Como muchas ecuaciones de costo-capacidad se representan gráficamente con una línea recta sobre papel logarítmico, una forma común es

$$C_2 = C_1\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^x \tag{15.3}$$

donde C_1 = costo con la capacidad Q_1
C_2 = costo con la capacidad Q_2
x = exponente de correlación

El valor del exponente para diversos componentes, sistemas o plantas completas se obtiene o se deriva de diversas fuentes, como *Plant Design and Economics for Chemical Engineers, Preliminary Plant Design in Chemical Engineering, Chemical Engineers' Handbook*, revistas técnicas (sobre todo *Chemical Engineering*), U.S. Environmental Protection Agency, organizaciones profesionales o comerciales, empresas consultoras, manuales y compañías distribuidoras de equipos. La tabla 15-6 es un listado parcial de valores habituales del exponente para diversas unidades. Cuando no se conoce el valor de un exponente para una unidad particular, se acostumbra utilizar el valor promedio de $x = 0.6$. De hecho, en la industria de procesamiento químico, la ecuación (15.3) se conoce como modelo de los seis décimos.

Usualmente, el exponente x en la ecuación costo-capacidad está en el rango $0 < x \leq 1$.

Si $x < 1$, las *economías de escala* otorgan una ventaja de costos en dimensiones mayores.

Si $x = 1$, hay una relación *lineal.*

Si $x > 1$, hay *deseconomías de escala,* pues un mayor tamaño cuesta más que una relación lineal.

Es especialmente útil combinar el ajuste del tiempo del índice de costos (I_t/I_0) de la ecuación (15.2) con una ecuación costo-capacidad para estimar los costos que cambian con el tiempo. Si se incluye el índice en los cálculos de costo-capacidad de la ecuación (15.3), el costo en el tiempo t y en el nivel de capacidad 2 puede escribirse como el producto de dos términos independientes.

$$\begin{aligned} C_{2,t} &= (\text{costo en el tiempo 0 de nivel 2}) \times (\text{índice de costo ajustado en el tiempo}) \\ &= \left[C_{1,0}\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^x\right]\left(\frac{I_t}{I_0}\right) \end{aligned}$$

Por lo general, esto se expresa sin el subíndice tiempo. Por tanto,

$$C_2 = C_1\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^x\left(\frac{I_t}{I_0}\right) \tag{15.4}$$

El siguiente ejemplo ilustra esta relación.

TABLA 15-6 Valores del exponente para ecuaciones de costo-capacidad

Componentes/sistema/planta	Amplitud del rango	Exponente
Planta de lodos activados	1-100 MGD	0.84
Clasificador aeróbico	0.2-40 MGD	0.14
Fuelle	1 000-7 000 pies/min	0.46
Centrífuga	40-60 pulg	0.71
Planta de cloro	3 000-350 000 ton/año	0.44
Clarificador	0.1-100 MGD	0.98
Compresor, recíproco (servicio de aire)	5-300 hp	0.90
Compresor	200-2 100 hp	0.32
Separador centrífugo	20-8 000 pies^3/min	0.64
Secador	15-400 pies^2	0.71
Filtro de arena	0.5-200 MGD	0.82
Intercambiador de calor	500-3 000 pies^2	0.55
Planta de hidrógeno	500-20 000 pced	0.56
Laboratorio	0.05-50 MGD	1.02
Laguna de aireación	0.05-20 MGD	1.13
Bomba centrífuga	10-200 hp	0.69
Reactor	50-4 000 gal	0.74
Lecho de secado de lodos	0.04-5 MGD	1.35
Pozo de estabilización	0.01-0.2 MGD	0.14
Tanque, acero inoxidable	100-2 000 gal	0.67

Nota: MGD = millón de galones por día; hp = caballos de fuerza; pced = pies cúbicos estándar por día.

EJEMPLO 15.4

El costo total de diseño y construcción de un digestor para manejar flujo con una tasa de 0.5 millones de galones diarios (MGD) fue de $1.7 millones en el año 2010. Estime el costo actual con una tasa de flujo de 2.0 MGD. El exponente de la tabla 15-6 para el rango de 0.2 a 40 MGD es 0.14. El índice de costo en 2010 se actualizó de 131 a 225 para este año.

Solución

Con la ecuación (15.3) se estima el costo del sistema más grande en 2010, pero debe actualizarse con el índice de costo para dólares de hoy. Con la ecuación (15.4) se realizan ambas operaciones a la vez. El costo estimado en dólares corrientes es el siguiente:

$$C_2 = 1\,700\,000\left(\frac{2.0}{0.5}\right)^{0.14}\left(\frac{225}{131}\right)$$
$$= 1\,700\,000(1.214)(1.718) = \$3.546 \text{ millones}$$

15.5 Relaciones de estimación de costos. Método de factor ●●●

Otro modelo muy común para obtener estimaciones de costos preliminares de plantas procesadoras se denomina **método del factor**. Si bien los métodos ya analizados sirven para estimar los costos de grandes artículos de equipo, procesos y los costos de planta totales, el método del factor se desarrolló específicamente para **costos de planta totales**. El método parte de la premisa de que pueden obtenerse costos de planta totales muy confiables al multiplicar el costo del equipo principal por ciertos factores. Como se dispone sin dificultad de los costos del equipo principal, es posible estimar rápido el costo de la planta si se conocen los factores apropiados. Con frecuencia se hace referencia a dichos factores como *factores de Lang*, en memoria de Hans J. Lang, quien fue el primero en proponer el método.

En su forma más simple, el método del factor se expresa en la misma forma que el método unitario:

$$C_T = hC_E \tag{15.5}$$

donde C_T = costo de planta total
h = factor del costo global o suma de factores de costo individuales
C_E = costo total del equipo más importante

Observe que h puede ser un factor de costo global o, de manera más realista, la suma de los componentes de costo individuales, como construcción, mantenimiento, mano de obra directa, materiales y elementos de costo indirecto. Esto sigue al enfoque de estimación de costos presentado en la figura 15-1.

Costos directos/indirectos

En su trabajo original, Lang demostró que los *factores de costo directo* e *indirecto* pueden combinarse en un factor global para diversos tipos de plantas, como procesadoras de sólidos, 3.10, procesadoras de fluidos y sólidos, 3.63, y plantas procesadoras de fluidos, 4.74. Tales factores revelan que el costo total de la planta ya instalada es cierto número de veces el costo inicial del equipo principal.

EJEMPLO 15.5

Un ingeniero con Valero Petroleum se enteró de que una expansión de la planta de proceso de fluidos y sólidos tendría un costo de equipo entregado de $2.08 millones. Si el factor de costo global para este tipo de planta es 3.63, estime el costo total de la planta.

Solución

El costo total de la planta se estima con la ecuación (15.5).

$$C_T = 3.63(2\,080\,000)$$
$$= \$7\,550\,400$$

Refinamientos posteriores del método del factor llevaron al desarrollo de factores separados para componentes de los costos directos e indirectos. Los costos directos, como se analizaron en la sección 15.1, son específicamente identificables con un producto, función o proceso. Los costos indirectos son los que no se atribuyen directamente a una sola función, sino que varias los comparten porque son necesarios para alcanzar el objetivo global. Ejemplos de costos indirectos son la administración general, servicios de cómputo, calidad, seguridad, impuestos, vigilancia y diversas funciones de apoyo. Los factores tanto para costos directos como indirectos se desarrollan para usarlos algunas veces con los *costos del equipo entregado* y, otras veces, con los *costos del equipo instalado*, como se definió en la sección 15.1. En el presente texto se supondrá que todos los factores se aplican a los costos del equipo entregado, a menos que se especifique lo contrario.

Algunos factores de los costos indirectos se aplican sólo a los costos del equipo, mientras que otros se aplican al costo directo total. En el primer caso, el procedimiento más simple consiste en agregar los factores de costos directos e indirectos antes de multiplicar por el costo del equipo entregado. El factor de costo global h se escribe como

$$h = 1 + \sum_{i=1}^{n} f_i \tag{15.6}$$

donde f_i = factor por cada componente de costo
i = componentes 1 a n, inclusive el costo indirecto

Si se aplica el factor de costo indirecto al costo directo total, sólo se suman los factores de costo directo para obtener h. En consecuencia, la ecuación (15.5) se reescribe como

$$C_T = \left[C_E\left(1 + \sum_{i=1}^{n} f_i\right)\right](1 + f_I) \tag{15.7}$$

donde f_I = factor de costo indirecto
f_i = factores para componentes de costo directo

Los ejemplos 15.6 y 15.7 ilustran estas ecuaciones.

EJEMPLO 15.6

Se espera que el costo del equipo entregado para una pequeña planta de procesamiento de sustancias químicas sea de $2 millones. Si el factor de costo directo es 1.61 y el factor de costo indirecto es 0.25, determine el costo total de la planta.

Solución

Como todos los factores se aplican al costo del equipo entregado, se suman para obtener h, el factor de costo total en la ecuación (15.6).

$$h = 1 + 1.61 + 0.25 = 2.86$$

El costo total de la planta es:

$$C_T = 2.86(2\,000\,000) = \$5\,720\,000$$

EJEMPLO 15.7

Se espera que una nueva grúa para manejar contenedores en el puerto de Singapur tenga un costo de equipo entregado de $875 000. El factor de costo por la instalación de rieles, concreto, acero, disminución de ruido, apoyos, etcétera, es de 0.49. El factor de construcción es de 0.53, y el de costo indirecto, de 0.21. Calcule el costo total si *a*) todos los factores de costo se aplican al costo del equipo entregado y *b*) se aplica el factor de costo indirecto al costo directo total.

Solución

a) El costo de equipo total es $875 000. Como tanto los factores del costo directo como del indirecto se aplican sólo al costo del equipo, el factor de costo global de la ecuación (15.6) es

$$h = 1 + 0.49 + 0.53 + 0.21 = 2.23$$

El costo total es

$$C_T = 2.23(875\,000) = \$1\,951\,250$$

b) Ahora se calcula primero el costo directo total, y con la ecuación (15.7) se estima el costo total de la planta.

$$h = 1 + \sum_{i=1}^{n} f_i = 1 + 0.49 + 0.53 = 2.02$$

$$C_T = [875\,000(2.02)](1.21) = \$2\,138\,675$$

Comentario

Advierta la disminución del costo estimado de la planta cuando se aplica el costo indirecto sólo al costo del equipo en el inciso *a*). Esto ilustra la importancia de determinar con exactitud qué factores aplicar antes de utilizarlos.

15.6 Tasa y asignación tradicional de costos indirectos ●●●

Los costos en que se incurre en la producción de un artículo o en la prestación de un servicio tienen un seguimiento y una asignación mediante un **sistema de contabilidad de costos**. En el ambiente de la manufactura suele establecerse que la *declaración del costo de los bienes vendidos* (se estudia en el apéndice B) es un producto final de dicho sistema. El sistema de contabilidad de costos acumula costos de materiales, costos de mano de obra y costos indirectos (llamados también costos generales o gastos de fábrica) con los **centros de costos**. Todos los costos en los que incurre un departamento o línea de proceso se agrupan en un título de centro de costos, por ejemplo, Departamento 3X. Como los materiales directos y la mano de obra directa suelen ser asignables directamente a un centro de costos, el sistema sólo necesita identificar y dar seguimiento a dichos costos. Por supuesto, esto en sí mismo no es una labor fácil, y el costo del sistema de seguimiento llega a dificultar la recolección de toda la información de costos directos con el detalle que se desea.

Una de las labores primordiales y más difíciles de la contabilidad de costos es asignar **costos indirectos** cuando es necesario separarlos por departamentos, procesos y líneas de producto.

TABLA 15-7 Bases de asignación de costos indirectos

Categoría de costos	Bases de asignación posibles
Impuestos	Espacio ocupado
Calefacción, luz	Espacio, uso, número de puntos de salida
Electricidad	Espacio, horas de mano de obra directa, costo de mano de obra directa, horas de máquina
Recepción, compras	Costo de materiales, número de pedidos, número de artículos
Personal, taller de máquinas	Horas de mano de obra directa, costo de mano de obra directa
Mantenimiento de edificaciones	Espacio ocupado, costo de mano de obra directa
Desarrollo de software	Número de accesos
Control de calidad	Número de inspecciones

Costos indirectos

Los **costos indirectos** son los asociados a los impuestos prediales, departamentos de servicio y mantenimiento, personal, asesoría legal, calidad, supervisión, compras, servicios públicos, desarrollo de software, etcétera. Deben asignarse al centro de costos en uso. La recolección detallada de esta información es difícil en términos de costos y con frecuencia resulta imposible; por tanto, se utilizan esquemas de asignación para distribuir los gastos de manera razonable.

En la tabla 15-7 se incluye un listado de las posibles bases. Históricamente, las bases comunes tienen costo de mano de obra directa, horas de mano de obra directa, horas-máquina, número de empleados, espacio y materiales directos.

La mayor parte de la asignación se logra con una *tasa de costo indirecto* predeterminada, calculada mediante la relación general.

$$\textbf{Tasa de costos indirectos} = \frac{\textbf{total de costos indirectos estimados}}{\textbf{nivel estimado de la base}} \qquad \textbf{(15.8)}$$

El costo indirecto estimado es el monto asignado a un centro de costo. Por ejemplo, si una división tiene dos departamentos de producción, se utiliza el costo indirecto total asignado a un departamento como el numerador de la ecuación (15.8) para determinar la tasa del departamento. El ejemplo 15.8 ilustra la asignación cuando el centro de costos es una máquina.

EJEMPLO 15.8

El gerente de productos de belleza en BestWay quiere determinar las tasas de asignación para $150 000 de costos indirectos de las tres máquinas del procesamiento de lociones. La siguiente información se obtuvo del presupuesto del último año para las tres máquinas. Calcule las tasas de cada máquina si la cantidad se distribuye por igual.

Fuente de costo	Base de asignación	Nivel estimado de actividad
Máquina 1	Costo de mano de obra directa	$100 000
Máquina 2	Horas de mano de obra directa	2 000 horas
Máquina 3	Costo de material directo	$250 000

Solución

Al aplicar la ecuación (15.8) por cada máquina, las tasas anuales son

$$\text{Tasa de la máquina 1} = \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{costo de la mano de obra directa}} = \frac{50\,000}{100\,000}$$

$$= \$0.50 \text{ por dólar de mano de obra directa}$$

$$\text{Tasa de la máquina 2} = \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{horas de la mano de obra directa}} = \frac{50\,000}{2\,000}$$

$$= \$25 \text{ por hora de mano de obra directa}$$

$$\text{Tasa de la máquina 3} = \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{costo de materiales}} = \frac{50\,000}{250\,000}$$

$$= \$0.20 \text{ por dólar de materiales directos}$$

Ahora ya se calcularon los costos y las horas de mano de obra directa reales y los costos de materiales para este año, y cada dólar de costo de mano de obra directa gastado en la máquina 1 implica que $0.50 en el costo indirecto se agregarán al costo del producto. De manera similar se suman los costos indirectos para las máquinas 2 y 3.

Cuando se usa la misma base de asignación para distribuir costos indirectos a varios centros de costo, se puede determinar una **tasa global**. Por ejemplo, si los materiales directos son la base para la asignación a cuatro líneas de proceso separadas, la tasa global es

$$\text{Tasa de costo indirecto} = \frac{\text{total de costos indirectos}}{\text{total del costo directo de los materiales}}$$

Si para las cuatro líneas se estiman totales de $500 000 en costos indirectos y de $3 millones en materiales para el próximo año, la tasa general indirecta por aplicar es 500 000/3 000 000 = $0.167 por dólar de costo de materiales. Las tasas generales son más fáciles de calcular y aplicar, aunque no toman en cuenta las diferencias en el tipo de actividades de cada centro de costo.

En la mayoría de los casos, la maquinaria o los procesos agregan valor al producto final con tasas diferentes por unidad u hora de uso. Por ejemplo, la maquinaria ligera puede contribuir menos por hora que la más pesada y cara. Esto es cierto en especial cuando se usa tecnología avanzada en el proceso, por ejemplo, una celda de manufactura automatizada que se emplee junto con métodos tradicionales, como un equipo de acabados no automatizado. En estos casos no se recomiendan las tasas globales o conjuntas, pues el costo indirecto se asignaría en forma incorrecta. La maquinaria que contribuye con un valor más bajo acumularía demasiado del costo indirecto. El enfoque de la asignación del costo indirecto debe ser la aplicación de bases diferentes para distintas máquinas, actividades, etcétera, según se estudió antes e ilustró con el ejemplo 15.8. Es frecuente que el uso de bases apropiadas y distintas se denomine **método de la tasa por hora de producción**, pues la tasa de costo se determina con base en el valor agregado, no con una tasa uniforme o global. Como se observó que es normal usar más de una base para asignar los costos indirectos, se comenzaron a aplicar métodos de costeo basados en actividades, como se estudia en la siguiente sección.

Una vez transcurrido un periodo (mes, trimestre o año) se utilizan las tasas de costo indirecto para obtener el *cargo* de costos indirectos, que luego se suma a los costos directos. Esto resulta en el costo total de producción, al cual se le denomina el costo de bienes vendidos, o **costo de fábrica**. Dichos costos se acumulan por *centro de costo*.

Si el presupuesto de costos indirectos totales es correcto, los costos indirectos cargados a todos los centros de costos para el periodo considerado deben igualar esta cantidad de presupuesto. Sin embargo, debido a que siempre existe algún error en el presupuesto, habrá cierta sobreasignación o subasignación relativa a los cargos reales, lo cual se denomina ***varianza de la asignación***. La experiencia en la estimación de costos indirectos ayuda a reducir la varianza al final del periodo contable.

EJEMPLO 15.9

Una vez que el gerente de BestWay determinó las tasas de costo indirecto (véase el ejemplo 15.8) se calcula ahora el costo de fábrica total para un mes. Realice los cálculos con los datos de la tabla 15-8. También calcule la varianza en la asignación de costos indirectos para el mes.

Solución

Empiece con la relación del costo de los bienes vendidos (costo de fábrica) dada por la ecuación (B.1) del apéndice B, la cual es

$$\text{Costo de los bienes vendidos} = \text{materiales directos} + \text{mano de obra directa} + \text{costos indirectos}$$

TABLA 15-8 Información mensual real para asignar costos indirectos

Fuente de costo	Número de máquina	Costo real, $	Horas reales
Material	1	3 800	
	3	19 550	
Mano de obra	1	2 500	650
	2	3 200	750
	3	2 800	720

Para determinar los costos indirectos se utilizan las tasas del ejemplo 15.8:

Máquina 1, indirecto = (costo de mano de obra)(tasa) = 2 500(0.50) = $1 250

Máquina 2, indirecto = (horas de mano de obra)(tasa) = 750(25.00) = $18 750

Máquina 3, indirecto = (costo de materiales)(tasa) = 19 550(0.20) = $3 910

Costo indirecto total cargado = $23 910

El costo de fábrica es la suma de los costos de mano de obra y materiales reales de la tabla 15-8, de $31 850, más el cargo del costo indirecto para un total de $55 760.

Con base en el presupuesto anual de costo indirecto de $150 000 por máquina, un mes representa 1/12 del total o

$$\text{Presupuesto mensual} = \frac{150\,000}{12}$$
$$= \$12\,500$$

La varianza de la asignación para el costo total indirecto es:

$$\text{Varianza} = 12\,500 - 23\,910 = \$-11\,410$$

Ésta es una enorme subasignación presupuestaria, pues se carga mucho más que lo asignado. Los $12 500 presupuestados para las tres máquinas representan una subasignación de 91.3% de los costos indirectos. Tal análisis sólo para un mes del año puede agilizar la revisión de las tasas y el presupuesto de los costos indirectos.

Una vez determinadas las estimaciones de los costos indirectos es posible efectuar un análisis económico de la operación presente respecto de una operación propuesta. Dicho estudio se describe en el ejemplo 15.10.

EJEMPLO 15.10

Durante varios años Cuisinart Corporation ha comprado la garrafa ensamblada de su principal línea de cafeteras a un costo anual de $2.2 millones. Se sugirió elaborar el componente dentro de la empresa. En la tabla 15-9 se muestran las estimaciones de material, mano de obra y horas para los tres departamentos involucrados en las tasas de costo indirecto anual. La columna de horas asignadas es el tiempo necesario para producir las garrafas durante un año.

El equipo debe comprarse con las siguientes estimaciones: costo inicial de $2 millones, valor de rescate de $50 000 y vida de 10 años. Realice un análisis económico para la opción de fabricar la garrafa si la TMAR es una tasa de mercado de 15% anual.

Solución

Para fabricar los componentes dentro de la compañía, los COA constan de mano de obra directa, material directo y costos indirectos. Con los datos de la tabla 15-9 calcule la asignación de costos indirectos.

Departamento A:	25 000(10)	=	$250 000
Departamento B:	25 000(5)	=	125 000
Departamento C:	10 000(15)	=	150 000
			$525 000

COA = 500 000 + 300 000 + 525 000 = $1 325 000

TABLA 15-9 Estimación del costo de producción para el ejemplo 15.10

		Costos indirectos			
Departamento	Base, horas	Tasa por hora, $	Horas asignadas	Costo de material, $	Costo mano de obra directa, $
A	Mano de obra	10	25 000	200 000	200 000
B	Máquina	5	25 000	50 000	200 000
C	Mano de obra	15	10 000	50 000	100 000
				300 000	500 000

El valor anual de la opción de fabricar es el total de la recuperación de capital y el COA.

$$\begin{aligned} VA_{fabricar} &= -P(A/P,i,n) + S(A/F,i,n) - COA \\ &= -2\,000\,000(A/P,15\%,10) + 50\,000(A/F,15\%,10) - 1\,325\,000 \\ &= \$-1\,721\,037 \end{aligned}$$

En la actualidad, las garrafas se compran con un VA de

$$VA_{compra} = \$-2\,200\,000$$

Resulta más barato fabricar, pues el VA de costos es menor.

15.7 Costeo basado en actividades (ABC) para costos indirectos

Conforme avanzan las tecnologías de automatización, de software y de manufactura, el número de horas de mano de obra directa necesarias para fabricar un producto se reduce de manera sustancial. Mientras en una época se consideraban porcentajes de 35 a 45% del costo final del producto como mano de obra, ahora el componente de mano de obra va por lo común de 5 a 10% del costo de manufactura total. Sin embargo, el costo indirecto ahora va de 35 a 45% del costo de manufactura total. Las bases, como horas de mano de obra directa, para asignar el costo indirecto no tienen la exactitud suficiente para los ambientes automatizados y de tecnología avanzada. Esto generó el desarrollo de nuevos métodos que complementan las asignaciones de costos tradicionales que se basan, de una forma u otra, en la ecuación (15.8). Asimismo, suelen aplicarse bases de asignación diferentes de las tradicionales.

Un producto que, con métodos tradicionales, en apariencia pudo contribuir con una gran porción de la utilidad, *en realidad quizá sea un perdedor* al asignarse los costos indirectos en forma más precisa. Las compañías con una amplia variedad de productos y fabricación en lotes pequeños pueden encontrar que los métodos tradicionales de asignación tienden a subasignar los costos indirectos a los productos de los lotes pequeños. Esto puede indicar que son rentables cuando en realidad se pierde dinero con ellos.

Una técnica mejorada para asignar el costo indirecto es el **costeo basado en actividades (ABC)**. Está diseñado para identificar *centros de costos*, *actividades* e *impulsores de costos*. A continuación se describe cada uno de ellos.

Centros de costo: Los productos o servicios finales de la corporación se denominan centros de costo o grupos de costo. *Reciben* a los costos indirectos.

Actividades: Por lo general son departamentos de apoyo (compras, calidad, TI, mantenimiento, ingeniería, supervisión, etcétera) que *generan* los costos indirectos que después se distribuyen a los centros de costo.

Impulsores de costo: Es común expresarlos en volúmenes, e *impulsan* el consumo de un recurso compartido. Algunos ejemplos son el número de las órdenes de compra, costo de cambiar las órdenes de ingeniería, número de preparaciones de las máquinas, número de infracciones de seguridad y otros similares.

Aplicar el ABC implica varios pasos.

1. Identificar cada *actividad* y su costo total.
2. Determinar los *impulsores del costo* y sus volúmenes de uso.
3. Calcular la *tasa* de costo indirecto de cada actividad.

$$\textbf{Tasa ABC de costo indirecto} = \frac{\textbf{costo total de la actividad}}{\textbf{volumen total del impulsor de costo}} \qquad \textbf{(15.9)}$$

4. Con la tasa, *asignar* el costo indirecto a los centros de costo de cada actividad.

Para ilustrar lo anterior, suponga que una empresa que produce dos tipos de láser industrial (centros de costo) tiene tres departamentos de apoyo principales (actividades; paso 1 del procedimiento). La asignación de los costos generada por el departamento de compras, por ejemplo, se basa en el número de órdenes de compra (paso 2) que apoyan la producción de láseres. La tasa ABC (paso 3) en dólares por orden de compra se utiliza para asignar costos indirectos a los dos productos de láser (paso 4).

EJEMPLO 15.11

Una empresa aeroespacial multinacional asigna costos de manufactura y apoyo gerencial para su división europea con métodos tradicionales. Sin embargo, las cuentas del tipo de viajes de negocios se asignan históricamente con base en el número de empleados en las plantas de Francia, Italia, Alemania y España.

El presidente afirmó hace poco que es probable que algunas líneas de producto generen muchos más viajes que otras. Se eligió el sistema de ABC para mejorar el método tradicional y asignar en forma más precisa los costos de viaje a las principales líneas de producto en cada planta.

a) Primero, suponga que es suficiente la asignación de los gastos de viaje totales observados de $500 000 para las plantas, con una base tradicional del tamaño de la fuerza laboral. Si el total de 29 100 empleados se distribuye de la siguiente manera, asigne los $500 000.

París, planta de Francia	12 500 empleados
Florencia, planta de Italia	8 600 empleados
Hamburgo, planta de Alemania	4 200 empleados
Barcelona, planta de España	3 800 empleados

b) Ahora, suponga que la gerencia corporativa desea conocer más sobre los gastos de viaje con base en la línea de productos, no sólo la ubicación de la planta y el tamaño de la fuerza laboral. Se utilizará el método ABC con la finalidad de asignar costos de viaje para las principales líneas de producto. Los presupuestos de apoyo anual de la planta indican que se gastaron los siguientes porcentajes en viajes:

París	5% de $2 millones
Florencia	15% de $500 000
Hamburgo	17.5% de $1 millón
Barcelona	30% de $500 000

Además, el estudio indica que en un año se procesó un total de 500 comprobantes de viaje por parte de la gerencia de las principales cinco líneas de producto generadas en las cuatro plantas. La distribución es la siguiente:

París	Líneas de producto: 1 y 2; número de comprobantes: 50 para la línea 1, 25 para la línea 2.
Florencia	Líneas de producto: 1, 3 y 5; comprobantes: 80 para la línea 1, 30 para la línea 3, 30 para la línea 5.
Hamburgo	Líneas de producto: 1, 2 y 4; comprobantes: 100 para la línea 1, 25 para la línea 2, 20 para la línea 4.
Barcelona	Línea de producto: 5; comprobantes: 140 para la línea 5.

Con el método ABC determine la forma en que las líneas de producto impulsan los costos de viaje en las plantas.

Solución

a) En este caso, la ecuación (15.8) toma la forma de una tasa global por empleado:

$$\text{Tasa de costo indirecto} = \frac{\text{presupuesto de viaje}}{\text{fuerza de trabajo total}}$$
$$= \frac{\$500\,000}{29\,100} = \$17.1821 \text{ por empleado}$$

Al utilizar esta base tradicional de la tasa multiplicada por el tamaño de la fuerza laboral se obtiene una asignación para cada planta.

París	$17.1821(12 500) = $214 777
Florencia	$147 766
Hamburgo	$72 165
Barcelona	$65 292

b) El método ABC profundiza más, y las cantidades en las plantas serán diferentes de las del inciso *a*) porque se aplican bases completamente diferentes. El procedimiento de cuatro pasos para asignar los costos de viaje a los cinco productos es el siguiente:

Paso 1. La cantidad total por asignar se determina a partir de los porcentajes del presupuesto de apoyo dedicado a viajes para cada planta. Este número se determina a partir de la información del porcentaje del presupuesto, de la siguiente manera:

$$0.05(2\,000\,000) + \cdots + 0.30(500\,000) = \$500\,000$$

TABLA 15-10 Asignación ABC del costo de viaje ($ en miles), ejemplo 15.11

	Línea de producto					
	1	2	3	4	5	Total
París	50	25				75
Florencia	80		30		30	140
Hamburgo	100	25		20		145
Barcelona					140	140
Total	$230	$50	$30	$20	$170	$500

Paso 2. El impulsor de costos es el número de comprobantes de viaje obtenidos por la unidad gerencial responsable de cada línea de producto en cada planta. La asignación será directa para los productos, no para las plantas. Sin embargo, la asignación de viaje a las plantas puede determinarse después, pues se sabe cuáles líneas de producto se producen en cada planta.

Paso 3. La tasa de asignación ABC se determina mediante la ecuación (15.9).

$$\text{Tasa de asignación ABC} = \frac{\text{costo total del viaje}}{\text{número total de comprobantes}}$$

$$= \frac{\$500\,000}{500}$$

$$= \$1\,000 \text{ por comprobante}$$

Paso 4. La tabla 15-10 resume los comprobantes y su asignación por línea de producto y por ciudad. El producto 1 ($230 000) y el producto 5 ($170 000) impulsan los costos de viaje con base en el análisis ABC. La comparación de los totales por planta en la tabla 15-10 con los totales respectivos en el inciso *a*) indica una diferencia sustancial en los montos asignados, en especial a París, Hamburgo y Barcelona. Esta comparación verifica la sospecha del presidente de que son las líneas de producto, no las plantas, las que impulsan los requerimientos de viaje.

Comentario

Suponga que el producto 1 se elabora en lotes pequeños en la planta de Hamburgo desde hace varios años. Este análisis, al compararse con el método tradicional de asignación de costos en el inciso *a*), revela un hecho muy interesante. En el análisis ABC, a Hamburgo se le asigna un total de $145 000 de viaje, $100 000 de los cuales proceden del producto 1. En el análisis tradicional con base en el tamaño de la fuerza laboral, se asignaron a Hamburgo sólo $72 165, cerca de 50% del monto del análisis ABC de mayor precisión. Esto debe señalar a la gerencia la necesidad de examinar las prácticas de tamaño de lote de manufactura en Hamburgo y quizá en otras plantas, en especial cuando un producto se manufactura actualmente en más de una planta.

Algunos defensores del método ABC recomiendan descartar los métodos tradicionales de contabilidad de costos de una compañía y utilizar exclusivamente el ABC. Éste no es un buen enfoque, pues el ABC no es un sistema de costos completo. El método ABC proporciona información que auxilia en el *control de costos*, en tanto que el método tradicional subraya la asignación y estimación del costo. Los dos sistemas funcionan bien de manera conjunta, con los métodos tradicionales para asignar costos cuando existen bases directas identificables, por ejemplo, mano de obra directa. En general, el análisis ABC es más costoso y consume más tiempo que un sistema tradicional de asignación de costos, aunque en muchos casos puede ayudar a comprender el impacto económico de las decisiones gerenciales y a controlar cierto tipo de costos indirectos.

15.8 Elaboración de estimaciones y prácticas éticas ●●●

La elaboración de estimaciones sobre los costos, ingresos, flujos de efectivo, tasas de rendimiento y muchos otros parámetros futuros es un trabajo de rutina con análisis económicos de cualquier tipo. Todas las instituciones públicas, corporaciones privadas y organizaciones sin fines de lucro toman sus decisiones económicas con base en estas estimaciones, la mayor parte de las cuales provienen de empleados de

las organizaciones o de consultores externos que efectúan actividades específicas estipuladas en un contrato. Es muy fácil que haya sesgos, poca precisión, engaños u otras acciones que buscan obtener utilidades. Lo que debe guiar a las personas en su trabajo de hacer estimaciones justas y verosímiles para sus análisis y decisiones es su moral individual y apegarse a los códigos de ética profesional que se mencionan en la sección 1.3, como sigue.

El Código de Ética para Ingenieros, NSPE (véase el apéndice C), que ya se mencionó, comienza con una lista de seis reglas fundamentales. Una muy importante para la integridad de las estimaciones es "evitar actos fraudulentos". Ejemplos de una conducta falta de ética son los actos que apartan los resultados de las muestras experimentales, los datos anteriores de costo o resultados de encuestas en aras de ganancias personales, mayores utilidades o favores. Las estimaciones de todo tipo deben basarse en prácticas como las siguientes:

Fundamentar las estimaciones en información veraz obtenida en un rango de situaciones representativas de la que se estudia.

Usar teorías y técnicas aceptadas al tomar muestras estadísticas, elaborar elementos presupuestales y sacar conclusiones que se incluyan en las propuestas, aplicaciones y recomendaciones.

Como consultor o contratista, mantener separadas las relaciones personales de las laborales mientras se hagan estimaciones y se elabore el dictamen final para un cliente o patrocinador.

El segundo caso de estudio al final del capítulo presenta un ejemplo de ciertos problemas éticos que surgen al preparar estimaciones y propuestas para un trabajo por contrato.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

No se espera que la estimación de costos sea exacta, pero debe ser lo bastante precisa para apoyar un análisis económico exhaustivo con un enfoque de ingeniería económica. Existen enfoques ascendentes y descendentes; cada uno trata de manera diferente las estimaciones de precio y costo.

Los costos se actualizan con un índice de costos: proporción de costos del mismo artículo en dos momentos. El índice de precios al consumidor (IPC) es un ejemplo muy citado de indización de costos. La estimación de costos se logra mediante varios modelos llamados de relaciones de estimación de costos. Dos de ellos son:

Ecuación costo-capacidad. Sirve para estimar costos a partir de variables de diseño para equipo, materiales y construcción.

Método del factor. Sirve para estimar costos totales de planta.

La asignación de costos tradicional emplea una tasa de costos indirecta determinada para una máquina, departamento, línea de producto, etcétera. Se utilizan bases como costo de mano de obra directa, costo de materiales directos y horas de mano de obra directa. Con la mayor automatización y el acelerado avance de tecnología de información, se han desarrollado nuevas técnicas de asignación de costos indirectos. El método de costeo basado en actividades ABC es una excelente técnica para complementar el método tradicional de asignación.

El método ABC utiliza el razonamiento de que las órdenes de compra, inspecciones, arranques de máquinas, repeticiones, etcétera, *impulsan* los costos acumulados en departamentos o funciones, como calidad, compras, contabilidad y mantenimiento. Una mayor comprensión de la forma en que la compañía o la planta en realidad acumula costos indirectos es un subproducto importante de la aplicación del método de ABC.

PROBLEMAS

Entender la estimación de costos

15.1 Clasifique los siguientes tipos de estimaciones según el tiempo dedicado a su obtención (de más tiempo a menos tiempo): diseñado parcialmente, diseñado de 60 a 100%, orden de magnitud, gran visión/factibilidad, estimación detallada.

15.2 Clasifique los siguientes elementos de costo como componente inicial del costo (CI) o costo de operación anual (COA) para un elemento de equipo en el taller: suministros, seguros, costo del equipo, costo de herramientas, instalación, cargos de entrega, costo de mano de obra.

15.3 Diga si para efectuar las actividades siguientes es más probable utilizar costos reales (R) o estimados (E): calcular impuestos, hacer propuestas, pagar bonos, determinar ganancias o pérdidas, fijar precios, evaluar

propuestas, distribuir recursos, planear producción y establecer metas.

15.4 Identifique las variables de entrada y salida en los enfoques ascendente y descendente para estimar costos.

15.5 Clasifique los costos siguientes como directos (D) o indirectos (I):

Personal del proyecto	Auditoría y jurídico
Herramientas	Renta
Materias primas	Equipo de capacitación
Suministros del proyecto	Mano de obra
Personal administrativo	Suministros de oficina

15.6 Clasifique como directo o indirecto cada uno de los costos siguientes, asociados a la posesión de un automóvil (suponga que un costo directo es el atribuible directamente a las millas recorridas). Placas, licencia de manejo, gasolina, cuotas de las autopistas, cambio de aceite, reparaciones después de un accidente grave, impuesto a la gasolina, pago mensual del préstamo, tarifa de inspección anual y renta de estacionamiento.

15.7 En las etapas de arranque y diseño conceptual de un proyecto, ¿cómo se llaman las estimaciones de costo? ¿Más o menos cuánto deben acercarse al costo real?

Costos unitarios

15.8 Con el método del costo unitario determine el costo preliminar de un guardavías para un pequeño puente si se requerirá un total de 120 pies con un costo de $58.19 por pie por concepto de materiales, equipos y mano de obra.

15.9 La empresa Sun-Metro Bus planea construir un estacionamiento de 600 automóviles en los suburbios de la ciudad que estimule a las personas a aprovechar el programa "Estaciónese y viaje" para ir al trabajo o de compras al centro. Prepare una estimación preliminar del costo del estacionamiento si el costo por cada lugar es de $4 700.

15.10 La Oficina de la Subsecretaría de la Defensa periódicamente publica datos de costos unitarios de programas de construcción militar. Si el costo unitario para un centro de comunicaciones por satélite (con escudo y generador) es de $496 por pie cuadrado, ¿cuál sería el costo estimado de un edificio de 6 000 pies cuadrados?

15.11 El Departamento de la Defensa usa factores de costo por área (FCA) para ajustar las diferencias en los costos de construcción en diferentes regiones del país (y del mundo). El factor de costo por área en la isla Andros, Bahamas, es de 1.70, mientras que para Rapid City, Dakota del Sur, es de 0.93. Si en esta última ciudad una bodega refrigerada para procesamiento cuesta $1 350 000, calcule su costo en Andros.

15.12 Las estimaciones de costo preliminar de prisiones pueden hacerse con costos basados ya sea en unidades de área (pies cuadrados) o volumétricas (pies cúbicos). Si el costo por unidad de área es de $185 por pie cuadrado y la altura promedio de los techos es de 10 pies, ¿cuál es el costo por unidad de volumen?

15.13 Los costos totales de proyecto por unidad de área y volumétrica para una biblioteca son de $114 por pie cuadrado y $7.55 por pie cúbico, respectivamente. Con base en estas cifras, ¿cuál es la altura promedio de las salas de una biblioteca?

15.14 El equipo requerido para que trabajadores experimentados coloquen 160 yardas cúbicas de concreto es de dos vibradores con motor de gasolina y una bomba de concreto. Si los vibradores cuestan $76 diarios y la bomba $580 por día, calcule *a*) el costo del equipo por yarda cúbica de concreto y *b*) el costo del equipo por la colocación de 56 yardas cúbicas de concreto.

15.15 Una cuadrilla de trabajadores para colocar concreto consiste en un capataz a $25.85 por hora, un acabador de cemento a $28.60 por hora, cinco oficiales a $23.25 cada uno por hora, y un operador del equipo a $31.45 por hora. Una cuadrilla así recibe el nombre de C20, y coloca 160 yardas cúbicas de concreto en un día de ocho horas de trabajo. Determine *a*) el costo diario de la mano de obra de la cuadrilla, *b*) el costo de la cuadrilla por yarda cúbica de concreto y *c*) el costo de colocar 250 yardas cúbicas de concreto.

15.16 En la tabla siguiente se muestran las actividades en un sitio para construir un puente pequeño. La tabla presenta la cantidad de cada actividad, la unidad de medida asociada a cada actividad y su costo unitario. Con estos datos determine *a*) el costo total de la excavación estructural, *b*) el costo total de la torre para colocar las pilas y *c*) el costo total de la mano de obra para el trabajo.

Actividad	Cantidad	Unidad de medida	Costo unitario de la mano de obra, $	Costo unitario del equipo, $	Costo unitario del material, $
Excavación, no clasificada	1 667	cy	1.35	1.43	0
Excavación, estructural	120	cy	21.31	5.00	0
Relleno, compactado	340	cy	7.78	1.72	0
Torre para colocar pilas	job	ls	5 688	6 420	300
Pilas, acero, colocación	2 240	lf	3.13	2.93	16.57

Leyenda: cy = yarda cúbica; ls = suma global; lf = pie lineal

Índices de costo

15.17 A partir de datos históricos, el lector descubre que el costo promedio nacional de construcción de escuelas de educación media es de $10 500 por estudiante. Si el índice estatal de Texas es de 76.9 y de California de

108.5, calcule el costo total de construcción de una escuela para 800 estudiantes en cada estado.

15.18 Una empresa de ingeniería prepara una estimación preliminar de costo para un proyecto de diseño constructivo de una planta procesadora de carbón. La empresa, que realizó un proyecto similar en 2001 con un costo de construcción de $30 millones, quiere usar el índice *ENR* de costos de construcción para actualizar el costo. Con los valores de la tabla 15-3 estime el costo de construcción de una planta de tamaño similar en 2010.

15.19 Si los editores del índice *ENR* deciden redefinirlo de modo que el año 2000 tenga un valor base de 100, determine el valor para los años *a*) 1995 y *b*) 2009.

15.20 *a*) Estime el valor del índice *ENR* de construcción con el cambio porcentual promedio (compuesto) en su valor entre 1995 y 2005 para pronosticar el valor en 2009.
b) ¿Cuánta diferencia (numérica) hay entre los valores estimado y real de 2009? ¿Es una subestimación o una sobrestimación?

15.21 Un ingeniero dueño de una compañía constructora que se especializa en grandes proyectos comerciales observó que los costos de los materiales se incrementaron a razón de 1% mensual durante los últimos 12 meses. Si se creara un índice de costo de materiales por cada mes de dicho año con el valor del índice igual a 100 al principio del año, ¿cuál sería su valor al final del año? Exprese su respuesta con dos cifras decimales.

15.22 Con 1913 como año base, con valor de 100, el índice de costo *ENR* de construcción (ICC) para agosto de 2009 fue de 8 563.35. Para agosto de 2010, el valor del ICC fue de 8 837.38. *a*) ¿Cuál fue la tasa de inflación para la construcción en ese periodo de un año? *b*) ¿Cuál será el valor del ICC en agosto de 2013 si la inflación es la misma que en el periodo 2009-2010?

15.23 Los transductores generales electroneumáticos de presión convierten la presión que detectan en una presión regulada de salida en proporción directa a una señal eléctrica de entrada. El costo de cierto transductor fue de $194 en 1985, cuando el índice M&S de equipo fue de 789.6. Si el precio aumentó exactamente en proporción al índice mencionado, ¿cuál habrá sido su costo en 2010 (a mitad del año) cuando el valor del índice era de 1 461.3?

15.24 El índice *ENR* de costo de la construcción de la ciudad de Nueva York tuvo un valor de 12 381.40 en febrero de 2007. Para Pittsburgh y Atlanta los valores fueron de 7 341.32 y 4 874.06, respectivamente. Si un contratista general de Atlanta ganó trabajos por un total de $54.3 millones, determine su valor total equivalente en la ciudad de Nueva York.

15.25 El índice de costo de la construcción *ENR* (ICC) para agosto de 2010 tuvo un valor de 8 837.37 con 1913 como año base con un valor de 100. Si el año base es 1967 con un valor de 1.0, el ICC para agosto de 2010 sería de 8.2272. En este caso, ¿cuál es el valor del ICC para 1967, cuando el año base es 1913?

15.26 El índice de costo *ENR* para materiales (ICM) tuvo un valor de 2 708.51 en agosto de 2010. En el mismo mes, el costo del cemento fue de $96.55 por tonelada. Si el cemento aumentó su precio exactamente de acuerdo con el ICM, ¿cuál fue su costo por tonelada en 1913, cuando el valor del ICM fue de 100?

15.27 Un contratista adquirió en 2010 equipo que costaba $40 000, cuando el índice de costo de equipo M&S fue de 1 461.3. Él recuerda que hace mucho tiempo compró el mismo equipo en $21 771, pero no recuerda el año en que lo hizo. Si el índice de costo de equipo M&S aumentó 2.68% por año durante dicho periodo y el equipo subió de precio exactamente en proporción al índice, *a*) ¿en qué año lo compró? y *b*) ¿cuál fue el valor del índice en ese año?

Métodos de costo-capacidad y del factor

15.28 Si el índice del costo de los materiales disminuyó 2% durante el mismo periodo en que el índice del costo de la construcción aumentó 2%, ¿qué sugiere esto acerca del índice del costo de la mano de obra si ésta representa 35% del costo de la construcción?

15.29 Con los valores del exponente de la tabla 15-6 estime el costo del equipo siguiente, que se colocará en una plataforma marina de perforación.
a) El costo de una bomba centrífuga de 125 hp si una de 200 hp cuesta $28 000.
b) El costo de un tanque de acero inoxidable de 1 700 galones si uno de 900 cuesta $4 100.

15.30 Una bomba de acero inoxidable de alta presión (1 000 psi) con motor de frecuencia variable está instalada en una planta piloto desalinizadora de agua marina de ósmosis inversa que recupera agua del concentrado de la membrana a razón de 4 galones por minuto (gpm). El costo de la bomba fue de $13 000. Debido a los resultados favorables del estudio piloto, el gobierno de la ciudad quiere pasar al sistema completo que producirá 500 gpm. Determine el costo estimado de la bomba más grande si el exponente en la ecuación costo-capacidad tiene un valor de 0.37.

15.31 Una torre empacada de arrastre inducido con capacidad de 0.75 millones de galones por día (MGD) para eliminar los trihalometanos del aire contenido en el agua potable cuesta $58 890. Calcule el costo de una torre de 2 MGD si el exponente en la ecuación costo-capacidad es de 0.58.

15.32 Un residente de obra dijo al lector que el control de frecuencia variable (CFV) de un motor de 300 hp costa-

ba $20 000. Haga la mejor estimación posible del costo para el CFV de un motor de 100 hp. El exponente en la ecuación de costo-capacidad no está disponible en la actualidad en el sitio en que usted se encuentra.

15.33 El costo de un evaporador de película descendente de 68 metros cuadrados fue de 1.52 veces el costo de la unidad de 30 metros cuadrados. ¿Cuál fue el valor del exponente en la ecuación costo-capacidad que produjo dichos resultados?

15.34 Cierto tubo de concreto reforzado (TCR) de 12 pulgadas de diámetro tuvo un costo de $12.54 por pie, en Dallas, Texas, en 2007. El costo del TCR de 24 pulgadas fue de $27.23 por pie. Si el área de la sección transversal del tubo se considera la "capacidad" en la ecuación de costo-capacidad, determine el valor del exponente que relaciona con exactitud los dos calibres del tubo.

15.35 Una torre de fraccionamiento de 100 000 barriles por día (bpd) costó $1.2 millones en 2001, cuando el valor del índice del costo de planta de *Chemical Engineering* fue de 394.3. ¿Cuánto costaría una planta de 450 000 bpd si el valor del índice fuera de 575.8 y si el exponente en la ecuación costo-capacidad fuese de 0.67?

15.36 Un minitúnel de viento para calibrar las aspas o anemómetros de alambre caliente costaba $3 750 en 2002, cuando el valor del índice M&S de equipo era de 1 104.2. Si ahora dicho valor es de 1 620.6, calcule el costo de un túnel de viento con el doble de longitud. El exponente de la ecuación de costo-capacidad es de 0.89.

15.37 En 2008, un ingeniero militar estimó que el costo para un dispositivo clasificado guiado por láser era de $376 900. El ingeniero utilizó el índice M&S de costo de equipo para los años 1998 y 2008, y la ecuación de costo-capacidad con un exponente de 0.61. Si el equipo original tenía sólo un cuarto de la capacidad del nuevo, ¿cuál fue el costo del equipo original en 1998?

15.38 En lugar de una ecuación de costo-capacidad para relacionar el tamaño de un proyecto y el costo de construcción, el Departamento de Defensa utiliza factores de ajuste por tamaño (FAT) que se basan en razones de relación de tamaño (RRT). Por ejemplo, un RRT de 2.00 tiene un FAT de 0.942. Determine el exponente que se requiere en la ecuación de costo-capacidad a fin de que C_2 sea igual a 0.942 C_1 cuando $Q_2/Q_1 = 2.00$.

15.39 El costo del equipo para eliminar arsénico de un pozo que aporta 800 galones por minuto (gpm) es de $1.8 millones. Si el factor de costo global para este tipo de sistema de tratamiento es de 2.25, ¿cuál se espera que sea el costo total de la planta?

15.40 Un sistema de filtración de circuito cerrado para industrias cortadoras de flujo de chorro elimina el costo de tratar agua (suavizantes, ósmosis inversa, etcétera) a la vez que maximiza la vida del orificio y el rendimiento de la máquina. Si el costo del componente es de $225 000 y el costo total de la planta es de $1.32 millones, ¿cuál es el factor de costo global del sistema?

15.41 El costo del equipamiento para un laboratorio que planea especializarse en el análisis de disrupciones endocrinas, productos farmacéuticos y del cuidado personal es de $870 000. Si el factor de costo directo es de 1.32 y el de costo indirecto es de 0.45 (sólo se aplica al equipo), determine el costo esperado del laboratorio.

15.42 El costo del equipamiento para una planta de producción de etanol de 10 galones por minuto, del tamaño de una granja, es de $243 000. El factor de costo directo para la construcción es de 1.28, y el de la instalación, de 0.23. El factor de costo indirecto por las licencias, seguros, etcétera, es de 0.84 (aplicado al costo directo total). Determine el costo total estimado de la planta.

15.43 Un ingeniero químico en Western Refining estimó que el costo total de un sistema de eliminación de azufre del combustóleo será de $2.3 millones. Si el factor de costo directo es de 1.35 y el de costo indirecto es de 0.41, ¿cuál es el costo total del equipamiento? Ambos factores se aplican al costo del equipo entregado.

15.44 Un ingeniero mecánico estimó que el costo del equipamiento de un sistema ciclónico de tubos múltiples con capacidad de 60 000 cfm sería de $400 000. Si el factor de costo directo es de 3.1 y el de costo indirecto es de 0.38, ¿cuál es el costo total estimado de la planta? El factor de costo indirecto se aplica al costo directo total.

15.45 Nicole es una ingeniera en asignación temporal en una operación de refinamiento en Seaside; revisó una estimación de costos por $430 000 que incluye algunos equipos de procesamiento nuevos para la línea de etileno. El equipo en sí se estima en $250 000 con un factor de costo de construcción de 0.30 y un factor de costo de instalación de 0.30. No se indica factor de costo indirecto, pero ella sabe por otras fuentes que el costo indirecto es una cantidad ajustable que aumenta el costo directo total del equipo de la línea. *a*) Si el factor de costo indirecto debe ser 0.40, determine si la estimación actual incluye un factor comparable a este valor. *b*) Determine el costo estimado si se usa el factor de costo indirecto de 0.40.

Asignación de costos indirectos

15.46 La empresa para la que trabaja el lector actualmente asigna los costos de los seguros con base en el costo por hora de mano de obra directa. Este componente del costo indirecto para el año se presupuestó en $36 000. Si se espera que las horas de mano de obra directa para los departamentos A, B y C sean 2 000, 8 000 y 5 000, respectivamente, para este año, determine la asignación correspondiente a cada departamento.

15.47 El director de obras públicas necesita distribuir la asignación del costo indirecto de $1.2 millones a tres vialidades que rodean la ciudad. Las cantidades registradas para este año son las siguientes:

	Registros de este año	
Ramal	Millas recorridas	Horas de mano de obra directa
Norte	275 000	38 000
Sur	247 000	31 000
Central	395 000	55 500

El director planea usar la asignación y la información del año pasado para determinar las tasas del actual. Cuenta con esta información:

Ramal	Millas recorridas	Horas de mano de obra directa	Base	Asignación del costo indirecto del año pasado, $
Norte	350 000	40 000	Miles	300 000
Sur	200 000	20 000	Labor	200 000
Central	500 000	64 000	Labor	450 000

a) Determine las tasas de este año por cada ramal.
b) Use la tasa para distribuir el costo indirecto total de este año. ¿Qué porcentaje del presupuesto de este año corresponde ahora?

15.48 Una compañía tiene un departamento de procesamiento con 10 estaciones. Debido a la naturaleza y uso de tres de ellas, cada una se considera un centro de costos por separado para fines de asignación de costos indirectos. Las siete restantes se agrupan como si fueran un centro, el CC190. Se emplean las horas de operación de máquina como base de asignación para todas las máquinas. Para el próximo año hay un total de $250 000 asignado al departamento. Con los datos recabados este año determine la tasa de costo indirecto para cada centro.

Centro de costo	Costo indirecto asignado, $	Horas-máquina estimadas
CC100	25 000	800
CC110	50 000	200
CC120	75 000	1 200
CC190	100 000	1 600

15.49 El departamento de contabilidad asigna todos los costos indirectos. El gerente obtuvo registros de las tasas de asignación y cargos reales de los tres meses anteriores, así como las estimaciones para este mes (mayo) y el siguiente (véase la tabla). No se indica la base de la asignación, y el contador de la empresa no tiene ningún registro al respecto. Sin embargo, éste recomienda al gerente que no se preocupe, pues las tasas de asignación disminuyen cada mes.

	Costo indirecto, $		
Mes	Tasa	Asignado	Cargado
Febrero	1.40	2 800	2 600
Marzo	1.33	3 400	3 800
Abril	1.37	3 500	3 500
Mayo	1.03	3 600	
Junio	0.92	6 000	

Durante la evaluación se obtiene la información adicional siguiente de los registros departamentales y contables.

	Mano de obra directa		Costo de materiales, $	Espacio departamental, pies^2
Mes	Horas	Costo, $		
Febrero	640	2 560	5 400	2 000
Marzo	640	2 560	4 600	2 000
Abril	640	2 560	5 700	3 500
Mayo	640	2 720	6 300	3 500
Junio	800	3 320	6 500	3 500

a) Con esta información, determine la base de asignación usada cada mes.
b) Comente sobre la recomendación que hizo el contador acerca de las tasas de asignación decrecientes.

15.50 El gerente de la división de componentes mecánicos pidió al lector que le aconseje en una decisión de fabricar o comprar un subensamble automotriz importante que hoy en día se adquiere a un proveedor externo por un total de $3.9 millones para este año. Se espera que este costo aumente a razón de $300 000 por año. Su gerente pide incluir los costos tanto directos como indirectos en la evaluación de la manufactura por cuenta propia (opción de comprar). El equipo nuevo costaría $3 millones y tendría un valor de rescate de $0.5 millones y una vida de seis años. Las estimaciones de materiales, costos de mano de obra y otros costos directos son de $1.5 millones por año. Las tasas, bases y uso esperado de indirectos normales se presentan a continuación. Efectúe la evaluación VA con una TMAR = 12% anual para un periodo de estudio de seis años. Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo

Departamento	Base	Tasa	Uso esperado
X	Costo de mano de obra directa	$2.40 por $	$450 000
Y	Costo de materiales	0.50 por $	$850 000
Z	Número de inspecciones	$20 por inspección	4 500

Método ABC

15.51 Las instalaciones municipales hidráulicas y de desalinización en cierta ciudad de California asignan algunos costos a los trabajadores del taller de mantenimiento de las estaciones de bombeo con base en el número de bombas en cada estación. En la última reunión semestral con el director se sugirió cambiar la base de asignación al

número de viajes que realiza el personal de servicio de las bombas a cada estación, pues algunas tienen equipos antiguos que requieren más mantenimiento. A continuación se presenta la información al respecto. El presupuesto de costo indirecto es de $20 000 por bomba.

a) Asigne el presupuesto a cada estación con base en el número de viajes de servicio.

b) Determine la antigua asignación sobre la base del número de bombas y comente acerca de cualesquiera diferencias significativas en las cantidades asignadas a las estaciones.

Estación	Núm. de bombas	Viajes de servicio por año
Sylvester	5	190
Laurel	7	55
Calle 7	3	38
Spicewood	4	104

15.52 La empresa Factory Direct fabrica y vende casas manufacturadas. Tradicionalmente distribuye los costos indirectos en sus tres plantas de construcción con base en el costo de los materiales. Cada planta construye modelos y distribuciones diferentes. Los avances en el peso y forma de los componentes compuestos de plástico y madera disminuyeron de costo y en tiempo de producción por unidad. Por dichos avances, el director de finanzas planea usar el tiempo de construcción por unidad como la nueva base. Sin embargo, primero quiere determinar cuál habría sido la asignación este año si el tiempo de construcción hubiera sido la base antes de incorporar los nuevos materiales. Los datos siguientes representan los costos y tiempos promedio. Con estos datos y las tres bases indicadas determine las tasas de asignación y la distribución del costo indirecto de $900 000 para este año.

Planta	Texas	Oklahoma	Kansas
Costo directo de materiales, $ por unidad	20 000	12 700	18 600
Tiempo unitario de construcción anterior, horas de trabajo	400	415	580
Nuevo tiempo unitario de construcción, horas de trabajo	425	355	480

Los problemas 15.53 a 15.55 usan la información siguiente.

La compañía Jet Green Airways históricamente distribuye los costos indirectos y el equipaje dañado a sus tres centros de distribución principales con base en el número de vuelos de llegada y salida a cada uno. El año pasado se distribuyeron $667 500 como sigue:

Aeropuerto distribuidor	Vuelos	Tasa, $ por vuelo	Asignación, $
DFW	55 000	6	330 000
YYZ	20 833	9	187 500
MEX	15 000	10	150 000

El director de administración del equipaje de la aerolínea sugiere que una asignación que se base en el tráfico de equipajes, no en los vuelos, representaría mejor la distribución, sobre todo porque las altas tarifas que se cobran ahora a los pasajeros por documentar sus maletas cambió de manera significativa el número de éstas que se manejan en los centros principales. El número total de maletas manejadas durante el año es de 2 490 000 en DFW, 1 582 400 en YYZ y 763 500 en MEX.

15.53 ¿Cuál es la actividad y el impulsor del costo para la base sugerida del tráfico de equipaje?

15.54 Con el uso del tráfico de equipaje como base, determine la tasa de asignación usando el total del año anterior de $667 500, y distribuya esta cantidad en los centros distribuidores este año.

15.55 ¿Cuáles son los cambios porcentuales en la asignación en cada centro con las dos diferentes bases?

15.56 La compañía On-line Vacation distribuye los costos de publicidad a sus cuatro sitios vacacionales en el Caribe con base en el tamaño del presupuesto de cada uno. Para este año, los presupuestos y asignaciones en números redondos de $1 millón en costos indirectos de publicidad son los siguientes:

	Sitio			
	A	B	C	D
Presupuesto, $	2 millones	3 millones	4 millones	1 millón
Asignación, $	200 000	300 000	400 000	100 000

a) Determine la asignación si se emplea el método ABC con una nueva base. Defina la actividad como el departamento de publicidad en cada centro vacacional. El impulsor del costo es el número de huéspedes durante el año.

	Sitio			
	A	B	C	D
Huéspedes	3 500	4 000	8 000	1 000

b) Use otra vez el método ABC, pero ahora haga que el impulsor del costo sea el número total de huéspedes por noche en cada centro vacacional. El número promedio de las noches de hospedaje de los visitantes en cada sitio es el siguiente:

	Sitio			
	A	B	C	D
Tiempo de estancia, noches	3.0	2.5	1.25	4.75

c) Comente acerca de la distribución de los costos de publicidad con los dos métodos. Identifique cualesquiera otros impulsores de costo que puedan considerarse para el enfoque ABC y reflejen una asignación realista de los costos.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

15.57 En el enfoque ascendente, para estimar el costo:
a) El precio requerido es una variable de entrada.
b) Las estimaciones de costo son una variable de salida.
c) El precio requerido es una variable de salida.
d) Son correctos tanto el inciso *a*) como el *b*).

15.58 Una razón entre el costo de algo ahora y su costo en otro momento anterior se denomina:
a) Índice costo-capacidad
b) Índice de costo
c) Guía del comprador
d) Catálogo de índices

15.59 Es probable que los valores de los índices se obtengan de todos los lugares siguientes, excepto:
a) Organizaciones comerciales
b) Revista *Engineering News Record*
c) Organizaciones gubernamentales
d) Tiendas Home Depot o Lowe

15.60 Se compró en $2 100 una bomba de turbina de 50 hp. Si el exponente en la ecuación de costo-capacidad tiene un valor de 0.76, puede esperarse que una bomba de turbina de 200 hp cueste más o menos:
a) $6 020
b) $5 320
c) $4 890
d) $4 260

15.61 La ciudad construyó un parque de diversiones en 1980 por $500 000. En ese momento, el índice *ENR* de costo de construcción tuvo un valor de 3 378.17. Si la ciudad planea construir un parque similar cuando el valor del índice sea de 5 542.16, el costo estimado es el más cercano a:
a) $695 800
b) $750 700
c) $820 300
d) $910 500

15.62 Una empresa pequeña compró un compresor de 250 hp en 1998 en $3 000, cuando el índice M&S de costo de equipo tenía un valor de 1 061.9. Si el exponente en la ecuación de costo-capacidad es de 0.32 y el valor del índice fue de 1 449.3 en 2008, el costo de un compresor de 500 hp en 2008 fue el más cercano a:
a) $3 744
b) $4 094
c) $4 627
d) $5 110

15.63 El costo de aplicar un proceso de manufactura con capacidad de 6 000 unidades diarias fue de $550 000. Si el costo de una planta con capacidad de 100 000 unidades por día fue de $3 millones, el valor del exponente en la ecuación costo-capacidad es:
a) 0.26
b) 0.39
c) 0.45
d) 0.60

15.64 El equipo para aplicar recubrimientos especiales que dan un ángulo grande de deslizamiento en las industrias del cartón y cajas corrugadas tiene un costo de entrega de $390 000. Si el factor de costo global para el sistema completo es de 2.96, el costo total de la planta es más o menos de:
a) $954 400
b) $1 054 400
c) $1 154 400
d) $1 544 400

15.65 El costo de equipo entregado por preparar una línea de producción y ensamblaje para acelerómetros de sofocamiento de alta sensibilidad es de $650 000. Si los factores de costo directo e indirecto son de 1.82 y 0.31, respectivamente, y ambos se aplican al costo de equipo entregado, el costo total de la planta es más o menos de:
a) $2 034 500
b) $1 734 500
c) $1 384 500
d) $1 183 000

15.66 Cierto departamento de policía quiere asignar el costo indirecto de vigilar la velocidad en las tres autopistas de cuota cercanas a la ciudad. Una base de asignación que no sería razonable es:
a) Millas de carreteras de cuota vigiladas
b) Número promedio de carros patrulla que vigilan por hora
c) Cantidad de tránsito de vehículos por sección de autopista de cuota
d) Costo de operar un carro patrulla

15.67 El departamento de tecnologías de información (TI) asigna costos indirectos a los departamentos usuarios con base en el tiempo de unidad central de proceso (CPU) a razón de $2 000 por segundo. Para el primer trimestre, los dos departamentos con mayor uso registraron 900 y 1 300 segundos, respectivamente. Si el presupuesto indirecto de TI para el año es de $8.0 millones, el porcentaje de la asignación de este año consumida por dichos departamentos es el más cercano a:
a) 32%
b) 22.5%
c) 55%
d) No hay información suficiente para determinarlo

15.68 Si el departamento de ingeniería es la actividad por recibir la asignación del costo indirecto para el año, los

impulsores del costo para el método ABC que parecen razonables pueden ser:

1. Costo de los cambios en la ingeniería procesados
2. Tamaño de la fuerza laboral
3. Costo administrativo de procesar una orden de trabajo

a) 1
b) 2
c) 3
d) 1 y 3

15.69 Las ventajas del método de ABC son:

1. Es un reemplazo excelente para un sistema tradicional de contabilidad de costos.
2. Siempre es más barato que un sistema tradicional de asignación.
3. Ayuda a explicar el impacto económico de las decisiones administrativas.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 1 y 3

ESTUDIO DE CASO

ANÁLISIS DEL COSTO INDIRECTO DE LOS COSTOS DE FABRICACIÓN DE EQUIPO MÉDICO

Antecedentes

Hace tres años, Medical Dynamics, unidad de equipo médico de Johnson and Sons, Inc., inició la fabricación y venta de una unidad de esterilización portátil (Quik-Sterz) que puede colocarse en el cuarto de hospital de un paciente. Esta unidad esteriliza y permite tener disponibles junto a la cama algunos instrumentos reutilizables que las enfermeras y médicos usualmente tendrían que recoger o recibir de un área central. Esta nueva unidad hace que los instrumentos estén disponibles en el lugar y momento de uso para pacientes con quemaduras y lesiones graves internados en un cuarto normal de hospital.

Existen a la venta dos modelos del Quik-Sterz. La versión estándar se vende en $10.75, y una versión premium con bandejas personalizadas y un sistema de batería de respaldo, en $29.75. El producto se vende muy bien en hospitales, unidades de convalecencia y asilos con un nivel aproximado de un millón de unidades al año.

Información

Medical Dynamics históricamente aplica un sistema de asignación de costo indirecto con base en las horas directas de fabricación para todas sus otras líneas de producto. Se aplicó el mismo cuando se asignó el precio del Quik-Sterz. Sin embargo, Arnie, la persona que desarrolló el análisis de costo indirecto y estableció el precio de venta, ya no trabaja en la empresa, y el análisis detallado ya no está disponible. Mediante conversaciones telefónicas y por correo electrónico, Arnie mencionó que el precio actual se estableció más o menos 10% arriba del costo de fabricación total determinado hace dos años, y que se disponía de algunos registros en los archivos del departamento de diseño. Una búsqueda de estos archivos reveló la información de manufactura y costos que aparecen en la tabla 15-11. Es claro, a partir de éstos y otros registros, que Arnie empleó un análisis tradicional de costo indirecto con base en las horas de mano de obra directa para estimar el costo de fabricación total: $9.73 por unidad para el modelo estándar y $27.07 por unidad para el premium.

El año pasado, la gerencia decidió colocar toda la planta en el sistema ABC de asignación de costo indirecto. Las cifras de costos y ventas recopilados por Quik-Sterz el año anterior todavía eran precisas. Se identificaron cinco agrupaciones de costos y sus respectivos impulsores de costos para las operaciones de manufactura de Medical Dynamics (tabla 15-12). Además, en esta tabla se resume el número de actividades de cada modelo.

TABLA 15-11 Registros históricos de análisis de costos directo e indirecto para Quik-Sterz

Evaluación de costo directo (CD) para Quik-Sterz

Modelo	Mano de obra directa, $/unidad[1]	Material directo, $/unidad	Mano de obra directa, horas/unidad	Total de horas de mano de obra directa
Estándar	5.00	2.50	0.25	187 500
Premium	10.00	3.75	0.50	125 000

Evaluación de costo indirecto (CID) para Quik-Sterz

Modelo	Mano de obra directa, horas/unidad	Fracción CID asignada	CID asignado, $	Ventas, unidades/año
Estándar	0.25	$\frac{1}{3}$	1.67 millones	750 000
Premium	0.50	$\frac{2}{3}$	3.33 millones	250 000

[1] La tasa de mano de obra directa promedio es de $20 por hora.

TABLA 15-12 Agrupaciones de costos, impulsores de costos y niveles de actividad para el Quik-Sterz mediante el método de asignación de costos indirectos con base en ABC

Actividad	Impulsor de costos	Volumen/año	Costo real, $/año
Calidad	Inspecciones	20 000 inspecciones	800 000
Compras	Órdenes de compra	40 000 órdenes	1 200 000
Programación	Órdenes de cambio	1 000 órdenes	800 000
Preparación de la producción	Preparaciones	5 000 preparaciones	1 000 000
Operaciones de máquina	Horas-máquina	10 000 horas	1 200 000

	Nivel de actividad para el año	
Impulsor de costo	Estándar	Premium
Inspecciones de calidad	8 000	12 000
Órdenes de compra	30 000	10 000
Órdenes para cambio de la programación	400	600
Preparaciones de la producción	1 500	3 500
Horas-máquina	7 000	3 000

De aquí en adelante se usará el modelo ABC, con la intención de determinar el costo total y el precio con base en sus resultados. La primera impresión del personal de producción es que el nuevo sistema mostrará que los costos indirectos para el Quik-Sterz son más o menos los mismos que los de otros productos durante los últimos años, cuando se vendieron un modelo estándar y uno mejorado (premium). De manera predecible, dicen, el modelo estándar recibirá cerca de 1/3 del costo indirecto, y el premium, los 2/3 restantes. Básicamente, existen tres razones por las que la gerencia de producción no está en favor de producir versiones premium: son menos rentables para la empresa y su fabricación requiere significativamente más tiempo y operaciones.

Ejercicios del estudio de caso

1. Emplee asignación tradicional de costo indirecto para verificar los estimados de Arnie acerca de costo y precio.
2. Utilice el método ABC para estimar la asignación de costo indirecto y el costo total para cada modelo.
3. Si los precios y el número de unidades vendidas son los mismos el próximo año (750 000 estándar y 250 000 premium), y todos los demás costos permanecen constantes, compare la ganancia del Quik-Sterz a partir del método ABC con la ganancia a partir del método tradicional de asignación de costo indirecto.
4. ¿Qué precios debe cargar Medical Dynamics el próximo año con base en el método ABC y 10% de margen de ganancia sobre el costo? ¿Cuál será la ganancia total que se espera del Quik-Sterz si las ventas se mantienen estables?
5. Con los resultados anteriores, comente acerca de la predicción del gerente de producción sobre los costos indirectos al emplear el método ABC (1/3 para el estándar, 2/3 para el premium), y las dos razones dadas para no producir la versión premium de Quik-Sterz.

ESTUDIO DE CASO

LOS ACTOS FRAUDULENTOS LO METERÁN EN PROBLEMAS

Ésta es una aportación del Dr. Paul Askenasy, agrónomo, de la Comisión para la Calidad del Aire en Texas

Antecedentes

La minería a cielo abierto consiste en la remoción del suelo y los sedimentos de los estratos subyacentes que se encuentran sobre los materiales por extraerse. La ley requiere que la tierra intervenida por estas actividades de minería se lleve a una instalación que tenga una capacidad productiva tan buena o mejor que la que tenía antes de la minería.

La capacidad productiva de los suelos se relaciona directamente con sus propiedades de composición (contenido de arena, limo y arcilla) y sus características químicas (por ejemplo, pH). Para dicho objetivo, las compañías mineras deben tomar muestras de los distintos suelos encontrados en las áreas por ser intervenidas con actividades mineras. El propósito del muestreo es fijar una línea de base que caracterice el perfil de composición y química de los suelos antes de su remoción. Los suelos con valores bajos de pH (< 5) indican una fertilidad baja. Una vez aprovechado el recurso natural, como el carbón, la excavación se rellena con sedimentos y el terreno se conforma para restablecer los antiguos patrones de drenaje. Para cumplir los lineamientos sobre el pH, la superficie de los suelos de la mina con pH bajo no deben exceder la de aquellos no intervenidos y que tengan bajo pH.

Información

La empresa Yucatan Mining Company (no es el nombre real) planeaba trabajar en 600 acres con actividades mineras. Se delimitaron los diferentes suelos en dicha superficie en el County Soil Survey, donde iban a tener lugar los trabajos. Antes de la minería, la empresa tomó muestras de 10 ubicaciones dentro de cada tipo de suelo y las analizó respecto de ciertos parámetros entre los que estaba el pH. Las evaluaciones de los datos indicaron que 30% del área (180 acres) cubierta por los suelos del área por trabajar tenía valores de pH entre 4.0 y 4.9. La solicitud para la minería recibió la aprobación del State Department of Mining and Reclamation.

Seis años después se habían minado 450 acres y la superficie del terreno se niveló para restablecer las pendientes originales. De los 450 acres nivelados, 175 tenían valores de pH entre 4.0 y 4.9. El presidente de la compañía indicó que ésta solicitaría la revisión de la especificación con base en nuevos muestreos en los 150 acres restantes de suelos no intervenidos, debido a que en su opinión las primeras habían estado sesgadas.

Se aprobó la solicitud de hacer más análisis de suelos para aumentar la línea de base del suelo existente. La empresa contrató rápidamente a un consultor que desarrollara la nueva especificación y después envió su informe final al State Department of Mining and Reclamation. Ésta revisó la línea de base del suelo antes de que tuviera lugar la minería, que indicaba que 45% de los suelos tenía valores de pH entre 4.0 y 4.9. Los resultados comparativos entre las muestras antiguas y las nuevas son las siguientes:

	Porcentaje y superficie	
Líneas de base del suelo	**Antigua línea de base del suelo**	**Nueva línea de base del suelo**
pH: 4.0-4.9	30% 180 acres	45% 270 acres

Una revisión estadística rápida entre la antigua línea de base y la nueva indicó que los resultados no eran claros. Con base en este resultado preliminar y en el hecho de que había un incremento significativo en el porcentaje de superficie con suelos de baja productividad, se efectuó un análisis más profundo del estudio de muestreo que revisó los resultados antiguos. En el paquete de las nuevas muestras había una carta del consultor de la empresa. Informaba a la dirección que se habían tomado y analizado 100 muestras y que la nueva línea de base se había obtenido con datos de las 30 muestras *con los valores más bajos de pH*.

El equipo del State Department of Mining and Reclamation concluyó que los datos revisados de las muestras del pH de los suelos se habían "seleccionado" con cuidado para reducir la cantidad de trabajo de remediación que tendría que efectuar la empresa. Antes de una semana se notificó a ésta que no procedería su petición de cambiar la antigua especificación para los suelos porque aparentemente la nueva se elaboró con una técnica que favorecía los resultados de los valores bajos de pH. También se le comunicó que si la compañía estaba en desacuerdo con esta decisión, el caso se resolvería en un juicio legal.

En pocos días, el presidente de la empresa respondió con el retiro ante el departamento de su solicitud de aplicar la nueva especificación.

Preguntas del estudio de caso

1. Suponga que usted es el director del State Department of Mining and Reclamation y que le hubieran informado los descubrimientos acerca de las nuevas muestras en comparación con las antiguas. ¿Qué acciones habría pedido que tomaran sus subalternos respecto de la situación?
2. Suponga que en los últimos años hubiera habido varios casos de actos fraudulentos similares al descrito. ¿Qué tipo de procedimientos de "auditoría" habría aplicado para identificar las posibles acciones no éticas?
3. La empresa afirmó con claridad que tanto las muestras nuevas como las antiguas se tomaron al azar en el área de la mina. Cuando se usaron las 30 con pH más bajo para establecer la nueva especificación, ¿se tomaron al azar, según los estándares de diseño de experimentos? Si es así, ¿por qué? Si no es así, ¿por qué no?
4. Usted y el presidente de Yucatan Mining han sido amigos varios años. Han jugado golf varias veces, sus hijos están en el mismo equipo de futbol escolar y sus familias son miembros del mismo club de natación. ¿Qué efecto tendría esto en las relaciones con la familia del presidente? ¿Cómo manejaría usted esta situación?
5. A manera de principio y práctica, ¿piensa usted que hay cierta alteración o sesgo permitido en los datos antes de presentar una solicitud (como la descrita) que deba considerarse resultado de actos profesionales faltos de ética? ¿Dónde establecería el límite?

CAPÍTULO 16

Métodos de depreciación

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Usar métodos de depreciación o disminución para reducir el valor en libros de una inversión de capital por un activo o recurso natural.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
16.1	Terminología	• Definir y usar los términos básicos de la depreciación de activos.
16.2	Línea recta	• Aplicar el método de la línea recta (LR) de depreciación.
16.3	Saldo decreciente	• Aplicar los métodos del saldo decreciente (SD) y doblemente decreciente (SDD) de depreciación.
16.4	SMARC	• Aplicar el sistema modificado acelerado de recuperación de costos con fines de depreciación fiscal para las empresas de Estados Unidos.
16.5	Periodo de recuperación	• Elegir el periodo de recuperación de un activo para la depreciación del SMARC.
16.6	Agotamiento	• Explicar el agotamiento; aplicar los métodos de agotamiento en costos y porcentual.
Apéndice del capítulo 16		
16A.1	Métodos históricos	• Aplicar los métodos de depreciación de la suma de los dígitos anuales (SDA) y unidad de producción (UDP).
16A.2	Intercambio	• Intercambiar entre los métodos clásicos de depreciación; explicar la forma en que el SMARC facilita el intercambio.
16A.3	SMARC e intercambio	• Calcular las tasas del SMARC por medio del intercambio entre las reglas de los métodos clásicos y las del SMARC.

En general, las compañías recuperan en libros sus inversiones de capital en activos tangibles —equipo, computadoras, vehículos, maquinaria y edificaciones— mediante un proceso llamado *depreciación*. Aunque el monto de depreciación **no es un flujo de efectivo real**, el proceso de depreciar un activo, al cual se hace referencia también como recuperación de capital, explica la pérdida del valor del activo debido a la antigüedad, uso y obsolescencia. Aunque un activo se conserve en excelente condición de funcionamiento, en los estudios de evaluación económica se considera el hecho de que valga menos a través del tiempo. Después de la presentación de los métodos clásicos de depreciación se analizará el *sistema modificado acelerado de recuperación de costos* (*SMARC*), sistema estándar en Estados Unidos con propósitos fiscales. Es común que en otros países se calculen impuestos con los métodos clásicos.

¿Por qué es importante la depreciación en la ingeniería económica? Porque es una **deducción permitida en el cálculo de los impuestos** en prácticamente todos los países industrializados. La depreciación disminuye el impuesto sobre la renta mediante la relación

$$\text{Impuestos} = (\text{ingreso} - \text{deducciones})(\text{tasa fiscal})$$

Los impuestos sobre la renta se estudian con mayor detalle en el capítulo 17.

El presente capítulo concluye con una introducción a los dos métodos de **agotamiento**, los cuales sirven para recuperar inversiones de capital en depósitos de recursos naturales, como minerales, metales y madera.

En el apéndice del capítulo se describen dos métodos de depreciación útiles a través de la historia: el de la suma de los dígitos del año y el de la unidad de producción. Además, el apéndice incluye la obtención detallada de las tasas de depreciación con el SMARC a partir de las tasas de la línea recta y el saldo decreciente. Esto se hace con un procedimiento llamado **intercambio** entre los métodos clásicos de depreciación.

16.1 Terminología de depreciación ●●●

A continuación se definen el concepto de depreciación y sus tipos. La mayoría es aplicable tanto a corporaciones como a individuos que poseen activos depreciables.

La **depreciación** es la reducción del valor de un activo tangible en libros (no en efectivo). El método para depreciar un activo es una forma de considerar el valor decreciente del activo para el propietario *y* para representar el valor (monto) de disminución de los fondos de capital invertidos en él. El monto de la depreciación anual **no representa un flujo de efectivo real**, ni refleja necesariamente el patrón del uso real del activo durante su posesión.

Aunque en ocasiones se utiliza el término **amortización** como sinónimo de *depreciación*, no son iguales. La depreciación se aplica a activos tangibles, mientras que con la amortización se refleja el valor decreciente de algo intangible, como préstamos, hipotecas, patentes, marcas y valor de la empresa. Además, a veces se usa el término *recuperación de capital* para identificar la depreciación. Esto es claramente distinto del término tal como se estudió en el capítulo 5. En este libro aplicaremos el término *depreciación*.

Los dos métodos de depreciación de este capítulo tienen propósitos distintos, y son los siguientes:

Depreciación en libros La usa una empresa o negocio en su contabilidad financiera *interna* para *dar seguimiento al valor* de un activo o propiedad a lo largo de su vida.

Depreciación impositiva La utiliza una corporación o negocio para *determinar los impuestos por pagar* con base en las leyes fiscales emitidas por la entidad gubernamental (país, estado, provincia, etcétera). Aunque la depreciación en sí misma no es un flujo de efectivo, da lugar a cambios reales en él porque el monto de la depreciación fiscal es deducible para fines de cálculo de los impuestos sobre la renta que debe pagar la organización.

Los métodos aplicados para estos dos propósitos pueden utilizar o no las mismas fórmulas. La depreciación en libros indica la inversión reducida en un activo con base en el patrón vigente y la vida útil esperada de dicho activo. Hay métodos clásicos de depreciación aceptados internacionalmente para determinar la depreciación en libros: en línea recta, de saldos decrecientes y el histórico de la suma de los dígitos del año. El monto de la depreciación para efecto de impuestos es importante en los estudios de ingeniería económica después de impuestos, y varía de un país a otro.

En muchos países industrializados, la **depreciación impositiva anual es deducible de impuestos**; es decir, se resta del ingreso cuando se calcula la cantidad de impuestos que se adeuda cada año. Sin embargo, el monto de la depreciación para efecto de impuestos debe calcularse con un método aprobado por el gobierno.

La depreciación impositiva se puede calcular y referir de manera distinta fuera de Estados Unidos. Por ejemplo, el equivalente en Canadá es el TCC (tolerancia del costo de capital), el cual se calcula con base en el valor no depreciado de todas las propiedades corporativas que forman una clase particular de activos, mientras que en Estados Unidos la depreciación puede determinarse para cada activo por separado.

Donde se permite, la depreciación impositiva suele basarse en un **método acelerado**; por consiguiente, la depreciación en los primeros años de uso es mayor que en los posteriores. En Estados Unidos, este método se denomina SMARC, según se estudiará en las secciones que siguen. De hecho, los métodos acelerados posponen parte de la carga impositiva al ingreso a periodos posteriores de la vida del activo; no reducen la cantidad total de impuestos.

A continuación se explican los términos comunes para estudiar la depreciación.

El **costo inicial** P o la **base no ajustada** B es el costo del activo entregado e instalado que incluye precio de compra, comisiones de entrega e instalación, y otros costos directos depreciables en los que se incurre con la finalidad de preparar el activo para su uso. El término *base no ajustada* B, o simplemente *base*, se utiliza cuando el activo es nuevo; se emplea el término *base ajustada* cuando se ha cargado alguna depreciación. Cuando no se han agregado al costo inicial costos depreciables, la base es el costo inicial, es decir, $P = B$.

El **valor en libros** VL_t representa la inversión restante y no depreciada en los libros después de restar de la base el monto total de cargos de depreciación a la fecha. El valor en libros se determina al final de cada año t ($t = 1, 2, \ldots, n$), lo cual es consistente con la habitual convención de final de año.

El **periodo de recuperación** n es la vida depreciable del activo en años. Con frecuencia, existen diferentes valores n en las depreciaciones en libros y para efecto de impuestos. Estos valores pueden ser diferentes de la vida productiva estimada del activo.

El **valor de mercado VM** es otro término del análisis de reemplazo; es la cantidad estimada que ingresaría si el activo se vendiera en el mercado abierto. Debido a la estructura de las leyes de depreciación, el valor en libros y el valor de mercado llegan a ser sustancialmente diferentes. Por ejemplo, el valor de mercado de un edificio comercial tiende a aumentar, pero el valor en libros se reducirá a medida que se consideren los cargos de depreciación. En contraste, una terminal de computadora puede tener un valor de mercado mucho más bajo que su valor en libros debido a la tecnología rápidamente cambiante.

El **valor de rescate** S es el valor estimado de intercambio o de mercado al final de la vida útil del activo. El valor de rescate, expresado como cantidad estimada en dólares o como porcentaje del costo inicial, puede ser positivo, cero o negativo debido a los costos de desmantelamiento y de remoción.

La **tasa de depreciación** o **tasa de recuperación** d_t es la fracción del costo inicial que se elimina por depreciación cada año t. Dicha tasa puede ser la misma cada año, en cuyo caso se denomina tasa en línea recta d, o puede ser diferente en cada año del periodo de recuperación.

La **propiedad personal**, uno de los dos tipos de propiedad para los que se permite la depreciación, consta de las posesiones tangibles de una corporación productora de ingresos con que se efectúan negocios. Se incluye la mayor parte de la propiedad industrial y de servicio: vehículos, equipo de manufactura, dispositivos para el manejo de materiales, computadoras y equipos de red, equipo de comunicaciones, mobiliario de oficina, equipo para procesos de refinación, activos de construcción y muchos más.

La **propiedad inmobiliaria** incluye el predio y todas sus mejoras: edificios de oficinas, estructuras de manufactura, instalaciones de prueba, bodegas, apartamentos y otras estructuras. *El terreno en sí se considera propiedad inmobiliaria, pero no es depreciable.*

La **convención de medio año** supone que se empiezan a utilizar los activos o se desechan a mitad de año sin importar cuándo sucede esto realmente durante el año. En este texto y en la mayoría de los métodos de depreciación para efectos fiscales aprobados en Estados Unidos se considera dicha convención. Existen también convenciones de mitad de mes y de mitad de trimestre.

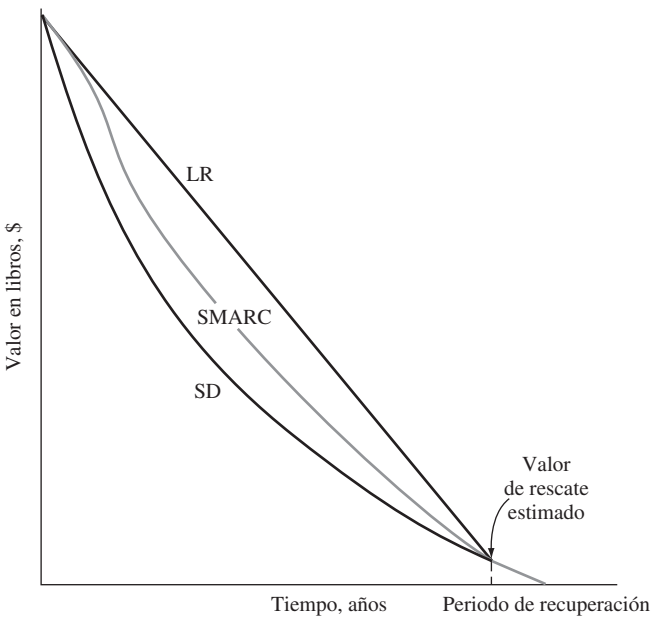


Figura 16-1
Forma general de las curvas del valor en libros para diferentes métodos de depreciación.

Como ya vimos, existen varios modelos para depreciar activos. El de línea recta (LR) se aplica en el ámbito internacional en forma histórica. Sin embargo, los modelos acelerados, como el modelo de saldo decreciente (SD), reducen el valor en libros a cero (o al valor de rescate) con más rapidez que el método en línea recta, como lo muestran las curvas generales de valor en libros de la figura 16-1.

Para todos los métodos —línea recta, saldo decreciente, SMARC y suma de los dígitos anuales (SDA)— se dispone de funciones de Excel para determinar la depreciación anual. Cada función se presentará e ilustrará conforme se explique el método.

Como es de esperar, existen muchas reglas y excepciones a las leyes que rigen la depreciación en un país. Una de ellas que puede ser de interés cuando se lleva a cabo un análisis económico para un *negocio de tamaño pequeño o medio* en Estados Unidos es la *Deducción de la Sección 179*. Se trata de un incentivo económico que cambia con rapidez y se dirige sobre todo a pequeñas empresas que invierten capital en equipo usado en forma directa. Hasta un monto especificado, toda la base de un activo se maneja como gasto de negocios en el año de compra. Este tratamiento fiscal reduce los impuestos federales sobre la renta, igual que lo hace la depreciación, pero se permite en lugar de depreciar el costo inicial durante varios años. El límite cambia con el tiempo; en 2002 era de $24 000, $102 000 en 2004, $125 000 en 2007 y $250 000 de 2008 a 2010. Los esfuerzos por estimular la economía en Estados Unidos y el resto del mundo durante el final de la década pretendieron hacer trabajar al capital de inversión en las empresas pequeñas y medianas. Las inversiones superiores a estos límites se deprecian por medio del SMARC.

En la década de 1980, el gobierno estadounidense estandarizó los métodos acelerados con *propósitos de depreciación impositiva federal*. En 1981, todos los métodos clásicos, incluso la depreciación en línea recta, saldo decreciente y suma de dígitos anuales, se inhabilitaron como deducibles de impuestos y se reemplazaron por el sistema acelerado de recuperación de costos (SARC). En una segunda vuelta de estandarización, el SMARC (SARC modificado) se eligió como método de depreciación impositiva requerido en 1986. Hasta esta fecha, lo siguiente es la ley en Estados Unidos.

La **depreciación impositiva** debe calcularse con el SMARC; la **depreciación en libros** puede calcularse con algún método clásico o el SMARC.

El SMARC incluye, de formas un poco diferentes, los métodos SD y LR, aunque estos dos métodos no pueden utilizarse de manera directa si la depreciación anual será deducible de impuestos. Muchas compañías estadounidenses todavía aplican los métodos clásicos para llevar sus propios libros porque estos métodos son más representativos de cómo los patrones de uso del activo reflejan la inversión de capital restante. Además, la mayor parte de los países aún reconoce los métodos clásicos en línea recta y de saldo decreciente para fines fiscales o de libros. A causa de la importancia vigente de los métodos de LR y SD, éstos se explican en las siguientes dos secciones, antes del SMARC. En el apéndice del capítulo, en la sección 16A.1, se estudian dos métodos históricos de depreciación.

Con frecuencia ocurren revisiones a las leyes impositivas, y las reglas de depreciación cambian de tiempo en tiempo en Estados Unidos y otros países. Para mayor información acerca de las leyes de depreciación e impositivas, consulte al Departamento del Tesoro y el "Internal Revenue Service" de Estados Unidos en la página www.irs.gov. Publicaciones afines se descargan desde este sitio. La Publicación 946, "Cómo depreciar la propiedad", es especialmente aplicable a este capítulo. En ella se analizan el SMARC y la mayor parte de las leyes de depreciación impositiva para empresas.

16.2 Depreciación en línea recta (LR) ●●●

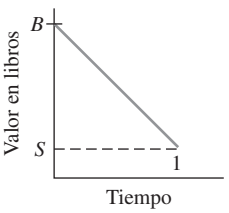
La depreciación en línea recta deriva su nombre del hecho de que el valor en libros disminuye **linealmente con el tiempo**. La tasa de depreciación es la misma $(1/n)$ cada año del periodo de recuperación n.

La línea recta se considera el estándar respecto del cual se comparan los otros modelos de depreciación. Para propósitos de *depreciación en libros*, ofrece una excelente representación del valor en libros de cualquier activo que se utilice de manera regular a lo largo de un número estimado de años. Como ya se dijo, en Estados Unidos no se usa directamente para la *depreciación impositiva*, pero es común que se utilice para fines fiscales en la mayor parte de los países. Sin embargo, el método estadounidense del SMARC incluye una versión de depreciación por LR con un valor de n más grande que el que permite regularmente el SMARC (véase la sección 16.5).

La depreciación LR anual se determina al multiplicar el costo inicial menos el valor de rescate por d_t. En forma de ecuación,

$$D_t = (B - S)d_t = \frac{B - S}{n} \tag{16.1}$$

donde t = año ($t = 1, 2, \ldots, n$)
D_t = cargo anual de depreciación
B = costo inicial o base no ajustada
S = valor de rescate estimado
n = periodo de recuperación
d_t = tasa de depreciación $= 1/n$



Como el activo se deprecia por la misma cuantía cada año, el valor en libros después de t años de servicio, denotado por VL_t, será igual al costo inicial B menos la depreciación anual multiplicada por t.

$$VL_t = B - tD_t \tag{16.2}$$

Ya definimos d_t como la tasa de depreciación para un año específico t. No obstante, el modelo LR tiene la misma tasa para todos los años, es decir,

$$d = d_t = \frac{1}{n} \tag{16.3}$$

El formato para que la función de Excel despliegue la depreciación anual D_t en una sola operación de celda es el siguiente:

$$= \text{SLN}(B,S,n) \tag{16.4}$$

EJEMPLO 16.1

Si un activo tiene un costo inicial de \$50 000 con un valor estimado de rescate de \$10 000 después de cinco años, *a*) calcule la depreciación anual y *b*) determine y represente gráficamente el valor en libros del activo después de cada año con el modelo de depreciación en línea recta.

Solución

a) La depreciación de cada año para cinco años se encuentra mediante la ecuación (16.1).

$$D_t = \frac{B - S}{n} = \frac{50\,000 - 10\,000}{5} = \$8\,000$$

Ingrese la función SLN(50 000,10 000,5) en cualquier celda para mostrar la D_t de \$8 000.

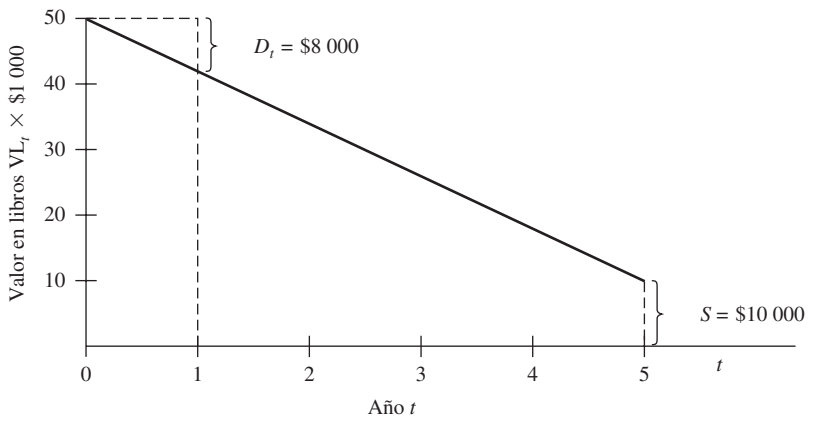


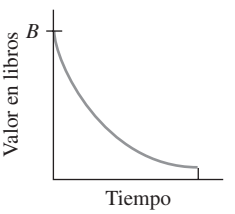
Figura 16-2
Valor en libros de un activo con el método de depreciación por línea recta, ejemplo 16.1.

b) El valor en libros después de cada año t se calcula mediante la ecuación (16.2). Los valores VL_t se representan gráficamente en la figura 16-2. Para los años 1 y 5, por ejemplo,

$$VL_1 = 50\,000 - 1(8\,000) = \$42\,000$$
$$VL_5 = 50\,000 - 5(8\,000) = \$10\,000 = S$$

16.3 Depreciación de saldo decreciente (SD) y de saldo doble decreciente (SDD) ●●●

El **método de saldo decreciente** por lo general se aplica como el método de depreciación en libros. Al igual que el método LR, el SD está implícito en el método SMARC, aunque el método SD por sí mismo no puede utilizarse para determinar la depreciación impositiva anual en Estados Unidos. Este método es el más común en la mayoría de los países para fines de depreciación fiscal y en libros.



El método de saldo decreciente también se conoce como método de porcentaje uniforme o fijo. La depreciación de SD acelera la reducción del valor del activo debido a que la depreciación anual se determina al multiplicar el *valor en libros al principio de cada año* por un porcentaje fijo (uniforme) d, expresado en forma decimal. Si $d = 0.1$, entonces cada año se elimina 10% del valor en libros. Por tanto, la cantidad de depreciación disminuye año con año.

La tasa de depreciación anual máxima por el método SD es el doble de la tasa en línea recta, es decir,

$$\boldsymbol{d_{máx} = 2/n} \qquad \textbf{(16.5)}$$

En este caso, el método se conoce como de *saldo decreciente doble* (*SDD*). Si $n = 10$ años, la tasa SDD sería $2/10 = 0.2$, de manera que cada año se elimina 20% del valor en libros. Otro porcentaje muy común para el método SD es 150% de la tasa LR, donde $d = 1.5/n$.

La depreciación para el año t es la tasa fija d multiplicada por el valor en libros al final del año anterior.

$$\boldsymbol{D_t = (d)VL_{t-1}} \qquad \textbf{(16.6)}$$

La tasa de depreciación real para cada año t, relativa al costo inicial B, es

$$d_t = d(1 - d)^{t-1} \qquad (16.7)$$

Si no se conoce el VL_{t-1}, la depreciación en el año t se calcula con B y d.

$$\boldsymbol{D_t = dB(1 - d)^{t-1}} \qquad \textbf{(16.8)}$$

El valor en libros en el año t se determina en una de dos formas: con la tasa d y el costo inicial B o restando el cargo de depreciación anterior al valor en libros. Las ecuaciones son

$$\boldsymbol{VL_t = B(1 - d)^t} \qquad \textbf{(16.9)}$$
$$\boldsymbol{VL_t = VL_{t-1} - D_t} \qquad \textbf{(16.10)}$$

Es importante entender que el valor en libros en el método SD nunca llega a cero, porque el valor en libros siempre disminuye en un porcentaje fijo. El **valor de rescate implícito** después de n años es la cantidad VL_n, es decir,

$$S \text{ implícito} = VL_n = B(1 - d)^n \tag{16.11}$$

Si se estima un valor de rescate para el activo, este *valor S estimado no se emplea en los métodos SD o SDD* para calcular la depreciación anual. Sin embargo, si el S implícito $< S$ estimado, es correcto dejar de cargar posteriores depreciaciones cuando el valor en libros sea del valor de rescate estimado o inferior a él. En la mayoría de los casos, el S estimado va de cero al valor S implícito. (Este lineamiento es importante cuando se aplica el método del saldo decreciente directamente con fines de depreciación fiscal.)

Si no se establece el porcentaje fijo d es posible determinar una tasa fija implícita con el valor S estimado, si $S > 0$. El rango para d es $0 < d < 2/n$.

$$d \text{ implícita} = 1 - \left(\frac{S}{B}\right)^{1/n} \tag{16.12}$$

Las funciones SDD y SD de Excel muestran cantidades de depreciación para años específicos. La función se repite en celdas contiguas de una hoja de cálculo, pues la cantidad de depreciación D_t cambia con t. Para el método de saldo decreciente doble, el formato es

$$= \mathbf{SDD}(B,S,n,t,d) \tag{16.13}$$

La entrada d es la tasa fija expresada como un número entre 1 y 2. Si se omite, se supone que esta entrada opcional será 2 para SDD. Una entrada de $d = 1.5$ hace que la función SDD despliegue cantidades del método de saldo decreciente al 150%. La función SDD automáticamente verifica para determinar cuándo el valor en libros es igual al valor S estimado. Ninguna depreciación posterior se carga cuando esto ocurre. [Con la finalidad de permitir que se realicen cargos de depreciación *completos*, asegúrese que el S ingresado esté entre cero y el S implícito a partir de la ecuación (16.11).] Advierta que $d = 1$ es el mismo que la tasa en línea recta $1/n$, pero D_t *no será la cantidad LR* porque la depreciación en saldo decreciente se determina como un porcentaje fijo del valor en libros del año previo, que es completamente diferente de los cálculos LR en la ecuación (16.1).

La función SD debe utilizarse con cuidado. Su formato es SD(B,S,n,t). La tasa fija d no se ingresa en la función SD; d es un cálculo inherente con un equivalente en hoja de cálculo de la ecuación (16.12). Además, sólo se mantienen tres cifras significativas para d, de manera que el valor en libros puede ser inferior al valor de rescate estimado debido a errores de redondeo. En consecuencia, si se conoce la tasa de depreciación, siempre use la función SDD para asegurar los resultados correctos. Los siguientes dos ejemplos ilustran las depreciaciones SD y SDD, y sus funciones en hojas de cálculo.

EJEMPLO 16.2

Se compraron dispositivos subacuáticos electroacústicos para aplicaciones en tecnología SONAR. El equipo se depreciará con el método SDD durante su vida esperada de 12 años. Tiene un costo inicial de $25 000 y un valor de rescate estimado de $2 500. *a*) Calcule su depreciación y su valor en libros en los años 1 y 4. Escriba las funciones de Excel para mostrar la depreciación de los años 1 y 4. *b*) Calcule el valor de rescate implícito después de 12 años.

Solución

a) La tasa de depreciación fija de SDD es $d = 2/n = 2/12 = 0.1667$ anual. Use las ecuaciones (16.8) y (16.9).

Año 1:
$$D_1 = (0.1667)(25\,000)(1 - 0.1667)^{1-1} = \$4\,167$$
$$VL_1 = 25\,000(1 - 0.1667)^1 = \$20\,833$$

Año 4:
$$D_4 = (0.1667)(25\,000)(1 - 0.1667)^{4-1} = \$2\,411$$
$$VL_4 = 25\,000(1 - 0.1667)^4 = \$12\,054$$

Las funciones de SDD para D_1 y D_4 son, respectivamente, = SDD(25 000,2 500,12,1) y = SDD(25 000, 2 500,12,4).

b) De acuerdo con la ecuación (16.11), el valor de rescate implícito después de 12 años es:

$$S \text{ implícito} = 25\,000(1 - 0.1667)^{12} = \$2\,803$$

Como el S estimado = \$2 500 es menor que \$2 803, el activo no estará completamente depreciado cuando alcance su duodécimo año de vida esperada.

EJEMPLO 16.3

Freeport-McMoRan Mining Company compró en \$80 000 una unidad clasificadora de minerales áureos controlada por computadora. La unidad tiene una vida prevista de 10 años y un valor de rescate de \$10 000. Utilice los métodos SD y SDD para comparar el programa de depreciación y el valor en libros de cada año. Resuelva a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

Mediante la ecuación (16.12) se determina una tasa de depreciación SD implícita.

$$d = 1 - \left(\frac{10\,000}{80\,000}\right)^{1/10} = 0.1877$$

Observe que $0.1877 < 2/n = 0.2$, de manera que este modelo SD no excede el doble de la tasa en línea recta. La tabla 16-1 presenta los valores D_t con la ecuación (16.6) y los valores VL_t de la ecuación (16.10) redondeados al dólar más cercano. Por ejemplo, en el año $t = 2$, los resultados SD son

$$D_2 = d(VL_1) = 0.1877(64\,984) = \$12\,197$$
$$VL_2 = 64\,984 - 12\,197 = \$52\,787$$

Como se redondea a dólares, se calcula una depreciación de \$2 312 en el año 10, aunque se deducen \$2 318 para que $VL_{10} = S = \$10\,000$ en forma exacta. Resultan cálculos similares para SDD con $d = 0.2$ en las series de depreciación y de valor en libros de la tabla 16-1.

TABLA 16-1 Valores D_t y VL_t para depreciación SD y SDD, ejemplo 16.3

	Saldo decreciente, \$		Saldo doble decreciente, \$	
Año t	D_t	VL_t	D_t	VL_t
0	—	80 000	—	80 000
1	15 016	64 984	16 000	64 000
2	12 197	52 787	12 800	51 200
3	9 908	42 879	10 240	40 960
4	8 048	34 831	8 192	32 768
5	6 538	28 293	6 554	26 214
6	5 311	22 982	5 243	20 972
7	4 314	18 668	4 194	16 777
8	3 504	15 164	3 355	13 422
9	2 846	12 318	2 684	10 737
10	2 318	10 000	737	10 000

Solución con hoja de cálculo

La hoja de cálculo en la figura 16-3 muestra los resultados con los métodos SD y SDD. La gráfica representa los valores en libros de cada año. Como las tasas fijas son cercanas (0.1877 para SD y 0.2 para SDD), las series de depreciación anual y de valor en libros son más o menos iguales con ambos métodos.

La tasa de depreciación (celda B5) se calcula con la ecuación (16.12), pero advierta en las etiquetas de las celdas que la función SDD se utiliza en las columnas B y D para determinar la depreciación anual. Como ya se mencionó, la función SD automáticamente calcula la tasa implícita mediante la ecuación (16.12) y la mantiene sólo en tres dígitos significativos. En consecuencia, si la función SD se utilizara en la columna B (figura 16-3), la tasa fija aplicada sería 0.188. Los valores resultantes D_t y VL_t para los años 8, 9 y 10 serían como sigue:

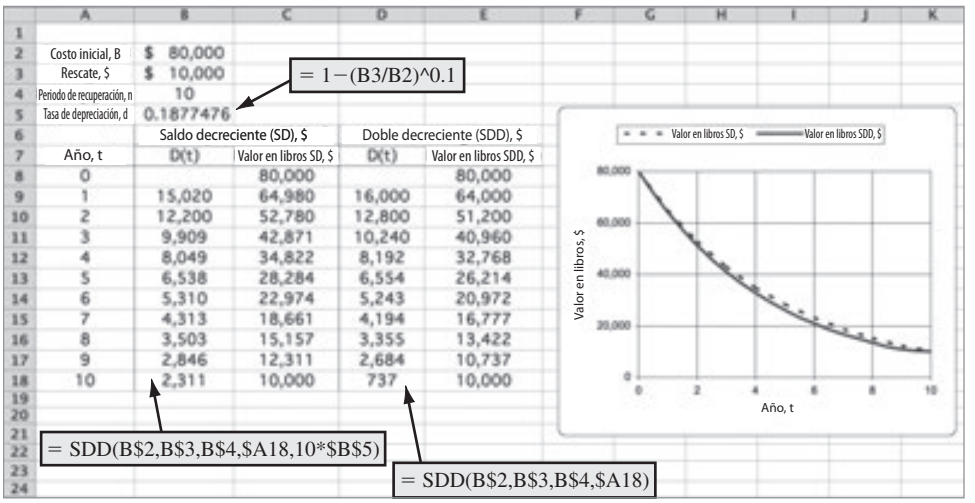


Figura 16-3
Depreciación anual y valor en libros con los métodos SD y SDD, ejemplo 16.3.

t	D_t, $	VL_t, $
8	3 501	15 120
9	2 842	12 277
10	2 308	9 969

También es destacable que la función SD usa la tasa implícita sin una verificación para detener el valor en libros en el valor de rescate estimado. Entonces, VL_{10} estará un poco por debajo de $S = \$10\,000$, como se indicó antes. Sin embargo, la función SDD utiliza una relación diferente de la función SD para determinar la depreciación anual: la que detiene correctamente la depreciación en el valor de salvamento (rescate) estimado, como se muestra en la figura 16-3, celdas E17-E18.

16.4 Sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC) ●●●

Durante la década de 1980, en Estados Unidos se introdujo el SMARC como el **método de depreciación impositiva requerido** para todos los activos depreciables. Mediante el SMARC, la ley de reforma fiscal de 1986 definió las tasas de depreciación estatutarias que aprovechaban los métodos acelerados SD y SDD. Las corporaciones tienen libertad de aplicar cualquiera de los métodos clásicos para depreciación en libros. Cuando se desarrolló el SMARC, y su predecesor el SARC, se pretendía que generaran crecimiento económico mediante la inversión de nuevo capital y las ventajas fiscales que los métodos de depreciación acelerada ofrecían a las empresas y negocios.[1]

Muchos aspectos del SMARC se refieren a asuntos específicos de la contabilidad de depreciación de las leyes fiscales. En este capítulo se estudian sólo los elementos que afectan materialmente el análisis económico después de impuestos. En el apéndice de este capítulo, secciones 16A.2 y 16A.3, se presenta información adicional sobre cómo los métodos SD, SDD y LR se incluyen en el SMARC y cómo obtener las tasas de depreciación.

El SMARC calcula los montos de depreciación anual con la relación

$$D_t = d_t B \tag{16.14}$$

[1] R. Lundquist, "The Pedagogy of Taxes and Tax Purpose Depreciation", *Proceedings*, ASSE Annual Conference, Austin, Texas, junio de 2009.

donde la tasa de depreciación d_t se da en forma tabulada. Como para otros métodos, el valor en libros en el año t se determina al restar el monto de depreciación del valor en libros del año anterior

$$\text{VL}_t = \text{VL}_{t-1} - D_t \tag{16.15}$$

o al restar la depreciación total del costo inicial.

$$\begin{aligned}\textbf{VL}_t &= \textbf{costo inicial} - \textbf{suma de la depreciación acumulada} \\ &= B - \sum_{j=1}^{j=t} D_j \end{aligned} \tag{16.16}$$

El SMARC estandarizó y simplificó muchas decisiones y cálculos de la depreciación.

La base B (o costo inicial P) se deprecia por completo; siempre se supone que el valor de rescate es igual a cero, o $S = \$0$.

Los periodos de recuperación se estandarizan a valores específicos:

$n = 3, 5, 7, 10, 15$ y 20 años	para propiedades personales (como equipo o vehículos)
$n = 27.5$ o 39 años	para bienes raíces (como propiedades o estructuras en renta)

Las tasas de depreciación proporcionan la baja acelerada por medio de un intercambio entre los métodos clásicos.

La sección 16.5 explica la forma de determinar un periodo de recuperación de SMARC permisible. En la tabla 16-2 se presentan las tasas SMARC de depreciación sobre propiedad personal (valores d_t) para $n = 3, 5, 7, 10, 15$ y 20 para la ecuación (16.14).

Las tasas de depreciación SMARC incorporan el método SDD ($d = 2/n$) y se cambian a la depreciación LR durante el periodo de recuperación como componente inherente para depreciar *propiedad personal*. Las tasas SMARC empiezan con la tasa SDD o con la tasa SD de 150%, y se cambian cuando el método LR permite una depreciación más rápida.

TABLA 16-2 Tasas de depreciación d_t aplicadas al costo inicial B mediante el método SMARC

	Tasa de depreciación (%) para cada periodo de recuperación de SMARC en años					
Año	$n = 3$	$n = 5$	$n = 7$	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$
1	33.33	20.00	14.29	10.00	5.00	3.75
2	44.45	32.00	24.49	18.00	9.50	7.22
3	14.81	19.20	17.49	14.40	8.55	6.68
4	7.41	11.52	12.49	11.52	7.70	6.18
5		11.52	8.93	9.22	6.93	5.71
6		5.76	8.92	7.37	6.23	5.29
7			8.93	6.55	5.90	4.89
8			4.46	6.55	5.90	4.52
9				6.56	5.91	4.46
10				6.55	5.90	4.46
11				3.28	5.91	4.46
12					5.90	4.46
13					5.91	4.46
14					5.90	4.46
15					5.91	4.46
16					2.95	4.46
17-20						4.46
21						2.23

Para *propiedades inmobiliarias*, el SMARC utiliza el método LR con $n = 39$ a lo largo del periodo de recuperación. El porcentaje anual de la tasa de depreciación es $d = 1/39 = 0.02564$. Sin embargo, el SMARC obliga a una recuperación parcial en los años 1 y 40. Las tasas SMARC de propiedad inmobiliaria en cantidades porcentuales son

Año 1	$100d_1 = 1.391\%$
Años 2-39	$100d_t = 2.564\%$
Año 40	$100d_{40} = 1.177\%$

El periodo de recuperación de 27.5 años de las propiedades inmobiliarias, que se aplica sólo a las propiedades residenciales en renta, utiliza el método LR en forma similar.

Advierta que todas las tasas de depreciación SMARC de la tabla 16-2 se presentan para un año más que el periodo de recuperación dado. También observe que la tasa del año adicional es la mitad de la tasa del año anterior. Esto sucede porque hay una **convención de mitad de año** incorporada en el SMARC. Tal convención supone que toda la propiedad entra en servicio en el punto medio del año fiscal de instalación. Por consiguiente, con fines fiscales, sólo se aplica 50% de la depreciación SD del primer año. Así se elimina parte de la ventaja de la depreciación acelerada y requiere que se tome la depreciación de medio año en el año $n + 1$.

En Excel no hay función alguna para la depreciación con el SMARC. No obstante, la función del saldo decreciente variable (SDV), para determinar cuándo intercambiar entre los métodos clásicos, puede adaptarse para mostrar la depreciación SMARC de cada año (en la sección 16A.2 de este capítulo y en el apéndice A del libro se explica en detalle la función SDV). El formato de la función SDV de la depreciación con SMARC requiere las funciones MÁX y MÍN integradas, como sigue:

$$= \text{VDB}(B,0,n,\text{MÁX}(0,t-1.5),\text{MÍN}(n,t-0.5),d) \qquad (16.17)$$

donde B = costo inicial
0 = valor de rescate de $S = 0$
n = periodo de recuperación
$d = \begin{cases} 2 & \text{si SMARC } n = 3, 5, 7 \text{ o } 10 \\ 1.5 & \text{si SMARC } n = 15 \text{ o } 20 \end{cases}$

Las funciones MÁX y MÍN garantizan que se cumplan las convenciones de medio año para el SMARC; es decir, en el año 1 sólo se carga la mitad de la depreciación del año 1, y la mitad del cargo del último año se lleva al año $n + 1$.

EJEMPLO 16.4

Chevron Phillips Chemical Company, de Baytown, Texas, adquirió equipo nuevo para su línea de procesamiento de polietileno. Este producto es una resina usada en tubería de plástico, bolsas, y moldeo soplado y de inyección. El equipo tiene una base no ajustada de $B = \$400\,000$, una vida de sólo tres años y un valor de rescate de 5% de B. El ingeniero en jefe pidió al director de finanzas un análisis de la diferencia entre 1) el método SDD, que es el método de depreciación en libros interno y valor en libros que se usa en la planta, y 2) la depreciación fiscal requerida con el SMARC y su valor en libros. Tiene especial curiosidad de investigar las diferencias después de dos años de servicio de este activo caro pero de vida tan corta. Obtenga las soluciones a mano y con hoja de cálculo para lo siguiente:

a) Determine cuál método ofrece la depreciación total mayor después de dos años.
b) Calcule el valor en libros por cada método después de dos años y al final del periodo de recuperación.

Solución a mano

La base es $B = \$400\,000$ y el S estimado $= 0.05(400\,000) = \$20\,000$. Las tasas SMARC para $n = 3$ se obtuvieron de la tabla 16-2, y la tasa de depreciación para SDD es $d_{\text{máx}} = 2/3 = 0.6667$. La tabla 16-3 presenta los montos de depreciación y los valores en libros. La depreciación en el año 3 para SDD sería $\$44\,444(0.6667) = \$29\,629$, excepto que esto haría el $\text{VL}_3 < \$20\,000$. Sólo puede eliminarse el monto restante de $24 444.

TABLA 16-3 Comparación entre SMARC y depreciación SDD, ejemplo 16.4

		SMARC		SDD	
Año	Tasa	Depreciación fiscal, $	Valor en libros, $	Depreciación en libros, $	Valor en libros, $
0			400 000		400 000
1	0.3333	133 320	266 680	266 667	133 333
2	0.4445	177 800	88 880	88 889	44 444
3	0.1481	59 240	29 640	24 444	20 000
4	0.0741	29 640	0		

a) Las tasas de depreciación acumulada de dos años de la tabla 16-3 son

SMARC: $D_1 + D_2 = \$133\,320 + 177\,800 = \$311\,120$

SDD: $D_1 + D_2 = \$266\,667 + 88\,889 = \$355\,556$

La depreciación SDD es mayor. (Recuerde que, para fines fiscales, la compañía no tiene posibilidad de elegir el modelo SDD como aquí se aplica.)

b) Después de dos años, el valor en libros de SDD en \$44 444 es 50% del valor en libros de SMARC de \$88 880. Al final de la recuperación (cuatro años para SMARC debido a la convención de mitad de año incorporada, y tres años para SDD), el valor en libros SMARC es $VL_4 = 0$, y el valor SDD es $VL_3 = \$20\,000$. Esto ocurre porque la depreciación SMARC siempre deduce todo el costo inicial independientemente del valor de rescate estimado. Ésta es una ventaja para la depreciación impositiva del método SMARC (a menos que el activo se deseche por más de su valor en libros depreciado con el SMARC, como se estudiará en la sección 17.4).

Solución con hoja de cálculo

La figura 16-4 presenta la solución en hoja de cálculo con la función VDB (en la columna B) para la depreciación SMARC (en lugar de las tasas SMARC) y la aplicación de la función DDB en la columna D.

a) Los valores de depreciación acumulada a dos años son:

SMARC (sume las celdas B6 + B7): \$133 333 + 177 778 = \$311 111

SDD (sume las celdas D6 + D7): \$266 667 + 88 889 = \$355 556

b) Los valores en libros después de dos años son

SMARC (celda C7): \$88 889

SDD (celda E7): \$44 444

Los valores en libros se grafican en la figura 16-4. Observe que el SMARC llega a cero en el año 4, mientras que el SDD se detiene en \$20 000 en el año 3.

Comentario

Es recomendable elaborar una *plantilla de hoja de cálculo* para problemas de depreciación en éste y los próximos capítulos. El formato y las funciones de la figura 16-4 son una buena plantilla para los métodos SMARC y SDD.

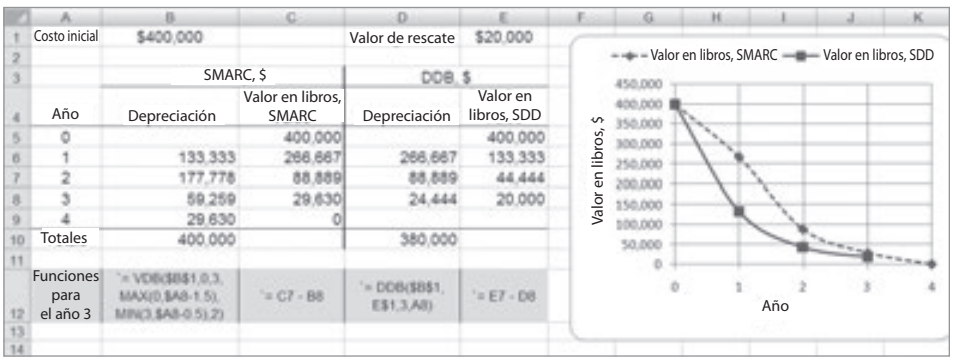


Figura 16-4
Comparación de los métodos de depreciación SMARC y SDD con una hoja de cálculo, ejemplo 16.4.

El SMARC simplifica los cálculos de depreciación, pero cancela la flexibilidad para seleccionar el modelo para un negocio o corporación. En general, puede hacerse una comparación económica que incluya la depreciación con más rapidez y sin alterar la decisión final con la aplicación del *método clásico de la línea recta en vez del SMARC*.

16.5 Determinación del periodo de recuperación del SMARC ●●●

La vida útil esperada de una propiedad se estima en años y sirve como valor *n* en la evaluación de alternativas y en los cálculos de depreciación. Para la depreciación en libros, el valor *n* debe ser la vida útil esperada. Sin embargo, cuando la depreciación se aplicará como deducible de impuestos, el valor *n* debe ser menor. Existen tablas para determinar la vida y el periodo de recuperación con fines fiscales.

La ventaja de un periodo de recuperación **más corto** que la vida útil anticipada se capitaliza mediante modelos de depreciación acelerada, que deprecian más de la base *B* en los años iniciales.

El gobierno de Estados Unidos exige que toda la propiedad depreciable se clasifique en una **clase de propiedad** que identifique el periodo de recuperación permitido por su SMARC. La tabla 16-4, un resumen de material de la Publicación 946 de la autoridad hacendaria estadounidense, ofrece un ejemplo de los activos y valores *n* del SMARC. Prácticamente toda la propiedad considerada en un análisis económico tiene un valor *n* de SMARC de 3, 5, 7, 10, 15 o 20 años.

La tabla 16-4 proporciona dos valores *n* de SMARC por propiedad. El primero es el valor del **sistema de depreciación general (SDG)** que se utiliza en los ejemplos y problemas de este libro. Las tasas de depreciación en la tabla 16-2 corresponden a los valores *n* para la columna SDG y ofrecen la depreciación más rápida permitida. Las tasas utilizan el método SDD o el modelo SD de 150% con un cambio a la depreciación LR. Observe que, con el SDG aplicado a cualquier activo no señalado en alguna clase, se le asigna automáticamente un periodo de recuperación de siete años.

La columna de la extrema derecha de la tabla 16-4 lista el rango del periodo de recuperación del **sistema de depreciación alternativa (SDA)**. Este método alterno permite la *depreciación LR durante un periodo de recuperación más extenso* que el SDG. Se aplica la convención de mitad de año y se ignora

TABLA 16-4 Ejemplo de periodos de recuperación SMARC para diversas descripciones de activos

Descripción del activo (propiedad personal e inmobiliaria)	SMARC Valor de *n*, años: SDG	SMARC Valor de *n*, años: Rango del SDA
Dispositivos especiales para manufactura y manejo, tractores, caballos de carreras	3	3-5
Computadoras y periféricos, equipo de duplicación, automóviles, camiones, autobuses, contenedores de carga, algún equipo de manufactura	5	6-9.5
Muebles de oficina; algún equipo de manufactura; vagones de ferrocarril, motores, rieles; maquinaria agrícola; equipo para petróleo y gas natural; **toda la propiedad no contenida en otra clase**	7	10-15
Equipo para transporte de agua, refinación de petróleo, procesamiento de producto agrícola, manufactura de bienes duraderos, construcción de barcos	10	15-19
Mejoramiento de terrenos, muelles, carreteras, drenajes, puentes, jardinería, tuberías, equipos de producción de energía nuclear, distribución de teléfonos	15	20-24
Alcantarillados municipales, construcciones agrícolas, cambio de líneas telefónicas, equipo de producción de energía (vapor e hidráulica), servicios de agua	20	25-50
Propiedad residencial para arrendar (casa, vivienda móvil)	27.5	40
Propiedad no residencial adherida al terreno, pero no el terreno en sí	39	40

cualquier valor de rescate, como sucede en el SMARC regular. Por lo común, el SDA es una opción para las empresas, aunque se requiere en algunas situaciones de activos especiales. Como necesita más tiempo para depreciar el activo y el modelo LR (lo que elimina la ventaja de la depreciación acelerada), en general el SDA no se considera una opción en los análisis económicos. Sin embargo, algunas veces esta opción LR elegible es preferible para negocios jóvenes, que no necesitan el beneficio fiscal de la depreciación acelerada durante los primeros años de operación y de propiedad de los activos. De seleccionarse el SDA se dispone de tablas de tasas d_t.

16.6 Métodos de agotamiento ●●●

Hasta ahora vimos la depreciación de activos, instalaciones y equipos que pueden reemplazarse. Ahora estudiaremos el equivalente de la depreciación de recursos naturales no renovables, llamado *agotamiento*.

El **agotamiento** es un método en los libros (no en el efectivo) que representa la disminución del valor de un **recurso natural** a medida que se extrae, elimina o aprovecha. Los dos métodos de agotamiento con fines de libros o fiscales consisten en descontar el costo inicial, o valor de la cantidad estimada, de los recursos de minas, pozos, canteras, depósitos geotérmicos, bosques y similares.

Los dos métodos de agotamiento son el *agotamiento por costos* y el *agotamiento porcentual*, como se ve a continuación. En la Publicación 535 del organismo hacendario estadounidense, *Business Expenses*, se dan detalles sobre los impuestos en Estados Unidos.

Costo por agotamiento Algunas veces se le denomina agotamiento de factor; se basa en el nivel de actividad o uso, no en el tiempo, como en la depreciación. Éste puede aplicarse a la mayoría de los recursos naturales y *debe* aplicarse a la producción de madera. El factor de agotamiento por costos para el año t, denotado por CA_t, es la razón del costo inicial del recurso respecto del número estimado de unidades recuperables.

$$\mathbf{CA_t = \frac{costo\ inicial}{capacidad\ del\ recurso}} \qquad \textbf{(16.18)}$$

El cargo por agotamiento anual es CA_t multiplicado por el uso o volumen del año. *El agotamiento por costo total no puede exceder el costo inicial del recurso*. Si la capacidad de la propiedad se estima nuevamente en algún año futuro, se determina un nuevo factor de agotamiento por costos con base en la cantidad no agotada y en la nueva estimación de capacidad.

Agotamiento porcentual Es una consideración especial dada para recursos naturales. Cada año puede agotarse un porcentaje constante dado del **ingreso bruto** del recurso *siempre que éste no exceda 50% del ingreso gravable de la compañía*. Anualmente, la cantidad agotada t se calcula como

$$\begin{aligned}\textbf{Valor del agotamiento porcentual}_t &= \textbf{tasa de agotamiento porcentual} \\ &\quad \times \textbf{ingreso bruto de la propiedad} \\ &= \textbf{AP} \times \textbf{IB}_t\end{aligned} \qquad \textbf{(16.19)}$$

Con el agotamiento porcentual, los cargos totales por agotamiento pueden exceder el costo inicial sin límite. Por lo general, el gobierno de Estados Unidos no permite que el agotamiento porcentual se aplique a pozos de petróleo y de gas (excepto pequeños productores independientes).

A continuación se indican los agotamientos porcentuales anuales para ciertos depósitos naturales conforme a las leyes fiscales estadounidenses.

Depósito	Porcentaje
Azufre, uranio, plomo, níquel, zinc y algunos otros metales y minerales	22
Oro, plata, cobre, mineral de hierro y algunas arenas bituminosas	15
Petróleo y pozos de gas natural (varía)	15-22
Carbón, lignito, cloruro de sodio	10
Gravilla, arena, turba, algunas rocas	5
La mayoría de los demás minerales, minerales metálicos	14

EJEMPLO 16.5

Temple-Inland Corporation negoció los derechos para cortar madera en una extensión de bosques de propiedad privada por $700 000. Se estima que pueden obtenerse 350 millones de pies de tabla de madera.

a) Determine la cuantía del agotamiento durante los dos años iniciales si se cortan 15 y 22 millones de pies de tabla de madera.
b) Después de dos años, los pies de tabla recuperables totales se estiman en 450 millones desde el momento en que se compraron los derechos. Calcule el nuevo factor de agotamiento por costos durante el año 3 y posteriores.

Solución

a) Utilice la ecuación (16.18) para calcular el CA_t por millón de pies de tabla.

$$CA_t = \frac{700\,000}{350} = \$2\,000 \text{ por millón de pies de tabla}$$

Multiplique CA_t por la cosecha anual para obtener el agotamiento de $30 000 en el año 1 y de $44 000 en el año 2. Continúe hasta agotar un total de $700 000.

b) Después de dos años se agotó un total de $74 000. Debe calcularse un nuevo valor CA_t con base en la inversión restante, $700 000 − 74 000 = $626 000. Además, con la nueva estimación de 450 millones de pies de tabla, queda un total de 450 − 15 − 22 = 413 millones de pies de tabla. Para los años $t = 3, 4, \ldots$, el factor de agotamiento por costos es

$$CA_t = \frac{626\,000}{413} = \$1\,516 \text{ por millón de pies de tabla}$$

EJEMPLO 16.6

Se compró una mina de oro por $10 millones, que tiene un ingreso bruto anticipado de $5.0 millones anualmente durante los años 1 a 5 y de $3.0 millones anuales después del año 5. Suponga que los cargos de agotamiento no exceden 50% del impuesto gravable. Calcule las cantidades de agotamiento anual de la mina. ¿Cuánto tiempo tardará recuperar la inversión inicial con $i = 0\%$?

Solución

La tasa del oro es AP = 0.15. Las cantidades de agotamiento son:

Años 1 a 5: 0.15(5.0 millones) = $750 000
Años en adelante: 0.15(3.0 millones) = $450 000

Un total de $3.75 millones se descuenta en cinco años, y los restantes $6.25 millones se descuentan a $450 000 anuales. El número total de años es

$$5 + \frac{\$6.25 \text{ millones}}{\$450\,000} = 5 + 13.9 = 18.9$$

La inversión inicial puede agotarse por completo en 19 años.

En muchas situaciones de agotamiento de recursos naturales, las leyes fiscales permiten que cada año se reclame el agotamiento de la mayor de dos cantidades; esto es siempre que el porcentaje de agotamiento no exceda 50% del ingreso gravable. Por tanto, es aconsejable calcular ambas cantidades de agotamiento y seleccionar la mayor. Use la terminología siguiente para el año t ($t = 1, 2, \ldots$).

CCA_t = cantidad de costo de agotamiento
CPA_t = cantidad porcentual de agotamiento
IG_t = ingreso gravable

El criterio para la cantidad de agotamiento permitida fiscalmente para el año t es

$$\text{Agotamiento} = \begin{cases} \text{máx}[CCA_t, CPA_t] & \text{si } CPA_t \le 50\% \text{ del } IG_t \\ \text{máx}[CCA_t, 50\% \text{ del } IG_t] & \text{si } CPA_t > 50\% \text{ del } IG_t \end{cases}$$

Por ejemplo, suponga que el propietario de una cantera de tamaño medio calcula lo siguiente para el año 1.

$$\text{IG} = \$500\,000 \qquad \text{CCA} = \$275\,000 \qquad \text{CPA} = \$280\,000$$

Como 50% del IG es \$250 000, el CPA es demasiado grande y por ello no se permite. Con propósitos fiscales, se aplica el criterio anterior y se usa el costo del agotamiento de \$275 000, pues es mayor que el 50% del IG.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La depreciación puede determinarse para registros internos de las compañías (depreciación en libros) o con propósitos de impuesto sobre la renta (depreciación fiscal). En Estados Unidos, el método SMARC es el único autorizado para realizar la depreciación impositiva. En diversos países se aplican los métodos en línea recta y de saldo decreciente con fines de depreciación tanto fiscal como en libros. La depreciación no genera directamente un flujo de efectivo real; es un método en libros mediante el cual se recupera la inversión de capital en propiedad tangible. La cuantía de la depreciación anual es deducible de impuestos, lo cual puede generar cambios reales del flujo de efectivo.

Se presentan aquí algunos puntos importantes sobre los modelos de línea recta, saldo decreciente y SMARC. En la tabla 16-5 se resumen las relaciones comunes de cada modelo.

Línea recta (LR)
- Cancela linealmente la inversión de capital durante n años.
- Se considera siempre el valor de rescate estimado.
- Es el modelo de depreciación no acelerada clásico.

Saldo decreciente (SD)
- El modelo acelera la depreciación en comparación con el modelo en línea recta.
- El valor en libros se reduce cada año en un porcentaje fijo.
- La tasa más común es el doble de la tasa LR, denominada depreciación mediante saldo decreciente doble (SDD).
- Tiene un rescate implícito que puede ser menor que el rescate estimado.
- No es un método de depreciación fiscal aprobado en Estados Unidos. A menudo se le emplea con propósitos de depreciación en libros.

Sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC)
- Es el único sistema de depreciación fiscal aprobado en Estados Unidos.
- Cambia automáticamente de SD o SDD a depreciación LR.
- Siempre se deprecia hasta llegar a cero; es decir, supone que $S = 0$.
- Los periodos de recuperación se especifican por tipos de propiedad.
- Las tasas de depreciación se tabulan.
- El periodo de recuperación real es un año más largo debido a la convención impuesta de mitad de año.
- La depreciación en línea recta SMARC es una opción, aunque los periodos de recuperación son más largos que para SMARC regulares.

Los métodos de *costo por agotamiento* y *porcentual* recuperan la inversión en recursos naturales. El factor de agotamiento de costo anual se aplica a la cantidad extraída del recurso. Con el agotamiento por costos no puede recuperarse más de la inversión inicial. El agotamiento porcentual, que puede recuperar más que la inversión inicial, reduce el valor de la inversión en un porcentaje constante de ingreso bruto cada año.

TABLA 16-5 Resumen de las relaciones comunes de modelos de depreciación

Modelo	SMARC	LR	SDD
Tasa de depreciación fija d	No se define	$\frac{1}{n}$	$\frac{2}{n}$
Tasa anual d_t	Tabla 16-2	$\frac{1}{n}$	$d(1-d)^{t-1}$
Depreciación anual D_t	$d_t B$	$\frac{B-S}{n}$	$d(\text{VL}_{t-1})$
Valor en libros VL_t	$\text{VL}_{t-1} - D_t$	$B - tD_t$	$B(1-d)^t$

APÉNDICE DEL CAPÍTULO 16

16A.1 Depreciación de la suma de dígitos anuales (SDA) y unidad de producción (UP) ●●●

El **método SDA** constituye una técnica clásica de depreciación acelerada que elimina gran parte de la base durante el primer tercio del periodo de recuperación; sin embargo, la cancelación no es tan rápida como con SDD o SMARC. Dicha técnica es útil en los análisis de ingeniería económica, en especial en las cuentas de depreciación de activos múltiples (depreciación de grupo y compuesta).

La mecánica del método implica la suma de los dígitos del año 1 hasta el periodo de recuperación n. El cargo de depreciación para cualquier año dado se obtiene al multiplicar la base del activo, menos cualquier valor de rescate, por la razón del número de años restantes en el periodo de recuperación sobre la suma de los dígitos anuales, SUM.

$$D_t = \frac{\text{años depreciables restantes}}{\text{suma de los dígitos anuales}} (\text{base} - \text{valor de rescate})$$

$$D_t = \frac{n - t + 1}{\text{SUM}} (B - S) \qquad \textbf{(16A.1)}$$

donde SUM es la suma de los dígitos del 1 a n.

$$\text{SUM} = \sum_{j=1}^{j=n} j = \frac{n(n + 1)}{2}$$

El valor en libros para un año t se calcula como

$$\text{VL}_t = B - \frac{t(n - t/2 + 0.5)}{\text{SUM}} (B - S) \qquad \textbf{(16A.2)}$$

La tasa de depreciación disminuye cada año e iguala al multiplicador en la ecuación (16A.1).

$$d_t = \frac{n - t + 1}{\text{SUM}} \qquad (16A.3)$$

La función SDA de la hoja de cálculo despliega la depreciación para el año t. El formato de la función es

$$= \text{SDA}(B,S,n,t)$$

EJEMPLO 16A.1

Calcule los cargos por depreciación SDA para el año 2 de un equipo de electroóptica con $B = \$25\,000$, $S = \$4\,000$ y un periodo de recuperación de ocho años.

Solución

La suma de los dígitos del total de años es 36, y los montos de depreciación para el segundo año mediante la ecuación (16A.1) son

$$D_2 = \frac{7}{36}(21\,000) = \$4\,083$$

La función SDA es SDA(25 000,4 000,8,2).

La figura 16A-1 es una gráfica de los valores en libros para un activo de \$80 000 con $S = \$10\,000$ y $n = 10$ años mediante los cuatro métodos de depreciación que hemos visto. Las curvas SMARC, SDD y SDA tienen un trayecto muy similar excepto para el año 1 y para los años 9 a 11.

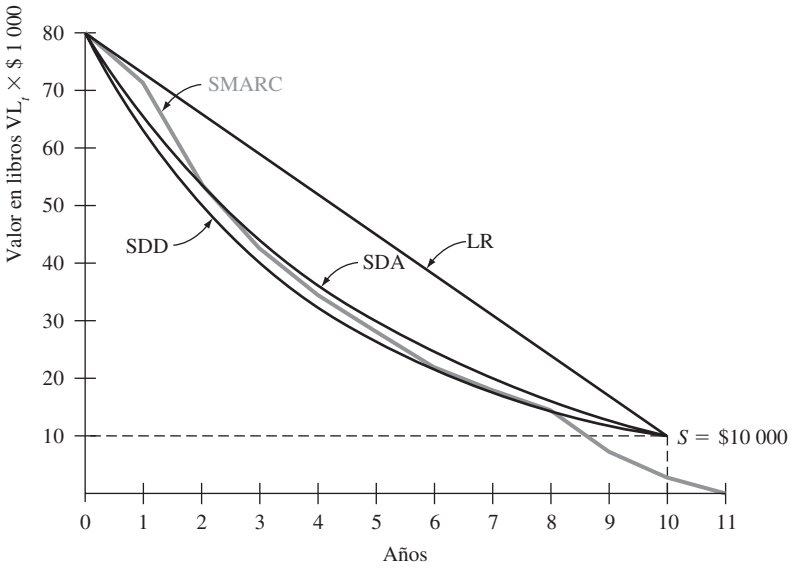


Figura 16A-1
Comparación del valor en libros con los métodos de depreciación LR, SDA, SDD y SMARC.

Un segundo método de depreciación que no está permitido con fines fiscales pero es útil en ciertas situaciones es el de la **unidad de producción (UP)**. El método de la UP resulta aplicable cuando el valor decreciente del equipo se **basa en el uso en lugar del tiempo**. Suponga que un contratista de autopistas tiene una serie de contratos que durarán varios años con los departamentos de carreteras de varios estados y compra equipo de movimiento de tierras para usarlo en todos los contratos. Si el empleo del equipo sube y baja de manera significativa con el paso de los años, el método de la UP es ideal para la depreciación en libros. Para el año t, la depreciación UP se calcula como

$$D_t = \frac{\textbf{uso real para el año } t}{\textbf{uso total durante el tiempo de vida}} \textbf{(base} - \textbf{rescate)} \qquad \textbf{(16A.4)}$$

EJEMPLO 16A.2

La empresa Zachry Contractors compró un mezclador de $80 000 para usarlo durante los siguientes 10 años por el contrato IH-10 en San Antonio. El mezclador tendrá un valor de rescate insignificante después de 10 años, y la cantidad total de material por procesar se estima en 2 millones de metros cúbicos. Utilice el uso real por año de la tabla 16A-1 y el método de la unidad de producción a fin de calcular la depreciación anual.

Solución

El uso real de cada año se coloca en el numerador de la ecuación (16A.4) para calcular la depreciación anual con base en la cantidad total de material estimado para todo el tiempo de vida, 2 millones de metros cúbicos en este caso. La tabla 16A-1 muestra la depreciación anual y acumulada durante los 10 años. Si el mezclador sigue en servicio después de procesar los 2 millones de metros cúbicos, ya no se permite más depreciación.

TABLA 16A-1 Método de la unidad de producción para la depreciación, ejemplo 16A.2

Año t	Uso real, 1 000 m^3	Depreciación anual D_t, $	Depreciación acumulada, $
1	400	16 000	16 000
2-8	200	8 000	72 000
9-10	100	4 000	80 000
Total	2 000	80 000	

16A.2 Cambio entre métodos de depreciación ●●●

El cambio entre modelos de depreciación puede ayudar a la reducción acelerada del valor en libros. También maximiza el valor presente de la depreciación acumulada y total durante el periodo de recuperación. Por consiguiente, en general, dicho cambio incrementa la ventaja para efectos fiscales en años donde la depreciación es mayor. El enfoque que se desarrollará ahora forma parte inherente del SMARC.

El cambio de un modelo SD al método LR es el más común porque suele ofrecer una ventaja real, en especial si el modelo SD es el SDD. Aquí se resumen las reglas básicas del cambio.

1. El cambio se recomienda cuando la depreciación para el año t con el modelo en curso es menor que aquella para un modelo nuevo. La depreciación seleccionada D_t es el monto más grande.
2. Durante el periodo de recuperación sólo puede ocurrir un cambio.
3. Independientemente de los modelos de depreciación (clásicos) utilizados, el valor en libros nunca puede descender por debajo del valor de rescate estimado. Cuando se cambia un modelo SD se utiliza el valor de rescate estimado, no el valor de rescate implicado, para calcular la depreciación con el nuevo método: se supone $S = 0$ en todos los casos. (Esto no aplica al SMARC, pues éste ya incluye el cambio.)
4. La cuantía no depreciada, es decir, VL_t, sirve como la nueva base ajustada para seleccionar la D_t mayor para la próxima decisión de cambio.

En todas las situaciones, el criterio es **maximizar el valor presente de la depreciación total**, $\mathbf{VP}_D$. La mejor estrategia de cambio es la combinación de los modelos de depreciación que producen el valor presente más grande.

$$\mathbf{VP}_D = \sum_{t=1}^{t=n} D_t(P/F,i,t) \qquad \textbf{(16A.5)}$$

Esta lógica reduce la obligación tributaria en la parte inicial del periodo de recuperación de un activo.

El cambio es más provechoso cuando va de un modelo de cancelación rápida como SDD al modelo LR. Tal cambio es predeciblemente ventajoso si el valor de rescate implicado que se calcula con la ecuación (16.11) excede el valor de rescate estimado en el momento de la compra; es decir, se debe cambiar si

$$VL_n = B(1 - d)^n > S \text{ estimado} \qquad (16A.6)$$

Como se supone que el S será cero por la anterior regla 3 y que VL_n *será mayor que cero*, el cambio de un modelo SD a LR siempre es ventajoso. Según los valores de d y n, el cambio puede ser mejor en los últimos años o en el último año del periodo de recuperación, lo cual deduce el monto S implicado inherente al modelo SDD.

El procedimiento para cambiar de la depreciación SDD a la LR es:

1. Por cada año t, calcule los dos cargos por depreciación.

   Para SDD: $$D_{SDD} = d(VL_{t-1}) \qquad (16A.7)$$

   Para LR: $$D_{LR} = \frac{VL_{t-1}}{n - t + 1} \qquad (16A.8)$$

2. Seleccione el mayor valor de depreciación. La depreciación de cada año es

   $$D_t = \text{máx}(D_{SDD}, D_{LR}) \qquad (16A.9)$$

3. Si es necesario, calcule el valor presente de la depreciación total con la ecuación (16A.5).

Es aceptable, aunque en general no presenta ventajas financieras, afirmar que un cambio tendrá lugar en un año específico, por ejemplo, dictaminar un cambio de SDD a LR en el año 7 de un periodo de recuperación de 10 años. Si bien no es habitual este enfoque, la técnica de cambio funciona bien con cualquier modelo de depreciación.

Si se emplea una hoja de cálculo para el cambio, primero comprenda las reglas de cambio del modelo de depreciación y practique el procedimiento de cambio de saldo decreciente a línea recta. Una vez comprendido, la mecánica del cambio se acelera mediante la aplicación de la función DVS (disminución

variable del saldo) de la hoja de cálculo. Ésta es una función muy poderosa que determina la depreciación para el año 1 o el total durante varios años para el cambio SD a LR. El formato de la función es

$$= \text{DVS}(B,S,n,t_\text{inicial},t_\text{final},d,\text{sin_cambios}) \qquad (16A.10)$$

El apéndice A explica todos los campos en detalle, aunque para aplicaciones sencillas, donde son necesarios los valores D_t anuales de SDD y LR, las siguientes son entradas correctas:

*t*_inicial es el año $(t-1)$

*t*_final es el año t

d es opcional; se supone 2 para SDD, el mismo que en la función SDD

sin_cambios es un valor lógico opcional:

FALSO u omitido: ocurre cambio a LR, si es ventajoso

VERDADERO: se aplican los modelos SDD o SD sin consideración de cambio a la depreciación LR

Ingresar VERDADERO para la opción sin_cambios provoca, en efecto, que la función DVS despliegue las mismas cantidades de depreciación que la función SDD. Esto se analiza en el ejemplo 16A.3*d*). El lector observará que la función DVS es la misma con que se calculó la depreciación anual con el SMARC.

EJEMPLO 16A.3

La oficina principal de The Outback Steakhouse compró una copiadora de imágenes de documentos en línea por $100 000 con una vida útil estimada de ocho años y un periodo de recuperación de depreciación impositiva de cinco años. Compare el valor presente de la depreciación total por *a*) el método LR, *b*) el método SDD y *c*) el cambio de SDD a LR. *d*) Realice el cambio de SDD a LR con una hoja de cálculo y represente gráficamente los valores en libros. Utilice una tasa de $i = 15\%$ anual.

Solución a mano

En esta solución no se aplica el método SMARC.

a) La ecuación (16.1) determina la depreciación LR anual.

$$D_t = \frac{100\,000 - 0}{5} = \$20\,000$$

Como D_t es la misma para todos los años, el factor P/A reemplaza a P/F para calcular VP_D.

$$\text{VP}_D = 20\,000(P/A,15\%,5) = 20\,000(3.3522) = \$67\,044$$

b) Para el SDD, $d = 2/5 = 0.40$. Los resultados se muestran en la tabla 16A-2. El valor $\text{VP}_D = \$69\,915$ excede el valor de $67 044 para la depreciación LR. Como se esperaba, la depreciación acelerada SDD maximiza VP_D.

c) Utilice el procedimiento de cambio de SDD a LR.

1. Los valores SDD para D_t en la tabla 16A-2 se repiten en la tabla 16A-3 para compararse con los valores de D_{LR} de la ecuación (16A.8). Los valores D_{LR} cambian cada año porque VL_{t-1} es diferente. Solamente en el año 1, $D_{\text{LR}} = \$20\,000$, el mismo calculado en el inciso *a*). Para ilustración, calcule un valor D_{LR} para los años 2 y 4. Para $t = 2$, $\text{VL}_1 = \$60\,000$ con el método SDD y

$$D_{\text{LR}} = \frac{60\,000 - 0}{5 - 2 - 1} = \$15\,000$$

Para $t = 4$, $\text{VL}_3 = \$21\,600$ mediante el método SDD y

$$D_{\text{LR}} = \frac{21\,600 - 0}{5 - 4 + 1} = \$10\,800$$

2. La columna "D_t más grande" indica un cambio en el año 4 con $D_4 = \$10\,800$. $D_{\text{LR}} = \$12\,960$ en el año 5 se aplicaría *sólo* si el cambio ocurriera en el año 5. La depreciación total con cambio es $100 000 comparada con la cantidad SDD de $92 224.
3. Con el cambio, $\text{VP}_D = \$73\,943$, el cual es un incremento tanto sobre el método LR como sobre el método SDD.

TABLA 16A-2 Modelo SDD de depreciación y cálculos de valor presente, ejemplo 16A.3*b*)

Año t	D_t, $	VL_t, $	$(P/F,15\%,t)$	Valor presente de D_t, $
0		100 000		
1	40 000	60 000	0.8696	34 784
2	24 000	36 000	0.7561	18 146
3	14 400	21 600	0.6575	9 468
4	8 640	12 960	0.5718	4 940
5	5 184	7 776	0.4972	2 577
Totales	92 224			69 915

TABLA 16A-3 Depreciación y valor presente que permite el cambio de SDD a LR, ejemplo 16A.3*c*)

Año t	Método SDD, $ D_{SDD}	Método SDD, $ VL_t	Método LR D_{LR}, $	D_t más grande, $	Factor P/F	Valor presente de D_t, $
0	—	100 000				
1	40 000	60 000	20 000	40 000	0.8696	34 784
2	24 000	36 000	15 000	24 000	0.7561	18 146
3	14 400	21 600	12 000	14 400	0.6575	9 468
4*	8 640	12 960	10 800	10 800	0.5718	6 175
5	5 184	7 776	12 960	10 800	0.4972	5 370
Totales	92 224			100 000		73 943

* Indica años de cambio de la depreciación SDD a LR.

Solución con hoja de cálculo

d) En la figura 16A-2, columna D, están como entradas las funciones DVS para determinar que el cambio de SDD a LR tendrá lugar en el año 4. Las entradas "2,FALSO" al final de la función DVS son opcionales (véase la descripción de la función DVS). Si se ingresa VERDADERO se mantiene el modelo de saldo decreciente a lo largo del periodo de recuperación, y las cantidades de depreciación anual son iguales a las de la columna B. La representación gráfica de la figura 16A-2 indica otra diferencia en los métodos de depreciación. El valor en libros terminal en el año 5 para el modelo SDD es $VL_5 = \$7\,776$, mientras que el cambio de SDD a LR reduce a cero el valor en libros.

Las funciones VPN determinan el VP de la depreciación (fila 9). Aquí los resultados son los mismos que los de los incisos *b*) y *c*) anteriores. El cambio de SDD a LR tiene el valor mayor VP_D.

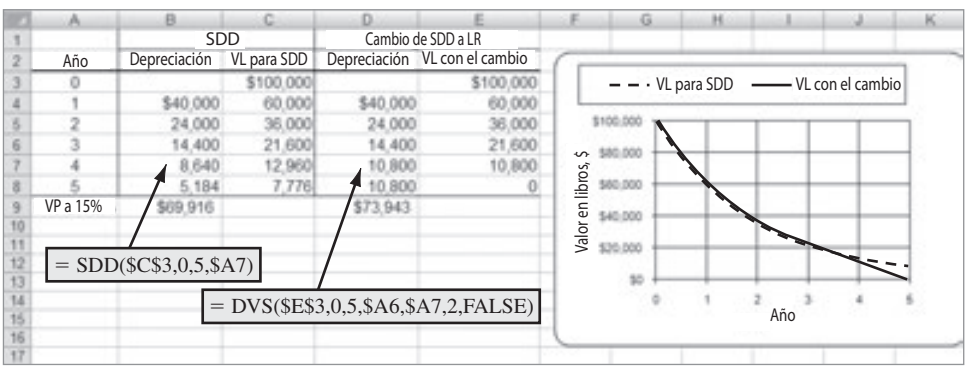


Figura 16A-2
Depreciación para el cambio SDD a LR con la función DVS, ejemplo 16A.3.

En el SMARC, los periodos de recuperación de 3, 5, 7 y 10 años con convención de mitad de año se aplican en el cambio de SDD a LR. Cuando sucede el cambio a LR, lo cual suele ocurrir en los últimos 1 a 3 años del periodo de recuperación, cualquier base restante se carga en el año $n + 1$, de manera que el valor en libros llegue a cero. Es usual que 50% del monto LR aplicable permanezca después de ocurrido el cambio. Para los periodos de recuperación de 15 y 20 años se aplica el SD de 150% con la convención de mitad de año y el cambio a LR.

El valor presente de la depreciación VP_D siempre indicará el modelo más adecuado. Sólo las tasas SMARC para periodos de recuperación SDG (tabla 16-4) utilizan el cambio SDD a LR. Las tasas SMARC alternas para el sistema de depreciación alterna tienen periodos de recuperación más largos e imponen el modelo LR para todo el periodo de recuperación.

EJEMPLO 16A.4

En el ejemplo 16A.3, incisos *c*) y *d*), se aplicó el modelo de cambio de SDD a LR a un activo de $100 000 y $n = 5$ años, lo que produjo $VP_D = \$73\,943$ con $i = 15\%$. Utilice SMARC para depreciar el mismo activo con un periodo de recuperación de cinco años, y compare los valores VP_D.

Solución

La tabla 16A-4 resume los cálculos de depreciación (con tasas de la tabla 16-2), el valor en libros y el valor presente de la depreciación. Los valores VP_D de los cuatro métodos son:

Cambio de SDD a LR	$73 943
Saldo decreciente doble	$69 916
SMARC	$69 016
Línea recta	$67 044

El SMARC proporciona una cancelación menos acelerada. Esto se debe en parte a que la convención de mitad de año no permite el 50% de la depreciación SDD del primer año (lo cual representa 20% del costo inicial). Además, el periodo de recuperación del SMARC se amplía al año 6, lo que reduce aún más el VP_D.

TABLA 16A-4 Depreciación y valor en libros mediante el SMARC, ejemplo 16A.4

t	d_t	D_t, $	VL_t, $
0	—	—	100 000
1	0.20	20 000	80 000
2	0.32	32 000	48 000
3	0.192	19 200	28 800
4	0.1152	11 520	17 280
5	0.1152	11 520	5 760
6	0.0576	5 760	0
	1.000	100 000	

$$VP_D = \sum_{t=1}^{t=6} D_t(P/F,15\%,t) = \$69\,016$$

16A.3 Determinación de tasas SMARC

Las tasas de depreciación para SMARC incorporan el modelo de cambio de SD a LR en todos los periodos de recuperación SDG de tres a 20 años. Durante el primer año se realizan algunos ajustes para calcular la tasa SMARC. Los ajustes varían y por lo general no se consideran en detalle en los análisis económicos. Siempre se impone la convención de mitad de año, y cualquier valor en libros restante en el año n se deduce en el año $n + 1$. Se supone el valor $S = 0$ en todos los programas SMARC.

Como se utilizan diferentes porcentajes SD para los distintos valores de n, puede recurrirse al siguiente resumen para determinar los valores D_t y VL_t. Se identifican las depreciaciones SD y LR con los símbolos D_{SD} y D_{LR}, respectivamente.

Para *n* = *3, 5, 7 y 10* Utilice la depreciación SDD con convención de medio año y cambio a la depreciación LR en el año t cuando $D_{LR} \geq D_{SD}$. Utilice las reglas de cambio de la sección 16A.2 y agregue medio año al calcular D_{LR} para la cuenta de la convención de mitad de año. Las tasas de depreciación anuales son

$$d_t = \begin{cases} \frac{1}{n} & t = 1 \\ \frac{2}{n} & t = 2, 3, \ldots \end{cases} \tag{16A.11}$$

Los valores de depreciación anuales por cada año t aplicados a la base ajustada son

$$D_{SD} = d_t(VL_{t-1}) \tag{16A.12}$$

$$D_{LR} = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}\right)B & t = 1 \\ \frac{VL_{t-1}}{n - t + 1.5} & t = 2, 3, \ldots, n \end{cases} \tag{16A.13}$$

Después de realizar el cambio a una depreciación LR, por lo general en los últimos 1 a 3 años del periodo de recuperación, todo valor en libros restante en el año n se retira en el año $n + 1$.

Para n = 15 y 20 Utilice el SD de 150% con la convención de mitad de año y el cambio a LR cuando $D_{LR} \geq D_{SD}$. Mientras la depreciación LR presente más ventajas, la depreciación SD anual se calcula con la forma de la ecuación (16A.7)

$$D_{SD} = d_t(VL_{t-1})$$

donde

$$d_t = \begin{cases} \frac{0.75}{n} & t = 1 \\ \frac{1.50}{n} & t = 2, 3, \ldots \end{cases} \tag{16A.14}$$

EJEMPLO 16A.5

Se compró por $10 000 un sistema inalámbrico de seguimiento de control de un taller, con un periodo de recuperación SMARC de cinco años. *a*) Use las ecuaciones (16A.11) a (16A.13) para obtener la depreciación anual y el valor en libros. *b*) Determine las tasas de depreciación anual resultantes y compárelas con las tasas SMARC de la tabla 16-2 para $n = 5$.

Solución

a) Con $n = 5$ y la convención de mitad de año, utilice el procedimiento de cambio de SDD a LR para obtener los resultados de la tabla 16A-5. El cambio a la depreciación LR, que ocurre en el año 4 cuando ambos valores de depreciación son iguales, se indica por

$$D_{SD} = 0.4(2\,880) = \$1\,152$$

$$D_{LR} = \frac{2\,880}{5 - 4 + 1.5} = \$1\,152$$

La depreciación LR de $1 000 en el año 1 proviene de aplicar la convención de medio año incluida en la primera relación de la ecuación (16A.13). Asimismo, la depreciación LR de $576 en el año 6 es el resultado de la convención de mitad de año.

b) Las tasas reales se calculan al dividir los valores de la columna "D_t mayor" entre el costo inicial de $10 000. Las tasas siguientes son las mismas que las tasas de la tabla 16-2.

t	1	2	3	4	5	6
d_t	0.20	0.32	0.192	0.1152	0.1152	0.0576

TABLA 16A-5 Montos de depreciación para determinar tasas SMARC con $n = 5$, ejemplo 16A.5

Años	SDD		Depreciación LR	D_t	
t	d_t	D_{SD}, $	D_{LR}, $	mayor, $	VL_t, $
0	—	—	—	—	10 000
1	0.2	2 000	1 000	2 000	8 000
2	0.4	3 200	1 777	3 200	4 800
3	0.4	1 920	1 371	1 920	2 880
4	0.4	1 152	1 152	1 152	1 728
5	0.4	691	1 152	1 152	576
6	—	—	576	576	0
				10 000	

Resulta claro que es más fácil utilizar las tasas presentadas en la tabla 16-2 o la función VDB de una hoja de cálculo que determinar cada tasa SMARC con la lógica de cambio anterior. No obstante, describimos la lógica de las tasas SMARC para los interesados. Las tasas SMARC anuales pueden obtenerse con la tasa aplicable para el método SD. Los subíndices SD y LR se insertaron junto con el año t. Para el primer año $t = 1$,

$$d_{SD,1} = \frac{1}{n} \qquad \text{o bien} \qquad d_{LR,1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}\right)$$

Sólo para los propósitos de la suma, se introduce el subíndice i ($i = 1, 2,\ldots, t$) en d. Así, las tasas de depreciación para los años $t = 2, 3, \ldots, n$ son

$$d_{SD,t} = d\left(1 - \sum_{i=1}^{i=t-1} d_i\right) \tag{16A.15}$$

$$d_{LR,t} = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^{i=t-1} d_i\right)}{n - t + 1.5} \tag{16A.16}$$

Asimismo, para el año $n + 1$, la tasa SMARC es la mitad de la tasa LR del año anterior n.

$$d_{LR,n+1} = 0.5(d_{LR,n}) \tag{16A.17}$$

Las tasas SD y LR se comparan cada año para determinar la mayor y cuándo debe ocurrir el cambio a la depreciación LR.

EJEMPLO 16A.6

Verifique las tasas SMARC en la tabla 16-2 para un periodo de recuperación de tres años. Las tasas en porcentaje son 33.33, 44.45, 14.81 y 7.41.

Solución

La tasa fija para SDD con $n = 3$ es $d = 2/3 = 0.6667$. Con la convención de mitad de año en el año 1 y las ecuaciones (16A.l5) a (16A.17), los resultados son:

$\boldsymbol{d_1}$: $d_{SD,1} = 0.5d = 0.5(0.6667) = 0.3333$

$\boldsymbol{d_2}$: La tasa de depreciación acumulada es 0.3333.

$$d_{SD,2} = 0.6667(1 - 0.3333) = 0.4445 \qquad \text{(valor más grande)}$$

$$d_{LR,2} = \frac{1 - 0.3333}{3 - 2 + 1.5} = 0.2267$$

d_3: La tasa de depreciación acumulada es 0.3333 + 0.4445 = 0.7778.

$$d_{SD,3} = 0.6667(1 - 0.7778) = 0.1481$$

$$d_{LR,2} = \frac{1 - 0.7778}{3 - 3 + 1.5} = 0.1481$$

Ambos valores son los mismos; cambie a la depreciación en línea recta.

d_4: Esta tasa es 50% de la última tasa LR.

$$d_4 = 0.5(d_{LR,3}) = 0.5(0.1481) = 0.0741$$

PROBLEMAS

Fundamentos de la depreciación

16.1 ¿Cómo afecta la depreciación al flujo de efectivo de una empresa?

16.2 ¿Cuál es la diferencia entre el valor en libros y el valor de mercado?

16.3 Mencione la diferencia entre la depreciación en libros y la depreciación fiscal.

16.4 Mencione la diferencia entre una base no ajustada y otra ajustada.

16.5 Explique por qué el periodo de recuperación con fines de depreciación fiscal puede ser diferente del valor *n* estimado en un estudio de ingeniería económica.

16.6 Visite el sitio www.irs.gov del organismo hacendario estadounidense IRS y responda las siguientes preguntas acerca de la depreciación y el SMARC con la consulta en línea de la versión actual de la Publicación 946, *How to Depreciate Property*.

a) ¿Cuál es la definición de depreciación de acuerdo con el IRS?
b) ¿Cuál es la descripción del término *valor de rescate*?
c) ¿Cuáles son los dos sistemas de depreciación dentro del SMARC y las principales diferencias entre ellos?
d) ¿Cuáles son las propiedades enlistadas que no pueden depreciarse con el SMARC?
e) ¿Cuándo comienza y termina la depreciación?
f) ¿Qué es una deducción de la Sección 179?

16.7 Una compañía importante de producción de energía tiene la información siguiente acerca de la adquisición de equipo de última generación.

Precio de compra = $580 000
Costo del envío transoceánico y su distribución = $4 300
Costo de instalación (un técnico a $1 600 por día durante cuatro días) = $6 400
Periodo de recuperación fiscal = 15 años
Periodo de recuperación de la depreciación en libros = 10 años
Valor de rescate = 10% del precio de compra
Costo de operación (con técnico) = $185 000 por año

El gerente del departamento pidió al empleado más nuevo que introdujera los datos apropiados en el programa de contabilidad fiscal. Para el método SMARC, ¿cuáles son los valores de *B*, *n* y *S* en la depreciación del activo con fines de impuestos?

16.8 Durante el último mes de 2007, Stahmann Products pagó $350 000 por un controlador numérico, cuyos costos adicionales de instalación fueron de $50 000. El periodo de recuperación fue de siete años con valor de rescate estimado de 10% del precio de compra original. Stahmann vendió en $45 000 el sistema a finales de 2011.

a) ¿Cuáles son los valores numéricos necesarios para desarrollar un programa de depreciación en el momento de la compra?
b) Mencione los valores numéricos de lo siguiente: vida remanente en el momento de la compra, valor de mercado en 2011 y valor en libros en el momento de la compra si se había depreciado 65% de la base no ajustada.

16.9 Se depreció un activo con base no ajustada de $50 000 durante n_{imp} = 10 años con fines de depreciación fiscal, y de n_{libros} = 5 años con fines de depreciación en libros. La depreciación anual fue 1/*n* con el uso del valor de vida relevante. Con una hoja de cálculo, grafique el valor anual en libros con ambos métodos de depreciación.

Depreciación en línea recta

16.10 ¿Cuál es la tasa de depreciación d_t por año para un activo que tiene una vida útil de ocho años y se deprecia con el método de la línea recta?

16.11 Pneumatics Engineering compró una máquina que costó $40 000 y tiene una vida de ocho años, un periodo de recuperación de 10 años y un valor de rescate de $10 000. Se espera que el costo de operación de la máquina sea de $15 000 por año. La tasa de inflación es de 6% anual, y la TMAR de la empresa, de 11% anual.

Determine *a*) el cargo por depreciación para el año 3, *b*) el valor presente del cargo por depreciación del tercer año en el año 0, momento de la compra del activo, y *c*) el valor en libros para el año 3 de acuerdo con el método de la línea recta.

16.12 Un activo que se deprecia en libros durante un periodo de cinco años con el método de la línea recta tiene un VL_3 = \$62 000 con un cargo por depreciación de \$26 000 anual. Determine *a*) el costo inicial del activo y *b*) el valor de rescate que se supuso.

16.13 La empresa Lee Company, de Westbrook, Connecticut, fabrica piezas de alivio de presión para aplicaciones hidráulicas térmicas y de flujo bajo, en las que se requiere que no haya fugas. Una máquina comprada hace tres años se depreció en libros con el método de la línea recta y una vida útil de cinco años. Si el valor en libros al final del año 3 es de \$30 000 y la compañía supuso que la máquina carecería de valor al final de su vida útil de cinco años, *a*) ¿cuál es el cargo por depreciación en libros cada año y *b*) cuál fue el costo inicial de la máquina?

16.14 Un activo tiene una base no ajustada de \$200 000, un valor de rescate de \$10 000 y un periodo de recuperación de siete años. Escriba una función en una sola celda de una hoja de cálculo para obtener el valor en libros después de cinco años de depreciación con el método de la línea recta. Use su función para determinar el valor en libros.

16.15 En 2008, Briston Myers Squibb compró en \$750 000 una máquina para formar tabletas medicinales. La empresa planeaba usar la máquina durante 10 años, pero debido a la aceleración de su obsolescencia debe retirarla después de cuatro, en 2012. Elabore una hoja de cálculo para obtener los montos de la depreciación y el valor en libros necesarios para responder lo siguiente.

a) ¿Cuál es el monto de la inversión de capital remanente cuando el activo se retira por obsoleto de manera prematura?

b) Si el activo se vendiera en \$175 000 después de cuatro años, ¿cuál sería el monto de la inversión de capital perdido con base en la depreciación en línea recta?

c) Si la máquina de tecnología nueva tuviera un costo estimado de \$300 000, ¿cuántos años más debe la empresa conservar y depreciar la máquina que actualmente posee para que fueran iguales su valor en libros y el costo inicial de la máquina nueva?

16.16 Busbee Consultants compró una estación de trabajo gráfico de propósito especial con B = \$50 000 y un periodo de recuperación de cuatro años. Elabore una tabla con los valores de la depreciación LR, depreciación acumulada y valor en libros por cada año si *a*) $S = 0$ y *b*) S = \$16 000. *c*) Con una hoja de cálculo grafique el valor en libros durante los cuatro años; incluya en la gráfica ambas estimaciones del valor de rescate.

16.17 Una compañía posee el mismo activo tanto en una planta ubicada en Estados Unidos (Nueva York) como en otra planta en Europa (París). Tiene un valor de B = \$2 000 000 y un valor de rescate de 20% de B. Con fines de depreciación fiscal, en Estados Unidos se permite una baja por línea recta en cinco años, mientras que en Europa se permite la baja en ocho años. Los gerentes generales de las dos plantas desean conocer la diferencia entre *a*) el monto de la depreciación para el año 5 y *b*) el valor en libros después de cinco años. Con una hoja de cálculo, escriba las ecuaciones *sólo* en dos celdas a fin de responder estas preguntas.

Depreciación con saldo decreciente

16.18 Para el método de depreciación de saldo decreciente, explique las diferencias entre las tres tasas: d, $d_{máx}$ y d_t.

16.19 Cierto equipo para enfriamiento por inmersión de componentes electrónicos tiene un valor instalado de \$182 000 y un valor de intercambio estimado de \$40 000 después de 15 años. Para los años 2 y 10, utilice la depreciación en libros con SDD para calcular *a*) el cargo por depreciación y *b*) el valor en libros.

16.20 La construcción de una estación de bombeo de agua para enfriamiento en la planta LCRA cuesta \$600 000, y su vida proyectada es de 25 años con valor de rescate estimado de 15% del costo de construcción. Sin embargo, la estación va a depreciarse en libros a cero durante un periodo de recuperación de 30 años. Calcule el cargo por depreciación anual para los años 4, 10 y 25 con depreciación *a*) en línea recta y *b*) por SDD. *c*) ¿Cuál es el valor de rescate implícito para la SDD? *d*) Con una hoja de cálculo elabore los calendarios de depreciación y valor en libros con ambos métodos a fin de comprobar sus respuestas.

16.21 Hace tres años se compró un sistema de grabación de video en \$30 000. Para descontar la base se usó un periodo de recuperación de cinco años y el método SDD. El sistema va a sustituirse este año con un valor de intercambio de \$5 000. ¿Cuál es la diferencia entre el valor en libros y el de intercambio?

16.22 Un ingeniero en Accenture Middle East BV, en Dubai, recibió la solicitud de su cliente de ayudarla a entender la diferencia entre una depreciación con SD y una de SDD de 150%. Responda las preguntas siguientes si B = \$180 000, n = 12 años y S = \$30 000.

a) ¿Cuáles son los valores en libros después de 12 años con ambos métodos?

b) ¿Cómo se comparan el valor de rescate y los valores en libros después de 12 años?

c) ¿Cuál de los dos métodos, si se usan correctamente con S = \$30 000, da de baja el máximo del costo inicial durante 12 años?

16.23 Hace exactamente 10 años, la empresa Boyditch Professional Associates adquirió en $100 000 activos que se deprecian, con un valor de rescate de $10 000. Para la depreciación fiscal se utilizó el método LR con $n =$ 10 años, pero para depreciación en libros se empleó el de SDD con $n = 7$ años y se ignoró el valor de rescate. La compañía vendió hoy los activos en $12 500.
a) Compare los precios de venta hoy con los valores en libros, con los métodos LR y SDD.
b) Si el valor de rescate de $12 500 se estimó hace exactamente 10 años, determine la depreciación con cada método en el año 10.

16.24 Shirley estudia el tema de depreciación en su curso de ingeniería administrativa. El profesor le pidió que comparara gráficamente el porcentaje total del costo inicial depreciado para un activo que cuesta *B* dólares durante una vida de $n = 5$ años, con una depreciación SDD y otra de 125% por SD. Elabore las gráficas del porcentaje de *B* que se deprecia *versus* los años. Use una hoja de cálculo a menos que el profesor diga otra cosa.

Depreciación SMARC

16.25 Explique la diferencia entre un método de depreciación acelerado y otro no acelerado. Dé un ejemplo de cada uno.

16.26 ¿Cuál fue una de las razones principales para iniciar la depreciación con SMARC, a mediados de la década de 1980?

16.27 Una compañía acaba de comprar un robot inteligente que costó $80 000. Como tiene capacidades únicas, la compañía espera venderlo en $95 000 en cuatro años.
a) Si la empresa gasta $10 000 por año en el mantenimiento y operación del robot, ¿cuál será su cargo por depreciación SMARC en el año 2? Suponga que el periodo de recuperación del robot es de cinco años y que la TMAR de la empresa es de 16% anual con una tasa de inflación de 9% por año.
b) Determine el valor en libros del robot al final del año 2.

16.28 Animatics Corp., de Santa Clara, California, fabrica pequeños servomecanismos con controladores, amplificadores y codificadores internos que controlan por completo las máquinas. La compañía adquirió un activo hace dos años con un periodo de recuperación de cinco años. El cargo por depreciación SMARC para el año 2 es de $24 320.
a) ¿Cuál fue el costo inicial del activo?
b) ¿De cuánto fue el cargo por depreciación en el año 1?
c) Desarrolle el calendario completo de depreciación SMARC y el valor en libros con la función VDB.

16.29 Un gerente de planta de una compañía grande de cable sabe que el valor invertido restante de ciertos tipos de equipo de manufactura se aproxima con más precisión si el equipo se deprecia en forma lineal con el método LR en comparación con otro más rápido, como el SMARC. Así, tiene dos tipos de libros, uno con fines fiscales (SMARC) y otro para la administración del equipo (LR). Para un activo con costo inicial de $80 000, vida de depreciación de cinco años y valor de rescate de 25% del costo inicial, determine la diferencia en los valores en libros al final del año cuatro para los dos libros que mantiene.

16.30 La directora de una planta de manufactura de Glidden Paint sabe que tanto el SMARC como el SDD son métodos de depreciación acelerada; sin embargo, por curiosidad desea determinar cuál genera la baja más rápida en los primeros tres años de una mezcladora comprada hace poco, con costo inicial de $300 000, periodo de recuperación de cinco años y valor de rescate de $60 000. Determine cuál método produce el valor en libros más pequeño y por cuánto, después de tres años. Las tasas de depreciación anual SMARC son de 20, 32 y 19.2% en los años 1, 2 y 3, respectivamente.

16.31 Los vagones de ferrocarril para transportar carbón de las minas de Wyoming a las plantas generadoras de energía en Texas cuestan $1.2 millones y tienen un valor de rescate de $300 000. Desarrolle los programas de depreciación y del valor en libros para el método SMARC SDG por medio de ambos métodos en una hoja de cálculo: la función DVS y las tasas SMARC. ¿Son las mismas series de valor en libros?

16.32 La empresa Upper State Power posee una grúa telescópica de 120 toneladas métricas que cuesta $320 000. Su valor de rescate es de $75 000. *a*) Compare los valores en libros para la depreciación SMARC y la estándar de LR durante un periodo de recuperación de siete años. *b*) Explique cuál es el tratamiento que recibe el valor de rescate estimado cuando se usa SMARC.

16.33 La empresa Youngblood Shipbuilding Yard acaba de comprar equipo por un capital de $800 000 para hacer reparaciones de barcos en astilleros. El valor de rescate es de $150 000 para cualquier año posterior al quinto de uso. Compare los valores de depreciación y el valor en libros del año 3 para cada uno de los siguientes métodos de depreciación.
a) SMARC SDG, con el que se permite un periodo de recuperación de 10 años.
b) Saldo doblemente decreciente con periodo de recuperación de 15 años.
c) Línea recta SDA, como alternativa al SMARC, con periodo de recuperación de 15 años.

16.34 La empresa Basketball.com instaló un total de $100 000 en software y equipos que se deprecian y que son lo más reciente en competencias por equipos en internet, para que todo mundo goce del deporte en web o en la

calle. No hay valor de rescate. La compañía hace su depreciación con el SMARC para un periodo de recuperación de cinco años, o bien con el sistema alterno SDA durante 10 años con el método de línea recta. Las tasas LR requieren la convención de medio año; es decir, sólo se aplica 50% de la tasa anual regular en los años 1 y 11.

a) Trace las curvas del valor en libros para ambos métodos en una gráfica. Obtenga la solución a mano o con hoja de cálculo, según diga el profesor.

b) Después de tres años de uso, ¿qué porcentaje de la base de $100 000 se elimina con cada método? Compare ambos porcentajes.

16.35 Una compañía compró equipo de propósito especial para fabricar productos de caucho (activo clase 30.11 en la Publicación 946 del organismo fiscal estadounidense) y espera usarlo sobre todo fuera de Estados Unidos. En este caso se requiere el sistema alternativo SDA del SMARC con fines de depreciación fiscal. El gerente quiere comprender la diferencia en las tasas de recuperación anuales con los métodos LR clásico, SMARC y SDA alternativo al SMARC. Use un periodo de recuperación de tres años, excepto para el SDA alternativo, que requiere un periodo de recuperación de cuatro años con la convención de medio año incluida, y prepare una sola gráfica que muestre las tasas de recuperación anual (en porcentaje) con los tres métodos.

Agotamiento

16.36 Se estimó que una mina de carbón que se compró hace tres años en $7 millones contenía 4 000 000 de toneladas del mineral. Durante los últimos tres años, la cantidad de carbón extraída fue de 21 000, 18 000 y 20 000 toneladas, respectivamente. El ingreso bruto obtenido en esos tres años fue de $257 000 en el primero, $320 000 en el segundo y $340 000 en el tercero. Determine *a*) el costo de la tolerancia por agotamiento en cada año y *b*) el porcentaje del precio de compra agotado hasta el momento.

16.37 NA Forest Resources compró una superficie forestal en $500 000, de la que se estima es recuperable un total de 200 millones de pies de tablas de madera. La compañía venderá la madera a $0.10 por pie de tabla. No se venderá madera durante los siguientes dos años porque debe hacerse una declaración de impacto ambiental antes de comenzar el corte. Sin embargo, en los años 3 a 10, la empresa espera extraer 20 millones de pies de tabla por año. La tasa de inflación es de 8%, y la TMAR de la empresa, de 10%.

a) Determine la cantidad de agotamiento en el año 2 con el método de agotamiento del costo.

b) Calcule la cantidad de agotamiento en el año 5 con el método del agotamiento porcentual.

16.38 Se compró una cantera de grava en $900 000, y se espera que produzca 50 000 toneladas de grava y 80 000 toneladas de arena por año. La grava se venderá en $6 por tonelada, y la arena, en $9 por tonelada.

a) Determine el cargo por agotamiento con el método de agotamiento porcentual. La tasa de agotamiento porcentual para la arena y la grava es de 5%.

b) Si el ingreso gravable es de $100 000 para el año, ¿es permisible dicho cargo de agotamiento? Si no es así, ¿cuánto es lo permitido?

16.39 Vesco Mineral Resources adquirió los derechos para explotar minerales al pie de las montañas de Santo Cristo. El costo de la compra fue de $9 millones. Vesco estimó al principio que se obtendrían 200 000 toneladas de lignito, pero exploraciones posteriores revelaron que podían obtenerse 280 000 toneladas de manera rentable. Si la compañía vendió un total de 20 000 toneladas en el año 1 y 30 000 toneladas en el año 2, ¿cuáles serían los cargos por agotamiento en cada año con el método del agotamiento por costo?

16.40 Una compañía realiza operaciones mineras de oro en Estados Unidos, Australia y Sudáfrica. La mina de Colorado tiene los siguientes ingresos gravables y resultados de ventas. Determine el porcentaje anual de agotamiento para la mina.

Año	Ingreso gravable, $	Ventas, onzas	Precio promedio de venta, $/onza
1	1 500 000	1 800	1 115
2	2 000 000	5 500	1 221
3	800 000	2 300	1 246

16.41 Una compañía que construye autopistas explotó una cantera durante los últimos cinco años, tiempo durante el cual extrajo el siguiente volumen (toneladas) por año: 60 000, 50 000, 58 000, 60 000 y 65 000. Se estima que la mina contiene un total de 2.5 millones de toneladas útiles y grava. El terreno de la cantera tuvo un costo inicial de $3.2 millones, y la compañía tuvo un ingreso bruto de $30 por tonelada en el primer año, $25 en el segundo, $35 en los dos siguientes y $40 en el último.

a) Calcule los cargos por agotamiento en cada año, con los valores que resulten más grandes para los dos métodos de agotamiento. Suponga que todas las cantidades de agotamiento son menos de 50% de ingreso gravable.

b) Calcule el porcentaje del costo inicial que se dio de baja en estos cinco años con los cargos por agotamiento que obtuvo en el inciso *a*).

c) Resuelva de nuevo los dos incisos anteriores si se reevaluara la explotación de la cantera después de los tres primeros años de operación y se pensara que contiene 1.5 millones de toneladas más.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

16.42 Los siguientes tipos de propiedad inmobiliaria son susceptibles de depreciación, excepto:
a) Bodegas
b) Terrenos
c) Edificios de oficina
d) Instalaciones de pruebas

16.43 De acuerdo con información disponible en el sitio web del organismo hacendario estadounidense, alguien que pague impuestos puede hacer deducciones por depreciación mientras la propiedad cumpla los requerimientos siguientes, excepto:
a) El causante debe ser el único propietario.
b) El causante debe usar la propiedad en alguna actividad que genere ingresos.
c) El causante debe emplear la propiedad con fines personales.
d) La propiedad debe tener una vida útil determinable de más de un año.

16.44 Una máquina con cinco años de vida tiene un costo inicial de $20 000 y un valor de rescate de $2 000. Su costo anual de operación es de $8 000. De acuerdo con el método clásico de línea recta, el cargo de depreciación en el año 2 es el más cercano a:
a) $2 800 *b*) $3 600
c) $4 500 *d*) $5 300

16.45 Una máquina con vida útil de 10 años va a depreciarse por medio del SMARC. La máquina tiene un costo inicial de $40 000 con valor de rescate de $5 000, mientras que su costo de operación es de $7 000 por año y su d_t para los años 1, 2 y 3 es de 10.00, 18.00 y 14.40%, respectivamente. El cargo por depreciación en el año 3 es el más cercano a:
a) $5 800 *b*) $7 200
c) $8 500 *d*) $9 300

16.46 Una mina de carbón que se compró en $5 millones tiene suficiente mineral para operar durante 10 años. Se espera que el costo anual sea de $200 000. El carbón se venderá en $150 por tonelada, con una producción de 10 000 toneladas por año. La tasa porcentual de agotamiento del carbón es de 10%. El cargo por agotamiento para el año 6 de acuerdo con el método de agotamiento porcentual es el más cercano a:
a) $75 000
b) $100 000
c) $125 000
d) $150 000

16.47 El cargo por depreciación para cinco años con el método de línea recta para un vehículo es de $3 000 en el año 4. Si el costo inicial fue de $20 000, el valor de rescate que se empleó en el cálculo de la depreciación fue el más cercano a:
a) $0 *b*) $2 500
c) $5 000 *d*) $7 500

16.48 El valor en libros de un activo que se depreció con el método SDD durante 10 años fue de $5 832 al final del año 4. Si el costo inicial fue de $80 000, el valor de rescate con que se calculó la depreciación fue el más cercano a:
a) $0 *b*) $2 000
c) $5 000 *d*) $8 000

16.49 Para un activo con $B = \$100\,000$, $S = \$40\,000$ y una vida de depreciación de 10 años, el valor en libros al final del año 4, según el método SMARC (los valores de d_t en los años 1, 2, 3, 4 y 5 son de 10.00, 18.00, 14.40, 11.52 y 9.22%, respectivamente), sería el más cercano a:
a) $58 700 *b*) $62 400
c) $53 900 *d*) $46 100

16.50 Un activo que se depreció durante cinco años con el método SMARC tuvo un VL de $33 025 al final del año 3. Si las tasas de depreciación SMARC de los años 1, 2 y 3 fueron de 0.20, 0.32 y 0.192, respectivamente, la base del activo fue la más cercana a:
a) $158 000 *b*) $172 000
c) $185 000 *d*) $193 000

16.51 Una compañía maderera compró un terreno en $70 000 que contiene 25 000 árboles aprovechables. El valor del terreno se estimó en $20 000. En el primer año de operación la empresa cortó 5 000 árboles. De acuerdo con el método del agotamiento por costo, la deducción por agotamiento en el año 1 es la más cercana a:
a) $2 000 *b*) $7 000
c) $10 000 *d*) $14 000

16.52 Un activo con un costo inicial de $50 000 y un valor de rescate estimado de $10 000 se depreció con el método SMARC. Si su valor en libros al final del año 3 fue de $21 850 y su valor de mercado fue de $25 850, la cantidad total de depreciación cargada contra el activo hasta ese momento es la más cercana a:
a) $18 850 *b*) $21 850
c) $25 850 *d*) $28 150

16.53 Con el sistema de depreciación general (SDG) de clasificación de activos, a cualquier activo cuya clase no se especifique se asigna automáticamente un periodo de recuperación de:
a) 5 años *b*) 7 años
c) 10 años *d*) 15 años

16.54 Los siguientes enunciados acerca del sistema de depreciación alternativa (SDA) son verdaderos, excepto:
a) Se aplica la convención de medio año.
b) Se ignora el valor de rescate.
c) Los periodos de recuperación son menores que en el SDG.
d) Se requiere el método de la línea recta.

PROBLEMAS DEL APÉNDICE

Depreciación por suma de dígitos anuales

16A.1 Una compañía manufacturera europea tiene nuevo equipo con un costo inicial de 12 000 euros, un valor de rescate estimado de 2 000 euros y un periodo de recuperación de ocho años. Con el método SDA tabule la depreciación anual y el valor en libros.

16A.2 Se espera que un equipo de remoción de tierra con un costo inicial de $150 000 tenga una vida de 10 años. Se estima que el valor de rescate sea de 10% del costo inicial. Calcule el cargo de depreciación y el valor en libros en los años 2 y 7 con el método SDA.

16A.3 Si $B = \$12\,000$, $n = 6$ años y S se estima en 15% de B, con el método SDA determine *a*) el valor en libros después de tres años y *b*) la tasa de depreciación y la cantidad de depreciación en el año 4.

Depreciación por unidad de producción

16A.4 Un robot que se usa en la simulación de colisiones automovilísticas cuesta $70 000, sin valor de rescate, y tiene una capacidad esperada de pruebas que no supera las 10 000, de acuerdo con su fabricante. Volvo Motors decidió usar el método de la depreciación por unidad de producción debido a que no podía estimarse el número de choques de prueba en que se emplearía el robot. Determine la depreciación anual y el valor en libros para los primeros tres años si el número de pruebas fuera de 3 810, 2 720 y 5 390 por año.

16A.5 La empresa Pedernales Electric Cooperative compró un nuevo automóvil híbrido para transportar artículos entre sus oficinas en 12 ciudades. El carro cuesta $30 000 y se conservó durante cinco años. También hubiera podido conservarse durante 100 000 millas. El valor de rescate es nulo. Se aplicó la depreciación con SDD para cinco años. El gerente de vehículos afirmó que él prefería la depreciación por unidad de producción debido a que elimina el costo inicial con más rapidez. Con las millas anuales reales conducidas, que se dan a continuación, grafique los valores en libros para los dos métodos. Determine cuál método habría eliminado los $30 000 más rápidamente. Obtenga las soluciones a mano o con hoja de cálculo, como diga su maestro.

Año	1	2	3	4	5
Millas conducidas, 1 000	15	22	16	18	24

Métodos de cambio

16A.6 Un activo tiene un costo inicial de $45 000, un periodo de recuperación de cinco años y un valor de rescate de $3 000. Utilice el procedimiento de cambio de depreciación SDD a LR y calcule el valor presente de depreciación con $i = 18\%$ anual.

16A.7 Si $B = \$45\,000$, $S = \$3\,000$ y $n =$ periodo de recuperación de 5 años, use una hoja de cálculo e $i = 18\%$ anual para maximizar el valor presente de depreciación con los siguientes métodos: cambio de SDD a LR (éste se determinó en el problema 16A.6) y SMARC. Como el SMARC es el sistema de depreciación requerido en Estados Unidos, comente los resultados.

16A.8 Industrias Hempsteed tiene una nueva máquina de fresado con $B = \$110\,000$, $n = 10$ años y $S = \$10\,000$. Determine el programa de depreciación y el valor presente de depreciación con $i = 12\%$ anual y el método SD de 175% para los primeros cinco años, y cambio al método LR clásico para los últimos cinco años. Resuelva este problema con una hoja de cálculo.

16A.9 Reliant Electric Company construyó un gran edificio portátil con un costo inicial de $155 000 y un valor de rescate anticipado de $50 000 después de 25 años. *a*) ¿Debe realizarse la depreciación mediante el cambio de SDD a LR? *b*) ¿Para qué valores de la tasa de depreciación uniforme, con el método SD, sería ventajoso cambiar de depreciación SD a depreciación LR en algún momento de la vida del edificio?

Tasas SMARC

16A.10 Verifique las tasas del periodo de recuperación a cinco años para el SMARC de la tabla 16-2. Empiece con el modelo SDD en el año 1 y cambie a depreciación LR cuando ofrezca una tasa de recuperación mayor.

16A.11 Hace tres años se adquirió un sistema de grabación de videos con un costo de $30 000. Se canceló la base con un periodo de recuperación de cinco años y depreciación SMARC. El sistema se reemplazará prematuramente con un valor de intercambio de $5 000. Determine la depreciación SMARC con las reglas de cambio para encontrar la diferencia entre el valor en libros y el valor de intercambio después de tres años.

16A.12 Con los cálculos en las ecuaciones (16A.11) a (16A.13) determine la depreciación anual SMARC de los siguientes datos del activo: $B = \$50\,000$ y un periodo de recuperación de siete años.

16A.13 Las tasas de recuperación SMARC de tres años son 33.33, 44.45, 14.81 y 7.41%, respectivamente. *a*) ¿Cuáles son las tasas correspondientes para el modelo alternativo SMARC en línea recta con la convención de medio año impuesta? *b*) Compare los valores VP_D de estos dos métodos si $B = \$80\,000$ e $i = 15\%$ anual.

CAPÍTULO 17

Análisis económico después de impuestos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Efectuar una evaluación económica después de impuestos considerando el efecto de las regulaciones fiscales, impuestos sobre la renta y depreciación pertinentes.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
17.1	Terminología y tasas	• Conocer los términos y relaciones fundamentales de los análisis después de impuestos; usar una tabla de tasas de impuestos marginales.
17.2	FEAI y FEDI	• Determinar flujos de efectivo antes de impuestos y después de impuestos.
17.3	Impuestos y depreciación	• Demostrar la ventaja fiscal de la depreciación acelerada y los periodos de recuperación cortos.
17.4	Recaptura de depreciación	• Calcular el efecto fiscal de la recaptura de la depreciación (RD); explicar el uso de las ganancias y pérdidas de capital.
17.5	Análisis después de impuestos	• Evaluar un proyecto o alternativas múltiples con el análisis después de impuestos del VP, VA y TR.
17.6	Reemplazo después de impuestos	• Evaluar al defensor y al retador en un estudio de reemplazo después de impuestos.
17.7	Análisis de valor económico agregado (VEA)	• Evaluar una alternativa con el análisis después de impuestos del valor económico agregado; compararlo con el análisis del FEDI.
17.8	Impuestos fuera de Estados Unidos	• Comprender las prácticas fundamentales de la depreciación y tasas de impuestos en ambientes internacionales.
17.9	IVA	• Demostrar el uso y cálculo de un impuesto al valor agregado sobre productos manufacturados.

Este capítulo ofrece un panorama general de terminología tributaria, tasas de impuesto sobre la renta y ecuaciones pertinentes relacionadas con el análisis económico después de impuestos. El cálculo para convertir el flujo de efectivo estimado antes de impuestos (FEAI) en un **flujo de efectivo después de impuestos (FEDI)** implica considerar los efectos significativos de los impuestos que pudieran alterar la decisión final, así como calcular la magnitud del efecto tributario en el flujo de efectivo durante la vida de la alternativa.

En este capítulo se explican las comparaciones entre alternativas mutuamente excluyentes, realizadas a partir de los métodos de VP, VA y TR, después de impuestos, tomando en cuenta implicaciones tributarias importantes. Se presentan los **estudios de reemplazo** con los efectos tributarios que ocurren al momento de reemplazar al defensor. También se analiza el **valor económico agregado** después de impuestos en una alternativa en el contexto del análisis de valor anual. Todos estos métodos emplean los procedimientos que se estudiaron en capítulos anteriores, con la excepción de que ahora se consideran los efectos tributarios.

Una evaluación después de impuestos realizada por cualquier método requiere más cálculos que las evaluaciones llevadas a cabo antes. La computadora es una herramienta que reduce significativamente el tiempo de análisis, debido a la potencia del formato de la hoja de cálculo y sus funciones. Se desarrollan los modelos para tabular el flujo de efectivo después de impuestos a mano y con hoja de cálculo. Se incluye información adicional sobre impuestos federales de Estados Unidos —ley tributaria y tasas tributarias actualizadas anualmente— del Internal Revenue Service y sus publicaciones. De forma más accesible, el sitio del IRS www.irs.gov. Publicaciones 542, *Corporations*, y 544, *Sales and Other Dispositions of Assets*, se relaciona especialmente con este capítulo. En la última sección se resumen algunas diferencias en el tratamiento de los impuestos fuera de Estados Unidos.

17.1 Terminología para el impuesto sobre la renta y otras relaciones fundamentales ●●●

El punto de vista adoptado por la ingeniería económica al realizar una evaluación después de impuestos es el del *proyecto*, y cómo influyen las disposiciones y tolerancias fiscales en la toma de decisiones económicas. El punto de vista de un estudio financiero es el de la *corporación*, y la manera en que la estructura y leyes fiscales afectan la rentabilidad. En la sección que sigue se adopta el punto de vista de la ingeniería económica.

Hay muchos tipos de impuestos aplicables a las empresas e individuos de todos los países, inclusive Estados Unidos; algunos son los impuestos sobre ventas, al valor agregado, a las importaciones, a los ingresos (renta), y en autopistas, gasolina y predial (bienes raíces). Los gobiernos federales dependen de los impuestos sobre la renta para obtener una parte significativa de sus ingresos anuales. Los gobiernos de los estados, provincias y municipios dependen de los impuestos a las ventas, al valor agregado y predial para proporcionar servicios, escuelas, etcétera, a la ciudadanía. Para comenzar el estudio de los *impuestos sobre la renta de las corporaciones* y la manera en que se usan al hacer una evaluación económica después de impuestos de un proyecto o de alternativas múltiples, esta sección cubre las definiciones, terminología y relaciones básicas.

El **impuesto sobre la renta** es el monto del pago (impuestos) con base en el ingreso o utilidad que debe declararse a la institución federal (o de menor nivel) gubernamental. Los impuestos son **flujos de efectivo reales**; sin embargo, para que las empresas calculen sus impuestos se requieren algunos elementos que no son en efectivo, como la depreciación. Los pagos del impuesto sobre la renta de una corporación por lo general se realizan trimestralmente, y el último pago del año se presenta con la devolución tributaria anual.

El Internal Revenue Service (IRS), que forma parte del Departamento del Tesoro de Estados Unidos, cobra los impuestos y hace cumplir las leyes fiscales. En el sitio web www.irs.gov existe información acerca de los reglamentos y tasas fiscales, publicaciones, etcétera, a los que se alude en este capítulo.

Aunque las fórmulas son mucho más complejas cuando se aplican en una situación específica hay dos relaciones fundamentales que son la base de los cálculos del impuesto sobre la renta. El primero implica sólo flujos de efectivo reales:

$$\text{Ingreso neto de operación} = \text{ingresos} - \text{gastos de operación}$$

La segunda implica flujos de efectivo reales y deducibles que no son en efectivo, como la depreciación.

$$\text{Ingreso gravable} = \text{ingresos} - \text{gastos de operación} - \text{depreciación}$$

A continuación se describen estos términos y relaciones para las empresas. Como cada término se calcula para un año puede incluirse un subíndice t ($t = 1, 2, \ldots$); en este caso se omite t para mayor sencillez.

El **ingreso de operación *R***, también llamado comúnmente **ingreso bruto IB**, es el ingreso total proveniente de fuentes que producen entradas en una corporación. Estos ingresos se listan en el estado de ingresos (véase el apéndice B, acerca de los reportes de contabilidad). Otros ingresos que no son de operación, como ventas de activos, regalías y permisos, se consideran por separado para propósitos fiscales.

Los **gastos de operación GO** incluyen todos los costos corporativos en los que se incurre en las transacciones de un negocio. Dichos gastos son deducibles de impuestos para las empresas. Para las alternativas de ingeniería económica, los costos como el COA (costo de operación anual) y el de M&O (mantenimiento y operaciones) son aplicables en este caso. La depreciación no se incluye aquí porque *no es un gasto de operación*.

El **ingreso neto de operación INO**, con frecuencia llamado **UAI** (utilidades antes de intereses e impuestos sobre la renta), es la diferencia entre el ingreso bruto y los gastos de operación.

$$\textbf{INO} = \textbf{UAI} = \textbf{IB} - \textbf{GO} \tag{17.1}$$

El **ingreso gravable IG** es el monto a partir del cual se calculan los impuestos. En el caso de las corporaciones se permite **deducir la depreciación**, el agotamiento y la amortización, y algunos otros deducibles por ingresos netos de operación, al calcular el ingreso gravable para un año. Con fines de evaluación económica, definimos el ingreso gravable como

$$\begin{aligned}\textbf{IG} &= \textbf{ingreso bruto} - \textbf{gastos de operación} - \textbf{depreciación}\\ &= \textbf{IB} - \textbf{GO} - \textbf{D}\end{aligned} \tag{17.2}$$

Aunque hay sutilezas y diferentes interpretaciones en el tiempo, en esencia las diferencias entre el INO y el IG son los deducibles que permite la ley, como la depreciación. (Según el punto de vista de la ingeniería económica, centrado en el proyecto, al hacer una evaluación de impuestos usaremos sobre todo la relación del IG.)

La **tasa de impuestos *T*** es un porcentaje, o equivalente decimal, del ingreso gravable que se debe pagar en forma de impuestos. Las tasas de impuestos en muchos países, inclusive Estados Unidos, son **graduales** (o **progresivas**) por nivel de ingreso gravable; es decir, las tasas son mayores conforme el IG aumenta. La **tasa impositiva marginal** es el porcentaje pagado por el *último dólar de ingresos*. La tasa promedio de impuestos que se paga se calcula por separado de la tasa marginal más alta utilizada, como se verá más adelante. La fórmula general para el cálculo de impuestos es

$$\begin{aligned}\textbf{Impuestos sobre la renta} &= \textbf{tasa de impuestos aplicable} \times \textbf{ingreso gravable}\\ &= (\textit{T})(\textbf{IG})\end{aligned} \tag{17.3}$$

La **utilidad neta de operación después de impuestos UNDI** es el monto remanente anual después de restar los impuestos del ingreso gravable.

$$\begin{aligned}\textbf{UNDI} &= \textbf{IG} - \textbf{impuestos} = \textbf{IG} - (\textit{T})(\textbf{IG})\\ &= \textbf{IG}(1 - \textit{T})\end{aligned} \tag{17.4}$$

Básicamente, la UNDI representa la cantidad de dinero que queda a la corporación como resultado del capital invertido durante el año. También se le conoce como *utilidad neta después de impuestos* (UNDI).

En la tabla 17-1 se presenta el tabulador de tasas de impuestos progresivos para las empresas como aparece en la Publicación 542 del IRS, *Corporations*. Éstas son tasas para toda la corporación, no para un proyecto individual, aunque es frecuente que se apliquen en el análisis después de impuestos de un proyecto individual. Las tasas pueden cambiar anualmente según la legislación; sin embargo, durante algunos años la programación de las tasas de los impuestos corporativos ha permanecido sin modificación. Para ilustrar la aplicación de la tasa impositiva progresiva, suponga que una compañía espera generar un ingreso gravable de $500 000 en un año. De la tabla 17-1, la tasa marginal de impuestos para el último dólar del IG es 34%, pero las tasas progresivas aumentan a medida que lo hace el ingreso gravable. En este caso, para IG = $500 000,

$$\begin{aligned}\text{Impuestos} &= 113\,900 + 0.34(500\,000 - 335\,000)\\ &= 113\,900 + 56\,100\\ &= \$170\,000\end{aligned}$$

Asimismo, las tasas de cada nivel de IG sirven para calcular impuestos de la manera extensa.

$$\begin{aligned}\text{Impuestos} &= 0.15(50\,000) + 0.25(75\,000 - 50\,000) + 0.34(100\,000 - 75\,000)\\ &\quad + 0.39(335\,000 - 100\,000) + 0.34(500\,000 - 335\,000)\\ &= 7\,500 + 6\,250 + 8\,500 + 91\,650 + 56\,100\\ &= \$170\,000\end{aligned}$$

TABLA 17-1 Tabulador de la tasa de impuesto sobre la renta corporativa (2010)

Si el ingreso gravable ($) es:			
Más de	Pero no más de	El impuesto es	Del límite inferior
0	50 000	15%	0
50 000	75 000	7 500 + 25%	50 000
75 000	100 000	13 750 + 34%	75 000
100 000	335 000	22 250 + 39%	100 000
335 000	10 000 000	113 900 + 34%	335 000
10 000 000	15 000 000	3 400 000 + 35%	10 000 000
15 000 000	18 333 333	5 150 000 + 38%	15 000 000
18 333 333	—	35%	0

Los negocios pequeños (con IG $<$ \$335 000) reciben una ligera ventaja fiscal en comparación con los grandes. Una vez que el IG rebasa los \$335 000 se aplica una tasa efectiva federal de impuestos de 34%, y cuando el IG $>$ \$18.33 millones, hay un tope fiscal de 35 por ciento.

Es importante recordar lo siguiente conforme avancemos con el análisis después de impuestos.

Las tasas de impuestos corporativos se aplican a una empresa en su conjunto y no a un proyecto específico, a menos que el proyecto *sea* la compañía. Por lo general, las tasas son progresivas según el nivel del ingreso gravable. Así, el último dólar del IG se grava con una tasa marginal. La tasa impositiva federal promedio que en realidad se paga es más baja que la tasa marginal más alta pagada porque las tasas en general son progresivas con porcentajes más elevados a medida que aumenta el ingreso gravable.

Como las tasas marginales cambian según el IG, no es posible citar directamente el porcentaje de éste que se paga en impuestos. Asimismo, la *tasa de impuestos promedio* se calcula como

$$\text{Tasa de impuestos promedio} = \frac{\text{total de impuestos pagados}}{\text{ingreso gravable}} = \frac{\text{impuestos}}{\text{IG}} \tag{17.5}$$

En relación con la tabla 17-1, para un negocio pequeño con un IG = \$100 000, el gravamen federal del impuesto sobre la renta se promedia en \$22 250/100 000 = 22.25%. Si el IG = \$15 millones, la tasa de impuestos promedio (tabla 17-1) es de \$5.15 millones/15 millones = 34.33%.

Como ya se mencionó hay impuestos federales, estatales y locales. Por simplificación, la tasa de impuestos empleada en un estudio económico suele ser una sola cifra, la **tasa de impuestos efectiva T_e**, que toma en cuenta todos los impuestos. Las tasas de impuestos efectivas van de 35 a 50%. Una razón para utilizar la tasa de impuestos efectiva es que los impuestos estatales son deducibles en los cálculos para los impuestos federales. La tasa de impuestos efectiva y los impuestos se calculan como

$$T_e = \text{tasa estatal} + (1 - \text{tasa estatal})(\text{tasa federal}) \tag{17.6}$$

$$\text{Impuestos} = (T_e)(\text{IG}) \tag{17.7}$$

EJEMPLO 17.1

La empresa REI (Recreational Equipment Incorporated) vende equipo campestre y artículos deportivos por medio de una red de minoristas, internet y catálogos. Suponga que en cierto año REI tuvo los siguientes resultados financieros en el estado de Kentucky, que tiene una tasa fija bruta de impuestos de 6% sobre los ingresos corporativos gravables.

Ingreso total	\$19.9 millones
Gastos de operación	\$8.6 millones
Depreciación y otras deducciones permitidas	\$1.8 millones

a) Determine los impuestos estatales y federales por medio de las tasas de la tabla 17-1.
b) Calcule la tasa promedio de impuesto federal que se pagó en ese año.
c) Determine una tasa única impositiva útil en las evaluaciones económicas con la tasa promedio de impuesto federal que determinó en el inciso *b*).
d) Calcule los impuestos federales y estatales con la tasa única, y compare su total con el del inciso *a*).

Solución

a) Calcule el IG por medio de la ecuación (17.2) y utilice la tabla 17-1 para los impuestos federales que se adeudan.

$$\begin{aligned}\text{IG estatal de Kentucky} &= \text{IB} - \text{GO} - \text{D} = 19.9 \text{ millones} - 8.6 \text{ millones} - 1.8 \text{ millones}\\ &= \$9.5 \text{ millones}\end{aligned}$$

$$\text{Impuestos estatales de Kentucky} = 0.06(\text{IG}) = 0.06(9\,500\,000) = \$570\,000$$

$$\begin{aligned}\text{IG federal} &= \text{IB} - 60 - \text{D} - \text{impuestos estatales} = 9\,500\,000 - 570\,000\\ &= \$8\,930\,000\\ \text{Impuestos federales} &= 113\,900 + 0.34(8\,930\,000 - 335\,000) = \$3\,036\,200\end{aligned}$$

$$\text{Total de impuestos federales y estatales} = 3\,036\,200 + 570\,000 = \$3\,606\,200 \tag{17.8}$$

b) De la ecuación (17.5), la tasa promedio de impuestos es más o menos 32% del IG.

$$\text{Tasa promedio de impuestos federales} = 3\,036\,200 \,/\, 9\,500\,000 = 0.3196$$

c) Según la ecuación (17.6), el valor de T_e rebasa un poco el 36% anual de los impuestos estatales y federales combinados.

$$T_e = 0.06 + (1 - 0.06)(0.3196) = 0.3604 \ (36.04\%)$$

d) Con la tasa efectiva de impuestos y el IG = \$9.5 millones del inciso *a*) en la ecuación (17.7) se aproxima el total de impuestos.

$$\text{Impuestos} = 0.3604(9\,500\,000) = \$3\,423\,800$$

En comparación con la ecuación (17.8), esta aproximación es \$182 400 menos, una subestimación de 5.06%.

Es importante comprender cómo difieren los cálculos de los impuestos individuales y corporativos. El ingreso bruto de un contribuyente individual es comparable si el ingreso del negocio se reemplaza con salarios y otras percepciones. Sin embargo, para un ingreso gravable individual, la mayoría de los gastos cotidianos y de trabajo no son deducibles de impuestos en el mismo grado que lo son para las empresas. Para los contribuyentes individuales,

$$\text{IB} = \text{salarios} + \text{pagos} + \text{intereses y dividendos} + \text{otros ingresos}$$

$$\text{IG} = \text{IB} - \text{exenciones personales} - \text{deducciones estandarizadas o especificadas}$$

$$\text{Impuestos} = (T)(\text{IG})$$

Para el IG, los gastos de operación de la corporación se reemplazan con exenciones individuales y deducciones específicas. Las exenciones pueden ser para el contribuyente, su cónyuge, hijos y otros dependientes. Cada exención reduce el IG entre \$3 500 y \$4 000 por año, en función de las tolerancias en vigor para exenciones.

En Estados Unidos, las tasas fiscales individuales, así como en la estructura tributaria de una corporación, se gradúan de acuerdo con el nivel del IG. En 2010 las tasas marginales variaron de 10 a 35%; sin embargo, las más altas están aumentando para las personas con mayores ingresos gravables. Estas tasas y los niveles de IG son tema de debate político en todo Estados Unidos, en función del equilibrio de poder en los órganos del Congreso y de las condiciones económicas del país. Una vez establecidas las tasas marginales, los niveles de IG se ajustan cada año para tomar en cuenta la inflación y otros factores. Este proceso se llama **indización**. Es evidente que las tasas de impuestos para las personas cambian con mucha más frecuencia que las de las corporaciones. En el sitio web del IRS, www.irs.gov, hay información de la Publicación 17, *Your Federal Income Tax*. En la contraportada de esta publicación se presenta el tabulador de tasas de cuatro categorías:

Individuos no casados (solteros)
Casados que declaran juntos
Casados que declaran por separado
Cabeza de familia

17.2 Flujo de efectivo después de impuestos ●●●

El término *flujo neto de efectivo* (*FNE*), citado previamente en el texto, se identificó como el mejor cálculo del flujo de efectivo real por año. El FNE se determina como la entrada de efectivo menos la salida de efectivo. Desde entonces, el monto anual del FNE se emplea en numerosas ocasiones para evaluar alternativas con los métodos del VP, VA, TR y B/C. Ahora que se considera el impacto sobre el flujo de efec-

tivo de depreciación y los impuestos relacionados, es hora de aumentar la terminología. Se reemplaza el término FNE por el de **flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI)**, y se introduce el nuevo término **flujo de efectivo después de impuestos (FEDI)**.

El FEAI y el FEDI son **flujos de efectivo reales**; esto significa que representan la estimación del flujo real de dinero que entra y sale de la corporación como consecuencia de la alternativa. En esta sección se explica cómo transformar los flujos de efectivo antes de impuestos a después de impuestos, a mano y con hoja de cálculo, conforme a las normas tributarias pertinentes que se describirán en las siguientes secciones. Una vez que se desarrollan los cálculos para el FEDI se realiza la evaluación económica con los mismos métodos y las directrices de elección de capítulos previos. Sin embargo, el análisis se realiza sobre los cálculos del FEDI.

Sabemos ya que el ingreso neto de operación (INO) no incluye la compra o venta de activos de capital. Sin embargo, el cálculo anual del FEAI *debe incluir* la inversión de capital inicial y el valor de rescate para los años en que ocurran. Al incorporar las definiciones del ingreso bruto y los gastos de operación a partir del INO, el FEAI de cualquier año se define como

$$\begin{aligned}\text{FEAI} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{inversión inicial} + \text{valor de rescate}\\ &= \text{IB} - \text{GO} - P + S\end{aligned} \tag{17.9}$$

Como en capítulos anteriores, P es la inversión inicial (en el año 0) y S, el valor de rescate estimado para el año n. Entonces, el FEAI incluirá P solo en el año 0, y sólo en el año n existirá un valor de rescate S. Una vez calculados todos los impuestos, el flujo de efectivo después de impuestos anual es tan sólo

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} \tag{17.10}$$

donde los impuestos se calculan con la relación (T)(IG) o (T_e)(IG).

Por la ecuación (17.2) sabemos que la depreciación D se toma en cuenta para obtener el IG. Es muy importante comprender la importancia de la depreciación en los cálculos del impuesto sobre la renta y en la estimación del FEDI.

La depreciación no es un gasto de operación y *no* es un flujo de efectivo. La depreciación es deducible de impuestos sólo para determinar el monto del impuesto sobre la renta, aunque no representa un flujo de efectivo directo después de impuestos para la corporación. Por tanto, el estudio de ingeniería económica después de impuestos debe basarse en las estimaciones del flujo de efectivo real, es decir, en los cálculos del FEDI anual que no incluyan la depreciación como un gasto (flujo de efectivo negativo).

De acuerdo con esto, si la expresión FEDI se determina con la relación del IG, la depreciación no debe ubicarse fuera del componente IG. Ahora se combinan las ecuaciones (17.9) y (17.10).

$$\text{FEDI} = \text{IB} - \text{GO} - P + S - (\text{IB} - \text{GO} - D)(T_e) \tag{17.11}$$

En la tabla 17-2 se muestran los encabezados de columna sugeridos para el FEAI y el FEDI a mano y con hoja de cálculo. Las ecuaciones se presentan con los números de las columnas y la tasa impositiva efectiva T_e empleada para calcular el impuesto sobre la renta. Los gastos de operación y la inversión inicial P tendrán valores negativos en todas las tablas y hojas de cálculo.

Puede darse un **valor IG negativo** en algunos años porque el monto de depreciación es mayor que (IB − GO). Es posible considerar esto en un análisis detallado después de impuestos que emplee normas para adelantar o retrasar pérdidas operativas. De hecho, es una excepción que el estudio de ingeniería económica considere tan detalladamente estas características. En su lugar, el impuesto sobre la renta asociado negativo se considera como **ahorros de impuestos anuales**. La suposición entonces es que el impuesto negativo compensa los impuestos del mismo año en otras áreas generadoras de ingresos de la corporación.

TABLA 17-2 Encabezados de columnas de la tabla sugeridos para el cálculo del FEDI

Año	Ingreso bruto, IB	Gastos de operación, GO	Inversión *P* y rescate *S*	FEAI	Depreciación *D*	Ingreso gravable IG	Impuestos	FEDI
	(1)	(2)	(3)	(4) = (1) + (2) + (3)	(5)	(6) = (1) + (2) − (5)	(7) = T_e(6)	(8) = (4) − (7)

EJEMPLO 17.2

La empresa Wilson Security firmó un contrato para brindar seguridad al personal de empresas y gobierno en la frontera entre Arizona y México. Wilson planea comprar equipo de escucha y detección para los seis años de duración del contrato. Se espera que el equipo cueste $550 000 y tenga un valor de reventa de $150 000 después de seis años. Con base en una cláusula de incentivos del contrato, Wilson estima que el equipo aumentará los ingresos del contrato $200 000 cada año y requerirá un gasto adicional de administración y operación de $90 000 anuales. La depreciación con SMARC permite la recuperación en cinco años, y la tasa efectiva de impuestos corporativos es de 35% anual. Elabore una tabla y una gráfica del FEAI y el FEDI.

Solución

La hoja de cálculo de la figura 17-1 presenta flujos de efectivo antes y después de impuestos en el formato de la tabla 17-2. Las funciones del año 6 se detallan en la fila 11. A continuación se desarrollan los análisis y algunos cálculos.

FEAI: Los gastos de operación GO y la inversión inicial P aparecen como flujos de efectivo negativos. El valor de rescate (reventa) de $150 000 es un flujo de efectivo positivo en el año 6. El FEAI se calcula por medio de la ecuación (17.9). En el año 6, por ejemplo, cuando el equipo se venda, la función en la fila 11 indica que

$$\text{FEAI}_6 = 200\,000 - 90\,000 + 150\,000 = \$260\,000$$

FEDI: La columna F para la depreciación del SMARC, que se determina con la función VDB para un periodo de seis años, cancela la inversión entera de $550 000. El ingreso gravable, los impuestos y el FEDI se calculan de la siguiente forma, con el año 4 como ejemplo.

$$\text{IG}_4 = \text{IB} - \text{GO} - D = 200\,000 - 90\,000 - 63\,360 = \$46\,640$$

$$\text{Impuestos}_4 = (0.35)(\text{IG}) = (0.35)(46\,640) = \$16\,324$$

$$\text{FEDI}_4 = \text{IB} - \text{GO} - \text{impuestos} = 200\,000 - 90\,000 - 16\,324 = \$93\,676$$

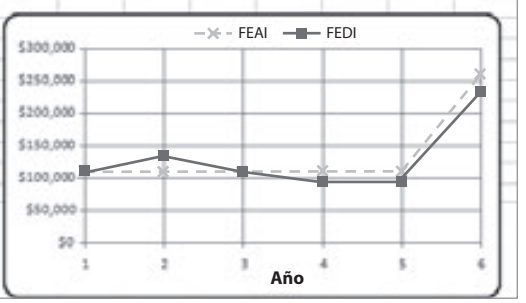
En el año 2, la depreciación del SMARC es lo bastante grande para causar que el IG sea negativo ($−66 000). Como ya se mencionó, el impuesto negativo ($−23 100) se considera un *ahorro de impuestos* en el año 2, lo que incrementa el FEDI.

Comentario

El SMARC se deprecia a un valor de rescate de $S = 0$. Más adelante se mostrarán las implicaciones tributarias debidas al "recobro de depreciación" cuando un activo se vende en una cantidad mayor que 0 y se aplica el SMARC al depreciar por completo el activo a cero.

Figura 17-1
Cálculo del FEAI y del FEDI con la depreciación del SMARC y una tasa de impuestos efectiva de 35%, ejemplo 17.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Año	IB	GO	P y S	FEAI	D	IG	Impuestos	FEDI
2	0			-550,000	-550,000		0	0	-550,000
3	1	200,000	-90,000		110,000	110,000	0	0	110,000
4	2	200,000	-90,000		110,000	176,000	-66,000	-23,100	133,100
5	3	200,000	-90,000		110,000	105,600	4,400	1,540	108,460
6	4	200,000	-90,000		110,000	63,360	46,640	16,324	93,676
7	5	200,000	-90,000		110,000	63,360	46,640	16,324	93,676
8	6	200,000	-90,000	150,000	260,000	31,680	78,320	27,412	232,588
9	Totales					550,000			
10									
11	Funciones				'= $B8 +$C8 +$D8	'= VDB(550000 ,0,5,MAX(0,$A8-1.5),MIN(5,$A8-0.5),2)	'= $B8 +$C8 -$F8	'= G8 *0.35	'= B8 +C8+D8 -H8



17.3 Efectos de los diferentes métodos de depreciación y periodos de recuperación sobre los impuestos ●●●

Es importante comprender por qué las *tasas de depreciación acelerada* dan a la corporación una ventaja tributaria respecto del método en línea recta con el mismo periodo de recuperación. Al existir tasas mayores en los primeros años del periodo de recuperación se requieren menos impuestos debido a que es mayor la reducción en el ingreso gravable. Con el criterio de **reducir el valor presente de los impuestos**

se demuestra el efecto en los impuestos. Para un periodo de recuperación n se debe elegir la tasa de depreciación que produzca el **mínimo** valor presente para impuestos.

$$\mathbf{VP_{impuesto}} = \sum_{t=1}^{t=n} \mathbf{(impuestos\ en\ el\ año\ } t\mathbf{)}(P/F,i,t) \qquad (17.12)$$

Esto equivale a maximizar el valor presente de la depreciación total VP_D.

Se comparan ahora cualesquiera dos modelos de depreciación. Se supone lo siguiente: 1) hay una tasa de impuestos constante de un solo valor, 2) el FEAI excede cada monto de depreciación anual, 3) ambos métodos reducen el valor en libros hasta llegar al mismo valor de salvamento y 4) se utiliza el mismo periodo de recuperación. A partir de estas suposiciones se cumple lo siguiente:

Los impuestos totales pagados son **iguales** en todos los modelos de depreciación.
El valor presente de los impuestos es **menor** en los modelos de depreciación acelerada.

Como se planteó en el capítulo 16, el SMARC es el modelo de depreciación tributaria estipulado en Estados Unidos, y la única alternativa es la depreciación en línea recta SMARC con un periodo de recuperación ampliado. La cancelación acelerada del SMARC siempre ofrecerá un $VP_{impuesto}$ menor comparado con modelos menos acelerados. Si el modelo SDD aún estuviera disponible directamente en lugar de estar incorporado en los cálculos del SMARC, en términos generales SDD no sería tan bueno como el SMARC. Esto se debe a que el modelo SDD no reduce el valor en libros a cero, lo cual se ilustra en el ejemplo 17.3.

EJEMPLO 17.3

Se lleva a cabo un análisis después de impuestos para una máquina nueva de $50 000 propuesta para una línea manufacturera de fibra óptica. El FEAI para la máquina se estima en $20 000. Si se aplica un periodo de recuperación de cinco años utilice el criterio de valor presente de los impuestos, una tasa de impuestos efectiva de 35% y un rendimiento de 8% anual para comparar lo siguiente: depreciaciones clásica en línea recta, SDD clásica y SMARC requerida. Con fines de comparación, aplique un periodo de seis años para ajustar la convención de mitad de año impuesta por el SMARC.

Solución

La tabla 17-3 presenta un resumen de depreciación anual, ingreso gravable e impuestos por cada modelo. Para la depreciación clásica en línea recta con $n = 5$, $D_t = \$10\,000$ durante cinco años y $D_6 = 0$ (columna 3). El FEAI de $20 000 está totalmente gravado a 35% en el año 6.

El porcentaje del SDD clásico de $d = 2/n = 0.40$ se aplica para cinco años. El valor de rescate implícito es $\$50\,000 - 46\,112 = \$3\,888$, de manera que no todos los $50 000 son deducibles de impuestos. Los impuestos en que se incurre con el SDD clásico serían de $\$3\,888(0.35) = \$1\,361$ más que con el modelo LR clásico.

TABLA 17-3 Comparación de impuestos y valor presente de impuestos con diferentes modelos de depreciación

		Línea recta clásica			Saldo doblemente decreciente clásico			SMARC		
(1) Año t	(2) FEAI, $	(3) D_t, $	(4) IG, $	(5) = 0.35(4) Impuestos, $	(6) D_t, $	(7) IG, $	(8) = 0.35(7) Impuestos, $	(9) D_t, $	(10) IG, $	(11) = 0.35(10) Impuestos, $
1	+20 000	10 000	10 000	3 500	20 000	0	0	10 000	10 000	3 500
2	+20 000	10 000	10 000	3 500	12 000	8 000	2 800	16 000	4 000	1 400
3	+20 000	10 000	10 000	3 500	7 200	12 800	4 480	9 600	10 400	3 640
4	+20 000	10 000	10 000	3 500	4 320	15 680	5 488	5 760	14 240	4 984
5	+20 000	10 000	10 000	3 500	2 592	17 408	6 093	5 760	14 240	4 984
6	+20 000	0	20 000	7 000	0	20 000	7 000	2 880	17 120	5 992
Totales		50 000		24 500	46 112		25 861*	50 000		24 500
$VP_{impuesto}$				18 386			18 549			18 162

*Más grande que otros valores, pues hay un valor de rescate implícito de $3 888 no recuperado.

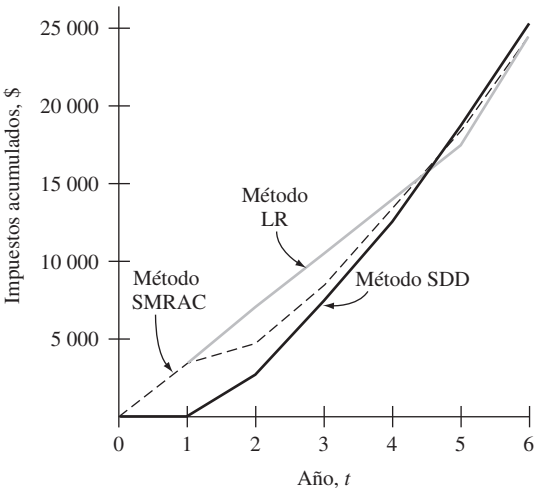


Figura 17-2
Impuestos acumulados en que se incurre con diferentes tasas de depreciación en un periodo de comparación de seis años, ejemplo 17.3.

El SMARC cancela los $50 000 en seis años con las tasas de la tabla 16-2. Los impuestos totales son $24 500, lo mismo que para la depreciación LR clásica.

Los impuestos anuales (columnas 5, 8 y 11) se acumulan cada año por cada modelo en la figura 17-2. Observe el patrón de las curvas, específicamente los valores de impuestos totales más bajos en relación con el modelo LR después del año 1 con SMARC y en los años 1 a 4 con SDD. Estos valores de impuestos mayores con LR causan que el $VP_{impuesto}$ sea mayor para la depreciación LR. Los valores presentes de impuestos de la parte inferior de la tabla 17-3 se calculan por medio de la ecuación (17.12). El $VP_{impuesto}$ del SMARC es el valor menor en $18 162.

Al comparar los impuestos de diferentes *periodos de recuperación* sólo se cambia la cuarta suposición mencionada al principio de esta sección: se aplica el mismo método de depreciación. Se puede demostrar que un periodo de recuperación menor ofrecerá una ventaja tributaria sobre un periodo más extenso con el criterio de reducir el valor presente del impuesto, $VP_{impuesto}$. La comparación de impuestos indicará que

Los impuestos totales pagados son **iguales** para todos los valores de n.
El valor presente de los impuestos es **menor** para los valores más bajos de n.

Por esta razón, las corporaciones desean utilizar el periodo de recuperación SMARC menor permitido para propósitos del impuesto sobre la renta. El ejemplo 17.4 demuestra estas conclusiones con el modelo de depreciación clásico de línea recta, aunque también pueden demostrarse con el SMARC o cualquier otro método de depreciación tributaria.

EJEMPLO 17.4

Grupo Grande Maquinaria, corporación manufacturera diversificada situada en México, mantiene registros paralelos para los activos depreciables en sus operaciones europeas en Alemania. Esta situación es común en las corporaciones multinacionales. Un grupo de registros es para uso corporativo y refleja la vida útil estimada de los activos. El segundo conjunto de registros es para fines del gobierno extranjero, como la depreciación e impuestos.

La compañía acaba de comprar un activo por $90 000 con una vida útil estimada de nueve años; sin embargo, la ley tributaria de Alemania permite un periodo de recuperación más corto, de cinco años. Demuestre la ventaja tributaria para el n menor si el ingreso neto de operación (INO) es de $30 000 anuales si se aplica una tasa impositiva efectiva de 35%, si el dinero invertido rinde 5% anual después de impuestos y si se permite la depreciación LR clásica. Ignore el efecto de cualquier valor de rescate.

Solución

Determine el ingreso gravable anual y los impuestos por medio de las ecuaciones (17.2) a (17.3), así como el valor presente de los impuestos con la ecuación (17.12) para ambos valores n.

Vida útil $n = 9$ años:

$$D = \frac{90\,000}{9} = 10\,000$$

$$\text{IG} = 30\,000 - 10\,000 = \$20\,000 \text{ anuales}$$

$$\text{Impuestos} = 20\,000(0.35) = \$7\,000 \text{ anuales}$$

$$\text{VP}_{\text{impuesto}} = 7\,000(P/A,5\%,9) = \$49\,755$$

$$\text{Impuestos totales} = (7\,000)(9) = \$63\,000$$

Periodo de recuperación $n = 5$ años:

Utilice el mismo periodo de recuperación de nueve años aunque la depreciación ocurra sólo durante los primeros cinco.

$$D_t = \begin{cases} \dfrac{90\,000}{5} = \$18\,000 & t = 1 \text{ a } 5 \\ 0 & t = 6 \text{ a } 9 \end{cases}$$

$$\text{Impuestos} = \begin{cases} (0.35)(30\,000 - 18\,000) = \$4\,200 & t = 1 \text{ a } 5 \\ (0.35)(30\,000) = \$10\,500 & t = 6 \text{ a } 9 \end{cases}$$

$$\text{VP}_{\text{impuesto}} = 4\,200(P/A,5\%,5) + 10\,500(P/A,5\%,4)(P/F,5\%,5) = \$47\,356$$

$$\text{Impuestos totales} = 4\,200(5) + 10\,500(4) = \$63\,000$$

Se paga un total de \$63 000 en impuestos en ambos casos. Sin embargo, la cancelación más rápida con $n = 5$ produce un ahorro de impuestos, en valor presente, de cerca de \$2 400 (\$49 755 − 47 356).

17.4 Recobro de depreciación y ganancias (pérdidas) de capital ●●●

Todas las implicaciones de impuestos analizadas en esta sección son resultado de la venta de un activo depreciable antes, durante o después de su periodo de recuperación. Deben considerarse dichas implicaciones tributarias en un análisis económico después de impuestos en activos de grandes inversiones. La clave es el tamaño del precio de venta (valor de rescate o comercial) relativo al valor en libros en el momento de la baja del activo y a su costo inicial, que se llama *base no ajustada B* en la terminología de la depreciación. Hay tres términos importantes.

El **recobro de la depreciación RD**, también llamado **ganancia ordinaria**, ocurre cuando un activo depreciable se vende en una cantidad mayor que su valor en libros vigente VL_t. Como se aprecia en la figura 17-3,

$$\textbf{Recobro de la depreciación} = \textbf{precio de venta} - \textbf{valor en libros}$$
$$\textbf{RD} = \textbf{PV}_2 - \textbf{VL}_t \qquad \textbf{(17.13)}$$

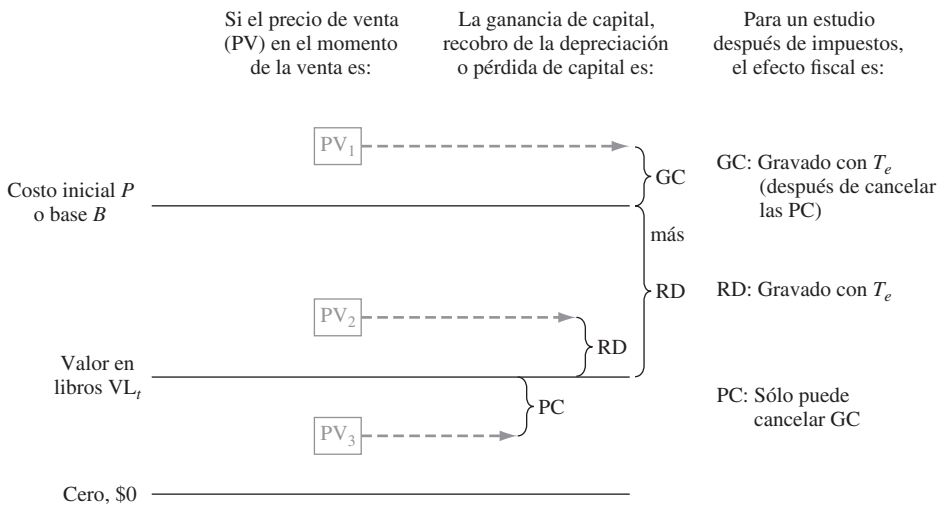


Figura 17-3
Resumen de los cálculos y tratamiento fiscal del recobro de la depreciación y las ganancias (pérdidas) de capital.

A menudo se encuentra un recobro de depreciación en un estudio después de impuestos. En Estados Unidos puede anticiparse un monto igual a la estimación de valor de rescate como RD cuando el activo se vende después del periodo de recuperación. Esta afirmación es correcta debido simplemente a que el SMARC deprecia cada activo a cero en años $n + 1$. La cantidad RD se trata como ingreso gravable ordinario en el año de venta del activo.

La **ganancia de capital GC** es la cantidad en que se incurre cuando el precio de venta excede su base (no ajustada) B. Véase la figura 17-3.

$$\text{Ganancia de capital} = \text{precio de venta} - \text{base}$$
$$GC = PV_1 - B \tag{17.14}$$

Como es difícil pronosticar las ganancias de capital futuras, por lo general no se detallan en un estudio económico después de impuestos. Una excepción es para los activos que históricamente aumentan su valor, como edificios y terrenos.

Cuando el precio de venta excede B, el IG debido a la venta es la ganancia de capital *más* el recobro de la depreciación, como se aprecia en la figura 17-3. Ahora, el RD es la cantidad total de depreciación tomada hasta este momento, es decir, $B - VL$.

La **pérdida de capital PC** ocurre cuando se vende un activo depreciable por menos de su valor actual en libros. En la figura 17-3,

$$\text{Pérdida de capital} = \text{valor en libros} - \text{precio de venta}$$
$$PC = VL_t - PV_3 \tag{17.15}$$

Un análisis económico no suele considerar la pérdida de capital, debido simplemente a que no se puede calcular para una alternativa específica. Sin embargo, un *estudio de reemplazo después de impuestos* debe tomar en cuenta cualquier pérdida de capital si el defensor debe cambiarse a un precio de "sacrificio". Con propósitos del estudio económico, esto suministra un ahorro en impuestos en el año del reemplazo. Calcule los ahorros de impuestos con la tasa fiscal efectiva. Se supone que estos ahorros se compensarán en cualquier lugar de la corporación por medio de otros activos productores de ingresos que generen impuestos.

Hay otros puntos que conviene mencionar acerca de las ganancias y pérdidas de capital para una empresa, además de su existencia en una evaluación económica.

- Las leyes fiscales estadounidenses definen las ganancias de capital como de larga duración (artículos conservados durante más de un año) o de corta duración.
- Las ganancias de capital en realidad tienen lugar para propiedades que no se deprecian o amortizan. El término *ganancias de capital* se aplica correctamente en el momento de la venta a propiedades tales como inversiones (acciones y bonos), obras de arte, joyería, terrenos y otros similares. Cuando el precio de venta de un activo depreciable es mayor que el costo original (su base), es correcto llamarlo **ganancia ordinaria**. El tratamiento de los impuestos corporativos en este momento es el mismo para ambos: se gravan como ingreso ordinario. En resumen, es común clasificar una ganancia esperada ordinaria sobre un activo depreciable como ganancia de capital sin alterar la decisión económica.
- Las ganancias de capital se gravan como ingresos gravables ordinarios con las tasas regulares de la empresa.
- Las pérdidas de capital no reducen directamente los impuestos sobre la renta anual porque sólo pueden ser *netas* respecto de las ganancias de capital al grado máximo de las ganancias de capital durante el año. Los términos son ganancias (o pérdidas) *netas* de capital.
- Cuando las pérdidas de capital superan las ganancias, la empresa puede aprovechar las leyes de atrasar o adelantar el excedente, algo valioso para un funcionario financiero o fiscalista, no para un ingeniero que elabore un análisis económico.
- Cuando un activo se elimina, su tratamiento fiscal se encuadra en la *Section 1231 transaction*, que es la sección de la regla del IRS del mismo número.
- Si en un estudio aparecen ganancias y pérdidas, es de utilidad la Publicación 544, *Sales and Other Dispositions of Assets*, del IRS.
- Todas estas reglas se aplican a las corporaciones. Las reglas y tasas fiscales para las personas son diferentes en lo que respecta a dar de baja activos.

Si los tres elementos adicionales de ingresos e impuestos estudiados aquí se incorporan a la ecuación (17.2), el *ingreso gravable* se define como

$$\begin{aligned} \textbf{IG} &= \textbf{ingreso bruto} - \textbf{gastos de operación} - \textbf{depreciación} \\ &\quad + \textbf{recobro de depreciación} + \textbf{ganancia neta de capital} - \textbf{pérdida neta de capital} \\ &= \textbf{IB} - \textbf{GO} - \textbf{D} + \textbf{RD} + \textbf{GC} - \textbf{PC} \end{aligned} \tag{17.16}$$

Desde el punto de vista de un estudio de ingeniería económica y no financiero, el recobro de la depreciación (es decir, una ganancia ordinaria) será el principal elemento en consideración en las evaluaciones después de impuestos. Sólo cuando deba incluirse una ganancia o pérdida de capital debido a la naturaleza del problema los cálculos lo tomarán en cuenta.

EJEMPLO 17.5

Biotech, compañía médica dedicada a la obtención de imágenes y modelación, debe adquirir un sistema de análisis de células óseas para el equipo de bioingenieros e ingenieros mecánicos que estudian la densidad ósea en atletas. Una cláusula específica del contrato de tres años con la NBA suministrará un ingreso bruto adicional de $100 000 anuales. La tasa de impuestos efectiva es de 35%. A continuación aparecen las estimaciones de ambas alternativas:

	Analizador 1	Analizador 2
Base *B*, $	150 000	225 000
Gastos de operación, $ anuales	30 000	10 000
Recuperación en SMARC, años	5	5

Responda las siguientes preguntas con ambos métodos: a mano y con hoja de cálculo.

a) El presidente de Biotech, muy minucioso con los impuestos, desea emplear un criterio de reducción en el total de impuestos que se declararán durante los tres años del contrato. ¿Qué analizador debe comprarse?

b) Suponga que ya transcurrieron los tres años del contrato y la compañía está a punto de vender el analizador. Con el mismo criterio tributario determine si cualquiera de los dos analizadores presentó alguna ventaja. Suponga también que los precios de venta son $130 000 del analizador 1 y $225 000 del analizador 2.

Solución a mano

a) En la tabla 17-4 se detallan los cálculos tributarios. Primero se determina la depreciación SMARC anual. Se emplea la ecuación (17-2), IG = IB − GO − *D* para determinar el IG, después de lo cual se aplica una tasa tributaria de 35% anual. Se suman los impuestos para el periodo de tres años sin considerar el valor del dinero en el tiempo.

Total de impuestos para el analizador 1: $36 120

Total de impuestos para el analizador 2: $38 430

El total de impuestos de ambos analizadores es muy cercano, aunque el analizador 1 ahorra $2 310 en impuestos.

b) Cuando el analizador se vende después de los tres años de servicio existe un recobro de depreciación (RD) que se grava con 35%. Dicho impuesto es adicional al impuesto del tercer año. Por cada analizador, considere el RD por medio de la ecuación (17.13), PV − VL_3; luego determine el IG con la ecuación (17.16), IG = IB − GO − *D* + RD. Calcule de nuevo el total de impuestos para los tres años y elija el analizador con el total menor.

TABLA 17-4 Comparación del total de impuestos de las dos alternativas, ejemplo 17.5*a*)

Año	Ingreso bruto IG, $	Gastos de operación GO, $	Base *B*, $	Depreciación SMARC *D*, $	Valor en libros VL, $	Ingreso gravable IG, $	Impuestos a 0.35IG, $
				Analizador 1			
0			150 000		150 000		
1	100 000	30 000		30 000	120 000	40 000	14 000
2	100 000	30 000		48 000	72 000	22 000	7 700
3	100 000	30 000		28 800	43 200	41 200	14 420
							36 120
				Analizador 2			
0			225 000		225 000		
1	100 000	10 000		45 000	180 000	45 000	15 750
2	100 000	10 000		72 000	108 000	18 000	6 300
3	100 000	10 000		43 200	64 800	46 800	16 380
							38 430

Analizador 1: RD = 130 000 − 43 200 = $86 800
IG para el año 3 = 100 000 − 30 000 − 28 800 + 86 800 = $128 000
Impuestos para el año 3 = 128 000(0.35) = $44 800
Impuestos totales = 14 000 + 7 700 + 44 800 = $66 500

Analizador 2: RD = 225 000 − 64 800 = $160 200
IG para el año 3 = 100 000 − 10 000 − 43 200 + 160 200 = $207 000
Impuestos para el año 3 = 207 000(0.35) = $72 450
Impuestos totales = 15 750 + 6 300 + 72 450 = $94 500

Ahora el analizador presenta una ventaja considerable en los impuestos totales ($94 500 frente a $66 500).

Solución con hoja de cálculo

a) En las filas 5 a 9 de la figura 17-4 se efectúan los mismos cálculos que para la solución a mano para el analizador con un total de impuestos de $36 120. De manera similar, en las filas 14 a 18 se obtiene el resultado de un total de impuestos de $38 430 para el analizador 2, lo que indica que con el solo criterio de los impuestos la compañía debe seleccionar el analizador 1.

b) La revisión de las entradas del año 3 para el analizador 1, en la fila 10, muestra el precio de venta de $130 000, el IG actualizado de $128 000 y un total de impuestos a tres años de $66 500. El nuevo IG en el año 3 tiene el recobro de la depreciación incorporado como RD = precio de venta − valor en libros = PV − VL_3, que se muestra en la leyenda de la celda como el último término (D10 − F10). Con una actualización similar para el analizador 2 (fila 19), los impuestos totales de $94 500 ahora muestran una ventaja significativamente mayor para el analizador 1 durante tres años.

Comentario

Es importante notar que en estos análisis no se considera el valor del dinero en el tiempo, al contrario de las evaluaciones de alternativas anteriores. En la próxima sección la decisión después de impuestos recaerá en los análisis de VP, VA y TR con una TMAR establecida, con base en los valores de FEDI.

	A	B	C	D	E	F	G	H
3	Año	IB	GO	B y S	D	VL	IG	Impuestos
4				**Analizador 1**				
5	0			-150,000		150,000		
6	1	100,000	-30,000		30,000	120,000	40,000	14,000
7	2	100,000	-30,000		48,000	72,000	22,000	7,700
8	3	100,000	-30,000		28,800	43,200	41,200	14,420
9	Total							36,120
10	**Nuevo total revisado 3**	**100,000**	**-30,000**	**130,000**	**28,800**	**43,200**	**128,000**	**44,800**
11								**66,500**
12								
13				**Analizador 2**				
14	0			-225,000		225,000		
15	1	100,000	-10,000		45,000	180,000	45,000	15,750
16	2	100,000	-10,000		72,000	108,000	18,000	6,300
17	3	100,000	-10,000		43,200	64,800	46,800	16,380
18	Total							38,430
19	**Nuevo total revisado 3**	**100,000**	**-10,000**	**225,000**	**43,200**	**64,800**	**207,000**	**72,450**
20								**94,500**

Figura 17-4
Efecto del recobro de la depreciación en los impuestos totales, ejemplo 17.5.

17.5 Evaluación después de impuestos ● ● ●

Se establece la TMAR después de impuestos requerida con la tasa de interés de mercado, la tasa de impuestos efectiva de la corporación y su costo de capital promedio ponderado. Con la estimación del FEDI se calcula el VP o el VA y la TMAR después de impuestos. Cuando se presentan *valores del FEDI positivos y negativos*, el resultado de VP o VA < 0 indica que no se logra la TMAR. Para un proyecto único o de elección de alternativas mutuamente excluyentes, aplique la misma lógica de los capítulos 5 y 6. Las directrices son las siguientes:

Un proyecto. VP o VA ≥ 0, el proyecto es financieramente viable debido a que se alcanza o se rebasa la TMAR después de impuestos.

Dos o más alternativas. Seleccione la alternativa con el mejor valor (numéricamente mayor) de VP o VA.

Selección de alternativas ME

Si *sólo se calculan costos en los FEDI* realice la estimación de los ahorros después de impuestos generados por los gastos de operación y la depreciación. Establezca un signo positivo por cada ahorro y aplique la directriz de elección citada en el párrafo anterior.

Servicio igual

Es importante recordar que la suposición de **servicio igual** requiere que el análisis de VP se lleve a cabo con el mínimo común múltiplo (MCM) de las vidas de la alternativa. Este requisito debe tomarse en cuenta en cada análisis, ya sea antes o después de impuestos.

Como las estimaciones del FEDI suelen variar entre año y año en una evaluación después de impuestos, la hoja de cálculo acelera el análisis en comparación con la solución a mano.

Para el análisis VA: Emplee la función PAGO y la función VNA incluida para un *ciclo de vida de la alternativa*. El formato general es el siguiente, con la función VNA en cursivas para la serie FEDI:

$$= -\text{PAGO(TMAR,n,}\textit{VNA(TMAR,año_1:año_n) + año_0}\text{)} \qquad (17.17)$$

Para el análisis de VP: Primero se debe obtener los resultados de la función PAGO, y en seguida realizar la función VA con el MCM de las alternativas. (Existe una función MCM en Excel.) La celda que contenga el resultado de la función PAGO se introduce como valor A. El formato general es

$$= -\text{VA(TMAR,MCM,_años,}\textit{PAGO_resultado_celda}\text{)} \qquad (17.18)$$

EJEMPLO 17.6

Paul es el encargado de diseñar las paredes interiores de un edificio industrial. En algunos lugares es importante reducir la transmisión de ruido filtrado a través de la pared. Las dos opciones de construcción son estuco sobre listón de metal (E) y ladrillo (L); cada una de estas alternativas presenta las mismas características de disminución de ruido, de aproximadamente 33 decibeles. Estas opciones reducirán los costos de atenuación de ruido en las áreas de oficinas adyacentes. Paul realiza las estimaciones para los costos iniciales y los ahorros después de impuestos anuales de ambos diseños. *a*) Emplee los valores del FEDI y una TMAR después de impuestos de 7% anual para determinar la mejor opción en términos económicos. *b*) Con una hoja de cálculo seleccione la alternativa y determine el costo inicial requerido para que los planes estén en equilibrio.

Plan E		Plan L	
Año	**FEDI, $**	**Año**	**FEDI, $**
0	–28 800	0	–50 000
1-6	5 400	1	14 200
7-10	2 040	2	13 300
10	2 792	3	12 400
		4	11 500
		5	10 600

Solución a mano

a) En este ejemplo se muestran los análisis de VP y VA. Desarrolle las relaciones de VA al emplear los valores del FEDI sobre la vida de cada plan. Elija el valor mayor.

$$\begin{aligned} \text{VA}_\text{E} &= [-28\,800 + 5\,400(P/A,7\%,6) + 2\,040(P/A,7\%,4)(P/F,7\%,6) \\ &\quad + 2\,792(P/F,7\%,10)](A/P,7\%,10) \\ &= \$422 \end{aligned}$$

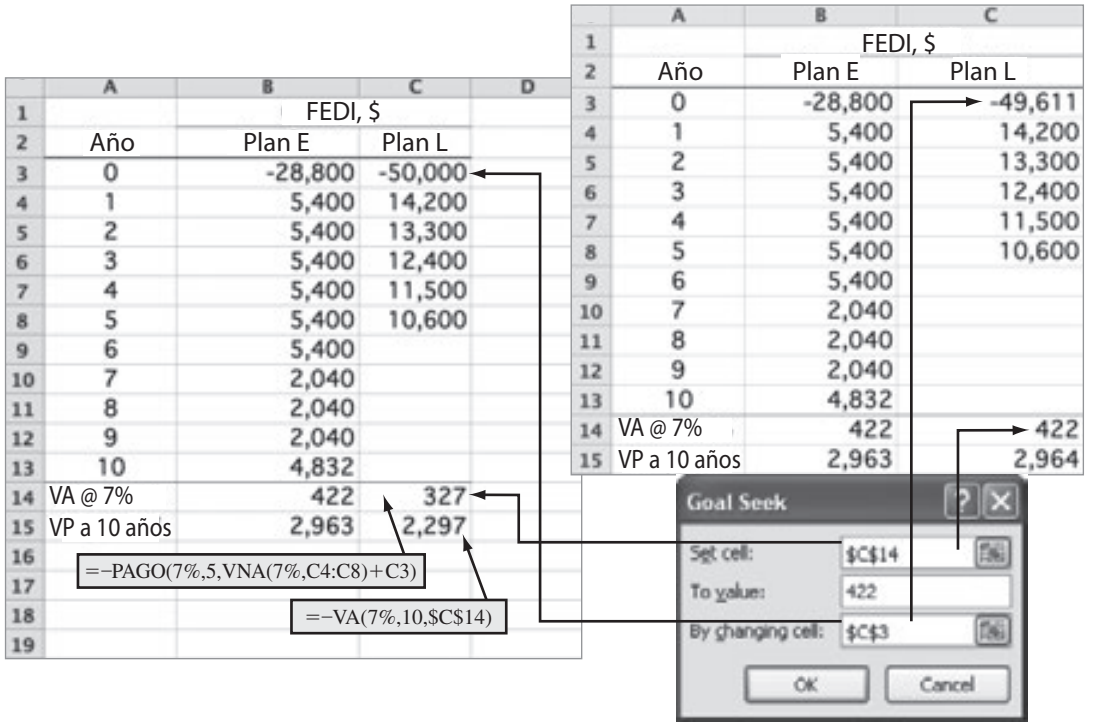
$$\begin{aligned} \text{VA}_\text{L} &= [-50\,000 + 14\,200(P/F,7\%,1) + \cdots + 10\,600(P/F,7\%,5)](A/P,7\%,5) \\ &= \$327 \end{aligned}$$

Ambas alternativas son financieramente viables; sin embargo, elija el plan E, pues posee el VA_E mayor.

Para el análisis de VP, el MCM es de 10 años. Utilice los valores anuales y el factor P/A para el MCM de 10 años y elija la alternativa de estuco en listón de metal, plan E.

$$\text{VP}_\text{E} = \text{VA}_\text{E}(P/A,7\%,10) = 422(7.0236) = \$2\,964$$

$$\text{VP}_\text{L} = \text{VA}_\text{L}(P/A,7\%,10) = 327(7.0236) = \$2\,297$$



a) *b*)

Figura 17-5
a) análisis VA y VP después de impuestos, y *b*) costo inicial de equilibro con la función Buscar objetivo (Goal Seek), ejemplo 17.6.

Solución con hoja de cálculo

b) En la fila 14 de la figura 17-5*a*) se muestra el VA calculado con la función PAGO definida por la ecuación (17.17), y en la fila 15 aparece el VP con 10 años que resulta de la función VA en la ecuación (17.18). Se elige el plan E por un margen relativamente pequeño.

La figura 17-5*b*) muestra la plantilla Buscar objetivo (Goal Seek) con que se igualan los VA y determina el costo inicial del plan B de $−49 611 que hace que los planes estén en equilibrio. Ésta es una pequeña reducción de los $−50 000 estimados al principio para el costo inicial.

Comentario

Es importante advertir el signo menos en las funciones PAGO y VA al utilizarlas para obtener los valores correspondientes de VA y VP, respectivamente. Si se omite el signo menos, los valores anual y presente serán opuestos a la dirección del flujo de efectivo correcto y parecerían no viables en términos financieros en el sentido de que no rinden al menos la TMAR después de impuestos. Eso pasaría en este ejemplo.

Al emplear el **método TR** aplique exactamente el mismo procedimiento que se muestra en el capítulo 7 (de proyecto simple) y en el capítulo 8 (de dos o más alternativas) para las series del FEDI. Se debe establecer la relación de VP o VA para estimar la tasa de rendimiento i^* de un proyecto, o Δi^* para el FEDI incremental entre dos alternativas. Dentro de la serie FEDI pueden existir varias raíces, como en cualquier serie de flujo de efectivo. Para un proyecto simple establezca el VP o el VA igual a cero y despeje i^*.

Evaluación de proyectos

Valor presente: $$0 = \sum_{t=1}^{t=n} \text{FEDI}_t\,(P/F,i^*,t) \qquad (17.19)$$

Valor anual: $$0 = \sum_{t=1}^{t=n} \text{FEDI}_t\,(P/F,i^*,t)(A/P,i^*,n) \qquad (17.20)$$

Si $i^* \geq$ TMAR después de impuestos, el proyecto se justifica económicamente.

La solución presentada en la hoja de cálculo para i^* sería útil al realizar las series relativamente complejas del FEDI. Se lleva a cabo al emplear la función TIR con el formato general

$$= \text{TIR(año_0_FEDI:año_n_FEDI)} \tag{17.21}$$

Si la TR después de impuestos es importante para el análisis pero los detalles de un estudio después de impuestos no son de interés, la TR antes de impuestos (TRAI) se ajusta con la tasa impositiva efectiva T_e con la relación de *aproximación*

$$\textbf{TR antes de impuestos} = \frac{\textbf{TR después de impuestos}}{\mathbf{1 - } T_e} \tag{17.22}$$

Por ejemplo, suponga que una empresa tiene una tasa impositiva efectiva de 40% y por lo general emplea una TMAR después de impuestos de 12% anual en sus análisis económicos que consideran los impuestos de manera explícita. Para *aproximar* el efecto de los impuestos sin especificar detalles en el estudio después de impuestos, la TMAR antes de impuestos se calcula como

$$\text{TMAR antes de impuestos} = \frac{0.12}{1 - 0.40} = 20\% \text{ anual}$$

Si la decisión depende de la viabilidad económica de un proyecto y el VP o VA resultante es aproximadamente cero, deben considerarse los detalles del análisis después de impuestos.

EJEMPLO 17.7

Una compañía manufacturera de fibra óptica que opera en Hong Kong gastó $50 000 en una maquinaria de cinco años de vida con un INO anual proyectado de $20 000 y una depreciación anual de $10 000 para los años 1 a 5. La compañía tiene una T_e de 40%. *a*) Determine la tasa de rendimiento después de impuestos. *b)* Aproxime la tasa de rendimiento antes de impuestos.

Solución

a) El FEDI en el año 0 es $−50 000. Para los años 1 a 5 no hay compra o venta de capital, de modo que INO = FEAI [véanse las ecuaciones (17.1) y (17.9)]. Determine el FEDI.

$$\text{IG} = \text{INO} - \text{D} = 20\,000 - 10\,000 = \$10\,000$$
$$\text{Impuestos} = T_e\,(\text{IG}) = 0.4(10\,000) = \$4\,000$$
$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = 20\,000 - 4\,000 = \$16\,000$$

Como el FEDI para los años 1 a 5 tiene el mismo valor, emplee el factor P/A de la ecuación (17.19).

$$0 = -50\,000 + 16\,000(P/A,i^*,5)$$
$$(P/A,i^*,5) = 3.125$$

La solución ofrece una $i^* = 18.03\%$ como tasa de rendimiento después de impuestos.

b) Con la ecuación (17.22) estime el rendimiento antes de impuestos.

$$\text{TR antes de impuestos} = \frac{0.1803}{1 - 0.40} = 0.3005 \quad (30.05\%)$$

La i^* real antes de impuestos con el FEAI = $20 000 para cinco años es de 28.65% a partir de la ecuación

$$0 = -50\,000 + 20\,000(P/A,i^*,5)$$

El efecto tributario se sobrestima un poco si se utiliza una TMAR de 30.05% en un análisis antes de impuestos.

Una evaluación de tasa de rendimiento a mano de dos o más opciones debe emplear una relación con base en el VP o el VA para determinar el rendimiento incremental Δi^* de las series de FEDI incrementales entre dos alternativas. La solución con hoja de cálculo se logra con los valores incrementales del FEDI y la función TIR. Para elegir entre realizar alternativas mutuamente excluyentes con el método TR, se aplican los mismos procedimientos y ecuaciones del capítulo 8 (secciones 8.4 a 8.6). El lector debe revisar y entender dichas secciones antes de continuar con la presente.

A partir de este repaso se deben recordar los siguientes factores importantes:

Directriz de elección: La regla fundamental de la evaluación TR incremental con una TMAR establecida es como aparece a continuación:

> Si la inversión adicional se justifica respecto de otra alternativa justificada, seleccione la alternativa con la inversión inicial mayor.

TR incremental: Debe efectuarse el análisis incremental. Los valores i^* globales no pueden depender de la elección correcta de la alternativa, a diferencia del método de VP o VA a partir de la TMAR, que determina la alternativa correcta.

Suposición de servicio igual: El análisis incremental TR requiere que se evalúen alternativas durante periodos iguales. El MCM de las vidas de las dos alternativas debe emplearse para determinar el VP o VA del flujo de efectivo incremental. (La única excepción, que se menciona en la sección 8.5, ocurre cuando se realiza el análisis VA sobre *flujos de efectivo reales y no sobre los incrementos*; por tanto, el análisis de un ciclo de vida es aceptable en las respectivas vidas de las alternativas.)

Alternativas de ingresos y alternativas de costos: Las alternativas de ingresos (flujos de efectivo positivo y negativo) pueden tratarse de forma diferente a las de costo (estimaciones de flujo de efectivo sólo de costos). En el caso de las alternativas de ingresos, la i^* global sirve para llevar a cabo una selección inicial. Las alternativas donde $i^* < \text{TMAR}$ pueden sustraerse de otras evaluaciones. No puede determinarse una i^* de alternativas sólo de costos, razón por la que se requiere un análisis incremental que incluya todas las alternativas.

TR de equilibrio

Una vez que se genera la serie FEDI, la **TR de equilibrio** se obtiene mediante una gráfica de VP en función de i^* al resolver la ecuación de VP de cada alternativa con el MCM con diferentes tasas de interés. En el caso de cualquier TMAR después de impuestos superior a la TR del punto de equilibrio, no se justifica la inversión adicional.

Los ejemplos siguientes ilustran problemas de FEDI que emplean el análisis de TR y la gráfica de la TR de equilibrio del VP respecto de i.

EJEMPLO 17.8

En el ejemplo 17.6, Paul calculó el FEDI para materiales de paredes interiores con el propósito de reducir la filtración de ruidos; el plan E consiste en construir con estuco sobre metal laminado, y el plan L implica construir con ladrillo. La figura 17-5*a*) muestra tanto un análisis VP durante 10 años como un análisis VA durante las vidas respectivas. Se eligió la alternativa E. Después de repasar esta primera solución, *a*) lleve a cabo una evaluación TR con la TMAR después de impuestos de 7% anual y *b*) haga la gráfica del VP respecto de Δi para determinar la TR de equilibrio.

Solución con hoja de cálculo

a) El MCM es de 10 años para el análisis TR incremental, y el plan L requiere una inversión adicional que debe justificarse. Aplique el procedimiento de la sección 8.6 al análisis TR incremental. La figura 17-6 muestra el FEDI calculado para cada alternativa y la serie del FEDI incremental. Como se trata de alternativas de ingresos, primero se calcula Δi^* para garantizar que ambas alcancen al menos la TMAR de 7%. En la fila 14 se observa que así sucede. La función TIR en la celda E14 se aplica al FEDI incremental e indica que $\Delta i^* = 6.35\%$. Como este valor es inferior a la TMAR, no se justifica la inversión adicional en muros de ladrillo. Se elige el plan E, el mismo que en el caso de los métodos VP y VA.

b) Se emplea la función VNA de la serie FEDI incremental para diferentes valores de i. La gráfica indica que la i^* del punto de equilibrio Δi^* ocurre en 6.35%, es decir, el mismo resultado que con la función TIR anterior. Siempre que la TMAR después de impuestos esté por encima de 6.35%, como en este caso, donde la TMAR = 7%, no se justifica la inversión adicional del plan L.

Comentario

Observe que la serie del FEDI incremental implica tres cambios de signo. La serie acumulativa también tiene tres cambios de signo (criterio de Norstrom). En consecuencia, tal vez haya múltiples valores de Δi^*. La aplicación de la función TIR mediante la opción "estimar" no permite encontrar otras raíces reales en el intervalo normal de la tasa de rendimiento.

	A	B	C	D	E
1			Plan E	Plan B	E – B
2		Año	FEDI, $	FEDI, $	FEDI incr, $
3		0	-28,800	-50,000	-21,200
4		1	5,400	14,200	8,800
5		2	5,400	13,300	7,900
6		3	5,400	12,400	7,000
7		4	5,400	11,500	6,100
8		5	5,400	-39,400	-44,800
9		6	5,400	14,200	8,800
10		7	2,040	13,300	11,260
11		8	2,040	12,400	10,360
12		9	2,040	11,500	9,460
13		10	4,832	10,600	5,768
14	i* y Δi*		9.49%	8.05%	6.35%
15					
16		Tasa, Δi	VP del FEDI incremental, $		
17		5%	1,530		
18		6%	377		
19		7%	-666		
20		8%	-1,612		
21		9%	-2,469		
22		10%	-3,248		
23					

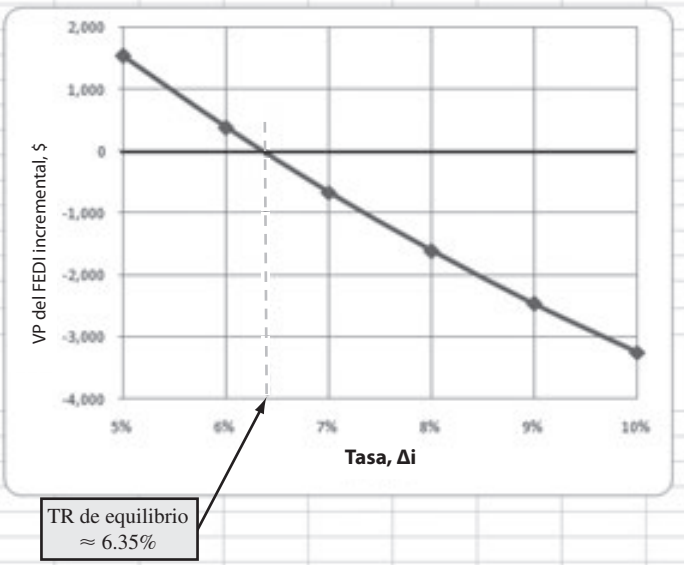


Figura 17-6
Evaluación incremental del FEDI y determinación de la TR de equilibrio, ejemplo 17.8.

EJEMPLO 17.9

En el ejemplo 17.5 se inició un análisis después de impuestos de dos analizadores de células óseas como resultado de un nuevo contrato de tres años con la NBA. El criterio para elegir el analizador 1 se basó en el total de impuestos de los tres años. La solución completa aparece en la tabla 17-4 (a mano) y en la figura 17-4 (hoja de cálculo).

Continúe con el análisis en hoja de cálculo llevando a cabo una evaluación TR después de impuestos, suponiendo que los analizadores se venden después de tres años en las sumas calculadas en el ejemplo 17.5: $130 000 para el analizador 1 y $225 000 para el analizador 2. La TMAR después de impuestos es de 10% anual.

Solución

Aquí se presenta la solución con una hoja de cálculo, pero la solución a mano es equivalente, tan sólo un poco más baja. La figura 17-7 es una versión actualizada de la hoja de cálculo de la figura 17-4 para incluir la venta de los analizadores en el año 3. La serie del FEDI (columna I) se determina con la ecuación FEDI = FEAI − impuestos, con el ingreso gravable calculado mediante la ecuación (17.16), en la que se incluye el RD. Por ejemplo, para el año 3, cuando el analizador 2 se vende en S = $225 000, el cálculo del FEDI es

$$\text{FEDI}_3 = \text{FEAI} - (\text{IG})(T_e) = \text{IB} - \text{GO} - P + S - (\text{IB} - \text{GO} - D + \text{RD})(T_e)$$

El recobro de la depreciación RD es la suma por encima del valor en libros recibida del año 3 en el momento de la venta. Al usar el valor en libros en la celda F14,

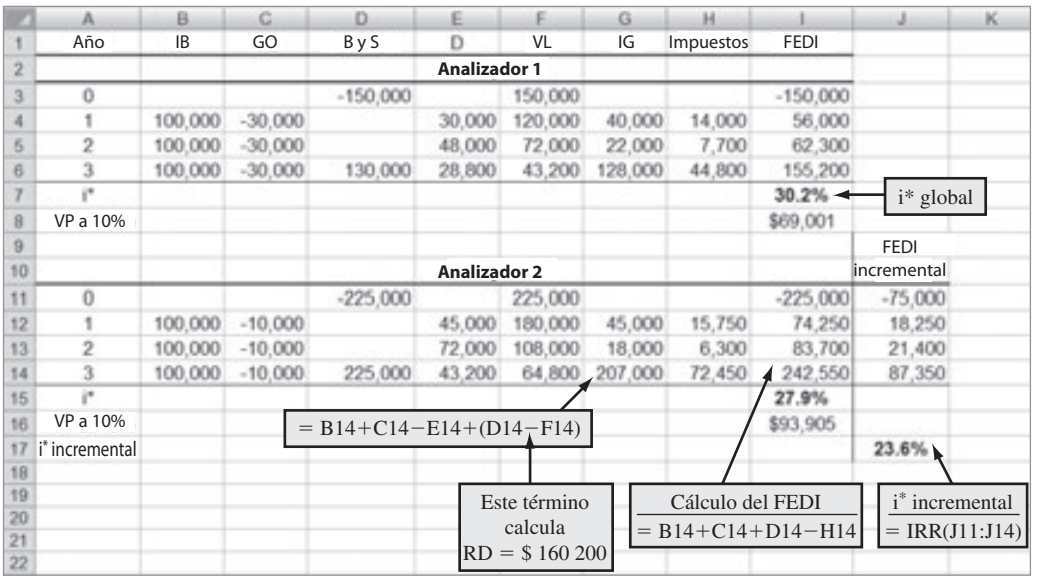
$$\text{RD} = \text{precio de venta} - \text{VL}_3 = 225\,000 - 64\,800 = \$160\,200$$

Ahora, se determina el FEDI el año 3 para el analizador 2.

$$\begin{aligned}\text{FEDI}_3 &= 100\,000 - 10\,000 + 0 + 225\,000 \\ &\quad -(100\,000 - 10\,000 - 43\,200 + 160\,200)(0.35) \\ &= 315\,000 - 207\,000(0.35) = \$242\,550\end{aligned}$$

Las etiquetas de celda de la fila 14 de la figura 17-7 siguen el mismo orden. El FEDI incremental se calcula en la columna J, listo para el análisis de la TR incremental después de impuestos.

Éstas son alternativas de ingresos, de manera que los valores globales i^* indican que las dos series del FEDI son aceptables. El valor $\Delta i^* = 23.6\%$ (celda J17) también supera la TMAR = 10%; por tanto, *se elige* el **analizador 2**. Esta decisión se rige por la directriz del método TR: se elige la alternativa que requiera la mayor inversión justificada desde una perspectiva *incremental*.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Año	IB	GO	B y S	D	VL	IG	Impuestos	FEDI	
2					**Analizador 1**					
3	0			-150,000		150,000			-150,000	
4	1	100,000	-30,000		30,000	120,000	40,000	14,000	56,000	
5	2	100,000	-30,000		48,000	72,000	22,000	7,700	62,300	
6	3	100,000	-30,000	130,000	28,800	43,200	128,000	44,800	155,200	
7	i*								**30.2%**	
8	VP a 10%								$69,001	
9										FEDI
10					**Analizador 2**					incremental
11	0			-225,000		225,000			-225,000	-75,000
12	1	100,000	-10,000		45,000	180,000	45,000	15,750	74,250	18,250
13	2	100,000	-10,000		72,000	108,000	18,000	6,300	83,700	21,400
14	3	100,000	-10,000	225,000	43,200	64,800	207,000	72,450	242,550	87,350
15	i*								**27.9%**	
16	VP a 10%								$93,905	
17	i* incremental									**23.6%**
18										
19										
20										
21										
22										

Figura 17-7
Análisis TR incremental del FEDI con recobro de la depreciación, ejemplo 17.9.

Comentario

En la sección 8.4 se demostró la falacia de elegir una alternativa basada exclusivamente en la i^* global debido al problema de la inconsistencia de clasificación del método TR. Debe utilizarse la TR incremental. En este ejemplo se demuestra lo mismo. Si se elige la alternativa de la mayor i^*, el analizador 1 se elige incorrectamente. Cuando Δi^* supera la TMAR, la inversión mayor se elige correctamente, el analizador 2 en este caso. Para verificar, se calcula el VP a 10% por cada analizador (columna I). De nuevo, el analizador 2 gana con base en su VP mayor de $93 905.

17.6 Estudio de reemplazo después de impuestos ●●●

Cuando se analiza un activo ya instalado (el defensor) para un posible reemplazo, los impuestos afectan la decisión que arroje el estudio de reemplazo. La decisión final tal vez no se revierta por los impuestos, pero la diferencia entre los montos del VA antes de impuestos puede ser significativamente distinta de los calculados después de impuestos. Las consideraciones fiscales en el año del reemplazo son las siguientes:

Es posible el **recobro de la depreciación** o ahorros de impuestos debido a una **pérdida de capital** notable, si fuera necesario comercializar al defensor a un precio de sacrificio. Además, el estudio de reemplazo después de impuestos considera la **depreciación** deducible de impuestos, y los **gastos de operación** no se toman en cuenta en el análisis antes de impuestos.

Con la tasa efectiva T_e se determina la cantidad de impuestos anuales (o ahorros de ellos) a partir del IG. Aquí se aplica el mismo procedimiento que en el estudio de reemplazo antes de impuestos del capítulo 11 pero con las estimaciones de FEDI. El procedimiento debe comprenderse bien antes de avanzar. Se recomienda prestar atención especial a las secciones 11.3 y 11.5.

El ejemplo 17.10 presenta una solución a mano de un estudio de reemplazo después de impuestos con una suposición de depreciación clásica LR (línea recta). En el ejemplo 17.11 se resuelve el mismo problema con una hoja de cálculo, pero se incluyen los detalles de la depreciación con SMARC. Esto da la oportunidad de observar la diferencia en los montos de VA entre los dos métodos de depreciación.

EJEMPLO 17.10

Midcontinent Power Authority compró equipo para el control de emisiones hace tres años por $600 000. La gerencia descubrió que tecnológica y legalmente el equipo es obsoleto ahora. Se identificó un nuevo equipo. Si se ofrece un valor comercial de $400 000 como valor de cambio del equipo actual, lleve a cabo un análisis de reemplazo aplicando *a*) una TMAR antes de impuestos de 10% anual y *b*) una TMAR después de impuestos de 7% anual. Suponga una tasa de impuestos efectiva de 34%. Como suposición simplificadora utilice la depreciación clásica en línea recta con $S = 0$ para ambas alternativas.

	Defensor	Retador
Valor comercial, $	400 000	
Costo inicial, $		–1 000 000
Costo anual, $/año	–100 000	–15 000
Periodo de recuperación, años	8 (originalmente)	5

Solución

Suponga que mediante análisis VUE (vida útil económica) se determinó que los mejores valores de vida son de cinco años más para el defensor y cinco años en total para el retador.

a) En el caso del *análisis de reemplazo antes de impuestos*, calcule los valores VA. El VA del defensor incluye el valor comercial como costo inicial, $P_D = \$-400\,000$.

$$VA_D = -400\,000(A/P,10\%,5) - 100\,000 = \$-205\,520$$
$$VA_R = -1\,000\,000(A/P,10\%,5) - 15\,000 = \$-278\,800$$

En el paso 1 del procedimiento del análisis de reemplazo (sección 11.3) elegimos el VA óptimo. Se conserva al defensor ahora con el plan de mantenerlo los cinco años que restan. El defensor tiene un costo anual equivalente menor de $73 280 comparado con el del retador. Esta solución completa se incluye en la tabla 17-5 (izquierda) con el objetivo de compararla con el análisis después de impuestos.

b) En el caso del *análisis de reemplazo después de impuestos*, no hay efectos tributarios para el defensor que no sean los impuestos sobre la renta. La depreciación anual LR es de $75 000, que se determinó cuando el equipo se adquirió hace tres años.

$$D_t = 600\,000/8 = \$75\,000 \qquad t = 1 \text{ a } 8 \text{ años}$$

La tabla 17-5 muestra el IG y los impuestos a 34%. Los impuestos son en realidad ahorros en impuestos de $59 500 anuales, como indica el signo menos. (Recuerde que, en el caso de los ahorros en impuestos en un análisis económico, se supone que hay ingresos gravables positivos en cualquier otra parte de la corpora-

TABLA 17-5 Análisis del reemplazo antes de impuestos y después de impuestos, ejemplo 17.10

		Antes de impuestos			Después de impuestos			
Edad del defensor	Año	Gastos GO, $	*P* y *S*, $	FEAI, $	Depreciación *D*, $	Ingreso gravable IG, $	Impuestos* a 0.34IG, $	FEDI, $
				Defensor				
3	0		−400 000	−400 000				−400 000
4	1	−100 000		−100 000	75 000	−175 000	−59 500	−40 500
5	2	−100 000		−100 000	75 000	−175 000	−59 500	−40 500
6	3	−100 000		−100 000	75 000	−175 000	−59 500	−40 500
7	4	−100 000		−100 000	75 000	−175 000	−59 500	−40 500
8	5	−100 000	0	−100 000	75 000	−175 000	−59 500	−40 500
VA a 10%				−205 520	VA a 7%			−138 056
				Retador				
	0		−1 000 000	−1 000 000		+25 000†	8 500	−1 008 500
	1	−15 000		−15 000	200 000	−215 000	−73 100	+58 100
	2	−15 000		−15 000	200 000	−215 000	−73 100	+58 100
	3	−15 000		−15 000	200 000	−215 000	−73 100	+58 100
	4	−15 000		−15 000	200 000	−215 000	−73 100	+58 100
	5	−15 000	0	−15 000	200 000	−215 000‡	−73 100	+58 100
VA a 10%				−278 800	VA a 7%			−187 863

* El signo menos indica ahorro de impuestos en el año.
† Recobro de la depreciación sobre el intercambio del defensor.
‡ Supone que el rescate del retador en realidad es $S = 0$; sin impuestos.

ción con el fin de deducir el ahorro.) Como sólo se estiman los costos, el FEDI anual es negativo, pero los ahorros en impuestos de $59 500 lo redujeron. El FEDI y el VA a 7% anual son

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = -100\,000 - (-59\,500) = \$-40\,500$$
$$\text{VA}_\text{D} = -400\,000(A/P,7\%,5) - 40\,500 = \$-138\,056$$

En el caso del retador, el recobro de la depreciación sobre el defensor ocurre cuando éste se reemplaza como consecuencia de que la cantidad de intercambio de $400 000 es mayor que el valor actual en libros. En el año 0 para el retador, la tabla 17-5 incluye los siguientes cálculos para llegar a un impuesto de $8 500.

Valor en libros del defensor, año 3:	$\text{VL}_3 = 600\,000 - 3(75\,000) = \$375\,000$
Recobro de la depreciación:	$\text{RD}_3 = \text{IG} = 400\,000 - 375\,000 = \$25\,000$
Impuestos sobre el intercambio, año 0:	$\text{Impuestos} = 0.34(25\,000) = \$8\,500$

La depreciación en LR es $1 000 000/5 = $200 000 anuales. Esto resulta en el ahorro de impuestos y el FEDI es:

$$\text{Impuestos} = (-15\,000 - 200\,000)(0.34) = \$-73\,100$$
$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = -15\,000 - (-73\,100) = \$+58\,100$$

En el año 5 se supone que el retador se vende en $0; no hay recobro de la depreciación. El VA para el retador a 7% de TMAR después de impuestos es

$$\text{VA}_\text{R} = -1\,008\,500(A/P,7\%,5) + 58\,100 = \$-187\,863$$

Se elige de nuevo el defensor; no obstante, la ventaja anual equivalente se redujo de $73 280 antes de impuestos a $49 807 después de impuestos.

Conclusión: Por medio de cualquier análisis, conserve al defensor ahora y planee mantenerlo otros cinco años. Además, planee evaluar los cálculos de ambas alternativas dentro de un año. Si y cuando los cálculos de flujo de efectivo cambien considerablemente, lleve a cabo otro análisis de reemplazo.

Comentario

Si el valor comercial (de intercambio) hubiese sido menor que el valor en libros actual del defensor de $375 000, se presentaría una pérdida de capital en el año 0 en lugar de un recobro de la depreciación. El ahorro en impuestos resultante reduciría el FEDI (que disminuiría los costos si el FEDI fuera negativo). Por ejemplo, una cantidad comercial de $350 000 daría como resultado un IG de $350 000 − 375 000 = $−25 000 y un *ahorro en impuestos* de $−8 500 en el año 0. El FEDI es entonces de $−1 000 000 − (−8 500) = $−991 500.

EJEMPLO 17.11

Repita el análisis de reemplazo después de impuestos del ejemplo 17.10*b*) con una depreciación del SMARC de siete años para el defensor y una depreciación del SMARC de cinco años para el retador. Suponga que se vende cualquiera de los activos después de cinco años en exactamente su valor en libros. Determine si las respuestas son significativamente diferentes de las obtenidas cuando se formuló la suposición simplificadora de la depreciación LR clásica.

Solución

La figura 17-8 muestra el análisis completo. El SMARC requiere muchos más cálculos que la depreciación LR, aunque el proceso se simplifica en gran medida con una hoja de cálculo. De nuevo *se elige retener al defensor*, pero ahora con una ventaja de $44 142 anuales. Esta cantidad se compara con los $49 807 de ventaja mediante la depreciación LR clásica y la ventaja de $73 280 antes de impuestos del defensor. Por tanto, los impuestos y el SMARC reducen la ventaja económica del defensor, aunque no lo suficiente para revertir la decisión de conservarlo.

Hay otras diferencias dignas de mención en lo que se refiere a los resultados entre la depreciación LR y SMARC. Hay recobro de la depreciación en el año 0 por parte del retador debido al intercambio del defensor por $400 000, un valor mayor que el valor en libros del defensor con una vida de tres años. Esta cantidad, $137 620 (celda G18), se considera un ingreso gravable ordinario. Los cálculos a mano del RD y el impuesto relacionado son los siguientes:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	TMAR =	7%								
2	Compra =	$ 600,000		**Análisis SMARC después de impuestos del defensor**						
3	Antigüedad		Base B &	FEAI	SMARC					
4	del defensor	Año	rescate S(1)	(Gastos)	Tasas	Depreciación	IG	Ahorros de impuestos	FEDI	
5	3	0	-400,000						-400,000	
6	4	1		-100,000	0.1249	74,940	-174,940	-59,480	-40,520	
7	5	2		-100,000	0.0893	53,580	-153,580	-52,217	-47,783	
8	6	3		-100,000	0.0892	53,520	-153,520	-52,197	-47,803	
9	7	4		-100,000	0.0893	53,580	-153,580	-52,217	-47,783	
10	8	5	0	-100,000	0.0446	26,760	-126,760	-43,098	-56,902	
11	Total					262,380				
12	(1) Se supone que el defensor se vende en el año 5 (año 8 de su vida) en exactamente VL = 0.							VA a 7%	**-$145,273**	
13	Todo el B original = $ 600 000 se deprecia en ocho años, sin efectos fiscales.									
14										
15	Compra =	$1,000,000		**Análisis SMARC después de impuestos del retador**						
16	Antigüedad		Base B &	FEAI	SMARC					
17	del retador	Año	rescate S(1)	(Gastos)	Tasas	Depreciación	IG(2)	Ahorros de impuestos	FEDI	
18	0	0	-1,000,000				137,620	46,791	-1,046,791	
19	1	1		-15,000	0.2000	200,000	-215,000	-73,100	58,100	
20	2	2		-15,000	0.3200	320,000	-335,000	-113,900	98,900	
21	3	3		-15,000	0.1920	192,000	-207,000	-70,380	55,380	
22	4	4		-15,000	0.1152	115,200	-130,200	-44,268	29,268	
23	5	5	57,600	-15,000	0.1152	115,200	-130,200	-44,268	86,868	
24	Total					942,400				
25	(1) Se supone que el retador se vende en el año 0 en							VA a 7%	**-$189,415**	
26	exactamente VL = 1 000 000-942 400 = $ 57 600.									
27	Sin efecto de impuestos, pero el FEDI aumenta en el año 5.									
28	(2) El IG de $ 137 620 en el año 0 es el recobro de la depreciación									
29	del intercambio del defensor. RD = B − VL actual = 400 000 − 262 380.									

Recobro de la depreciación = −C5 − F11

Precio de venta del retador = B15 − F24

Figura 17-8
Análisis de reemplazo después de impuestos con la depreciación SMARC, ejemplo 17.11.

$$\begin{aligned} VL_3 &= \text{costo inicial} - \text{depreciación del SMARC para 3 años} \\ &= \text{depreciación total del SMARC para los años 4 a 8} \\ &= \$262\,380 \qquad \text{(celda F11)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RD = IG_0 &= \text{valor de intercambio} - VL_3 \\ &= 400\,000 - 262\,380 = \$137\,620 \qquad \text{(celda G18)} \end{aligned}$$

$$\text{Impuestos} = (0.34)(137\,620) = \$46\,791 \qquad \text{(celda H18)}$$

Véanse las etiquetas de las celdas y las notas de la tabla que repiten esta lógica.

El supuesto de que el retador se vende después de cinco años a su valor en libros implica un flujo de efectivo positivo en el año 5. El registro de $57 600 en la celda C23 refleja este supuesto, pues la depreciación prevista del SMARC el año 6 sería de 1 000 000(0.0576) = $57 600. La ecuación de la hoja de cálculo = B15 − F24 determina este valor con la depreciación acumulada en F24. [*Nota:* Si la cantidad de rescate $S = 0$ se anticipa después de cinco años, habría una pérdida de capital de $57 600. Esto implicaría un ahorro adicional en impuestos de 57 600(0.34) = $19 584 en el año 5. Por el contrario, si el valor de rescate es mayor que el valor en libros, se debe estimar un recobro de la depreciación y un impuesto asociado.]

17.7 Análisis del valor agregado después de impuestos ●●●

Cuando una persona o compañía está dispuesta a pagar más por un objeto, es probable que se haya realizado algún proceso sobre una versión anterior para hacerlo más valioso a los ojos del comprador. Eso es el valor agregado.

Con el término **valor agregado** se indica que un producto o servicio **incrementó su valor** desde la perspectiva del propietario, inversionista o consumidor. Es posible apalancar significativamente las actividades de valor agregado de un producto o servicio.

Valor agregado

Un ejemplo de actividades que aprovechan bien el valor agregado es el del comercio de cebollas. Las cebollas se cultivan y se venden en una granja por centavos la libra. En la tienda llegan a venderse a un precio de 50 centavos a $1.25 la libra. Pero cuando las cebollas se cortan y se recubren con una mezcla especial, pueden freírse en aceite y venderse como aros de cebolla por varios dólares la libra. De esta manera, desde la perspectiva del consumidor, se incrementó el valor agregado por el procesamiento de las cebollas crudas hasta los aros de cebolla que se venden en un restaurante o en una tienda de comida rápida.

Anteriormente, en el análisis de VA antes de impuestos se introdujo brevemente el valor agregado. Cuando el análisis de valor agregado se realiza después de impuestos, el enfoque es un poco diferente del análisis de FEDI que ya se planteó en este capítulo. Sin embargo, como se menciona a continuación,

> La decisión respecto de una alternativa será la misma que para ambos métodos, el de valor agregado y el de FEDI, pues el VA de los cálculos de valor económico agregado es el mismo que para las estimaciones de VA y de FEDI.

El análisis de valor agregado comienza con la ecuación (17.4), la utilidad neta después de impuestos (UNDI), que incluye la depreciación del *año 1* al *año n*. La depreciación D queda incluida en IG = IB − GO − D. Este análisis es diferente del FEDI, donde la depreciación se eliminó específicamente, de manera que sólo las estimaciones del flujo de efectivo *real* se emplean desde el *año 0* hasta el *año n*.

El término **valor económico agregado (VEA)** indica el valor monetario agregado por una alternativa a los resultados de la corporación. [El término *EVA* (VEA en español) es una marca registrada de Stern Stewart & Co.] La técnica que se estudia a continuación se publicó en varios artículos[1] a mediados de la década de 1990, y desde entonces goza de mucha popularidad como medio de evaluar la capacidad de una corporación para incrementar su valor económico, en especial desde el punto de vista de los accionistas.

> El VEA anual es el monto remanente de la UNDI en los libros de la corporación después de eliminar el **costo del capital invertido** durante el año. Esto significa que el VEA indica la **contribución a la ganancia neta** de un proyecto de la corporación después de impuestos.

El **costo del capital invertido** es la tasa de rendimiento después de impuestos (por lo general, el valor TMAR) multiplicada por el valor en libros del activo durante el año. Éste es el interés en que se incurre por el nivel actual de capital invertido en el activo. (Si se emplean diferentes métodos de depreciación, tributaria y en libros, *se utiliza el valor de depreciación en libros* porque representa de manera más exacta el capital remanente invertido en el activo desde el punto de vista de la corporación.) Las estimaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned}\textbf{VEA} &= \textbf{UNDI} - \textbf{costo del capital invertido}\\ &= \textbf{UNDI} - \textbf{(tasa de interés después de impuestos)(valor en libros en el año } t-1\textbf{)}\\ &= \textbf{IG}(1-T_e) - (i)(\textbf{VL}_{t-1}) \qquad \textbf{(17.23)}\end{aligned}$$

Como ambos valores, el del IG y el valor en libros, consideran la depreciación, el VEA es una medida del valor que incorpora el flujo de efectivo real a los flujos de no efectivo para calcular el valor financiero aportado a la corporación. Este valor financiero es el monto que se utiliza en los documentos públicos de la corporación (balance general, estado de resultados, reportes de acciones, etcétera). Debido a que las corporaciones desean presentar el máximo valor posible a los accionistas y a los dueños, el método de VEA puede ser más apropiado desde el punto de vista financiero que el método de VA.

El resultado del análisis VEA es una serie de estimaciones de VEA anuales. En este análisis se comparan dos o más alternativas al calcular las estimaciones de VA para el VEA, y después se elige la de mayor valor anual. Si sólo se evalúa un proyecto, VA > 0 significa que se rebasa la TMAR después de impuestos, de manera que el proyecto será de valor agregado.

Sullivan y Needy[2] demostraron que el VA de VEA y el VA del FEDI son idénticos en cantidad. Así, se emplea cualquiera de los dos métodos al tomar la decisión. En una corporación, las estimaciones anuales del VEA indican el valor agregado generado por la alternativa, mientras que las estimaciones anuales de FEDI describen el flujo de efectivo. En el ejemplo 17.12 se plantea esta comparación.

[1] A. Blair, "EVA Fever", *Management Today*, enero de 1997, pp. 42-45; W. Freedman, "How Do You Add Up?", *Chemical Week*, 9 de octubre de 1996, pp. 31-34.

[2] W. G. Sullivan y K. L. Needy, "Determination of Economic Value Added for a Proposed Investment in New Manufacturing", *The Engineering Economist*, vol. 45, núm. 2, 2000, pp. 166-181.

EJEMPLO 17.12

Biotechnics Engineering elaboró dos planes mutuamente excluyentes para invertir en nuevo equipo con la esperanza de incrementar sus ingresos generados por servicios de diagnóstico médico de cáncer a sus pacientes. Los cálculos se resumen a continuación. *a*) Utilice la depreciación clásica en línea recta, una TMAR de 12% después de impuestos y una tasa impositiva efectiva de 40% para realizar dos análisis de valor anual después de impuestos: VEA y FEDI. *b*) Explique la diferencia fundamental entre los resultados de los dos análisis.

	Plan A	Plan B
Inversión inicial, $	–500 000	–1 200 000
Ingreso bruto – gastos de operación, $	170 000 por año	600 000 en el año 1, con decrementos de $100 000 por año
Vida estimada, años	4	4
Valor de rescate	Ninguno	Ninguno

Solución con hoja de cálculo

a) Consulte la hoja de cálculo y las celdas de función (fila 22) de la figura 17-9.

Evaluación VEA: Toda la información necesaria para los cálculos VEA se determina en las columnas B a G. La utilidad neta después de impuestos (UNDI) que se muestra en la columna H se calcula con la ecuación (17.4), IG − impuestos. Con los valores en libros (columna E) se determina el costo del capital invertido en la columna I, y se aplica en el segundo término de la ecuación (17.23), que es $i(VL_{t-1})$, donde i es la TMAR después de impuestos de 12%. Esto representa el monto de interés de 12% anual, después de impuestos, para el capital actualmente invertido, como refleja el valor en libros al principio del año. La estimación del VEA anual es la suma de las columnas H e I para los años 1 al 4. *Note que no existe una estimación del VEA para el año 0*, pues la UNDI y el costo del capital invertido se calculan en los años 1 a n. Por último, se selecciona el VA mayor del valor VEA, lo cual indica que el plan B es mejor y que el plan A no tiene un rendimiento de 12%.

Evaluación FEDI: Como se muestra en la función de la fila 22 (plan B para el año 3), los estimados del FEDI (columna K) se calculan como (IB − GO) − P − impuestos. El VA del FEDI de nuevo nos lleva a la conclusión de que el plan B es mejor y que el plan A no genera el rendimiento de 12% de la TMAR después de impuestos.

b) ¿Cuál es la diferencia fundamental entre las series VEA y FEDI que aparecen en las columnas J y K? Son claramente equivalentes desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo, pues los valores anuales son los mismos en términos numéricos. Para responder a la pregunta, considere que el plan A tiene una

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1						PLAN A					
2									Análisis VEA		Análisis de FEDI
3			Inversión P	Depreciación	Valor en	Ingreso			Costo de inversión		
4	Año	IB – GO	(base B)	LR	libros VL	gravable, IG	Impuestos	UNDI	de capital	VEA	FEDI
5	0		-500,000		500,000						-500,000
6	1	170,000		125,000	375,000	45,000	18,000	27,000	-60,000	-33,000	152,000
7	2	170,000		125,000	250,000	45,000	18,000	27,000	-45,000	-18,000	152,000
8	3	170,000		125,000	125,000	45,000	18,000	27,000	-30,000	-3,000	152,000
9	4	170,000		125,000	0	45,000	18,000	27,000	-15,000	12,000	152,000
10	Montos de VA									**-$12,617**	**-$12,617**
11						PLAN B					
12									Análisis VEA		Análisis de FEDI
13			Inversión P	Depreciación	Valor en	Ingreso			Costo de inversión		
14	Año	IB – GO	(base B)	LR	libros VL	gravable, IG	Impuestos	UNDI	de capital	VEA	FEDI
15	0		-1,200,000		1,200,000						-1,200,000
16	1	600,000		300,000	900,000	300,000	120,000	180,000	-144,000	36,000	480,000
17	2	500,000		300,000	600,000	200,000	80,000	120,000	-108,000	12,000	420,000
18	3	400,000		300,000	300,000	100,000	40,000	60,000	-72,000	-12,000	360,000
19	4	300,000		300,000	0	0	0	0	-36,000	-36,000	300,000
20	Montos de VA									**$3,388**	**$3,388**
21											
22	Funciones para el plan B, año 3			=-$C$15/4	=E17-D18	=B18-D18	=F18*0.4	=F18-G18	=-0.12*E17	=H18+I18	=B18+C18-G18

Figura 17.9
Comparación de alternativas al emplear los análisis de VEA y de FEDI, ejemplo 17.12.

estimación constante de FEDI de $152 000 anuales. Para obtener el estimado VA de VEA de $−12 617 en los años 1 a 4, la inversión inicial de $500 000 se distribuye durante los cuatro años de vida con el factor *A*/*P* a 12%. Esto significa que un monto equivalente de $500 000(*A*/*P*,12%,4) = $164 617 se "carga" al flujo de efectivo de entrada en cada uno de los años 1 a 4. En efecto, el FEDI anual se reduce a consecuencia de dicho cargo.

$$\text{FEDI} - (\text{inversión inicial})(A/P,12\%,4) = 152\,000 - 500\,000(A/P,12\%,4)$$
$$152\,000 - 164\,617 = \$-12\,617$$
$$= \text{VA del VEA}$$

Éste es el valor anual de ambas series, lo que demuestra que los dos métodos son equivalentes en términos económicos. Sin embargo, el método VEA indica una contribución anual estimada de una alternativa al *valor de la corporación*, pues el método FEDI calcula el flujo de efectivo real de la corporación. Por esta razón, el método VEA suele ser más popular con los ejecutivos corporativos respecto del método de flujo de efectivo.

Comentario

El cálculo $P(A/P,i,n) = \$500\,000(A/P,12\%,4)$ es exactamente el mismo que la ecuación (6.3) en recuperación de capital, al suponer que el valor de rescate calculado es cero. De esta manera, el costo del capital invertido para VEA es el mismo que la recuperación de capital que se planteó en el capítulo 6. Esto es otra demostración de que el método VA es económicamente equivalente a la evaluación del VEA.

17.8 Análisis de proyectos internacionales después de impuestos ●●●

Algunas preguntas fundamentales que deben responderse antes de realizar un análisis después de impuestos con base corporativa para especificaciones internacionales se refieren a las tolerancias para deducir impuestos —depreciación, gastos de negocios, evaluación de activos de capital— y la tasa efectiva del impuesto necesaria para la ecuación (17-7), impuestos = (T_e)(IG). Como se dijo en el capítulo 16, la mayoría de los gobiernos reconocen los métodos de línea recta (LR) y del saldo decreciente (SD) para la depreciación, con algunas variantes para determinar la tolerancia para la deducción anual de impuestos. Los gastos deducibles varían mucho de un país a otro. Como ejemplo, a continuación se resumen algunos.

Canadá

Depreciación: Es deducible y por lo general se basa en cálculos del SD, aunque puede usarse el de LR. Se aplica una convención equivalente a la del medio año en el primer año de la posesión. La tolerancia del deducible anual de impuestos se denomina *tolerancia de costo del capital* (*TCC*). Al igual que en el sistema estadounidense, las tasas de recuperación están estandarizadas, de modo que la cantidad por depreciar no refleja necesariamente la vida útil del activo.

Clase y tasa de TCC: Las clases de activos están definidas y las tasas de depreciación anual se especifican por clase. No se identifica ningún periodo (vida) de recuperación específico, en parte porque los activos de una clase particular se agrupan y la TCC anual queda determinada para la clase completa, no por activos individuales. Existen 44 clases y las tasas de TCC varían entre 4% anual (el equivalente a un activo de 25 años de vida) para inmuebles (clase 1), y 100% (un año de vida) para aplicaciones de software, porcelana, moldes, etcétera (clase 12). La mayor parte de las tasas varía de 10 a 30% anual.

Gastos: Los gastos de negocios son deducibles de impuestos en el cálculo del IG. Los gastos relacionados con inversiones de capital no son deducibles, pues se les trata por medio de la TCC.

Internet: Hay más detalles en el sitio web de Revenue Canada, www.cra.gc.ca, en las secciones "Forms" y "Publications".

China (RPCH)

Depreciación: Oficialmente, el método principal es el de LR para calcular la depreciación deducible de impuestos; sin embargo, los activos empleados en industrias o tipos de activos especiales pueden utilizar la depreciación acelerada con el saldo decreciente o la suma de dígitos del año, cuando lo

aprueba el gobierno. Las industrias y activos selectos cambian con el tiempo; hoy en día, las industrias favorecidas son de tecnología y exploración petrolera, así como el equipo sujeto a vibraciones durante su uso normal, para los que se permite la depreciación acelerada.

Periodo de recuperación: Se publican periodos de recuperación estandarizados de tres años (equipo electrónico), 10 años (aeronaves, maquinaria y otros equipos para la producción) y 20 años (edificios). Pueden aprobarse periodos más cortos, pero el mínimo no puede ser menor del 60% del periodo normal definido por la ley fiscal vigente.

Gastos: Los gastos de los negocios son deducibles con ciertas limitaciones y algunos incentivos especiales. Existen limitantes, como en las deducciones por gastos de publicidad (15% de ventas anuales). En ciertos casos hay incentivos generosos; por ejemplo, es deducible 150% de los gastos reales por concepto de nuevas tecnologías y productos en actividades de investigación y desarrollo.

Internet: La información al respecto de China y otros países se encuentra en www.worldwide-tax.com

México

Depreciación: Es una tolerancia totalmente deducible para calcular el IG. Se aplica el método de LR con un índice para la inflación considerada cada año. Para ciertos tipos de activos se permite una deducción inmediata de cierto porcentaje del costo inicial (es un equivalente cercano al deducible descrito en la Sección 179 de Estados Unidos).

Clases y tasas: Los tipos de activos están identificados, aunque no definidos en lo específico como en otros países. Se identifican las clases principales, y las tasas de recuperación anual varían entre 5% para edificios (equivalente a una vida de 20 años) y 100% para maquinaria ambiental. La mayoría de las tasas varía de 10 a 30% anual.

Impuesto a las utilidades: En México, el impuesto sobre la renta se aplica a las utilidades de los ingresos percibidos por los negocios, cuyos gastos son deducibles en su mayoría. El impuesto sobre la renta se grava sólo una vez en el nivel federal y no se imponen impuestos en el ámbito estatal.

Impuesto al activo neto (IAN): Además del impuesto sobre la renta, se paga un impuesto de 1.8% del valor promedio de los activos localizados en México.

Internet: La mejor información se obtiene por medio de sitios web de empresas que auxilian a corporaciones internacionales que se ubican en México. Un ejemplo de ello es PriceWaterhouseCoopers, en www.pwcglobal.com/mx/eng

Japón

Depreciación: Es deducible por completo y se basa en los métodos clásicos de LR y el SD. Para estimular la inversión de capital de largo plazo que estimule el crecimiento económico, en 2007 Japón permitió que los activos se depreciaran con el *método del SD a 250%*; es decir, se permite una tasa acelerada muy incrementada en comparación con las tolerancias históricas japonesas. El intercambio a la depreciación clásica LR debe tener lugar en el año en que la tasa acelerada cae por debajo de la correspondiente al método LR.

Clase y vida: Se especifica una vida útil estatutaria entre 4 y 24 años, con vida de 50 años para edificios de concreto reforzado.

Gastos: Los gastos de negocios son deducibles en el cálculo de los IG.

Internet: Hay más detalles en el sitio web del Ministerio Japonés de Finanzas, www.mof.go.jp

La tasa efectiva varía en forma considerable de un país a otro. Algunos países recaudan los impuestos sólo a nivel federal, mientras que otros los imponen en varios niveles de gobierno (federal, estatal o provincial, prefectura, condado y ciudad). En la tabla 17-6 se presenta un resumen de las tasas impositivas promedio corporativas internacionales en diversos países industrializados. Ahí se incluyen impuestos sobre la renta en todos los niveles de gobierno reportados dentro de cada país; sin embargo, un gobierno en particular puede establecer ciertos tipos de impuestos. Aunque dichas tasas promedio de impuestos varían de un año a otro, en especial cuando se legisla una reforma fiscal, puede aceptarse que la mayor parte de las corporaciones enfrentan tasas efectivas de 20 a 40% de su ingreso gravable. Un examen detallado de las tasas internacionales mostraría una disminución considerable en la última década. En efecto, el informe KPMG de la tabla 17-6 indica que el promedio global de la tasa de impuestos corporativa sobre los ingresos gravables disminuyó de 32.7 (1999) a 25.5% (2009). Esta reducción estimuló la inversión corporativa y la expansión de los negocios dentro de las fronteras de cada país y ayudó a mitigar la depresión económica general experimentada en años recientes.

TABLA 17-6 Resumen de promedios de tasas de impuestos corporativos internacionales

Tasa del impuesto aplicado sobre el ingreso gravable, %	Para estos países
≥40	Estados Unidos, Japón
35 a < 40	Sudáfrica, Pakistán
32 a < 35	Canadá, Francia, India
28 a < 32	Australia, Reino Unido, Nueva Zelanda, España, Alemania, México, Indonesia
24 a < 28	China, Taiwán, República de Corea
20 a < 24	Rusia, Turquía, Arabia Saudita
< 20	Singapur, Hong Kong, Chile, Irlanda, Islandia, Hungría

Fuentes: Tomado de *Corporate and Indirect Tax Survey 2009*, de KPMG, www.kpmg.com/Global/en/IssuesAndInsights/Pages/default.aspx, y de sitios web en los países en cuestión acerca de impuestos a las corporaciones.

Una de las principales formas en que los gobiernos intentan reducir las tasas de impuestos corporativas es por medio del cambio a **impuestos indirectos** sobre bienes y servicios para obtener mayores ingresos fiscales. Estos impuestos por lo general toman la forma de un **impuesto al valor agregado (IVA)**, impuesto a bienes y servicios (IBS) e impuestos sobre productos importados. Conforme disminuyen las tasas de impuestos corporativas se incrementan las tasas de impuestos indirectos en general. Esto sucedió sobre todo durante la primera década del siglo XXI. Sin embargo, la recesión económica mundial de los últimos años hizo que los gobiernos de todo el mundo fuesen más cautelosos en la forma en que gravan a las empresas y mantienen un equilibrio razonable entre las tasas de impuestos regulares (lista de la tabla 17-6) y las tasas de impuestos indirectos. A continuación se explica el sistema del IVA.

17.9 Impuesto al valor agregado ●●●

Al impuesto al valor agregado (IVA) se le llama un impuesto a las ventas con esteroides, debido a que el IVA sobre ciertos artículos en varios países llega hasta 90%. También se le denomina impuesto sobre bienes y servicios (IBS).

Un **impuesto al valor agregado** es un impuesto indirecto; es decir, se aplica a bienes y servicios y no a personas o empresas. Difiere del impuesto a las ventas en dos maneras: 1) cuándo se cobra y 2) quién lo paga (como se explica en seguida). Se agrega un porcentaje específico, digamos 10%, al precio del artículo y que paga el comprador. El vendedor envía luego este IVA de 10% a la entidad hacendaria respectiva, por lo general una unidad gubernamental. Este proceso de 10% del IVA se repite cada vez que el artículo se revende, tal como se compró o en una forma modificada; de ahí el término de *valor agregado*.

El impuesto al valor agregado es común en todo el mundo. En ciertos países, el IVA se utiliza en lugar de impuestos sobre los ingresos de las empresas o individuos. En Estados Unidos aún no existe un sistema de IVA. En efecto, Estados Unidos es el único país industrializado del mundo que no tiene un sistema de IVA, aunque se usan otras formas de impuestos indirectos. No obstante, cada vez es más evidente que en Estados Unidos será necesario aplicar un sistema de IVA o de IBS en el futuro cercano, no sin una enorme discordia política.

El gobierno estadounidense utiliza un **impuesto a las ventas**, al igual que casi todos los estados y muchos gobiernos locales. Se cobra un impuesto a los bienes y servicios en el momento en que llegan al *consumidor final*. Es decir, los negocios no pagan el impuesto a las ventas por las materias primas, artículos no terminados, o productos que compren y vendan al usuario final; sólo éste paga el impuesto a las ventas. Los negocios *sí pagan* un impuesto a las ventas por los artículos de los cuales son el usuario final. Los porcentajes del impuesto a las ventas aplicados por múltiples niveles de gobierno van de 5 a 11%, y en ocasiones más para productos especiales. Por ejemplo, cuando Home Depot (HD) compra hornos de microondas a Jenn-Air, Inc., Home Depot no paga el impuesto a las ventas por los hornos porque se van a vender a los clientes de HD, quienes *sí pagan* el impuesto a las ventas. Por otro lado, si Home Depot compra un montacargas a Caterpillar para cargar y descargar mercancía en una de sus tiendas, HD pagará el impuesto a las ventas por el montacargas, pues HD es el usuario final. Así, el impuesto

a las ventas **sólo se paga una vez**, cuando **el usuario final** compra los bienes o servicios. Es responsabilidad del comerciante cobrar el impuesto a las ventas y enviarlo a la entidad hacendaria.

Por otro lado, se cobra un **impuesto al valor agregado (IVA)** al comprador en el momento de la compra, ya sea que el comprador sea una empresa o el usuario final. El vendedor envía el IVA cobrado a la entidad hacendaria. Si el comprador vende después los bienes a otro comprador (modificados o no), el vendedor cobra otro IVA. Ahora, este segundo vendedor enviará a la entidad hacendaria una cantidad igual al total del impuesto cobrado *menos* la cantidad de IVA ya pagado.

A manera de ilustración, supongamos que el gobierno de Estados Unidos cobra 10% de IVA. A continuación veremos cómo funciona el IVA.

Northshore Mining Corporation de Babbitt, Minnesota, vende mineral de hierro por \$100 000 a Westfall Steel. Como parte del precio, Norhshore cobra \$110 000, es decir, $\$100\,000 + 0.1 \times 100\,000$ a Westfall Steel. Northshore envía los \$10 000 de IVA al tesoro estadounidense.

Westfall Steel vende todo el acero que elaboró a partir del mineral de hierro a un precio de \$300 000 a General Electric (GE). Westfall cobra \$330 000 a GE y luego envía \$20 000 al tesoro estadounidense, es decir, los \$30 000 que cobró de IVA a GE menos los \$10 000 que pagó en impuestos a Northshore Mining.

GE usa el acero para fabricar refrigeradores que vende en \$700 000 a minoristas como Home Depot, Lowe's y otros. GE cobra \$770 000 y luego envía \$40 000 al Departamento del Tesoro, es decir, los \$70 000 que cobró en impuestos a los minoristas menos los \$30 000 que pagó como IVA a Westfall Steel.

Si GE compra máquinas, herramientas u otros artículos para fabricar los refrigeradores durante su periodo contable y paga impuestos por ellos, los impuestos pagados también se deducen del IVA que GE cobra antes de enviar el dinero al tesoro de Estados Unidos. Por ejemplo, si GE pagó \$5 000 en impuestos por los motores que compró para los refrigeradores, la cantidad que GE enviaría al Departamento del Tesoro sería de \$35 000 (es decir, \$70 000 que obtuvo de los distribuidores menos \$30 000 que pagó en impuestos a Westfall Steel menos \$5 000 de los impuestos sobre los motores).

Los minoristas venden los refrigeradores en \$950 000 y recuperan \$95 000 en impuestos de los consumidores. Los minoristas envían \$25 000 al Departamento del Tesoro (es decir, \$95 000 de lo que vendieron menos \$70 000 que pagaron con anterioridad).

Con este proceso, el tesoro estadounidense habrá recibido \$10 000 de Northshore, \$20 000 de Westfall Steel, \$35 000 de GE, \$5 000 del proveedor de los motores y \$25 000 de los minoristas, lo que hace un total de \$95 000. Esto es el 10% del precio de las ventas finales, \$950 000. El dinero del IVA se depositó en el Tesoro de Estados Unidos en diferentes momentos por parte de distintas compañías.

Los impuestos que una compañía *paga* por los materiales para los artículos que compra para producir bienes o servicios que vende después a otra empresa o usuario final se llaman *impuestos a las entradas*, y la compañía los recupera cuando cobra el IVA por la venta de sus productos. Los impuestos que una compañía *cobra* se llaman *impuestos a las salidas*, y se adelantan a la entidad hacendaria menos los impuestos a las entradas que pagó la compañía. Así, el negocio no incurre en impuestos como tales, lo mismo que pasa con un impuesto a las ventas.

Se observan varias dimensiones que diferencian al IVA de un impuesto sobre las ventas o a los ingresos corporativos. Algunas son las siguientes:

- Los impuestos al valor agregado son impuestos al consumo, no a la producción o al ingreso gravable.
- El usuario final paga todos los impuestos al valor agregado, pero el IVA no es tan obvio como un impuesto a las ventas que se agrega al precio del artículo en el momento de su compra (y que aparece en la factura). Por tanto, las entidades hacendarias que aplican el IVA encuentran menos resistencia de los consumidores.
- Los impuestos al valor agregado por lo general son mucho mayores que los impuestos a las ventas, con una tasa de IVA promedio de 20% para Europa y de 15.25% como promedio mundial.
- El IVA en esencia es un "impuesto a las ventas", pero se cobra en cada etapa del desarrollo del producto en lugar de cuando éste se vende.
- Con el IVA hay menos evasión de impuestos porque es más difícil que varias organizaciones evadan el cobro y pago de impuestos, que una sola lo haga.
- Las tasas de IVA varían de un país a otro y de una categoría a otra. Por ejemplo, en ciertos países, los alimentos tienen una tasa de IVA de 0% mientras que el combustible para aviones se grava con 32%.

EJEMPLO 17.13

Tata Motors es un fabricante de importancia de automóviles en India. Tiene tres diferentes unidades de manufactura que se especializan en la fabricación de diferentes productos relacionados con el transporte, como camiones, motores y ejes, vehículos comerciales, vehículos utilitarios y de pasajeros. La compañía compra productos que caen en diferentes secciones del código fiscal del IVA del gobierno de India, por lo que los productos tienen diferentes tasas de IVA. En un periodo contable en particular, Tata obtuvo facturas de cuatro proveedores (vendedores A, B, C y D) por \$1.5 millones, \$3.8 millones, \$1.1 millones y \$900 000, respectivamente. Los productos que compró Tata están sujetos a tasas de IVA de 4, 4, 12.5 y 22%, respectivamente.

a) ¿Cuánto paga Tata por concepto de IVA en total a sus vendedores?

b) Suponga que Tata Products tiene una tasa de IVA de 12.5%. Si sus ventas durante el periodo fueron de \$9.2 millones, ¿cuánto IVA recibió el gobierno de India por parte de Tata?

Solución

a) Sea X igual al precio del producto antes de agregar el IVA. Para determinar el IVA cobrado por cada vendedor, despeje X y luego réstelo de la cantidad de la compra. La tabla 17-7 muestra el IVA que pagó Tata a sus cuatro vendedores. Un ejemplo de cálculo para el proveedor A es el siguiente:

$$\begin{aligned} X + 0.04X &= 1\,500\,000 \\ 1.04X &= 1\,500\,000 \\ X &= \$1\,442\,308 \\ \text{VAT}_A &= 1\,500\,000 - 1\,442\,308 \\ &= \$57\,692 \\ \text{Total de IVA pagado} &= 57\,692 + 146\,154 + 122\,222 + 162\,295 \\ &= \$488\,363 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} \text{El total de Tata} &= \text{total de IVA} - \text{IVA pagado a los proveedores} \\ &= 9\,200\,000(0.125) - 488\,363 \\ &= \$661\,637 \end{aligned}$$

TABLA 17-7 Cálculo del IVA, ejemplo 17.13

Vendedor	Compras, \$	Tasa de IVA, %	Precio antes de IVA, *X*, \$	IVA, \$
A	1 500 000	4.0	1 442 308	57 692
B	3 800 000	4.0	3 653 846	146 154
C	1 100 000	12.5	977 778	122 222
D	900 000	22.0	737 705	162 295
Total				488 363

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El análisis después de impuestos por lo general no cambia la decisión de elegir una alternativa respecto de otra; sin embargo, sí ofrece más claridad en el cálculo del impacto monetario de los impuestos. Las evaluaciones después de impuestos de VP, VA y TR de una o más alternativas se realiza sobre las series de FEDI, que emplean exactamente los mismos procedimientos que aparecen en capítulos anteriores.

Las tasas del impuesto sobre la renta para corporaciones y contribuyentes individuales en Estados Unidos son progresivas: ingresos gravables más altos pagan mayores impuestos. Por lo general, en un análisis económico después de impuestos se aplica una tasa impositiva efectiva T_e de valor individual. Los impuestos se reducen debido a los factores deducibles, como depreciación y gastos de operación. Debido a que la depreciación no es un flujo de efectivo, es importante considerarla sólo al realizar los cálculos del

IG y no directamente en las estimaciones del FEAI y FEDI. En consecuencia, la relación clave y general para el flujo de efectivo después de impuestos en cada año es:

$$\begin{aligned} \text{INO} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos} \\ \text{IG} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{depreciación} + \text{recobro de depreciación} \\ \text{FEAI} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{inversión inicial} + \text{valor de rescate} \\ \text{FEDI} &= \text{FEAI} - \text{impuestos} = \text{FEAI} - (T_e)(\text{IG}) \end{aligned}$$

Debe determinarse el valor económico agregado (VEA) si la contribución calculada de una alternativa al valor financiero corporativo es la medida económica. A diferencia del FEDI, el VEA incluye el efecto de depreciación. Los valores anuales equivalentes de FEDI y de VEA calculados son los mismos en términos numéricos porque interpretan el costo anual de la inversión de capital de maneras distintas pero equivalentes cuando se toma en cuenta el valor del dinero en el tiempo.

En un análisis de reemplazo, el impacto tributario del recobro de depreciación o la pérdida de capital ocurren cuando el defensor se cambia por el retador. En este análisis se aplica el procedimiento del análisis de reemplazo que se plantea en el capítulo 11. El análisis tributario no cambia la decisión de reemplazar o conservar al defensor, pero el efecto de los impuestos quizá reduzca (en una cantidad significativa) la ventaja económica de una alternativa sobre otra.

Las tasas internacionales de impuestos a las empresas han disminuido de manera constante, pero los impuestos indirectos, como el impuesto al valor agregado (IVA), se han incrementado. Se explicó el mecanismo del IVA y se comparó con el impuesto a las ventas. En Estados Unidos no existe el IVA.

PROBLEMAS

Cálculos fiscales básicos

17.1 *a*) Defina los términos de impuestos siguientes: tasas progresivas de impuestos, tasa de impuesto marginal e indización.
b) Describa una diferencia fundamental entre cada uno de los términos siguientes: ingreso neto de operación (INO), ingreso gravable (IG) y utilidad neta de operación después de impuestos (UNODI).

17.2 Determine la tasa promedio de impuestos para una empresa que tiene un ingreso gravable de *a*) $150 000 y *b*) $12 000 000.

17.3 Determine la tasa efectiva de impuestos de valor único para una empresa que tiene una tasa federal de impuestos de 35% y una tasa estatal de impuestos de 5%.

17.4 Identifique el término principal descrito por cada uno de los conceptos siguientes: ingreso bruto, depreciación, gasto de operación, ingreso gravable, impuesto sobre la renta o utilidad neta de operación después de impuestos.
a) Una máquina nueva tuvo una baja de $10 500 en el primer año.
b) Una corporación pública estima que reportará $−750 000 como utilidad neta en sus estados de ingresos anuales.
c) Un activo con valor en libros de $8 000 se retiró y vendió en $8 450.
d) Un sistema de software generará un ingreso de $420 000 este trimestre.
e) Un activo con periodo de recuperación SMARC en un periodo de siete años ha sido propiedad de la empresa durante 10 años. Se acaba de vender en $2 750.
f) El costo de los bienes vendidos el año pasado fue de $3 680 200.
g) Una tienda obtuvo $33 500 por ventas de billetes de lotería el mes pasado. Con base en los ganadores que tienen los boletos, se envió una rebaja de $350 al gerente.
h) Un activo con costo inicial de $65 000 se utilizó en una nueva línea de productos para incrementar las ventas $150 000.
i) El costo de mantenimiento de equipo durante el año pasado fue de $641 000.

17.5 Dos compañías presentan los siguientes valores en su devolución tributaria anual.

	Empresa 1	Empresa 2
Ingresos generados por ventas, $	1 500 000	820 000
Ingresos generados por intereses, $	31 000	25 000
Gastos, $	−754 000	−591 000
Depreciación, $	48 000	18 000

a) Calcule el impuesto federal sobre la renta para el año por cada empresa.
b) Determine el porcentaje de ingresos por ventas que cada compañía pagará en impuesto sobre la renta federal.
c) Realice una estimación de los impuestos con una tasa efectiva de 34% del IG completo. Determine el porcentaje de error relativo a los impuestos exactos en *a*).

17.6 El año pasado, una división de Hagauer.com, empresa en internet de servicios en la industria deportiva que sumi-

nistra análisis en tiempo real de la tensión mecánica por lesiones de atletas, declaró $250 000 de ingreso gravable. Este año, el IG se calcula en $600 000. Calcule el impuesto federal sobre la renta y responda lo siguiente:

a) ¿Qué tasa tributaria federal promedio se pagó el año pasado?
b) ¿Cuál es la tasa tributaria marginal federal sobre el IG adicional?
c) ¿Cuál será la tasa de impuestos federales promedio este año?
d) ¿Cuál será la UNDI al considerar únicamente los $350 000 de ingreso gravable?

17.7 Yamachi y Nadler de Hawai tienen un ingreso bruto de $7.5 millones durante el año. La depreciación y los gastos de operación totales fueron de $4.3 millones. Si la tasa tributaria combinada estatal y local es de 7.2%, utilice una tasa federal efectiva de impuesto sobre la renta de 35% y calcule el impuesto sobre la renta con la ecuación de la tasa de impuestos.

17.8 Workman Tools declaró un IG de $90 000 el año pasado. Si la tasa del impuesto estatal sobre la renta es de 7%, determine *a*) la tasa de impuestos promedio federal, *b*) la tasa de impuestos efectiva global, *c*) impuestos totales con base en la tasa de impuestos efectiva y *d*) los impuestos totales que se pagarán al Estado y al gobierno federal.

17.9 El ingreso gravable para un negocio de venta y reparación de motocicletas es de $150 000 este año. Se usa una tasa de impuestos única de 39%. Un nuevo sistema de diagnóstico de motores costará $40 000 y tendrá una depreciación anual promedio de $8 000. El equipo aumentará su ingreso bruto $9 000 y sus gastos $2 000 durante el año. Calcule el cambio esperado en los impuestos sobre la renta para el año con el nuevo sistema.

17.10 C.F. Jordon Construction Services ha operado durante los últimos 26 años en un estado del noreste de Estados Unidos, donde la tasa estatal de impuesto sobre la renta para las empresas es de 6% anual. C.F. Jordon paga una tasa promedio de impuesto federal de 23% y reporta ingresos gravables de $7 millones. Por los aumentos del costo de mano de obra, el presidente quiere mudarse a otro estado para reducir la carga impositiva total. Para que fuera atractivo, el nuevo estado tendría que ofrecer tolerancias o una garantía libre de intereses los primeros dos años. El lector es un ingeniero que trabaja para la compañía y se le pide lo siguiente:

a) Determinar la tasa efectiva de impuestos para C.F. Jordon.
b) Calcular la tasa de impuestos estatal que sería necesaria para reducir la tasa de impuestos global efectivo 10% anual.
c) Determinar qué tendría que hacer en lo financiero el nuevo estado para que C.F. Jordon se mudara ahí y redujera su tasa efectiva de impuestos a 22% anual.

FEAI y FEDI

17.11 Identifique cuáles de los siguientes conceptos están incluidos en el cálculo del flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI): gastos de operación, valor de rescate, depreciación, inversión inicial, ingreso bruto y tasa de impuestos.

17.12 ¿Cuál es la diferencia básica entre el flujo de efectivo después de impuestos (FEDI) y la utilidad neta después de impuestos (UNDI)?

17.13 En un año en el que no hay inversión inicial P o valor de rescate S, obtenga una ecuación para el FEAI que contenga sólo los términos siguientes: FEDI, FEAI, D y T_e.

17.14 Determine el flujo de efectivo antes de impuestos para Anderson Consultants cuando el flujo de efectivo después de impuestos fue de $600 000, la depreciación de los activos fue de $350 000 y la tasa efectiva de impuestos fue de 36%.

17.15 Hace cuatro años, Sierra Instruments of Monterey, California, gastó $200 000 en equipos para manufacturar calibradores estándar de flujo de gas. El equipo se depreció con SMARC y un periodo de recuperación de tres años. El ingreso bruto del año 4 fue de $100 000, con gastos de operación de $50 000. Use una tasa efectiva de impuestos de 40% para determinar el FEAI en el año 4 si el activo *a*) se dio de baja sin valor de rescate en el año 4 y *b*) se vendió en $20 000 al final del año 4 (ignore cualesquiera impuestos en que se incurriera por la venta). La tasa de depreciación SMARC para el año 4 es de 7.41%.

17.16 Hace cuatro años, una división de Harcourt-Banks compró un activo que se depreció con el método SMARC y un periodo de recuperación de tres años. El ingreso total para el año 2 fue de $48 millones, la depreciación fue de $8.2 millones y los gastos de operación fueron de $28 millones. Use una tasa de impuestos federal de 35% y una estatal de 6.5% para calcular *a*) FEAI, *b*) el porcentaje del ingreso total dedicado a pagar impuestos y *c*) la utilidad neta después de impuestos para el año.

17.17 Advanced Anatomists, Inc., compañía que hace investigación en ciencias médicas, planea un negocio de concentrar proteínas con base en la nueva tecnología de rayos X de láseres libres de electrones. Para recuperar la enorme inversión se necesita un FEDI anual de $2.5 millones. Se espera una tasa promedio de impuestos federales favorable de 20%; sin embargo, las autoridades fiscales estatales aplicarán un impuesto de 8% sobre el IG. Para un periodo de tres años, los gastos deducibles y la depreciación se estiman por un total de $1.3 millones el primer año, y subirán $500 000 anuales de entonces en adelante. De éstos, 50% son gastos y 50% depreciación. ¿Cuál es el ingreso bruto requerido en cada año?

La información siguiente se utiliza en los problemas 17.18 a 17.21. (Obtenga la solución a mano y con hoja de cálculo, si se lo piden.)

Después de cuatro años de uso, Procter and Gamble decidió sustituir equipo de capital que se usó en la línea Zest, de jabones para baño. El equipo se depreció con SMARC durante un periodo de recuperación de tres años. La TMAR después de impuestos es de 10% anual, y la T_e es de 35% en Estados Unidos. Los datos de flujo de efectivo se expresan en unidades de $1 000.

	Año				
	0	1	2	3	4
Compra, $	−1 900				
Ingreso bruto, $		800	950	600	300
Gastos de operación, $		−100	−150	−200	−250
Rescate, $					700

17.18 Utilice la serie FEAI y el VA para determinar si la inversión en el equipo excedió la TMAR.

17.19 Calcule la depreciación SMARC y calcule la serie FEDI durante cuatro años. Ignore cualquier efecto impositivo causado por el rescate de $700 000 en el año 4.

17.20 Utilice la serie FEDI y el VA para determinar si la inversión excedió la TMAR.

17.21 Compare los valores de TR con ambos métodos: la serie FEDI y la aproximación a partir de los valores FEAI con la TR antes de impuestos y T_e.

17.22 Un centro de Wal-Mart Distribution puso en servicio montacargas y bandas transportadoras que compró en $250 000. Use una hoja de cálculo para tabular los FEAI, FEDI, UNDI e i^* antes y después de impuestos durante seis años de propiedad. La tasa efectiva de impuestos es de 40%, con los montos estimados de flujo de efectivo y depreciación que se muestran a continuación. Se espera que el valor de rescate sea de cero.

Año	Ingreso bruto, $	Gastos de operación, $	Depreciación con SMARC, $
1	210 000	−120 000	50 000
2	210 000	−120 000	80 000
3	160 000	−122 000	48 000
4	160 000	−124 000	28 800
5	160 000	−126 000	28 800
6	140 000	−128 000	14 400

Impuestos y depreciación

17.23 Un activo comprado por Stratasys, Inc., tuvo un costo inicial de $70 000 con un valor de rescate esperado de $10 000 al final de su vida de cinco años. En el año 2, el ingreso fue de $490 000, con gastos de operación de $140 000. Si la tasa efectiva de impuestos de la compañía fue de 36%, determine la diferencia en impuestos pagados en el año 2 si el método de depreciación fue el de la línea recta y no el SMARC.

17.24 Cheryl, estudiante de ingeniería eléctrica que trabaja en un pequeño negocio, estudia la depreciación y las finanzas en su curso de ingeniería administrativa. Tiene el encargo de demostrar que un periodo de recuperación más corto requiere los mismos impuestos totales, pero ofrecen una ventaja impositiva por su valor en el tiempo para activos depreciables. Ayúdela con estimaciones de activos para un periodo de estudio de seis años: P = $65 000, S = $5 000, IB = $32 000 anuales, COA de $10 000 por año, depreciación LR, i = 12% anual y T_e = 31%. Haga los cálculos para periodos de recuperación de tres y seis años.

17.25 Complete las últimas cuatro columnas de la tabla siguiente con una tasa efectiva de impuestos de 40% para un activo cuyo costo inicial fue de $20 000 y un periodo de recuperación de tres años sin valor de rescate, con *a*) depreciación con línea recta y *b*) depreciación SMARC. Todos los flujos de efectivo son en unidades de $1 000.

		Estimaciones, $					
Año	IB	*P*	GO	*D*	IG	Impuestos	FEDI
0	—	–20	—	—	—	—	−20
1	8		−2				
2	15		−4				
3	12		−3				
4	10		−5				

17.26 Use una tasa efectiva de impuestos de 32% para determinar el FEDI y UNDI asociados a los activos que se indican a continuación, con dos escenarios: *a*) depreciación de $6 000 anuales y *b*) depreciación de $6 000, $9 600, $5 760 y $3 456 en los años 1 a 4, respectivamente. Todas las cantidades monetarias se expresan en unidades de $1 000.

		Estimaciones, $						
Año	IB	GO	*P*	*D*	IG	Impuestos	FEDI	UNDI
0	—	—	–30	—	—	—	–30	—
1	8	−2						
2	15	−4						
3	12	−3						
4	10	−5						

17.27 J.B. Hunt, Inc., empresa de fletes vía terrestre, compró tráileres nuevos por $150 000 y espera lograr un ingreso bruto de $80 000 sobre los gastos de operación los próximos tres años. Los tráileres tienen un periodo de recuperación de tres años. Suponga una tasa de impuestos efectiva de 35% y una tasa de intereses de 15% anual.

a) Demuestre la ventaja de la depreciación acelerada al calcular el valor presente de los impuestos por el método SMARC respecto del método LR clásico.

Como el SMARC tarda un año adicional para depreciar completamente, suponga que no hay FEAI para años posteriores al tercero, pero incluya cualquier impuesto negativo como ahorro en impuestos.

b) Muestre que los impuestos totales son los mismos con ambos métodos.

17.28 Un bioingeniero evalúa métodos para aplicar adhesivos en una cinta de papel de poros microscópicos, de uso común después de una cirugía. La maquinaria cuesta $200 000, no tiene valor de rescate y el FEAI es de $75 000 por año durante 10 años. La T_e es de 38%, con $i = 8\%$ anual. Los dos métodos de depreciación que se consideran son SMARC con $n = 5$ años y LR con $n = 8$ años (ignore el efecto de la convención del medio año). Para un periodo de estudio de ocho años, *a*) determine cuál método de depreciación ofrece la mayor ventaja impositiva y *b*) demuestre que se pagan los mismos impuestos totales con SMARC y con LR.

17.29 Un activo con costo inicial de $9 000 se deprecia con SMARC durante un periodo de recuperación de cinco años. Se estima el FEAI en $10 000 para los primeros cuatro años y $5 000 de ahí en adelante, mientras se conserve el activo. La tasa efectiva de impuestos es de 40%, y el valor del dinero, de 10% anual. En dólares del presente, ¿cuánto del flujo de efectivo generado por el activo durante el periodo de recuperación se pierde en impuestos?

Recobro de la depreciación y ganancias (pérdidas) de capital

17.30 El mes pasado, una compañía que se especializa en diseño y construcción de plantas eólicas para generar energía hizo una inversión de capital de $400 000 en equipo de simulación física que se usará al menos durante cinco años, después de lo cual se espera venderlo en más o menos 25% de su costo inicial. De acuerdo con las leyes impositivas, el equipo se deprecia con SMARC y un periodo de recuperación de tres años.

a) Explique por qué hay una implicación fiscal predecible cuando se vende el simulador.

b) Determine por cuánto ocasionará la venta IG e impuestos para cambiar en el año 5 si $T_e = 35\%$.

La información siguiente se emplea en los problemas 17.31 a 17.34.

Open Access, Inc., es un proveedor internacional de redes de comunicaciones por computadora. En la tabla siguiente se resumen diferentes depreciaciones, periodos de recuperación y leyes fiscales en tres países en los que se encuentran activos depreciables. Asimismo, se cuenta con información acerca de los activos comprados hace cinco años en cada sitio y que se vendieron este año. Para los tres países puede usarse una TMAR de 9% anual después de impuestos, y $T_e = 30\%$.

Práctica o estimación	País 1	País 2	País 3
Método de depreciación	LR con $n = 5$	SMARC con $n = 3$	SDD con $n = 5$
Recobro de la depreciación	Sin gravar	Gravado como IG	Gravado como TI
Costo inicial, $	–100 000	–100 000	–100 000
IG – GO, $ por año	25 000	25 000	25 000
Rescate estimado, $	0 en el año 5	0 en el año 5	20 000 en el año 5
Vida, años	5	5	5
Precio real de venta, $	20 000 en el año 5	20 000 en el año 5	20 000 en el año 5

17.31 Para el país 1, la depreciación LR es de $20 000 por año. Determine *a*) la serie FEDI y *b*) el VP de la depreciación, impuestos y series FEDI.

17.32 Para el país 2, la depreciación SMARC para cuatro años es de $33 333, $44 444, $14 815 y $7 407, respectivamente. Determine *a*) la serie FEDI y *b*) el VP de la depreciación, impuestos y serie FEDI.

17.33 Para el país 3, la depreciación con SDD para cinco años es de $40 000, $24 000, $14 400, $1 600 y 0, respectivamente. Determine *a*) la serie FEDI y *b*) el VP de la depreciación, impuestos y serie FEDI.

17.34 Si resolvió los problemas 17.31 a 17.33 elabore una tabla que resuma para cada país el total de impuestos pagados y los VP de la depreciación, impuestos y series FEDI. Por cada criterio, seleccione el país que brinde el mejor VP. Explique por qué no se selecciona el mismo país con los tres criterios. (*Recomendación:* El VP debe reducirse para cierto criterio y maximizarse para otros. Primero repase el material anterior para asegurarse de que elige correctamente.)

17.35 Un activo cuyo costo inicial fue de $350 000 hace tres años se vende en $385 000. El activo se depreció con el método SMARC y tiene un valor en libros de $100 800 en el momento de la venta. Determine la ganancia de capital y el recobro de la depreciación, si los hubiera.

17.36 Sun-Tex Truck se localiza en el desierto del suroeste y a cinco millas del sistema de agua municipal más cercano. A fin de disponer del líquido en el sitio, la compañía compró un sistema listo para usar de ósmosis inversa (OI) en $355 000. La empresa depreció el sistema de OI con el método SMARC y un periodo de recuperación de 10 años. Cuatro años después de comprar el sistema, las líneas de agua de un sistema local se extendieron a la parada de camiones, de modo que Sun-Tex vendió su sistema de OI en $190 000. Determine cuál concepto de los siguientes se aplica y la cantidad, si la hubiera, por incluir en un análisis después de impuestos del proyecto: recobro de la depreciación, ganancia de capital y pérdida de capital. Las tasas de depreciación SMARC son de 10, 18, 14.4 y 11.52% para los años 1 a 4, respectivamente.

17.37 Freeman Engineering pagó $28 500 por equipo especializado que usará con su nuevo sistema GPS/GIS. El equipo se depreció durante un periodo de recuperación de tres años con SMARC. La compañía vendió el equipo después de dos años en $5 000, cuando adquirió un sistema actualizado. *a*) Determine la cantidad del recobro de la depreciación o la pérdida de capital implicada en la venta del activo. *b*) ¿Qué efecto fiscal tendrá esta cantidad?

17.38 Determine cualquier recobro de la depreciación, ganancia de capital o pérdida de capital generada por cada suceso de los descritos a continuación. Utilícelos para determinar la cantidad del efecto del impuesto sobre la renta si la tasa efectiva de impuestos es de 35%.

a) Un activo que se deprecia con SMARC y un periodo de recuperación de siete años se vendió en forma prematura después de cuatro años en una cantidad igual a 40% de su costo inicial, que fue de $150 000.

b) Una máquina de alta tecnología se vendió internacionalmente en $10 000 más que su precio de compra justo después de que estuvo en servicio un año. El activo tuvo $P = \$100\,000$, $S = \$1\,000$ y $n = 3$ años, y se depreció con el método SMARC para el año 1.

c) Un terreno comprado hace cuatro años en $1.8 millones se vendió con 10% de utilidad.

d) Un activo de 21 años de edad se dio de baja del servicio y se vendió en $500. Cuando se adquirió, el activo se dio de alta en libros con una base de $P = \$180\,000$, $S = \$5\,000$ y $n = 18$ años. Se usó depreciación clásica con línea recta para todo el periodo de recuperación.

e) Un automóvil corporativo se depreció con SMARC durante un periodo de recuperación de tres años. Se vendió en el cuarto año de uso en $2 000.

17.39 Sunnen Products Co., de St. Louis, Missouri, fabrica actuadores para tubos de medidores de gas en los que se necesita eliminar metal resistente y ligero. La compañía compró un terreno y un edificio, dos activos depreciables con el MPG Automation Systems Corporation, los cuales se dieron de baja hace poco. Use la información siguiente para determinar la existencia y el monto de cualquier recobro de depreciación y pérdida o ganancia de capital.

Activo	Precio de compra, $	Periodo de recuperación, años	Valor actual en libros, $	Precio de venta, $
Terreno	−220 000	—		295 000
Edificio	−900 000	27.5	300 000	275 000
Activo 1	−50 500	3	15 500	19 500
Activo 2	−20 000	3	5 000	12 500

Análisis económico después de impuestos

17.40 Calcule el rendimiento requerido después de impuestos si se espera una tasa de rendimiento después de impuestos de 7% anual, y las tasas de impuestos estatal y local son de 4.2%. La tasa efectiva de impuestos federales es de 34%.

17.41 Calcule la tasa de rendimiento después de impuestos aproximada (TR) para un proyecto que tiene una TR antes de impuestos de 24%. Suponga que la compañía tiene una tasa efectiva de impuestos de 35% y usa depreciación SMARC para un activo que tiene un valor de rescate de $27 000.

17.42 Calcule la tasa de rendimiento aproximada después de impuestos para un proyecto que tiene un costo inicial de $500 000, valor de rescate de 20% del costo inicial después de tres años y un ingreso bruto anual menos gastos de operación (IB − GO) = $230 000. Suponga que la compañía tiene una tasa efectiva de impuestos de 35%.

17.43 Una ingeniera obtiene un rendimiento anual de 12% antes de impuestos sobre las inversiones de jubilación efectuadas a través de su empleador. No se pagan impuestos sobre las utilidades obtenidas por fondos para la jubilación hasta que se retiran; sin embargo, su hermano, que es contador, le dijo que esto equivalía a obtener un rendimiento después de impuestos de 8%. ¿Qué porcentaje de ingreso gravable supone su hermano que toman los impuestos sobre la renta?

17.44 Bart es un consultor económico de la industria textil. Realizó evaluaciones económicas para una empresa pequeña y para una gran corporación que tienen un rendimiento promedio de 18% anual antes de impuestos. Si para ambas empresas la TMAR establecida es de 12% por año después de impuestos, determine si la dirección de ellas aceptaría los proyectos. Con el rendimiento antes de impuestos se aproxima el rendimiento después de impuestos. Las tasas efectivas de impuestos son de 34% para la empresa grande y de 28% para la pequeña.

17.45 Elías quiere hacer una evaluación después de impuestos de dos métodos A y B equivalentes para eliminar electrostáticamente partículas del aire de las salas limpias donde se empacan productos farmacéuticos líquidos. Con la siguiente información, depreciación SMARC con $n = 3$ años, periodo de estudio de cinco años, TMAR después de impuestos de 7% anual y $T_e = 34\%$, y una hoja de cálculo, obtuvo los resultados de $VA_A = \$-2\,176$ y $VA_B = \$3\,545$. Se ignoró cualquier efecto fiscal cuando se obtuvo el valor de rescate del equipo. De ese modo, con la depreciación SMARC, el método B es el mejor. Ahora use la depreciación clásica LR con $n = 5$ años para evaluar las alternativas. ¿Es diferente la decisión de la que se obtuvo con SMARC?

	Método A	Método B
Costo inicial, $	−100 000	−150 000
Valor de rescate, $	10 000	20 000
Ahorros, $ por año	35 000	45 000
COA, $ por año	−15 000	−6 000
Vida esperada, años	5	5

17.46 Una corporación utiliza lo siguiente: TMAR antes de impuestos de 14% anual, TMAR después de impuestos de 7% anual y T_e de 50%. Se tienen los datos siguientes para dos nuevas máquinas.

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial, $	–15 000	–22 000
Valor de rescate, $	3 000	5 000
COA, $ por año	–3 000	–1 500
Vida, años	10	10

La máquina se conserva en uso por un total de 10 años, luego se vende en su valor de rescate. Seleccione una máquina con las condiciones siguientes:

a) Análisis VP antes de impuestos.
b) Análisis VP después de impuestos con depreciación clásica LR durante los 10 años de vida.
c) Análisis VP después de impuestos con depreciación SMARC y un periodo de recuperación de cinco años.

17.47 Escoja entre las alternativas A y B descritas a continuación si la TMAR después de impuestos es de 8% anual, se utiliza depreciación SMARC y una $T_e = 40\%$. La estimación IB − GO se hace sólo para tres años; es cero cuando se vende cada activo en el año 4.

	Alternativa A	Alternativa B
Costo inicial, $	−8 000	−13 000
Valor de rescate real, $	0	2 000
Ingreso bruto – gastos, $	3 500	5 000
Periodo de recuperación, años	3	3

17.48 Cierto equipo de seguridad para plataformas marinas, diseñadas para trabajos especiales, costará $2 500 000, no tendrá valor de rescate y estará en servicio exactamente cinco años, de acuerdo con las políticas de la empresa. Se estima que los ingresos de operación menos los gastos sean de $1 500 000 en el año 1 y de sólo $300 000 en cada año adicional. La tasa efectiva de impuestos para la compañía petrolera multinacional es de 30%. Muestre las operaciones a mano y con hoja de cálculo, como indique el profesor, para calcular la TR después de impuestos con *a*) depreciación LR clásica y *b*) SMARC con depreciación de cinco años, e ignore cualesquiera efectos fiscales al final de cinco años de servicio.

17.49 La empresa Stimson Engineering compró equipo de inspección automática en $78 000 y generó un promedio de $26 080 anual como flujo de efectivo antes de impuestos durante su vida estimada de cinco años. Esto re-presenta un rendimiento de 20%. Sin embargo, el experto en impuestos de la compañía afirma que el FEDI fue de sólo $15 000 por año. Si la corporación desea obtener un rendimiento después de impuestos de 10% anual, ¿por cuántos años más debe permanecer en servicio el equipo?

Reemplazo después de impuestos

17.50 En un estudio de reemplazo entre un defensor y un retador puede haber una ganancia o una pérdida de capital cuando el activo defensor se vende. *a*) ¿Cómo se calcula dicha ganancia o pérdida y *b*) ¿cómo afecta eso los VA en el estudio?

17.51 En un estudio de reemplazo después de impuestos de alternativas de costo que implican a un retador y un defensor, ¿cómo afecta una pérdida de capital al VA de cada alternativa cuando se vende el defensor?

17.52 Se espera que un activo que se compró hace dos años se mantenga en servicio durante su vida proyectada de cinco años, pero una nueva versión (el retador) de este activo promete ser más eficiente y tener menores costos de operación. Se pide al lector que determine si sería más atractivo económicamente reemplazar al defensor ahora o conservarlo tres años más de lo planeado originalmente. El defensor tuvo un costo inicial de $300 000, pero su valor comercial ahora es de sólo $150 000. Tiene gastos de operación de $120 000 anuales y no tiene valor de rescate después de tres años más. Para simplificar los cálculos de este problema suponga que se cargó una depreciación LR de $60 000 por año y que continuaría a esa razón durante los siguientes tres años.

El retador costaría $420 000, no tendría valor de rescate después de su vida de tres años, tendría gastos de $30 000 anuales y se depreciaría a razón de $140 000 por año (de nuevo con LR, por simplicidad para este caso). Suponga que la tasa efectiva de impuestos de la compañía es de 35%, y que su TMAR después de impuestos es de 15% anual.

a) Determine el FEDI en el año 0 para el retador y el defensor.
b) Determine el FEDI en los años 1 a 3 para el retador y el defensor.
c) Efectúe una evaluación VA para determinar si el defensor debe conservarse por tres años más o reemplazarlo ahora.

17.53 En una planta de manufactura, el defensor de un oxidador catalítico tiene un valor de mercado de $130 000 y costos anuales de operación de $70 000 sin valor de rescate después de su vida restante de tres años. Los cargos por depreciación para los siguientes tres años serán de $69 960, $49 960 y $35 720. Use una tasa efectiva de impuestos de 35% y determine el FEDI sólo para el siguiente año que deba emplearse en una ecuación de valor presente para comparar este defensor contra un retador que también tenga una vida de tres años. Suponga que la TMAR después de impuestos de la compañía es de 12%.

17.54 Realice un estudio de reemplazo de VP (a mano y con hoja de cálculo, como indique el maestro) con la información siguiente: TMAR de 12% anual después de impuestos, $T_e = 35\%$ y un periodo de estudio de cuatro

años. (Suponga que los activos se venderán con sus valores originales de rescate. Como no hay ingresos estimados, todos los impuestos son negativos y se consideran "ahorros" de la alternativa.) Todos los valores monetarios están en unidades de $1 000.

	Defensor	Retador
Costo inicial, $1 000	−45	−24
S estimado en la compra, $1 000	5	0
Valor comercial ahora, $1 000	35	—
COA, $1 000 por año	−7	−8
Método de depreciación	LR	SMARC
Periodo de recuperación, años	8	3
Vida útil, años	8	5
Años de posesión	3	—

17.55 Después de ocho años de uso se evaluó para su reemplazo el equipo de reparación pesada de motores de camiones en Pete's Truck Repair. El contador de Pete usó una TMAR después de impuestos de 8% anual, T_e = 30% y un valor de mercado actual de $25 000 para determinar un VA = $2 100. El nuevo equipo cuesta $75 000, usa depreciación LR durante un periodo de recuperación de 10 años y tiene un valor de rescate de $15 000. El FEDI por año es de $15 000. Pete pidió a su hijo Ramón, ingeniero, que determine si el nuevo equipo debe reemplazar al actual. El contador dijo a Ramón que el costo actual del equipo fue de $20 000 cuando se compró y llegó a un valor de cero hace varios años. Ayude a Ramón a responder la pregunta planteada por su padre.

17.56 Hace algunos años, Apple Crisp Foods firmó un contrato para dar servicios de mantenimiento a su flota de camiones y automóviles. El contrato estipula una renovación por un periodo de uno o dos años. Si fuera por un año, el contrato costaría $300 000 anuales y $240 000 por año si fuera por dos. El vicepresidente de finanzas desea renovar el contrato por dos años sin mayor análisis, pero el de ingeniería cree que sería más económico realizar el mantenimiento al interior de la empresa. Como gran parte de la flota está envejeciendo y debe reemplazarse en el futuro cercano, se acordó un periodo de estudio de tres años. Las estimaciones para la alternativa de dar mantenimiento en la compañía (retador) son:

Costo inicial, $	−800 000
COA, $/año	−120 000
Vida, años	4
Rescate estimado	Pérdidas anuales de 25% del *P*: Final del año 1, *S* = $600 000 Final del año 2, *S* = $400 000 Final del año 3, *S* = $200 000 Final del año 4, *S* = $0
Depreciación con SMARC	Periodo de recuperación de tres años

La tasa efectiva de impuestos es de 35%, y la TMAR después de impuestos, de 10% anual. Realice un análisis después de impuestos y determine cuál de los vicepresidentes posee la mejor estrategia para los tres años siguientes.

17.57 Diversos dispositivos de seguridad nuclear que se instalaron hace varios años se depreciaron de un costo inicial de $200 000 a cero por medio del SMARC. Los dispositivos pueden venderse en el mercado de equipos usados en una cifra estimada en $15 000, o bien pueden continuar en servicio otros cinco años con una actualización de $9 000 ahora y un COA de $6 000 por año. La inversión para actualizarlos se depreciaría durante tres años sin valor de rescate. El retador es un reemplazo con tecnología más nueva y un costo inicial de $40 000, n = 5 años y S = 0. Las unidades nuevas incurrirían en gastos de operación de $7 000 al año. *a*) Utilice un periodo de estudio de cinco años, tasa efectiva de impuestos de 40%, TMAR de 12% anual después de impuestos y depreciación clásica por línea recta (sin convención del medio año) para realizar un estudio de reemplazo después de impuestos. *b*) Si es posible vender al retador después de cinco años en una cantidad entre $2 000 y $4 000, ¿el VA del retador se volvería menos o más costoso? ¿Por qué?

17.58 Hace tres años, Silver House Steel compró un sistema de extinción nuevo en $550 000. En aquel momento se estimó que su valor de rescate sería de $50 000 después de 10 años y ahora se espera que la vida remanente sea de siete años, con un COA de $27 000 por año. El presidente nuevo recomendó la sustitución prematura del sistema por otro que cuesta $400 000 y tiene una vida de 12 años, un valor de rescate de $35 000 y COA anual que se estima en $50 000. La TMAR de la corporación es de 12% anual. El presidente quiere saber el valor del reemplazo, lo cual haría que la recomendación de sustituir ahora tuviera ventajas económicas. Use una hoja de cálculo y la herramienta Solver para encontrar el valor mínimo de cambio *a*) antes de impuestos y *b*) después de impuestos, con una tasa efectiva de impuestos de 30%. Para la solución use depreciación clásica por LR en ambos sistemas. Comente las diferencias en el valor del reemplazo debidas a la consideración de los impuestos.

Valor económico agregado

17.59 Mientras que un gerente de ingeniería tal vez preferiría usar estimaciones de FEDI para evaluar un proyecto con VA, un gerente financiero seleccionaría el VA de las estimaciones de VEA. ¿Por qué son esperables dichas preferencias?

17.60 Cardenas y Moreno Engineering evalúa un programa muy grande de control de inundaciones para varias ciudades del sureste de Estados Unidos. Un componente es

un proyecto de cuatro años para un barco grúa de transporte de propósito especial para la construcción de protecciones permanentes contra huracanes en la costa de Nueva Orleáns. Las estimaciones son P= \$300 000, $S = 0$ y $n = 3$ años. La depreciación con SMARC con un periodo de recuperación de tres años es la que se indica. El ingreso bruto y los gastos de operación se estiman en \$200 000 y \$80 000, respectivamente, para cada uno de los cuatro años. El FEDI es el que se indica. Calcule los VA de las series de FEDI y VEA. Deben tener el mismo valor. La TMAR después de impuestos es de 9.75% y $T_e = 35\%$.

Año	IB, $	GO, $	*P* y *S*, $	*D*, $	IG, $	Impuestos, $	FEDI, $
0			–300 000				–300 000
1	200 000	–80 000		99 990	20 010	7 003	112 997
2	200 000	–80 000		133 350	–13 350	–4 673	124 673
3	200 000	–80 000	0	44 430	75 570	26 450	93 551
4	200 000	–80 000		22 230	97 770	34 220	85 781

17.61 Triple Play Innovators Corporation (TPIC) planea ofrecer el servicio de protocolo de internet para televisión (PITV) a clientes de Norteamérica, y comenzará pronto. Efectúe un análisis VA de la serie VEA para los dos proveedores disponibles de hardware y software. Sean $T_e = 30\%$ y la TMAR después de impuestos igual a 8%; use depreciación LR (ignore la convención de medio año y el SMARC, por simplicidad) y un periodo de estudio de ocho años.

	Proveedor	
	Hong Kong	**Japón**
Costo inicial, $	4.2 millones	3.6 millones
Periodo de recuperación, años	8	5
Valor de rescate, $	0	0
IB – GO, $ por año	1 500 000 en el año 1; aumenta \$300 000 por año hasta el año 8	

17.62 Sun Microsystems estableció sociedades con diferentes corporaciones manufactureras que emplean el software java en sus productos industriales y de consumo. Por tanto, fue necesario crear una rama que manejara estas aplicaciones. Un proyecto de grandes dimensiones incluye java en sus dispositivos industriales y comerciales para la venta y preparación de alimentos. Se espera que el ingreso bruto y los gastos de operación sean acordes con la relación que se muestra a continuación para la estimación de vida de seis años. Para $t = 1$ a 6 años,

$$\text{Ingreso bruto anual, IB} = 2\,800\,000 - 100\,000t$$

$$\text{Gastos anuales de operación, GO} = 950\,000 + 50\,000t$$

La tasa de impuestos efectiva es de 30%, la tasa de interés es de 12% anual y el método de depreciación que se eligió para los \$3 000 000 en capital de inversión es la alternativa SMARC ADS de cinco años que permite la depreciación en línea recta con la convención a mitad de año en los años 1 y 6. Utilice una hoja de cálculo para determinar *a*) la contribución económica anual del proyecto a la nueva corporación y *b*) el valor anual equivalente de estas contribuciones.

Impuesto al valor agregado

17.63 ¿Cuál es la diferencia principal entre un impuesto a las ventas y el impuesto al valor agregado?

17.64 En Dinamarca se aplica el IVA de 25%, con pocas excepciones. El proveedor A compra materias primas al proveedor B por \$60 000 más IVA, el proveedor B vende productos al proveedor C por \$130 000 más IVA y el proveedor C vende un producto mejorado, con valor agregado, a un usuario final por \$250 000 más IVA. Determine lo siguiente:

a) La cantidad de IVA cobrado por el vendedor B.
b) La cantidad de impuestos que el vendedor B envía al Tesoro de Dinamarca.
c) La cantidad total de impuestos cobrados por el Departamento del Tesoro.

La información siguiente se usa en los problemas 17.65 a 17.70

Ajinkya Electronic Systems es una empresa con sede en India que manufactura productos electrónicos, y compra bienes y servicios a distintos proveedores (cable, diodos, pantallas de LEDS, componentes de plástico, etcétera). La tabla siguiente muestra varios proveedores y las tasas de IVA asociadas a cada uno. También se muestran las compras realizadas, en unidades de \$1 000, que hizo Ajinkya (antes de impuestos) a cada proveedor en el periodo contable anterior. Las ventas de Ajinkya a los usuarios finales fueron por \$9.2 millones, y Ajinkya carga un IVA de 12.5% a sus productos.

Proveedor	Tasa de IVA, %	Compras realizadas por Ajinkya, \$1 000
A	4.0	350
B	12.5	870
C	12.5	620
D	21.3	90
E	32.6	50

17.65 ¿Cuánto IVA cobra el proveedor C?

17.66 ¿Cuántos impuestos conserva Ajinkya de los que cobra con base en las compras que hizo al proveedor A?

17.67 ¿Cuál fue la cantidad total de impuestos pagados por Ajinkya a los proveedores?

17.68 ¿Cuál fue la tasa de IVA promedio pagada por Ajinkya en las compras de bienes y servicios?

17.69 ¿Cuál fue la cantidad de impuestos que envió Ajinkya al Tesoro de India?

17.70 ¿Cuál fue la cantidad total de impuestos que cobró a Ajinkya el Tesoro de India y a los proveedores de dicha compañía?

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

17.71 Un sistema progresivo de impuesto sobre la renta significa:
a) Sólo pagan impuestos los ingresos gravables por arriba de cierto nivel.
b) Se aplica una tasa fija más alta a todos los ingresos gravables.
c) Las tasas mayores de impuestos se aplican a los ingresos gravables más altos.
d) Las tasas se indizan cada año para actualizarlas con la inflación.

17.72 Todas las siguientes son características de un sistema de valor agregado, excepto:
a) Los impuestos al valor agregado son impuestos al consumo.
b) El usuario final paga impuestos al valor agregado.
c) Los impuestos al valor agregado se cobran en cada etapa del desarrollo del producto.
d) Los impuestos al valor agregado sólo se cobran a las materias primas necesarias para el desarrollo del producto.

17.73 Una compañía pequeña tiene ingresos gravables que la sitúan en el tabulador de 35% de impuesto. La cantidad de impuestos que ahorraría un cargo por depreciación de $16 000 es la más cercana a:
a) $0
b) $3 200
c) $5 600
d) $10 400

17.74 Una compañía que tiene una tasa efectiva de impuestos de 50% tuvo un ingreso de $200 millones en cada uno de los últimos dos años. En uno de dichos años la empresa tuvo deducciones de $100 millones. Al otro año la compañía tuvo deducciones de sólo $80 millones. La diferencia en impuestos sobre la renta pagados por la organización en esos dos años fue la más cercana a:
a) $10 millones
b) $20 millones
c) $50 millones
d) $60 millones

17.75 El ingreso gravable (IG) se define como:
a) IG = ingreso + gastos de operación − depreciación
b) IG = ingreso − gastos de operación + depreciación
c) IG = ingreso − gastos de operación − depreciación + amortización
d) IG = ingreso − gastos de operación − depreciación

17.76 La tasa de impuesto marginal se define como:
a) El porcentaje pagado sobre el último dólar de ingreso.
b) La tasa de impuesto que se aplica a una inversión cuestionable.
c) La tasa de impuesto que incluye impuestos federales, estatales y locales.
d) El porcentaje pagado sobre el primer dólar de ingreso.

17.77 Un subcontratista con tasa efectiva de impuesto de 25% tiene un ingreso bruto de $55 000, otros ingresos de $4 000, gastos de operación de $13 000 y otras deducciones y excepciones de $11 000. El impuesto sobre la renta que adeuda es el más cercano a:
a) $11 750
b) $8 750
c) $10 750
d) $13 750

17.78 Cuando un activo sujeto a depreciación se da de baja por menos de su valor en libros, la transacción se conoce como:
a) Gasto después de impuestos
b) Pérdida de capital
c) Ganancia de capital
d) Recobro de la depreciación

17.79 El análisis después de impuestos de una inversión de $60 000 con ingreso bruto asociado menos gastos (IB − GO) es el que se muestra a continuación sólo para los primeros dos años. Si la tasa efectiva de impuestos es de 40%, los valores de la depreciación (*D*), el ingreso gravable (IG) y los impuestos del año 1 son los más cercanos a:

Año	Inversión, $	IB – GO, $	*D*, $	IG, $	Impuestos, $	FEDI, $
0	−60 000					−60 000
1		30 000				26 000
2		35 000		15 000	6 000	29 000

a) D = \$5 000, IG = \$25 000, impuestos = \$10 000
b) D = \$30 000, IG = \$30 000, impuestos = \$4 000
c) D = \$20 000, IG = \$50 000, impuestos = \$20 000
d) D = \$20 000, IG = \$10 000, impuestos = \$4 000

17.80 Si la tasa de rendimiento después de impuestos para una serie de flujo de efectivo es de 11.9% y la tasa efectiva de impuestos corporativos es de 34%, la tasa de rendimiento aproximada después de impuestos es la más cercana a:
a) 6.8%
b) 5.4%
c) 18.0%
d) 28.7%

17.81 Un activo se compró en \$100 000 con S = \$20 000 después de cinco años y se depreció con tasas SMARC a cinco años. Los gastos promediaron \$18 000 por año y la tasa efectiva es de 30%. El activo se vendió realmente después de cinco años de servicio en \$22 000. Las tasas SMARC en los años 5 y 6 fueron de 11.53% y de 5.76%, respectivamente. El flujo de efectivo después de impuestos por la venta es el más cercano a:
a) \$27 760
b) \$17 130
c) \$26 870
d) \$20 585

17.82 Cuando se aplican métodos de depreciación acelerada o periodos de recuperación abreviados, hay efectos en los impuestos sobre la renta. De los siguientes enunciados, los que suelen ser *incorrectos* son:
1. Los impuestos totales son los mismos con todos los métodos de depreciación.
2. El valor presente de los impuestos es más bajo con periodos de recuperación más cortos.
3. La depreciación acelerada impone más impuestos en los años finales del periodo de recuperación.
4. El valor presente de los impuestos es mayor con periodos de recuperación más cortos.

a) 1, 2 y 3
b) 1 y 4
c) 2
d) 4

ESTUDIO DE CASO

ANÁLISIS DESPUÉS DE IMPUESTOS PARA LA EXPANSIÓN DE UN NEGOCIO

Antecedentes

Charles siempre ha sido una persona práctica. A un par de años de graduarse de la universidad comenzó su propio negocio, el cual después de 20 años creció significativamente. Posee y opera Pro-Fence, Inc., en Metroplex, y se especializa en verjas de metal y piedra para sitios residenciales y comerciales. Ha pensado durante algún tiempo que debería expandirse a una nueva región, y su área objetivo es otra gran área metropolitana a 500 millas al norte, llamada Victoria.

Pro-Fence es una empresa privada propiedad de Charles; por tanto, la pregunta principal es cómo financiar la expansión. El financiamiento con deuda no sería problema porque Victoria Bank le ofreció un préstamo de hasta \$2 millones. Otra posibilidad es tomar utilidades retenidas de Pro-Fence, pero si se tarda demasiado se entorpecería el negocio actual, en especial si la expansión no fuera un éxito económico y Pro-Fence quedara endeudada con un gran préstamo por pagar.

Es aquí donde el lector, viejo amigo de Charles, entra en escena. Él sabe que usted tiene orientación económica y comprende los rudimentos del financiamiento con deuda y capital, y del análisis económico. Quiere que usted lo asesore acerca del balance entre usar fondos de Pro-Fence y dinero prestado. Usted está de acuerdo en ayudarlo hasta donde pueda.

Información

Charles tiene información que le comparte. Entre su contador y un pequeño sondeo en el área acerca de las oportunidades de negocios en Victoria se obtienen las siguientes estimaciones que parecen razonables.

Inversión inicial de capital = \$1.5 millones

Ingreso bruto anual = \$700 000

Gastos de operación anuales = \$100 000

Tasa efectiva de impuesto sobre la renta para Pro-Fence = 35%

Depreciación SMARC a cinco años para una inversión de \$1.5 millones

Los términos del préstamo de Victoria Bank serían de 6% anual de interés simple, con base en el principal del préstamo inicial. El saldo sería en cinco pagos iguales de intereses y principal; Charles comenta que no es el mejor acuerdo que planea obtener, pero es un buen escenario del peor caso posible en el cual basar el análisis de la fracción de deuda. Deben analizarse mezclas D-CP. Entre Charles y usted desarrollen las opciones viables siguientes:

Deuda		Capital propio	
Porcentaje	Monto del préstamo, \$	Porcentaje	Monto de la inversión, \$
0		100	1 500 000
50	750 000	50	750 000
70	1 050 000	30	450 000
90	1 350 000	10	150 000

Ejercicios del estudio de caso

1. Por cada opción, elabore un análisis en una hoja de cálculo que muestre el FEDI total y su valor presente durante un periodo de seis años, que es el tiempo en que se notará la ventaja completa de la depreciación SMARC. Se espera un rendimiento después de impuestos de 10%. ¿Qué opción de financiamiento es mejor para la empresa? (*Recomendación:* Para la hoja de cálculo, los encabezados de las columnas de muestra son Año, IB − GO, Interés del préstamo, Principal del préstamo, Inversión con capital propio, Tasa de depreciación, Depreciación, Valor en libros, IG, Impuestos y FEDI.)
2. Observe los cambios en el FEDI durante los seis años conforme varían los porcentajes D-CP. Si se ignora el valor del dinero en el tiempo, ¿cuál es el monto constante que esta suma varía por cada 10% de incremento en el financiamiento con capital propio?
3. Charles se dio cuenta de que el FEDI total y los valores presentes van en sentidos opuestos mientras se incrementa el porcentaje de capital propio. Charles desea saber por qué ocurre este fenómeno. ¿Cómo explicaría esto a Charles?
4. Después de decidir hacer el financiamiento mitad con deuda y mitad con capital propio, Charles desea conocer qué contribuciones básicas adicionales al valor económico de la compañía deberán agregarse por la nueva oficina en Victoria. ¿Cuáles son las mejores estimaciones en este momento?

CAPÍTULO 18

Análisis de sensibilidad y decisiones secuenciales

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Usar métodos de depreciación o disminución para reducir el valor en libros de una inversión de capital por un activo o recurso natural.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
18.1	Sensibilidad a la variación	• Con una medida del valor, explicar la sensibilidad a la variación en uno o más parámetros.
18.2	Variación de tres estimaciones	• Escoger la mejor alternativa con tres estimaciones de variación en los parámetros seleccionados.
18.3	$E(X)$	• Calcular el valor esperado de una variable.
18.4	$E(X)$ de flujos de efectivo	• Evaluar un proyecto o alternativas por medio de los valores esperados de los flujos de efectivo.
18.5	Árboles de decisión	• Con un árbol de decisión, evaluar alternativas etapa por etapa.
18.6	Opciones reales	• Explicar una opción real en ingeniería económica y evaluar una decisión secuencial con el análisis de las opciones reales.

En este capítulo se incluyen varios temas relacionados con la evaluación de alternativas. Al principio aumentamos nuestra capacidad para efectuar un **análisis de sensibilidad** de uno o más parámetros y de una alternativa completa. Después se abordan la determinación y uso del **valor esperado** de una serie de flujos de efectivo. Las técnicas de **árboles de decisión** ayudan a tomar una serie de decisiones económicas para alternativas con etapas diferentes pero muy relacionadas.

Las decisiones económicas que implican un **financiamiento por etapas** son muy comunes en la vida profesional y en la cotidiana. El último tema, **análisis de opciones reales**, introduce un método útil en dichas circunstancias.

18.1 Determinación de la sensibilidad a la variación de parámetros ●●●

En este capítulo, con el término *parámetro* se representa cualquier variable o factor para el que es necesario un valor estimado o determinado. Ejemplos de parámetros son costo inicial, valor de rescate, COA, vida estimada, tasa de producción, costos de materiales, etcétera. Las estimaciones como la tasa de interés sobre préstamos y la tasa de inflación también constituyen parámetros del análisis.

El análisis económico emplea estimaciones de valores futuros de un parámetro para ayudar a quienes toman decisiones. Como las estimaciones futuras siempre tienen algún grado de error, existe imprecisión en las proyecciones económicas. El efecto de la variación puede determinarse mediante el análisis de sensibilidad.

El **análisis de sensibilidad** determina la forma en que se altera una medición de valor —VP, VA, VF, TR, B/C o RCE— cuando uno o más parámetros varían en **cierto rango de valores**. Por lo general se hace variar un parámetro a la vez, y se supone que hay independencia de otros parámetros. Aunque este enfoque es una gran simplificación de las situaciones del mundo real, como las dependencias son difíciles de modelarse en forma exacta, los resultados finales suelen ser correctos.

Análisis de sensibilidad

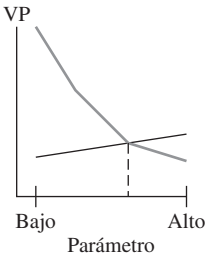
En realidad, aplicamos ya este enfoque (de manera informal) en los capítulos anteriores para determinar la respuesta de los diferentes parámetros a la variación. La variación en un parámetro como la TMAR no alteraría la decisión de seleccionar una alternativa cuando todas las alternativas comparables rinden más que la TMAR; así, la decisión es relativamente insensible a la TMAR. Sin embargo, la variación en el valor de n o en el valor del COA puede indicar que la medida de valor de las alternativas es muy sensible a la vida estimada o a los costos de operación anuales.

En general, las variaciones en la vida, en costos anuales e ingresos resultan de variaciones en el precio de venta, de operación con diferentes niveles de capacidad, de inflación, etcétera. Por ejemplo, si un nivel de operación de 90% de la capacidad de asientos de una aerolínea para una ruta doméstica se compara con 70% de una ruta internacional nueva, el costo de operación y el ingreso por pasajero-milla aumentará, aunque es probable que la vida prevista del avión disminuya sólo un poco. Por lo común, para ver cómo afecta la incertidumbre de las estimaciones al análisis económico, se estudian varios parámetros importantes.

El análisis de sensibilidad suele concentrarse en la variación esperada en las estimaciones de P, COA, S, n, costos unitarios, ingresos unitarios y parámetros similares. Dichos parámetros con frecuencia son el resultado de las preguntas durante el diseño y de sus respuestas, como se analizó en el capítulo 15. Los parámetros que se basan en tasas de interés no se tratan de la misma forma.

Los parámetros como la TMAR y otras tasas de interés (tasas de préstamo, tasa de inflación) son más estables de un proyecto a otro. Si se realiza, el análisis de sensibilidad sobre ellos es para valores específicos o un **estrecho rango de valores**. Es importante recordar esto si se toman decisiones bajo riesgo mediante simulación (capítulo 19).

Es muy útil graficar la sensibilidad de VP, VA o TR respecto del (los) parámetros(s) estudiado(s). Se pueden comparar dos alternativas respecto de un parámetro y un punto de equilibrio dados. Se trata del valor en el que ambas alternativas son equivalentes en términos económicos. Sin embargo, el diagrama del punto de equilibrio a menudo representa sólo un parámetro por diagrama. Por tanto, se elaboran diversos diagramas y se supone la independencia de cada parámetro. En usos anteriores del análisis del punto de equilibrio, se calculó la medida de valor sólo para dos valores de un parámetro y se conectaron los puntos con una línea recta. No obstante, si los resultados son sensibles al valor de un parámetro, deben agregarse diversos puntos intermedios para evaluar mejor la sensibilidad, en especial si las relaciones no son lineales.



Cuando se estudian varios parámetros, un análisis de sensibilidad puede resultar muy complejo; puede realizarse con un parámetro a la vez y una hoja de cálculo o cálculos manuales. La computadora

facilita la comparación de múltiples parámetros y medidas de valor, y el software grafica los resultados con rapidez.

Al realizar un análisis de sensibilidad completo se sigue este procedimiento general:

1. Determinar qué parámetro(s) de interés puede(n) variar respecto del valor estimado más probable.
2. Seleccionar el rango probable de variación y su incremento en cada parámetro.
3. Elegir la medida de valor.
4. Calcular los resultados para cada parámetro con base en la medida de valor.
5. Para interpretar mejor la sensibilidad se grafica el parámetro respecto de la medida de valor.

Este procedimiento del análisis de sensibilidad debe resaltar los parámetros que justifican un estudio más detenido o requieren más información. Cuando hay dos alternativas o más, es mejor utilizar como medida de valor al VP o VA en el paso 3. Si se emplea la TR se requiere un análisis incremental más detallado entre alternativas. El ejemplo 18.1 ilustra el análisis de sensibilidad para un proyecto.

EJEMPLO 18.1

Wild Rice, Inc., considera la compra de un nuevo activo para el manejo automatizado del arroz. Las estimaciones más probables son un costo inicial de $80 000, un valor de rescate de cero y un flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI) por año t de la forma $\$27\,000 - 2\,000t$. La TMAR de la compañía varía entre 10 y 25% anual para diferentes tipos de inversiones. La vida económica de maquinaria similar varía entre ocho y 12 años. Evalúe la sensibilidad de VP variando *a*) la TMAR mientras supone un valor n constante de 10 años y *b*) la n mientras la TMAR es constante en 15% anual. Realice el análisis a mano y con hoja de cálculo.

Solución a mano

a) Siga el procedimiento anterior para comprender la sensibilidad de VP a la variación de la TMAR.

1. La TMAR es el parámetro de interés.
2. Seleccione incrementos de 5% para evaluar la sensibilidad a la TMAR; el rango es de 10 a 25%.
3. La medida de valor es VP.
4. Establezca la relación VP para 10 años. Cuando la TMAR = 10%,

$$\begin{aligned} \text{VP} &= -80\,000 + 25\,000(P/A,10\%,10) - 2\,000(P/G,10\%,10) \\ &= \$27\,830 \end{aligned}$$

El VP para los cuatro valores de la TMAR en intervalos de 5% son

TMAR, %	VP, $
10	27 830
15	11 512
20	−962
25	−10 711

5. En la figura 18-1 se grafica la TMAR respecto al VP. La pendiente negativa pronunciada indica que la decisión de aceptar la propuesta con base en VP es muy sensible a variaciones en la TMAR. Si ésta se establece en el extremo superior del rango, la inversión no resulta atractiva.

b) **1.** El parámetro es la vida n del activo.

2. Seleccione incrementos de dos años para evaluar la sensibilidad de VP durante el rango de ocho a 12 años.
3. La medida de valor es VP.
4. Establezca la misma relación VP que en el inciso *a*) para $i = 15\%$. Los resultados VP son:

n	VP, $
8	7 221
10	11 511
12	13 145

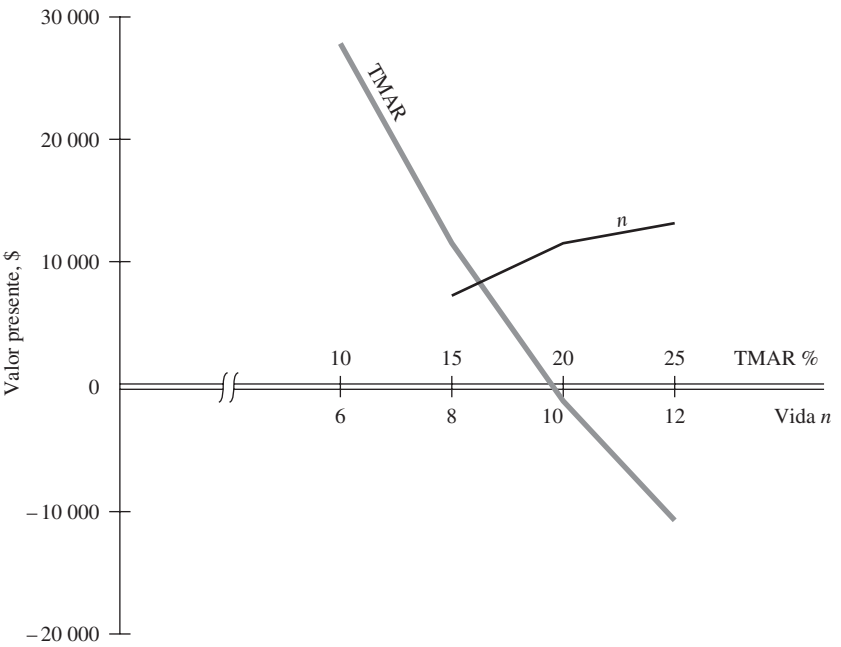
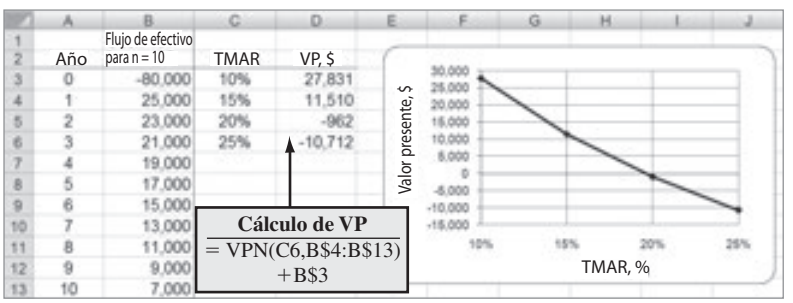


Figura 18-1
Gráfica de VP respecto de TMAR y *n* para análisis de sensibilidad, ejemplo 18.1.

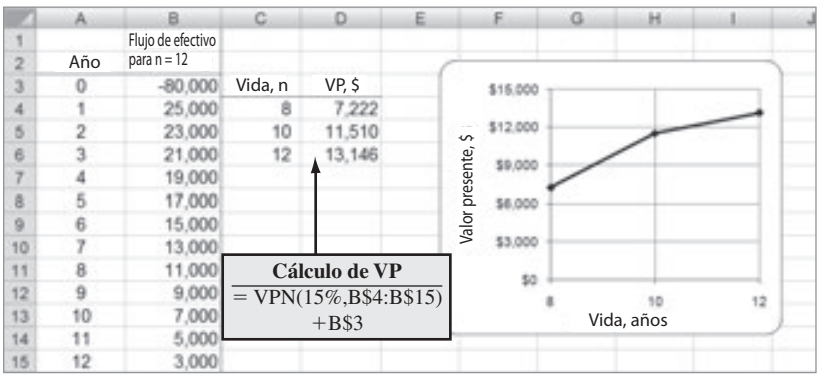
5. La figura 18-1 presenta una gráfica VP respecto de *n*. Como la medida de VP es positiva con todos los valores de *n*, la decisión de invertir no se ve afectada en forma sustancial por la vida estimada. La curva VP sube con valores de *n* superiores a 10. Esta insensibilidad a los cambios del flujo de efectivo en el futuro distante es un rasgo esperado, porque el factor *P*/*F* se reduce conforme *n* aumenta.

Solución con hoja de cálculo

La figura 18-2 presenta dos hojas de cálculo y las gráficas correspondientes de VP respecto de TMAR (*n* fijo) y VP frente a *n* (TMAR fija). La función VPN calcula el VP para valores *i* desde 10 hasta 25%, y valores de *n* de ocho a 12 años. Las gráficas dan el mismo resultado que la solución obtenida a mano; el VP es sensible a cambios en los valores de TMAR, pero no es muy sensible a las variaciones de *n*.



a)



b)

Figura 18-2
Análisis de sensibilidad del VP ante variaciones de *a*) valores de TMAR y *b*) vida estimada, ejemplo 18.1.

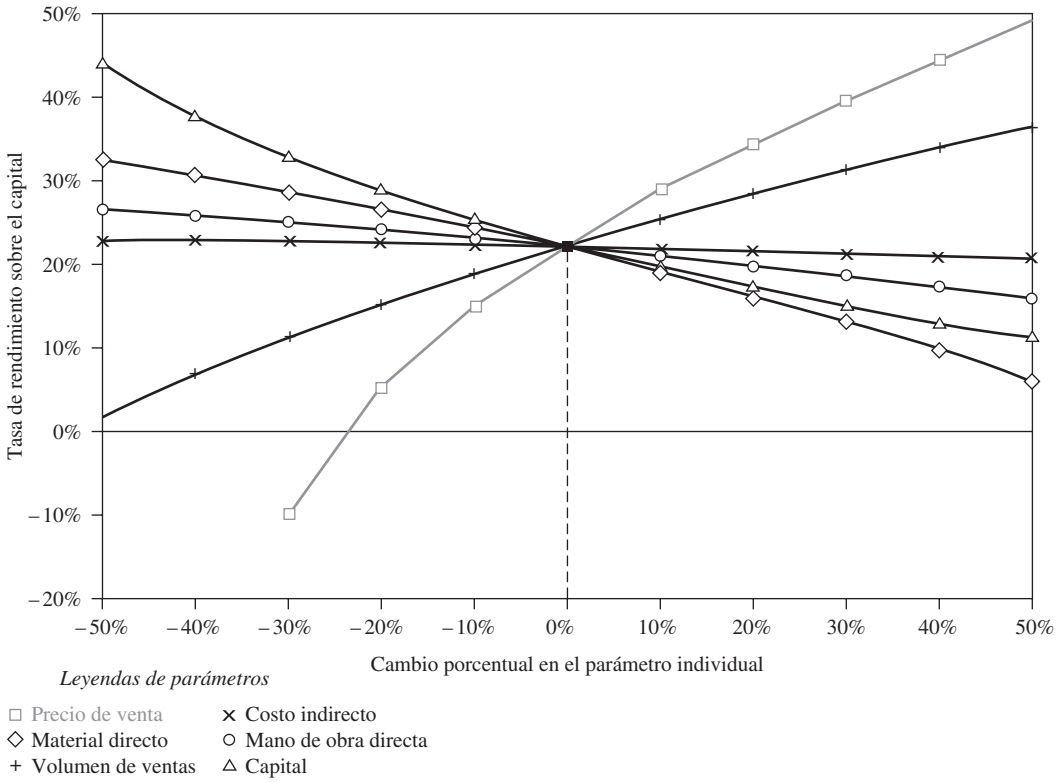


Figura 18-3
Gráfica del análisis de sensibilidad de la variación porcentual a partir de la estimación más probable.

Cuando se considera la sensibilidad de *diversos parámetros* para *una alternativa* con *una sola medida de valor* es útil elaborar la **gráfica del cambio porcentual** por cada parámetro respecto de la medida de valor, la cual en ocasiones recibe el nombre de **gráfica de tela de araña**. La figura 18-3 ilustra la TR contra seis parámetros diferentes por cada alternativa. La variación de cada parámetro se indica como desviación porcentual de la estimación más probable en el eje horizontal. Si la curva de respuesta de TR es plana y se acerca a la horizontal en el rango de la variación total graficada para un parámetro, existe poca sensibilidad de TR a los cambios de valor del parámetro. Ésta es la conclusión para el costo indirecto de la figura 18-3. Por otra parte, TR es muy sensible al precio de venta. Una reducción de 30% del precio de venta esperado disminuye la TR de 20 a −10%, aproximadamente, mientras que un incremento de 10% en el precio la aumenta a cerca de 30 por ciento.

Si se comparan *dos alternativas* y se busca la sensibilidad a *un parámetro*, la gráfica puede mostrar resultados marcadamente no lineales. Observe la forma general de las gráficas de sensibilidad en la figura 18-4. Las curvas se presentan como segmentos lineales entre puntos de cálculo específicos. La gráfica

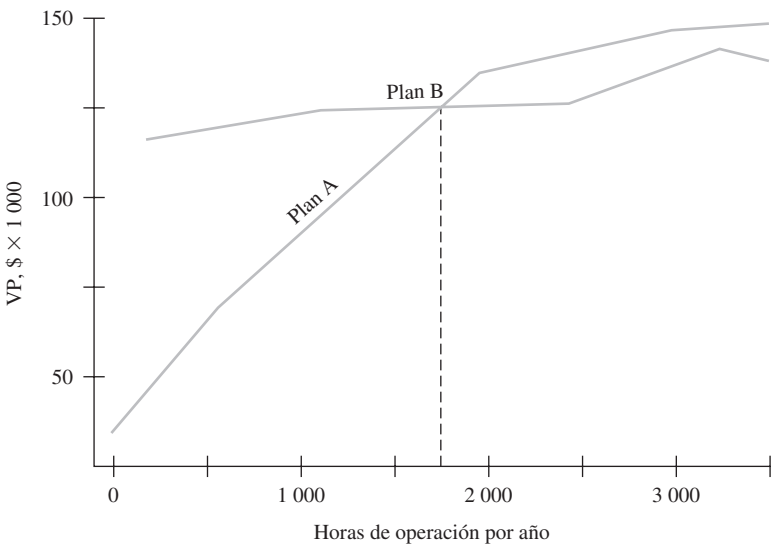


Figura 18-4
Muestra de sensibilidad del VP por horas de operación en dos alternativas.

indica que el VP de cada plan es una función no lineal de las horas de operación. El plan A es muy sensible en el rango de 0 a 2 000 horas, aunque es relativamente insensible después de 2 000 horas. El plan B es más atractivo debido a su insensibilidad relativa. El punto de equilibrio se ubica más o menos en 1 750 horas por año. Puede ser necesario graficar la medida de valor en puntos intermedios para entender mejor la naturaleza de la sensibilidad.

EJEMPLO 18.2

Columbus, Ohio, necesita repavimentar tres kilómetros de autopista, y Knobel Construction propuso dos métodos. El primero es una superficie de concreto con un costo de $1.5 millones y un mantenimiento anual de $10 000. El segundo método es una cubierta de asfalto con un costo inicial de $1 millón y un mantenimiento anual de $50 000. Sin embargo, Knobel requiere un retoque cada tercer año del asfalto de la autopista, con un costo de $75 000.

La ciudad emplea como tasa de descuento la tasa de interés de 6% de sus bonos de la última emisión.

a) Determine el número de años de equilibrio de los dos métodos. Si la ciudad espera que una autopista interestatal reemplace este tramo en 10 años, ¿qué método debe elegir?

b) Si el costo de retocado aumenta $5 000 por kilómetro cada tres años, ¿la decisión es sensible a este incremento?

Solución

a) Use un análisis VP para determinar el valor *n* de equilibrio.

$$\text{VP de concreto} = \text{VP de asfalto}$$

$$-1\,500\,000 - 10\,000(P/A,6\%,n) = -1\,000\,000 - 50\,000(P/A,6\%,n) - 75\,000\left[\sum_j (P/F,6\%,j)\right]$$

donde $j = 3, 6, 9, \ldots, n$. La relación se replantea para reflejar los flujos de efectivo incrementales.

$$-500\,000 + 40\,000(P/A,6\%,n) + 75\,000\left[\sum_j (P/F,6\%,j)\right] = 0 \qquad (18.1)$$

El valor de equilibrio *n* se determina con la solución a mano mediante incrementos de *n* hasta que la ecuación (18.1) cambie de valores de VP negativos a positivos. Además, la solución con hoja de cálculo y la función VPN sirve para encontrar el valor de equilibrio *n* (figura 18-5). Las funciones VPN en la columna C son las mismas cada año, excepto que los flujos de efectivo se extienden un año por cada cálculo de valor

	A	B	C	D	E
1		Inciso *a*)		Inciso *b*)	
2		Flujo de efectivo	VP para	Flujo de efectivo	VP para
3	Año, n	incremental, $	n años, $	incremental, $	n años, $
4	0	-500,000		-500,000	
5	1	40,000	-462,264	40,000	-462,264
6	2	40,000	-426,664	40,000	-426,664
7	3	115,000	-330,108	115,000	-330,108
8	4	40,000	-298,424	40,000	-298,424
9	5	40,000	-268,534	40,000	-268,534
10	6	115,000	-187,464	130,000	-176,889
11	7	40,000	-160,861	40,000	-150,287
12	8	40,000	-135,765	40,000	-125,190
13	9	115,000	-67,696	145,000	-39,365
14	10	40,000	-45,361	40,000	**-17,029**
15	11	40,000	**-24,289**	40,000	**4,042**
16	12	115,000	**32,862**	160,000	83,557
17	13	40,000	51,616	40,000	102,311
18	14	40,000	69,308	40,000	120,003
19	15	115,000	117,293	175,000	193,024
20	16	40,000	133,039	40,000	208,770
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					

VP para 12 años
= VPN(6%,$B$5:$B16)+$B$4

VP para 11 años
= VPN(6%,$B$5:$B15)+$B$4

El contador de años avanza en incrementos de 1

Figura 18-5
Sensibilidad de la vida de equilibrio entre dos alternativas, ejemplo 18.2.

presente. Más o menos en $n = 11.4$ años, la repavimentación de concreto y asfalto se equilibra económicamente. Como el camino se necesitará durante 10 años más, el costo adicional del concreto no se justifica; seleccione la alternativa del asfalto.

b) El costo total del retoque aumenta \$15 000 cada tres años. Ahora la ecuación (18.1) es:

$$-500\,000 + 40\,000(P/A,6\%,n) + \left[75\,000 + 15\,000\left(\frac{j-3}{3}\right)\right]\left[\sum_j (P/F,6\%,j)\right] = 0$$

Ahora los valores de equilibrio n están entre 10 y 11 años: 10.8 años con interpolación lineal (figura 18-5, columna E). La decisión se ha vuelto marginal para el asfalto, pues la interestatal está planeada para que dure 10 años.

Es posible usar consideraciones no económicas para determinar si el asfalto todavía es la mejor alternativa. Una conclusión es que la decisión del asfalto se vuelve más cuestionable conforme aumentan sus costos de mantenimiento; es decir, el valor de VP es sensible a los incrementos de costo de los retoques.

18.2 Análisis de sensibilidad con tres estimaciones

Para examinar a cabalidad las ventajas y desventajas económicas entre dos o más alternativas se toma prestada, del campo del control de proyectos, la noción de elaborar tres estimaciones por parámetro: una **pesimista,** una **muy probable y** una **optimista**. Según la naturaleza de un parámetro, la estimación pesimista puede ser el menor valor (la vida de la alternativa es un ejemplo) o el valor más grande (como el costo inicial de un activo).

Dicho enfoque formal nos permite estudiar la sensibilidad de la selección de las medidas de valor y de las alternativas dentro de un rango preestablecido de variación por parámetro. En general, cuando se calcula la medida de valor para un parámetro o alternativa en particular, se utiliza la estimación más probable para todos los demás parámetros.

EJEMPLO 18.3

Una ingeniera evalúa tres opciones para un nuevo equipo en Emerson Electronics. Formuló tres estimaciones del valor de rescate y el costo anual de operación y la vida. En la tabla 18-1 las estimaciones se presentan en un nivel de alternativa por alternativa. Por ejemplo, la alternativa B tiene estimaciones pesimistas de $S = \$500$, COA = \$−4 000 y $n = 2$ años. Los costos iniciales se conocen, de manera que tienen el mismo valor. Realice un análisis de sensibilidad y determine la alternativa más económica con el análisis de VA y una TMAR de 12% anual.

TABLA 18-1 Alternativas competidoras con tres estimaciones de los parámetros de valor de rescate, COA y vida

Estrategia		Costo inicial, \$	Valor de rescate *S*, \$	COA, \$ por año	Vida *n*, años
Alternativa A					
Estimaciones	P	−20 000	0	−11 000	3
	MP	−20 000	0	−9 000	5
	O	−20 000	0	−5 000	8
Alternativa B					
Estimaciones	P	−15 000	500	−4 000	2
	MP	−15 000	1 000	−3 500	4
	O	−15 000	2 000	−2 000	7
Alternativa C					
Estimaciones	P	−30 000	3 000	−8 000	3
	MP	−30 000	3 000	−7 000	7
	O	−30 000	3 000	−3 500	9

P = pesimista; MP = muy probable; O = optimista.

TABLA 18-2 Valores anuales, ejemplo 18.3

	Montos de VA de las alternativas, $		
Estimaciones	A	B	C
P	−19 327	−12 640	−19 601
MP	−14 548	−8 229	−13 276
O	−9 026	−5 089	−8 927

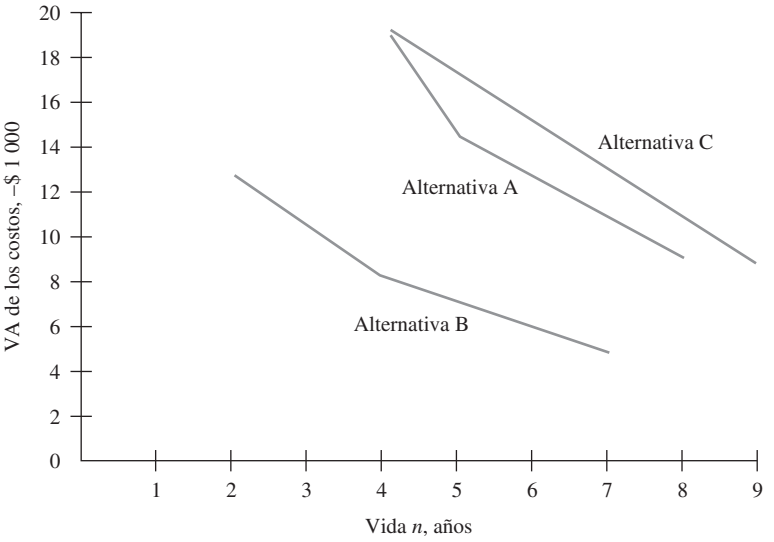


Figura 18-6
Gráfica del VP de los costos para diferentes estimaciones de vida, ejemplo 18.3.

Solución

Por cada alternativa en la tabla 18-1 se calcula el VA de los costos. Por ejemplo, la relación de VA para la estimación pesimista de la alternativa A es

$$\text{VA} = -20\,000(A/P,12\%,3) - 11\,000 = \$-19\,327$$

La tabla 18-2 presenta todos los valores de VA. La figura 18-6 es una gráfica de VA respecto de las tres estimaciones de *vida* por alternativa. Como el costo VA calculado mediante las estimaciones MP para la alternativa B ($−8 229) es económicamente mejor que el VA optimista de las alternativas A y C, es claro que la B se ve favorecida.

Comentario

Aunque la alternativa que debe elegirse en este ejemplo es muy obvia, por lo común no sucede así. Por ejemplo, en la tabla 18-2, si el VA equivalente pesimista de la alternativa B fuera mucho mayor, por ejemplo, $−21 000 anuales (en lugar de $−12 640), y los VA optimistas de las alternativas A y C fueran menores que en B ($−5 089), la elección de B no sería clara o correcta. En tal caso, sería necesario seleccionar un conjunto de estimaciones (P, MP u O) para basar la decisión. Asimismo, las diferentes estimaciones sirven para un análisis de valor esperado, que se presenta a continuación.

18.3 Estimación de variabilidad y valor esperado ●●●

Los ingenieros y analistas económicos a menudo enfrentan estimaciones sobre un futuro incierto en las que deben otorgar confiabilidad apropiada a la información anterior, si la hay. Lo anterior significa que se utilizan la *probabilidad* y las *muestras*. La realidad es que el análisis probabilístico no es tan común como debería. La razón para ello no es que sea difícil realizar o entender los cálculos, sino que es difícil asignar probabilidades realistas asociadas a las estimaciones del flujo de efectivo. Para evaluar la deseabilidad de

una alternativa, con frecuencia se aplican la experiencia y el juicio junto con las probabilidades y valores esperados.

El **valor esperado** se interpreta como un promedio de largo plazo observable si el proyecto se repite muchas veces. Como una alternativa específica se evalúa o se aplica sólo una vez, resulta una **estimación puntual** del valor esperado. Sin embargo, aun para una sola ocurrencia, el valor esperado es un número significativo.

El valor esperado $E(X)$ se calcula mediante la expresión

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=m} X_i P(X_i) \qquad (18.2)$$

donde X_i = valor de la variable X para i desde 1 hasta m valores distintos
$P(X_i)$ = probabilidad de que ocurra un valor específico de X

Las **probabilidades** siempre se expresan correctamente en forma decimal, aunque suele hablarse de ellas en porcentajes y denotarlas como **posibilidades**; por ejemplo, *las posibilidades son de alrededor de 10%.* Al ubicar el valor de la probabilidad en la ecuación (18.2) o cualquier otra relación, utilice el equivalente decimal de 10%, es decir, 0.1. En todas las ecuaciones de probabilidad los valores $P(X_i)$ para una variable X deben totalizar 1.0.

$$\sum_{i=1}^{i=m} P(X_i) = 1.0$$

Para simplificar, por lo común se omite el subíndice i que acompaña a la X.

Si X representa los flujos de efectivo estimados, algunos serán positivos y otros negativos. Si una serie del flujo de efectivo incluye ingresos y costos, y se calcula el valor presente con la TMAR, el resultado es el valor esperado de los flujos de efectivo descontados, E(VP). Si el valor esperado es negativo, se espera que el resultado global sea una salida de efectivo. Por ejemplo, si E(VP) = \$−1 500, ello indica que no se *espera* que la propuesta rinda a la TMAR.

EJEMPLO 18.4

La aerolínea ANA planea ofrecer varios nuevos servicios electrónicos en los vuelos entre Tokio y algunos destinos europeos. El director de mercadotecnia estima que para un periodo normal de 24 horas existe una posibilidad de 50% de tener un flujo de efectivo neto de \$5 000 y una posibilidad de 35% de tener \$10 000. También estima una pequeña posibilidad (5%) de que no haya flujo de efectivo y 10% de que exista una pérdida de \$1 000, que es el costo estimado del personal adicional y de los recursos para ofrecer el servicio. Determine el flujo neto de efectivo esperado.

Solución

Sea FNE el flujo neto de efectivo en dólares, y sea P(FNE) la representación de las probabilidades asociadas. Con la ecuación (18.2) se tiene

$$E(\text{FNE}) = 5\,000(0.5) + 10\,000(0.35) + 0(0.05) - 1\,000(0.1) = \$5\,900$$

Aunque la posibilidad de "ningún flujo de efectivo" no aumenta ni disminuye E(FNE), se incluye porque hace que los valores de probabilidad sumen 1.0 y completa el cálculo.

18.4 Cálculos de valor esperado de las alternativas ●●●

El cálculo de valor esperado $E(X)$ se utiliza en diversas formas. Dos son las principales:

- Preparar información para incorporarla a un análisis económico.
- Evaluar la viabilidad esperada de una alternativa formulada completamente.

El ejemplo 18.5 ilustra la primera situación, y el ejemplo 18.6 determina el VP esperado cuando se estiman la serie del flujo de efectivo y las probabilidades.

EJEMPLO 18.5

Hay muchos incentivos gubernamentales para alcanzar una mayor eficiencia en el uso de la energía. Una manera de lograrlo es por medio de la instalación de páneles solares en viviendas, edificios de oficinas y conjuntos habitacionales. El propietario paga una parte de los costos totales de instalación y una institución gubernamental paga el resto. Nichole trabaja para el Departamento de Energía y es responsable de aprobar los pagos de incentivos por el uso de páneles solares. En cada uno de los dos años anteriores excedió el presupuesto anual de $50 millones por año. Debido a esa situación, Nichole y su jefe decidieron recabar datos para determinar cuál debe ser el incremento del presupuesto anual para el programa de incentivos en el futuro. En la tabla 18-3 se muestran los pagos promedio y el número de meses durante los últimos 36 meses. Ella clasificó los promedios mensuales según su nivel, de acuerdo con su experiencia en el programa. Si continúa el mismo patrón, ¿cuál es el valor esperado del incremento en dólares del presupuesto anual que se necesita para cumplir las solicitudes?

TABLA 18-3 Pagos por incentivos de páneles solares, ejemplo 18.5

Nivel	Pago promedio, millones de $ por mes	Meses durante los tres años anteriores
Muy alto	6.5	15
Alto	4.7	10
Moderado	3.2	7
Bajo	2.9	4

Solución

Se utilizan los 36 meses de pagos, PO_j (j = bajo, …, muy alto) para estimar la probabilidad $P(PO_j)$ de cada nivel y garantizar que el total sea 1.0.

Nivel, j	Probabilidad del nivel de pago, $P(PO_j)$
Muy alto	$P(PO_1) = 15/36 = 0.417$
Alto	$P(PO_2) = 10/36 = 0.278$
Moderado	$P(PO_3) = 7/36 = 0.194$
Bajo	$P(PO_4) = 4/36 = 0.111$
	1.000

El pago mensual esperado se calcula con la ecuación (18.2). En unidades de millones de $,

$$\begin{aligned} E[PO] &= 6.5(0.417) + 4.7(0.278) + 3.2(0.194) + 2.9(0.111) \\ &= 2.711 + 1.307 + 0.621 + 0.322 \\ &= \$4.961 \quad (\$4\,961\,000) \end{aligned}$$

El presupuesto anual esperado que se necesita es de 12×4.961 millones = $59 532 millones. El presupuesto actual de $50 millones debe incrementarse un promedio de $9.532 millones por año.

EJEMPLO 18.6

Lite-Weight Wheelchair Company tiene una inversión sustancial en equipo de doblado de acero tubular. Un equipo nuevo cuesta $5 000 y tiene una vida de tres años. Los flujos de efectivo estimados (tabla 18-4) dependen de las condiciones económicas clasificadas como de recesión, estables o en expansión. Se estima la probabilidad de que cada una de las condiciones económicas prevalezca durante el periodo de tres años. Aplique el análisis de valor esperado y de VP para determinar si debe comprarse el equipo. Utilice una TMAR de 15% anual.

TABLA 18-4 Flujo de efectivo del equipo y probabilidades, ejemplo 18.6

	Condición económica		
	Recesión (Prob. = 0.4)	Estable (Prob. = 0.4)	En expansión (Prob. = 0.2)
Año	Estimaciones del flujo de efectivo anual, $		
0	−5 000	−5 000	−5 000
1	+2 500	+2 500	+2 000
2	+2 000	+2 500	+3 000
3	+1 000	+2 500	+3 500

Solución

Determine primero el VP de los flujos de efectivo en la tabla 18-4 por cada condición económica y después calcule E(VP) mediante la ecuación (18.2). Defina los subíndices R para la economía en recesión, S para la estable y E para la economía en expansión. Los valores de VP de los tres escenarios son:

$$\begin{aligned} \text{VP}_R &= -5\,000 + 2\,500(P/F,15\%,1) + 2\,000(P/F,15\%,2) + 1\,000(P/F,15\%,3) \\ &= -5\,000 + 4\,344 = \$-656 \\ \text{VP}_S &= -5\,000 + 5\,708 = \$+708 \\ \text{VP}_E &= -5\,000 + 6\,309 = \$+1\,309 \end{aligned}$$

Sólo en una economía en recesión los flujos de efectivo no rendirán el 15% que justifica la inversión. El valor presente esperado es:

$$\begin{aligned} E(\text{VP}) &= \sum_{j=R,S,E} \text{VP}_j[P(j)] \\ &= -656(0.4) + 708(0.4) + 1\,309(0.2) \\ &= \$283 \end{aligned}$$

Con 15%, E(VP) > 0; el equipo se justifica con un análisis del valor esperado.

Comentario

También es correcto calcular el E(flujo de efectivo) por año y luego determinar el VP de la serie E(flujo de efectivo), porque el cálculo del VP es una función lineal de los flujos de efectivo. El cálculo de E(flujo de efectivo) primero puede ser más fácil porque reduce el número de cálculos de VP. En este ejemplo, determine $E(\text{FE}_t)$ por cada año y después calcule E(VP).

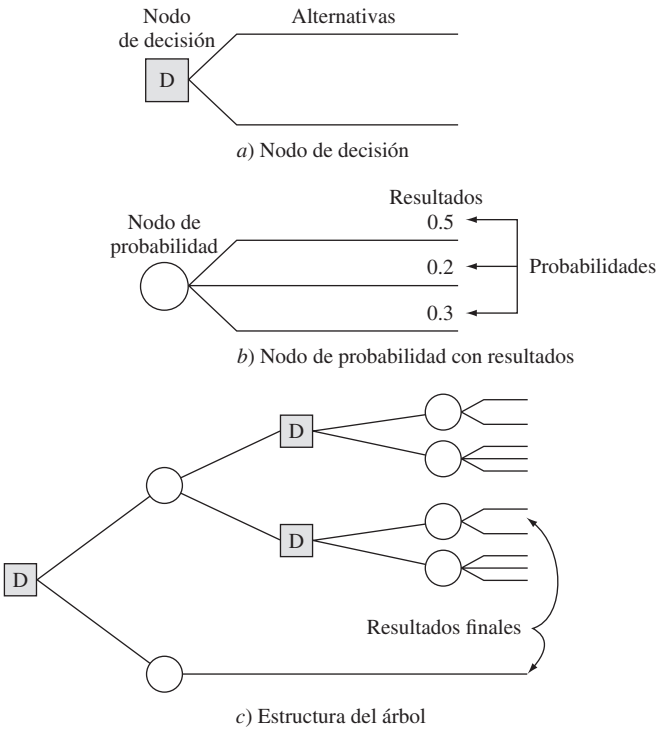
$$\begin{aligned} E(\text{FE}_0) &= \$-5\,000 \\ E(\text{FE}_1) &= 2\,500(0.4) + 2\,500(0.4) + 2\,000(0.2) = \$2\,400 \\ E(\text{FE}_2) &= \$2\,400 \\ E(\text{FE}_3) &= \$2\,100 \\ E(\text{VP}) &= -5\,000 + 2\,400(P/F,15\%,1) + 2\,400(P/F,15\%,2) + 2\,100(P/F,15\%,3) \\ &= \$283 \end{aligned}$$

18.5 Evaluación de alternativas por etapas con un árbol de decisión ● ● ●

La evaluación de alternativas puede requerir una serie de decisiones en las cuales el resultado de una etapa sea importante para la siguiente etapa de la toma de decisiones. Cuando es posible definir con claridad todas las alternativas económicas y se desea **considerar el riesgo** es útil realizar la evaluación con un **árbol de decisiones**.

Un árbol de decisiones incluye:

- Más de una etapa de selección de alternativas.
- Seleccionar una alternativa en una etapa que conduzca a otra etapa.
- Resultados esperados de una decisión en cada etapa.
- Estimaciones de probabilidad por cada resultado.
- Estimaciones del valor económico (costo o ingreso) por cada resultado.
- Medida del valor como criterio de selección, tal como E(VP).



a) Nodo de decisión

b) Nodo de probabilidad con resultados

c) Estructura del árbol

Figura 18-7
Nodos de decisión y probabilidad para elaborar un árbol de decisiones.

El árbol de decisiones se forma de izquierda a derecha, e incluye cada decisión y resultado posibles.

- Un cuadrado representa un **nodo de decisión** con las alternativas posibles que se indican en las **ramas** que salen del nodo de decisión [figura 18-7*a*)].
- Un círculo representa un **nodo de probabilidad** con los **resultados** posibles y **probabilidades** estimadas en las ramas [(figura 18-7*b*)].
- Con los resultados que siguen a las decisiones se obtiene la estructura en forma de árbol de la figura 18-7*c*).

Por lo general, cada rama de un árbol de decisión tiene algún valor económico estimado (el cual suele denominarse *resultado*) en términos de costos, ingresos o beneficios. Estos flujos de efectivo se expresan en términos de valores VP, VA o VF, y se muestran a la derecha de cada rama de resultados finales. Con los valores del flujo de efectivo y de probabilidad en cada rama de resultados se calcula el valor económico esperado de cada rama de decisión. Este proceso, llamado **solución del árbol** o **desdoblamiento**, se explica después del ejemplo 18.7, el cual ilustra la elaboración de un árbol de decisiones.

EJEMPLO 18.7

Jerry Hill es presidente y director ejecutivo de una firma estadounidense de procesamiento de alimentos: Hill Products and Services. Hace poco lo contactó una gran cadena internacional de supermercados que desea comercializar dentro del país su propia marca de alimentos congelados para hornos de microondas. La oferta de la corporación del supermercado a Jerry exige una serie de dos decisiones, ahora y dentro de dos años. La decisión actual comprende dos alternativas: 1) *Arrendar* las instalaciones de la cadena de supermercados en los Emiratos Árabes Unidos (EAU), que se había acordado convertir en una instalación de procesamiento actual para uso inmediato de la compañía de Jerry, o 2) *construir y adquirir* una instalación de procesamiento y empaque en EAU. Los resultados posibles de esta primera etapa de decisión son un buen o mal mercado, según la respuesta del público.

Las alternativas de decisión dentro de dos años dependen de que se decida arrendar o adquirir ahora. Si Hill *decide arrendar*, una buena respuesta del mercado significa que las alternativas de decisión futuras son producir el doble, lo mismo o la mitad del volumen original. Ésta será una decisión mutua entre la cadena de supermercados y la compañía de Jerry. Una mala respuesta del mercado indicará la mitad del nivel de producción o el retiro completo del mercado de EAU. Los resultados para decisiones futuras son, de nuevo, buenas y malas respuestas del mercado.

Como acordó la compañía de supermercados, la decisión actual para Jerry de *adquirir* la instalación le permitirá fijar el nivel de producción dentro de dos años. Si la respuesta del mercado es buena, las alternativas de decisión son cuatro veces y el doble de los niveles originales. La reacción a una mala respuesta del mercado será producir al mismo nivel o no producir en absoluto.

Elabore el árbol de decisiones y señale los resultados para Hill Products and Services.

Solución

Se trata de un árbol de decisiones de dos etapas con alternativas para el presente y para dentro de dos años. Identifique los nodos y las ramas de decisión iniciales y luego desarrolle el árbol con las ramas y resultados de mercado bueno y malo por cada decisión. La figura 18-8 detalla las etapas de decisión y las ramas de resultados.

Etapa 1 (decisión ahora):

Llámela D1.

Alternativas: arrendar (L) y adquirir (O).

Resultados: buenos y malos mercados.

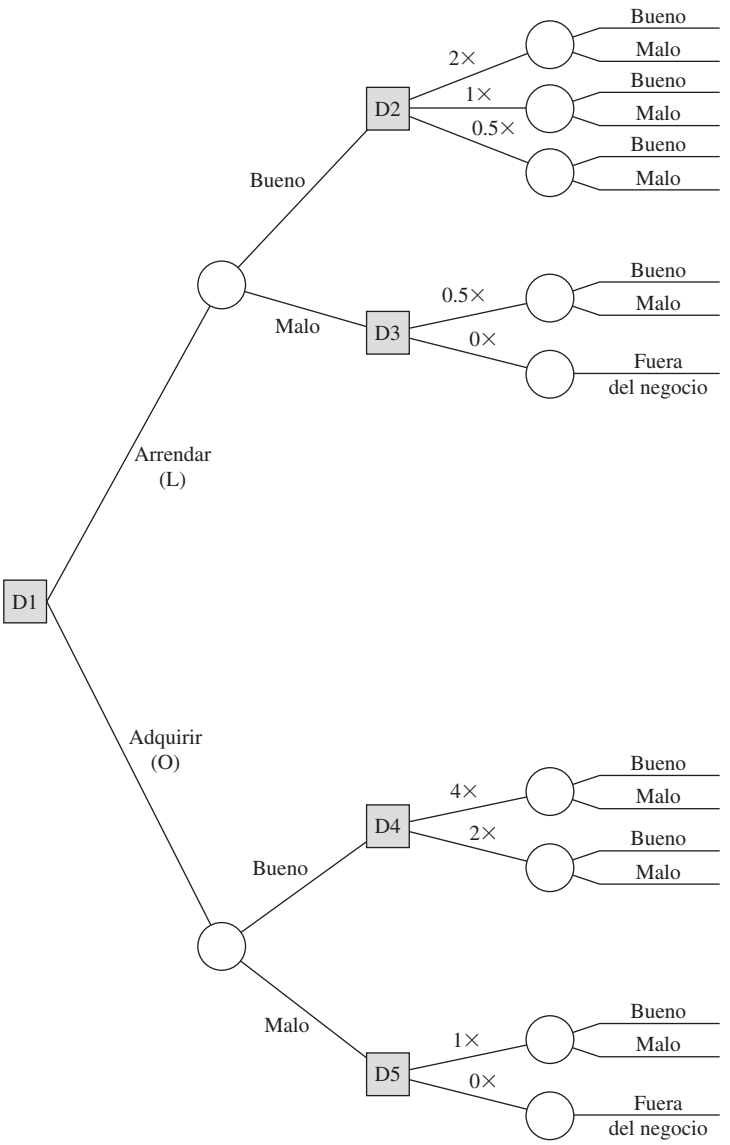


Figura 18-8
Árbol de decisiones de dos etapas en el que se identifican las alternativas y los posibles resultados.

Etapa 2 (decisiones dentro de dos años):
Llámelas D2 a D5.

Resultados: buen mercado, mal mercado y fuera del negocio.

Selección de niveles de producción para D2 hasta D5:

Cuadruplique la producción (4×); duplique la producción (2×); nivel de producción (1×); recorte la producción a la mitad (0.5×); suspenda la producción (0×)

Las alternativas de futuros niveles de producción (D2 a D5) se agregan al árbol seguidas de las buenas y malas respuestas del mercado. Si se decide suspender la producción (0×) en D3 o D5, el único resultado es salir del negocio.

Para utilizar el árbol de decisiones con la finalidad de evaluar y seleccionar alternativas es necesaria la siguiente información adicional por cada rama:

- **Probabilidad estimada** de que ocurra cada resultado. Estas probabilidades deben sumar 1.0 por cada conjunto de resultados (ramas) que partan de una decisión.
- **Información económica** de cada alternativa de decisión y resultado posibles, como inversión inicial y flujos de efectivo estimados.

Las decisiones se toman a partir de la estimación de probabilidad y la estimación del valor económico por cada rama de resultados. A menudo se utiliza el valor presente con la TMAR en los cálculos del valor esperado del tipo de la ecuación (18.2). El procedimiento general para resolver el árbol mediante análisis VP es:

1. Empiece en la parte superior derecha del árbol y determine el valor de VP por cada rama de resultado, considerando el valor del dinero en el tiempo.
2. Calcule el valor esperado de cada alternativa de decisión.

$$E(\text{decisión}) = \Sigma(\text{estimación de resultado})P(\text{resultado}) \qquad (18.3)$$

donde la suma incluye todos los resultados posibles de cada alternativa de decisión.

3. En cada nodo de decisión, seleccione el mejor valor E(decisión): costo mínimo o valor máximo (si se estiman ingresos y costos).
4. Continúe moviéndose a la izquierda del árbol hacia la decisión de las raíces para seleccionar la mejor alternativa.
5. Trace la mejor ruta de decisiones de regreso a través del árbol.

EJEMPLO 18.8

Se requiere una decisión ya sea para comercializar o para vender un nuevo invento. Si se comercializa el producto, la siguiente decisión es hacerlo de manera internacional o nacional. Suponga que los detalles de las ramas de resultados producen el árbol de decisiones de la figura 18-9. Por cada resultado se indican las probabilidades y el VP de FEAI (flujo de efectivo antes de impuestos). Se trata de pagos estipulados en millones de dólares. Determine la mejor decisión en el nodo de decisiones D1.

Solución

Utilice el procedimiento anterior para determinar que la alternativa de decisión D1, vender el invento, debe maximizar E(VP de FEAI).

1. Se proporciona el valor presente del FEAI.
2. Calcule el VP esperado de las alternativas de los nodos D2 y D3 con la ecuación (18.3). En la figura 18-9, a la derecha del nodo de decisión D2, los valores esperados de 14 y 0.2 en los óvalos se determinan así:

$$E(\text{decisión internacional}) = 12(0.5) + 16(0.5) = 14$$
$$E(\text{decisión nacional}) = 4(0.4) - 3(0.4) - 1(0.2) = 0.2$$

Los VP esperados de 4.2 y 2 para D3 se calculan en forma similar.

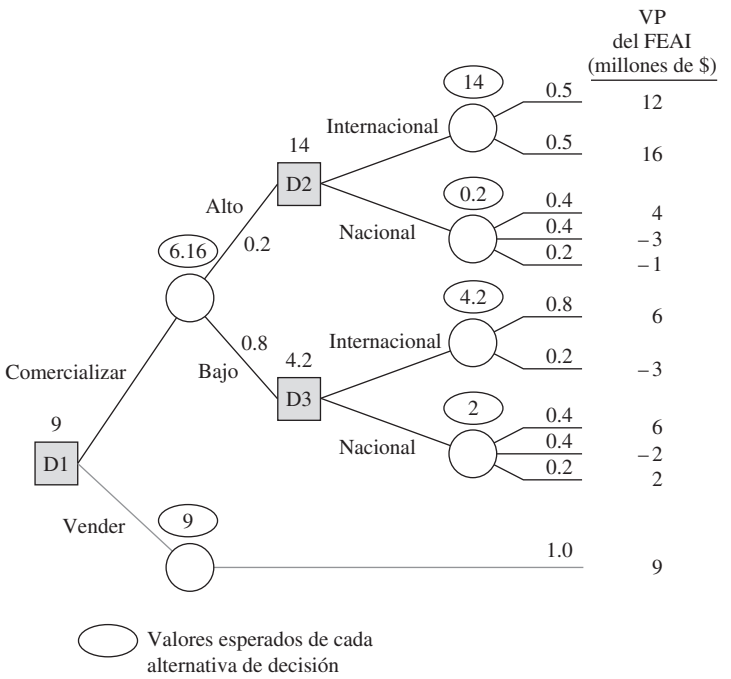


Figura 18-9
Solución del árbol de decisiones con el valor presente de los valores estimados del FEAI, ejemplo 18.8.

3. Elija el mayor valor esperado en cada nodo de decisión. Éstos son 14 (internacional) en D2 y 4.2 (internacional) en D3.

4. Calcule el VP esperado para las dos ramas D1.

$$E(\text{decisión de comercializar}) = 14(0.2) + 4.2(0.8) = 6.16$$
$$E(\text{decisión de vender}) = 9(1.0) = 9$$

El valor esperado para la decisión de vender es simple, pues el único resultado tiene una retribución de 9. La decisión de vender genera el mayor VP esperado de 9.

5. El mayor VP esperado del camino de FEAI es seleccionar la rama de venta en D1 para obtener $9 000 000 garantizados.

18.6 Opciones reales en la ingeniería económica ●●●

Como se vio en los árboles de decisión, muchos problemas de ingeniería económica se modelan como decisiones por etapas. Cuando la decisión de invertir más o menos puede dejarse para el futuro, el problema recibe el nombre de **financiamiento por etapas**. A manera de ilustración, suponga que una compañía grande espera vender una unidad de acondicionamiento de aire ahorradora de energía que se monta en las ventanas a razón de 100 000 por mes hacia el final del segundo año de estar en el mercado. Quienes toman las decisiones pueden optar por 1) construir las instalaciones para abastecer las 100 000 unidades mensuales y comercializarlas de inmediato o 2) construir instalaciones para abastecer 25 000 unidades por mes ahora y evaluar la respuesta del mercado; si ésta es positiva, se aumentan por etapas 25 000 unidades adicionales cada seis meses hasta satisfacer la demanda. Por supuesto, si un competidor fuerte entra en escena o la economía se estanca, la decisión sobre el financiamiento cambiará de lo previsto. Estas alternativas brindan a la compañía opciones basadas en el tiempo. Antes de avanzar es necesario hacer algunas definiciones.

Una **opción** es una compra o inversión que da privilegios contractuales para emprender en cierto momento del futuro una acción acordada, o el derecho de no aceptar la oferta y negociar la opción.

Una **opción real**, en términos de ingeniería económica, es la inversión (costo) en un proyecto, proceso o sistema. Las opciones por lo general implican activos **físicos (reales)**, edificios, equipo, materiales y otros parecidos, de donde proviene el término *real*. Las opciones también pueden ser arrendamientos, subcontratos o franquicias. Las alternativas de inversión presentan cantidades variables de **riesgo**, el cual se estima por medio de las probabilidades de que ocurran los eventos previstos para el futuro.

El **análisis de las opciones reales** es la aplicación de técnicas para determinar las consecuencias económicas de **retrasar** la decisión de financiar como lo permita la opción. Los flujos de efectivo estimados y otras consecuencias de dichos retrasos se analizan tomando en cuenta el riesgo hasta donde sea posible. Para tomar las decisiones del financiamiento por etapas se usa alguna medida del valor, como VP o VA. Una decisión puede ser expandir, continuar igual, contratar, abandonar o repetir la alternativa en el momento en que la opción deba hacerse efectiva.

Una parte inherente del análisis de las opciones reales es la incertidumbre de las estimaciones futuras, igual que para la mayor parte de análisis económicos. Después de algunas ilustraciones estudiaremos sus dimensiones probabilísticas. A continuación se mencionan situaciones de la industria y de la vida cotidiana que pueden formularse como opciones reales.

Campo industrial

Nuevos mercados: comprar equipo y contratar personal para entrar en un mercado internacional en expansión durante los próximos cinco años.

Nuevos aviones: adquirir ahora aviones comerciales con la opción de comprar otros cinco durante los siguientes tres años al mismo precio que se pagó por la orden actual.

Retirar modelos de automóviles: Ford Motor Company puede elegir entre mantener la producción durante los siguientes tres años de un modelo de carro establecido cuyas ventas disminuyen o descontinuar el modelo por etapas durante un periodo de uno o dos años.

Arrendamiento para perforar: comprar a los dueños de un terreno una opción de contrato para hacer una perforación petrolera o gasífera en algún momento de los 10 años próximos. En este momento tal vez no se justifique la perforación, pero el contrato ofrece la opción de hacerla cuando sea lucrativo según acontecimientos tales como un aumento de los precios del petróleo o la mejora de la tecnología de recuperación.

Toma personal de decisiones

Extensión de la garantía del automóvil: cuando se compra un nuevo automóvil siempre es una opción adquirir una extensión de la garantía además de la que ofrece el fabricante. El precio de la opción es el costo de la garantía extendida. Las incertidumbres y riesgos son los costos futuros desconocidos de las reparaciones y componentes descompuestos.

Seguro de la vivienda: cuando un propietario no tiene una hipoteca por pagar, un seguro para la vivienda es una opción. Los deducibles son tan elevados, de 1 a 5% del valor total, que el seguro cubre sobre todo sólo daños catastróficos a la estructura. Una opción para el propietario es el autoseguro, en el que se aparta dinero para cubrir daños potenciales y se corre el riesgo de que ocurra un siniestro mayor.

Algunas características principales (con un ejemplo) de un análisis de opciones reales que se lleva a cabo en el contexto de la ingeniría económica son las siguientes:

- **Costo** de obtener la opción de retrasar la decisión (VP de la inversión inicial, costo de arrendar o cantidad por invertir en el futuro).
- **Flujo de efectivo** y **opciones** previstas (doblar la producción con los flujos de efectivo netos anuales).
- **Periodo** para las decisiones por tomar (tiempo de la decisión por etapas, como un periodo de prueba de uno o tres años).
- **Tasas de interés** a valor de mercado y libre de riesgo (TMAR a valor de mercado esperada del 12% por año e inflación estimada de 4% anual).
- **Incertidumbre** futura y estimaciones del riesgo de cada opción (probabilidad de que en realidad ocurra un flujo de efectivo estimado si se elige una opción específica).
- **Criterio económico** para tomar la decisión (VP, TR u otra medida del valor).

Antes de hacer el análisis de las opciones reales con el riesgo incluido es común elaborar un árbol de decisiones para registrar y comprender las opciones. El ejemplo 18.9 ilustra el uso de un árbol de decisiones y el análisis del VP.

EJEMPLO 18.9

SolarScale Energy, Inc., es una compañía nueva en el negocio de la producción de energía solar que desarrolló y experimentó un sistema de generación de electricidad térmica de escala solar (ETS), modular, relativamente barato y con una eficiencia mucho mayor que la de los páneles fotovoltaicos (FV) tradicionales. La tecnología es lo bastante prometedora para que Capital Investor Funds (CIF) proporcione $10 millones para la manufactura. Además, existe el ofrecimiento, aún no aceptado, de un contrato con un consorcio de los estados del cinturón solar por un total de $1.5 millones al año para un periodo de prueba de dos años. Según el contrato, las unidades se comercializarían a través de los departamentos de energía solar del estado y todos los ingresos irían a la tesorería del estado. El ingeniero líder de SolarScale, el director de CIF y un representante de conservación del consorcio estatal elaboraron las siguientes opciones de financiamiento por etapas con base en la decisión retrasada de incrementar el nivel de producción hasta contar con los resultados preliminares del contrato de dos años.

Condición	Opción	Financiamiento de CIF	Contrato con el consorcio
Las ventas son excelentes ($>$ 5 000 unidades por año)	Nivel de producción $\times$ 2	$10 millones adicionales en el año 2	Ocho años adicionales; $4 millones en los años 3 a 10
Las ventas son excelentes (3 000 a 5 000 unidades por año)	Nivel de producción $\times$ 1	Nada; no hay valor de rescate después de 10 años	Ocho años adicionales; $1.5 millones en los años 3 a 10
Las ventas son malas (2 000 a 3 000 unidades por año)	Producción se reduce $\times$ ½	Nada; vender en $2.5 millones después de cinco años	Tres años adicionales; $1.5 millones en los años 3 a 5
Las ventas son malas ($<$ 2 000 unidades por año)	Detenerse después de dos años	Nada; vender en $5 millones después de dos años	Nada

a) Elabore el árbol de decisiones de dos etapas para las opciones descritas.
b) El caso base es el nivel de producción $\times$ 1 con el contrato de ocho años del consorcio. Si se considera que las estimaciones para esta opción son las más probables (valor esperado), determine el valor presente neto con una TMAR de 10% anual.
c) Determine los montos de VP de cada posible resultado final con 10% anual e identifique la mejor opción económica cuando se tome la decisión de financiamiento en la etapa 2.

Solución

a) La figura 18-10 muestra los detalles de las opciones con el año indicado en la parte inferior. Al principio hay dos ramas para los sucesos (opción de aceptar y opción de declinar) y cuatro ramas finales para la decisión de aceptar en D1, con base en el nivel de ventas. La opción de declinar tiene un resultado de $0 (SolarScale tiene otras maneras de obtener ingresos que no aparecen en este ejemplo simplificado).

b) Efectuar una evaluación VP como en los capítulos anteriores, suponiendo que las estimaciones son estimaciones puntuales durante la vida de 10 años del proyecto. El $VP_{1\times}$ resultante < 0, como se aprecia más adelante, indica que el contrato no se justifica económicamente. En millones de $,

$$\begin{aligned} VP_{1\times} &= -10 + 1.5(P/A,10\%,10) \\ &= \$-0.78 \quad (\$-780\,000) \end{aligned}$$

c) La figura 18-11 es una vista de hoja de cálculo para obtener el VP de cada opción por medio de la función VPN. También se muestran los valores de i^* obtenidos con la función TIR. Observe que se incluye la venta en $2.5 millones de los activos de producción después de cinco años (nivel $\times$ ½) o después de dos años en $5 millones (detenerse). También se incluye la inversión adicional de $10 millones en el año 2 para la opción del nivel $\times$ 2.

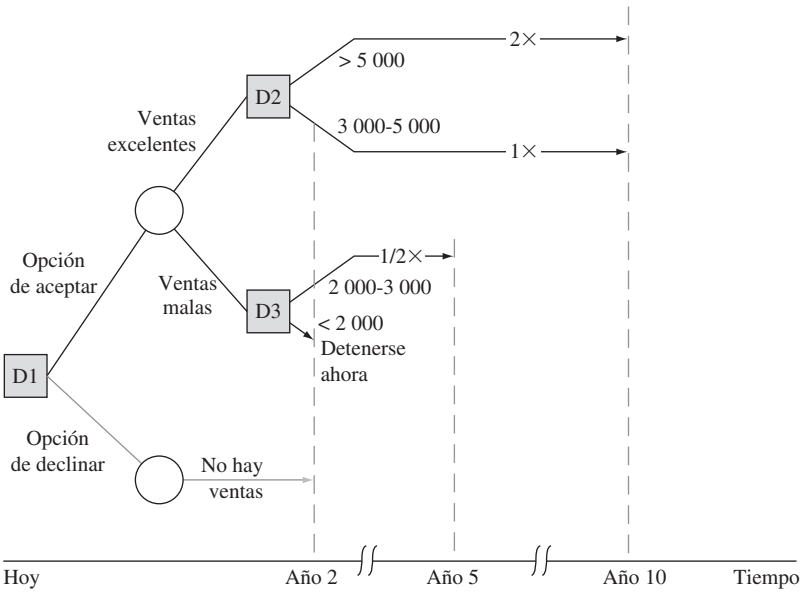


Figura 18-10
Árbol de decisiones que muestra las opciones reales durante el periodo de 10 años, ejemplo 18.9.

	A	B	C	D	E	F
1		Estimaciones de flujo neto de efectivo, millones de $ por año				
2	Año	Nivel × 2	Nivel × 1	Nivel × 1/2	Detenerse	
3	0	-10	-10	-10	-10	
4	1	1.5	1.5	1.5	1.5	
5	2	-8.5	1.5	1.5	6.5	
6	3	4.0	1.5	1.5		
7	4	4.0	1.5	1.5		
8	5	4.0	1.5	4.0		
9	6	4.0	1.5			
10	7	4.0	1.5			
11	8	4.0	1.5			
12	9	4.0	1.5			
13	10	4.0	1.5			
14	i*	12.6%	8.1%	0.0%	-11.5%	
15	VP @ 10%	1.97	-0.78	-2.76	-3.26	

Venta de activos en este año

Figura 18-11
Análisis de VP de las opciones reales sin considerar el riesgo, ejemplo 18.9.

Sólo se justifica la opción del nivel de producción × 2, con TMAR = 10% anual. Si SolarScale y CIF, los corredores financieros, no están convencidos de que el nivel de ventas exceda 5 000 unidades por año, debe rechazarse la opción del contrato. Antes de tomar esta decisión tan importante puede obtenerse alguna información de un estudio de mercado y del análisis del riesgo.

De las características listadas antes, en el ejemplo 18.9 no aparece la principal, que es la variación de las estimaciones y alguna medición del **riesgo**. La toma de decisiones con riesgo se estudia con más detalle en el siguiente capítulo; no obstante, podemos usar la definición siguiente para este análisis de las opciones reales.

Existe riesgo siempre que un parámetro puede tomar más de un valor y hay alguna estimación de la **posibilidad** o **probabilidad** de que ocurra cada valor.

Riesgo

Una moneda tiene dos lados. Si está perfectamente balanceada, al arrojarla debe obtenerse 50% de *soles* y 50% de *águilas*. Si la moneda se modificara intencionalmente para que produjera 58% de soles, la probabilidad de largo plazo de obtener soles sería $P(\text{sol}) = 0.58$. Como la suma de las probabilidades de todos los valores posibles debe ser igual a 1, entonces la moneda modificada tendría $P(\text{águila}) = 0.42$.

Conviene mencionar otros dos puntos acerca del riesgo y los valores de VP en el análisis de las opciones reales.

- Cuando el riesgo es más alto y los valores monetarios son mayores, el análisis de las opciones reales con frecuencia es más valioso (esto se verá en el ejemplo 18.10).
- Como uno de los objetivos del análisis de las opciones reales es evaluar las consecuencias económicas de retrasar una decisión, un VP del caso base que sea *moderadamente positivo* significa que el proyecto se justifica y debe aceptarse de inmediato, sin retrasar la decisión. Por otro lado, si el VP es *muy negativo*, es probable que el retraso no genere ningún beneficio como para producir un VP muy positivo que produjera un valor esperado $E(\text{VP}) > 0$. Entonces, el proyecto debe rechazarse ahora y no retrasar una decisión futura.

Volveremos al ejemplo anterior agregando algunas evaluaciones del riesgo para determinar si debe rechazarse la opción del contrato, como lo indicó el caso base.

EJEMPLO 18.10

Antes de tomar la decisión en la etapa 1 del ejemplo 18.9, acerca de la oferta de contrato entre SolarScale y el consorcio estatal, se obtuvo cierta información sobre las ventas esperadas. Una vez revisados los resultados por parte de las tres personas en la reunión para tomar la decisión final: un representante de SolarScale, otro de CIF y uno más del consorcio, cada uno estimó las probabilidades, como medición del riesgo, de que las ventas fueran excelentes o malas, que representan los dos posibles resultados que harían que se aceptara la opción. Los resultados son los siguientes:

	Probabilidad del resultado	
	Excelente	**Mala**
SolarScale	0.5	0.5
CIF	0.8	0.2
Consorcio	0.6	0.4

Utilice estas probabilidades para determinar el VP esperado si se ponderan por igual las estimaciones de cada representante.

Solución

Por cada resultado (excelente y malo) seleccione de la figura 18-11 el mejor VP, y después calcule el $E(\text{VP})$ de cada representante.

Excelente: Del nivel $\times$ 2 y el nivel $\times$ 1, seleccionar 2 $\times$ con VP = \$1.97 millones.

Mala: Del nivel $\times$ ½ y el de detenerse ahora, seleccionar $\times$ ½ con VP = \$−2.76 millones.

En millones de \$, el $E(\text{VP})$ de cada organización es

$$E(\text{VP de SolarScale}) = 1.97(0.5) - 2.76(0.5) = \$-0.40$$
$$E(\text{VP de CIF}) = 1.97(0.8) - 2.76(0.2) = \$1.02$$
$$E(\text{VP del consorcio}) = 1.97(0.6) - 2.76(0.4) = \$0.08$$

Con una posibilidad de 1/3 asignada a cada representante, el $E(\text{VP de la decisión en la etapa 2})$ conjunto es

$$E(\text{VP de la decisión en la etapa 2}) = 0.33(-0.40 + 1.02 + 0.08)$$
$$= \$0.23 \quad (\text{que es } \$230\,000)$$

El caso base de la producción $\times$ 1 en el inciso *b*) del ejemplo 18.9 dio como resultado $E(\text{VP}) = \$-780\,000$. Cuando se compara con el resultado de $E(\text{VP})$ positivo obtenido aquí, se observa que, al considerar las diferentes opciones del nivel de producción y las probabilidades del nivel de ventas, el VP esperado aumentó a un valor positivo. Si todo lo demás permanece constante, debe aceptarse la oferta del consorcio estatal; es decir, aceptar la opción real del contrato.

Hay muchos otros ejemplos y dimensiones del análisis de las opciones reales en la ingeniería económica y en el área del análisis financiero, en el que el análisis de opciones se inició hace pocos años. Si usted está interesado en este nuevo campo de estudio, consulte textos más avanzados y artículos en revistas sobre el tema de opciones reales.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Este capítulo se dedicó a determinar la sensibilidad a la variación en uno o más parámetros con una medida de valor específica. Cuando se comparan dos alternativas, se calcula y se representa gráficamente la medida de valor de diferentes valores del parámetro con el propósito de determinar cuándo es mejor cada una.

Si se espera que diversos parámetros varíen durante un rango predecible, la medida de valor se grafica y se calcula con tres estimaciones para un parámetro: la muy probable, la pesimista y la optimista. Dicho enfoque formalizado resulta útil para determinar qué alternativa, entre varias, es mejor. En todos estos análisis se supone que los parámetros son independientes entre sí.

La combinación de estimaciones de parámetros y de probabilidad da como resultado la relación de valor esperado

$$E(X) = \Sigma XP(X)$$

Con esta expresión también se calcula E(ingreso), E(costo), E(flujo de efectivo) y E(VP) para toda la secuencia del flujo de efectivo de una alternativa.

Los árboles de decisión se emplean para tomar una serie de selecciones entre alternativas; es una forma de considerar explícitamente el riesgo. Es necesario efectuar diversos tipos de estimaciones para un árbol de decisiones: resultados de cada decisión posible, flujos de efectivo y probabilidades. Los cálculos de valor esperado se complementan con cálculos de medidas de valor para resolver el árbol y encontrar las mejores alternativas etapa por etapa.

El financiamiento por etapas puede abordarse durante el tiempo con la disciplina de las opciones reales, en desarrollo constante. El retraso de una decisión de invertir y considerar los riesgos del futuro puede mejorar el E(VP) general de un proyecto, proceso o sistema.

PROBLEMAS

Sensibilidad a la variación de parámetros

18.1 Kahn Instruments estudia una inversión de $500 000 en una nueva línea de productos. La empresa invertirá sólo si obtiene una tasa de rendimiento del 15% o más por año. Si se espera que los ingresos estén entre $135 000 y $165 000 anuales durante cinco años, determine si la decisión de invertir es sensible al rango proyectado de ingresos según un análisis de valor presente.

18.2 Una pareja joven planea su jubilación con mucha anticipación, y decidió que para retirarse cómodamente dentro de 20 años necesitará $2 600 000. Durante los últimos cinco años han podido invertir uno de sus salarios ($50 000 por año, que incluyen las aportaciones de su empleador) mientras viven con el otro salario. Planean iniciar una familia en algún momento de los próximos 10 años, y cuando nazca su primer hijo uno de los padres renunciará a su empleo, por lo que los ahorros disminuirán $15 000 por año de entonces en adelante. Si en sus inversiones han obtenido una tasa de rendimiento de 10% anual y esperan que esta TR continúe, ¿es sensible su meta de obtener $2.6 millones dentro de 20 años ante el momento en que nazca su primer hijo (es decir, entre ahora y dentro de 10 años)? Use un análisis de VF.

18.3 Una compañía que manufactura carretes de alta velocidad sumergibles analiza la actualización del equipo de producción con objeto de disminuir los costos durante un periodo de planeación de seis años. La empresa puede invertir ahora $80 000, o bien dentro de un año o dos. En función del momento en que se haga la inversión, los ahorros variarán. Es decir, los ahorros serían de $25 000, $26 000 o $29 000 por año si la inversión se hace hoy (año 0), dentro de un año o dentro de dos, respectivamente. ¿Afectará el momento de la inversión la condición de obtener un rendimiento de 20% anual? Use un análisis de valor futuro.

18.4 Se analizan diferentes sistemas de membrana para dar tratamiento a 3 millones de galones al día (MGD) de agua para torres de enfriamiento a fin de reducir su

volumen. La opción 1 es un sistema de ósmosis inversa para agua de mar (SOIM) que operaría a 500 psi con un costo fijo de $465 diarios y un costo de operación de $0.67 por cada 1 000 galones. Una segunda opción es un SOIM de alta presión que ofrece el proveedor X y que opera a 800 psi con un costo fijo de $328 por día (porque tiene menos membranas); sin embargo, su costo de operación sería de $1.35 por cada 1 000 galones. Una tercera opción también es un SOIM de alta presión del proveedor Y, que afirma que su sistema tendría un costo de operación menor, de $1.28 por cada mil galones, y el mismo costo fijo que el del proveedor X. Determine si la selección de un sistema de baja o alta presión depende del bajo costo de operación que ofrece el proveedor Y.

18.5 Una máquina que se usa actualmente en la fabricación de seguros para tarjetas de circuitos integrados tiene un VA = $−63 000 por año. Se estudia un posible reemplazo con costo inicial de $64 000 y costo de operación de $38 000 anuales durante los próximos tres años. Tres ingenieros han emitido su opinión acerca del valor de rescate de la nueva máquina dentro de tres años: $10 000, $13 000 y $18 000. ¿La decisión de reemplazar la máquina es sensible a las estimaciones del valor de rescate si la TMAR de la compañía es de 15% anual?

18.6 Tres ingenieros, por separado, en Raytheon, evalúan en términos económicos un equipo alternativo. El costo inicial será de $77 000, y se estiman seis años de vida con un valor de rescate de $10 000. Sin embargo, los ingenieros están en desacuerdo sobre el ingreso estimado que generará el equipo. Joe hizo una estimación de $10 000 al año; Jane determina que éste es muy bajo y estima $14 000, mientras que Carlos calcula $18 000 anuales. Con una TMAR antes de impuestos de 8% anual, utilice el VP para determinar si estas estimaciones cambiarán la decisión de comprar el equipo.

18.7 El propietario de una pequeña compañía constructora planea adquirir equipo especializado para cumplir un contrato que acaba de firmar. El costo inicial del equipo es de $250 000 y es probable que tenga un valor de rescate de $90 000 dentro de tres años, momento en el que no se necesitará más el equipo. Se espera que el costo de operación sea de $75 000 por año. Asimismo, el dueño puede subcontratar el trabajo en $175 000 al año. Como el equipo es especializado, el propietario no está seguro sobre su valor de rescate. Piensa que podría valer apenas $10 000 dentro de tres años (como chatarra). Si su tasa mínima atractiva de rendimiento es de 15% por año, determine si la decisión de comprar el equipo es sensible al valor de rescate.

18.8 Una compañía planea pedir un préstamo de $10.5 millones para la expansión de su planta, pero no está segura de la tasa de interés que se aplicará al préstamo. La tasa puede ser de apenas 10% o de hasta 12% anual para un préstamo a cinco años. La empresa sólo emprenderá el proyecto si el valor anual de la expansión es inferior a $5.7 millones. El costo de mantenimiento y operación es fijo, de $3.1 millones anuales. El valor de rescate sería de $2 millones si la tasa de interés fuera de 10%, o de $2.5 millones si fuera de 12% anual. ¿La decisión de proceder con el proyecto es sensible a las estimaciones de la tasa de interés y del valor de rescate?

18.9 Una compañía fabricante de tubos de PVC transparente investiga opciones de producción por lote y por proceso continuo. Los flujos de efectivo estimados son los siguientes:

	Lote	Continuo
Costo inicial, $	−80 000	−130 000
Costo anual, $ por año	−55 000	−30 000
Valor de rescate en cualquier año, $	10 000	40 000
Vida, años	3-10	5

El director de operaciones pidió a usted que determinara si la opción de trabajo por lotes tendría un valor anual menor que el sistema de flujo continuo con tasas de interés de 5 a 15% para la opción de lotes, pero sólo de 15% para el sistema continuo. (*Nota:* Ya se determinó que el proceso de flujo continuo tendría su costo más bajo durante un ciclo de cinco años de vida; el proceso por lotes podría durar de tres a 10 años.)

18.10 Un ingeniero recabó datos de costo e ingresos promedio para la calculadora financiera portátil FC1 de Arenson.

Costo fijo = $300 000 por año
Costo por unidad = $40
Ingresos por unidad = $70

a) ¿Cuál es el rango en la cantidad de equilibrio si hay una posible variación en el costo fijo de $200 000 a $400 000 por año? (Utilice incrementos de $50 000.)
b) ¿Cuál es el cambio incremental en la cantidad de equilibrio con cada cambio de $50 000 en el costo fijo?

La información siguiente se utiliza en los problemas 18.11 a 18.14.

Un nuevo sistema en internet para diagnosticar pacientes de cirugía costaría $200 000 por concepto de instalación y $5 000 anuales por mantenimiento, y tendría una vida esperada de cinco años. Se estima que el ingreso agregado sea de $60 000 por año, con una TMAR de 10% anual. Estudie la sensibilidad del valor presente ante las variaciones de los parámetros seleccionados mientras los demás permanecen constantes.

18.11 Sensibilidad a la variación del costo inicial: \$150 000 a \$250 000 (de −25 a +25%).

18.12 Sensibilidad a la variación de los ingresos: \$45 000 a \$75 000 (de −25 a +25%).

18.13 Sensibilidad a la variación de la vida útil: de cuatro a siete años (de −20 a +40%).

18.14 Grafique los resultados como en la figura 18-3 y comente acerca de la sensibilidad relativa de cada parámetro.

18.15 Charlene planea depositar $A = \$27\,185$ al final de cada año en una cuenta de ahorros para un programa de jubilación, a partir del próximo año. Espera jubilarse y comenzar a retirar un total de $R = \$60\,000$ por año, a partir de un año después del vigésimo depósito. Suponga que se paga una tasa efectiva de $i = 6\%$ anual por las inversiones para el retiro, con una vida infinita. Determine y comente acerca de la sensibilidad del tamaño del retiro anual R para las variaciones de A e i. Haga los cálculos a mano y con hoja de cálculo.

a) Variación de ±5% en el depósito anual A.

b) Variación de ±1% en la tasa efectiva i, es decir, para un rango de 5 a 7% anual.

18.16 Ned Thomson Labs realiza pruebas para superaleaciones de titanio, aluminio y la mayor parte de los metales. Las pruebas de compuestos metálicos que se basan en el resultado de escudriñamiento de microscopia electrónica pueden subcontratarse, o bien comprar el nuevo equipo para hacerlo. Evalúe la sensibilidad de la decisión económica de comprar el equipo en un rango de ±20% (en incrementos de 10%) de las estimaciones de P, COA, R, n y TMAR (de 12 a 16%). Use el método VA y grafique los resultados de la sensibilidad (como en la figura 18-3). ¿Para cuál(es) parámetro(s) es más sensible el VA? ¿Y menos sensible?

Costo inicial $P = \$-220\,000$

Valor de rescate $S = \$20\,000$

Vida $n = 10$ años

Costo de operación anual COA = \$−30 000 por año

Ingresos anuales $R = \$70\,000$ por año

TMAR $i = 15\%$ por año

18.17 La empresa Titan manufactura y vende generadores de electricidad a base de gasolina. Puede comprar una nueva línea de inyectores de combustible a dos compañías. Se estimaron costos y ahorros, pero estos últimos no son confiables en este momento. Use un análisis VA con 10% anual para determinar si la selección entre la compañía A y la compañía B cambia cuando los ahorros anuales varían hasta 40% de las mejores estimaciones hechas hasta hoy.

	Compañía A	Compañía B
Costo inicial, \$	−50 000	−37 500
COA, \$ por año	−7 500	−8 000
Mejor estimación de ahorros, \$ por año	15 000	13 000
Valor de rescate, \$	5 000	3 700
Vida, años	5	5

18.18 *a*) Grafique la sensibilidad de lo que una persona estaría dispuesta a pagar hoy por un bono de \$10 000 a 9% que vence en 10 años si hubiera un cambio en su 1) valor nominal, 2) tasa de dividendo o 3) tasa de rendimiento nominal requerida, que se espera de 8% anual con capitalización semestral. El bono paga dividendos en forma semestral.

b) Si el inversionista compró el bono con valor nominal de \$10 000 y una tasa de 5% (es decir, 5% sobre su valor nominal), y todas las demás estimaciones fueran correctas, es decir, con 0% de cambio, ¿pagó demasiado o muy poco? ¿Cuánto?

Tres estimaciones

18.19 DVH Technologies compra varios componentes para los instrumentos que fabrica por medio de un contrato a precio fijo de \$190 000 por año a un proveedor local. La compañía considera fabricar ella misma los componentes gracias a la compra de equipo que tendrá un costo inicial de \$240 000, con un valor de rescate estimado de \$30 000 después de cinco años. Es difícil calcular el costo de operación, pero los ingenieros de la empresa hicieron las estimaciones optimista, más probable y pesimista de \$60 000, \$85 000 y \$120 000 anuales, respectivamente. Determine si la compañía debe comprar el equipo con cualquiera de los escenarios de operación. La TMAR es de 20% anual.

18.20 Astor Engineering se fusionó hace poco con otra empresa y puede rentar espacio adicional o comprar su propio edificio. El acuerdo de arrendamiento por \$30 000 anuales sería absolutamente neto, lo que significa que el arrendatario (Astor) pagaría los impuestos inmobiliarios por el espacio arrendado, el seguro del edificio por el mismo espacio y el mantenimiento de las áreas comunes. Como estos costos serían los mismos si Astor fuera el propietario del edificio, no se necesitan considerar en el análisis. Comprar un edificio nuevo costaría \$880 000, pero hay mucha incertidumbre sobre su valor dentro de 20 años, que es el periodo de planeación utilizado. Los individuos involucrados en el análisis hicieron estimaciones optimista, muy probable y pesimista de \$2 400 000, \$1 400 000 y \$900 000, respectivamente. Determine si Astor debe comprar el edificio en cualquiera de los valores de reventa estimados con $i = 10\%$ anual.

18.21 Holly Farms estudia dos cámaras ambientales para efectuar confirmaciones de laboratorio detalladas de pruebas en línea de bacterias en la carne de pollo para detectar la presencia de *E. coli* 0157:H7 y *Listeria monocytogenes*. Hay incertidumbre acerca de cuánto tiempo sería de utilidad la cámara D103. Una estimación realista es de tres años, pero también son posibles las estimaciones pesimista y optimista de dos años y seis años, respectivamente. El valor de rescate estimado sería el mismo. Use una tasa de interés de 10% anual para determinar si cualquiera de las estimaciones para D103 produciría un costo más bajo que el de la cámara 490G con un periodo de planeación de seis años.

	Cámara D103	Cámara 490G
Costo una vez instalada, $	−400 000	−250 000
COA, $ por año	−4 000	−3 000
Valor de rescate a 10% de *P*, $	40 000	25 000
Vida, años	2, 3 o 6	2

18.22 Cuando la economía del país se expande, la firma AB Investment Company es optimista y espera una TMAR de 15% para las nuevas inversiones. Sin embargo, en una economía en recesión el rendimiento esperado es de 8%. Por lo general se requiere un rendimiento de 10%. Una economía en expansión hace que la estimación de vida de los activos se reduzca cerca de 20%, y una economía en recesión hace que los valores de *n* aumenten alrededor de 10%. Calcule y observe o grafique la sensibilidad del valor presente respecto de *a*) la TMAR y *b*) los valores de las vidas de los dos planes detallados a continuación, con las estimaciones más probables para los demás factores. *c*) Considerando todos sus análisis, ¿en qué escenario, de existir, debe rechazarse el plan M o el plan Q?

	Plan M	Plan Q
Inversión inicial, $	−100 000	−110 000
Flujo de efectivo, $/año	+15 000	+19 000
Vida, años	20	20

Valor esperado

18.23 Determine el ingreso neto de operación (INO) esperado de las ventas de componentes de microturbinas. Las probabilidades son 20, 50 y 30% para ingresos de $800 000, $1 000 000 y $1 100 000 por año, respectivamente, y gastos de operación constantes de $200 000 anuales.

18.24 Una compañía que manufactura transductores de presión amplificada intenta decidir entre una máquina de velocidad dual y otra de velocidad variable. Los ingenieros no están seguros de cuál será el valor de rescate de la máquina de velocidad variable, por lo que pidieron estimaciones a diversos proveedores de equipo usado. Los resultados se resumen como sigue: hay 32% de probabilidad de obtener $20 000, 45% de probabilidad de obtener $28 000 y 13% de probabilidad de lograr $34 000. Asimismo, hay 10% de probabilidad de que la compañía tenga que pagar $5 000 para deshacerse del equipo. Calcule el valor de rescate esperado.

18.25 La probabilidad de éxito promedio para un perforador de pozos petroleros en la cuenca Wind River, a siete millas del pozo productivo más cercano, se estima en 13%. Si el valor del petróleo tiene iguales probabilidades de ser de $1.5 millones, $1.9 millones y $2.4 millones, ¿cuál es el ingreso esperado del pozo?

18.26 A continuación se muestran las cifras mensuales (redondeadas a $100 000) de los ingresos por ventas en toda la nación de la empresa Stay Flat de mesas de vacío. Determine el valor esperado del ingreso mensual si las condiciones económicas permanecen sin cambio.

Ingreso, $ por mes	Número de meses
500 000	4
600 000	2
700 000	1
800 000	2
900 000	3

18.27 Determine la intensidad máxima de la lluvia esperada en El Paso, Texas, para julio con las probabilidades que se presentan a continuación.

Intensidad de lluvia, pulgadas por hora	3	4	5	6
Probabilidad	0.4	0.3	0.2	0.1

18.28 Existen cuatro estimaciones para el ciclo anticipado de producción de un subcomponente. Las estimaciones, en segundos, son 10, 20, 30 y 50. *a*) Si se pondera por igual cada estimación, ¿cuál es el tiempo esperado para planearlo? *b*) Si se rechaza el tiempo mayor, ¿cuál es el porcentaje de reducción del tiempo esperado?

18.29 Se espera que el VP de cierta alternativa sea uno de dos valores con base en las propuestas de dos proveedores. Su socia en el negocio dijo a usted que la propuesta baja es de $3 200 anuales. Si ella indica una probabilidad de 70% de aceptar la propuesta cara y su VP esperado es $5 875, ¿cuál es el VP de dicha propuesta cara?

18.30 El comité de Desarrollo e Investigación Industrial evaluó un total de 40 propuestas durante el año pasado. Se aprobaron 20. Las estimaciones de tasa de rendimiento se resumen a continuación con los valores i^* redondea-

dos al entero más cercano. Para las propuestas aceptadas, calcule la tasa de rendimiento esperada $E(i)$.

Propuesta de tasa de rendimiento, i*%	Número de propuestas
−8	1
−5	1
0	5
5	5
8	2
10	3
15	3
	20

18.31 Beckman Electronics efectuó un análisis económico de servicio propuesto en una nueva región del país. Se aplicó el enfoque de las tres estimaciones al análisis de sensibilidad. Los valores optimista y pesimista de cada una tienen una probabilidad de ocurrir de 20%. Use los montos del VF que se muestran para determinar el VF esperado.

	Optimista	Muy probable	Pesimista
VF, $	300 000	50 000	−25 000

18.32 Un muy exitoso club de salud y recreación desea construir un refugio de montaña para escalamiento y ejercicio exterior al servicio de sus clientes. Debido a su ubicación, existe 30% de probabilidad de una temporada de 120 días con buen clima exterior, 50% de probabilidad de una temporada de 150 días y 20% de probabilidad de una temporada de 165 días. La montaña se usará por un estimado de 350 personas cada día de la temporada de cuatro meses (120 días), pero por sólo 100 diarias por cada día adicional que dure la temporada. La construcción de la propuesta costará $375 000 y requerirá un trabajo de remodelación de $25 000 cada cuatro años; además, el costo de seguros y mantenimiento será de $56 000 anuales. La tarifa de escalada será de $5 por persona. Si se anticipan una vida de 10 años y un rendimiento de 12% anual, determine si la expansión se justifica económicamente.

18.33 El dueño de la firma Ace Roofing puede invertir $200 000 en equipo nuevo. Se anticipa una vida de seis años y un valor de rescate de 12% del costo inicial. El ingreso anual adicional dependerá del estado de la industria de la vivienda y la construcción. Se espera que el ingreso adicional sea de sólo $20 000 anuales si continúa la depresión actual en la industria. Los especialistas de bienes raíces estiman una probabilidad de 50% de que la depresión persista tres años y una probabilidad de 20% de que continúe tres años más. Sin embargo, si el mercado deprimido mejora, ya sea durante el primero o el segundo periodo de tres años, se espera que el ingreso de la inversión aumente $35 000 anualmente. ¿La compañía puede esperar obtener un rendimiento de 8% anual sobre su inversión? Utilice el análisis de valor presente.

18.34 Un hotel en Cedar Falls debe construir un muro de contención cerca de su estacionamiento debido a la ampliación de la avenida principal de la ciudad, ubicada justo frente al hotel. La cantidad de lluvia experimentada en un breve periodo puede provocar daño en cantidades diversas, y el costo de la pared aumentará de acuerdo con la finalidad de protegerse de lluvias mayores y más intensas. Las probabilidades de una cantidad específica de lluvia en un periodo de 30 minutos y estimaciones de costo del muro son las siguientes:

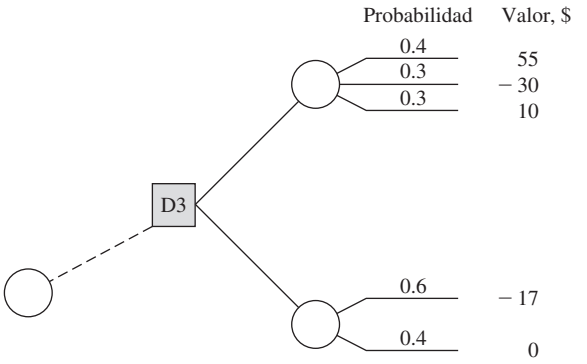
Lluvia, pulgadas/30 minutos	Probabilidad de lluvias mayores	Costo inicial estimado del muro, $
2.0	0.3	200 000
2.25	0.1	225 000
2.5	0.05	300 000
3.0	0.01	400 000
3.25	0.005	450 000

El muro se financiará con un préstamo a 6% anual sobre la cantidad total que se reembolsará al término de un periodo de 10 años.

Los registros indican que las lluvias fuertes ocasionaron un daño promedio de $50 000 debido a las relativamente deficientes propiedades cohesivas del suelo a lo largo de la avenida principal. Se aplica una tasa de descuento de 6% anual. Encuentre la cantidad de lluvia de la que se debe proteger mediante la elección del muro con VA más bajo durante el periodo de 10 años.

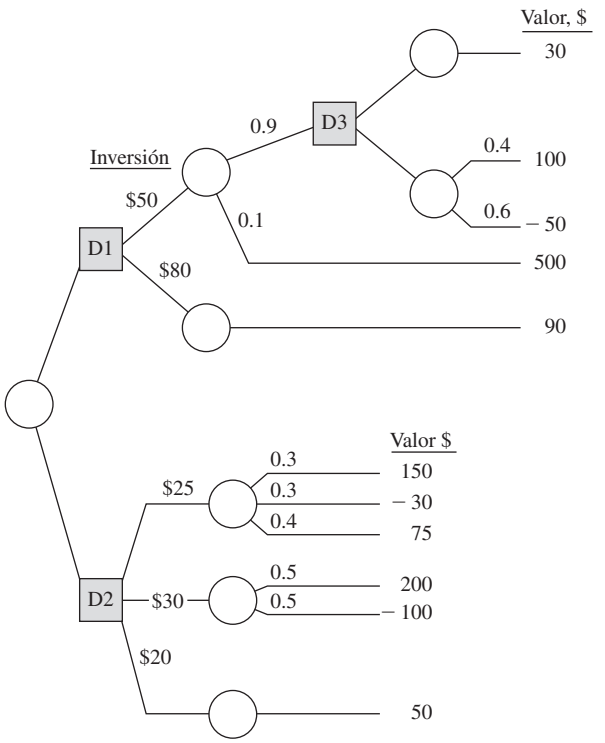
Árboles de decisión

18.35 Para la rama del árbol de decisiones que se muestra, determine los valores esperados de los dos resultados si ya se seleccionó la decisión D3 y se busca el valor de resultado máximo. (Esta rama de decisión forma parte de un árbol más grande.)

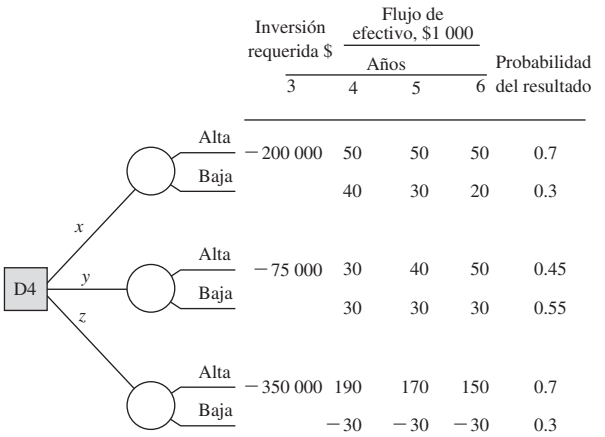


18.36 Un árbol de decisiones grande tiene una rama de resultados que se detalla a continuación. Si todas las decisiones D1, D2 y D3 son opciones en un periodo de un año, encuentre

la ruta de decisión que maximice el valor del resultado. En cada rama se indican las inversiones específicas en dólares necesarias para los nodos de decisión D1, D2 y D3.



18.37 La decisión D4, con tres resultados posibles (*x*, *y* o *z*), debe tomarse en el año 3 de un periodo de estudio de seis años con la finalidad de maximizar el valor esperado del valor presente. Con una tasa de rendimiento de 15% anual, la inversión requerida en el año 3 y el flujo de efectivo estimado para los años 4 a 6, determine qué decisión debe tomarse en el año 3.



18.38 En una línea de ensamble final se necesita anualmente un total de 5 000 subensambles mecánicos, los cuales se obtienen en una de tres formas: 1) *se fabrican* en una de las tres plantas propiedad de la compañía, 2) *se compran en el almacén* del único fabricante o 3) *se contrata su fabricación* de acuerdo con sus especificaciones. El costo estimado anual de cada opción depende de las circunstancias específicas de la planta, el productor o el contratista. Las circunstancias se detallan en la siguiente información, junto con una probabilidad de ocurrencia y el costo anual estimado. Elabore y resuelva un árbol de decisiones para determinar la alternativa de menor costo para obtener los subensambles.

Alternativa de decisión	Resultados	Probabilidad	Costo anual de 5 000 unidades, $/año
1. Fabricar	Planta:		
	A	0.3	−250 000
	B	0.5	−400 000
	C	0.2	−350 000
2. Comprar hecho	Cantidad:		
	<5 000, se paga más 5 000 disponibles	0.2 0.7	−550 000 −250 000
	>5 000, obligado a comprar	0.1	−290 000
3. Contratar	Entrega:		
	Entrega oportuna	0.5	−175 000
	Entrega tardía, y se compran algunos ya hechos	0.5	−450 000

18.39 El presidente de ChemTech trata de decidir si debe empezar una nueva línea de producto o comprar una pequeña compañía. Financieramente, no es posible hacer las dos cosas. Fabricar el producto durante un periodo de tres años requerirá una inversión inicial de $250 000. Los flujos de efectivo anuales esperados, con las probabilidades en paréntesis, son: $75 000 (0.5), $90 000 (0.4) y $150 000 (0.1). Comprar la pequeña compañía cuesta $450 000 ahora. Los estudios de mercado indican una probabilidad de 55% de mayores ventas para la compañía y una probabilidad de 45% de disminuciones graves con un flujo de efectivo anual de $25 000. Si se experimentan disminuciones en el primer año, la compañía venderá inmediatamente (durante el año 1) a un precio de $200 000. Las mayores ventas pueden ser de $100 000 los dos primeros años. Si esto ocurre se considerará una decisión de expandirse dos años después con una inversión adicional de $100 000. Esta expansión generaría flujos de efectivo con las siguientes probabilidades: $120 000 (0.3), $140 000 (0.3) y $175 000 (0.4). Si no se elige la expansión, se mantendrá el tamaño actual para que continúen las ventas previstas. Suponga que no hay valores de rescate en ninguna de las inversiones. Con la descripción anterior y un rendimiento anual de 15%, haga lo siguiente:

a) Elabore un árbol de decisiones con todos los valores y probabilidades mostrados.
b) Determine los VP esperados en el nodo de decisión de "expansión/sin expansión" después de dos años, siempre y cuando las ventas hayan crecido.
c) Determine cuál decisión debe tomarse en este momento para ofrecer el mayor rendimiento posible para ChemTech.

d) Explique en sus palabras lo que sucedería con los valores esperados en cada nodo de decisiones si se extiende el horizonte de planeación más de tres años y todos los valores del flujo de efectivo continúan en la forma pronosticada en la descripción.

Opciones reales

18.40 Una empresa privada que fabrica chips esenciales para almacenar grandes volúmenes de datos está valuada en $3 000 millones. Una compañía de computación que desea incursionar en la computación mediante servidores centrales analiza la compra de la primera, pero debido a lo incierto de la economía preferiría comprar una opción que le permitiera adquirirla dentro de un año con un costo de $3.1 mil millones. ¿Cuál es la cantidad máxima que la empresa debe estar dispuesta a pagar por la opción si la TMAR es de 12% anual?

18.41 Una compañía que estudia agregar una nueva línea de productos determinó que el costo inicial sería de $80 millones. La empresa no está segura del recibimiento que tendría el producto, por lo que proyectó los ingresos por medio de las estimaciones optimista, muy probable y pesimista en $35 millones, $25 millones y $10 millones, respectivamente, con igual probabilidad para cada uno. En vez de expandirse ahora, la compañía puede aplicar un programa de pruebas por un año en un área delimitada que costaría $4 millones (la totalidad del proyecto costaría $80 millones si se ejecutara después de concluir el programa de pruebas). Esto daría a la empresa la opción de continuar o cancelar el proyecto. El criterio identificado para continuar con la aplicación completa es que los ingresos sean más de $900 000. En este caso se eliminaría la estimación pesimista y se asignaría igual probabilidad a las proyecciones restantes de los ingresos. Si la compañía usa un horizonte de planeación de cinco años y una TMAR de 12% anual, ¿debe continuar con el proyecto completo ahora o tomar la opción de ejecutar el programa de pruebas durante un año?

18.42 Dow Chemical considera la adquisición de una licencia de un sistema de tratamiento de descarga de poca agua líquida (PAL) a la pequeña empresa que desarrolló el proceso. Dow puede comprar una opción a un año en $150 000, lo que le daría tiempo para hacer una prueba piloto del proceso PAL, o bien puede adquirir la licencia ahora con un costo de $1.8 millones más 25% de las ventas. Si Dow espera un año, el costo aumentaría a $1.9 millones más 30% de las ventas. Si Dow proyecta que las ventas serán de $1 000 000 por año durante el periodo de cinco años de la licencia, ¿debe obtenerla ahora o comprar la opción para tenerla después del periodo de prueba de un año? Suponga que la TMAR es de 15% anual.

18.43 Abby acaba de negociar un precio de $15 000 por un carro de dos años de antigüedad y está con el vendedor a punto de cerrar el trato. Las ventas tienen un periodo de garantía de un año; sin embargo, existe una garantía ampliada por $2 500 que cubriría las mismas reparaciones y fallas que la garantía de un año, pero por tres años adicionales. Abby comprende que ésta es una situación de opciones reales con el precio de la opción ($2 500) por pagarse para evitar costos futuros desconocidos. Para ayudarla a tomar su decisión, el vendedor le muestra tres conjuntos comunes de datos históricos de la reparación de automóviles usados. Los costos durante el primer año son de cero debido a que la garantía los cubriría.

	Año			
	1	2	3	4
Costo de la reparación, $ por año				
A	0	−500	−1 200	−850
B	0	−1 000	−1 400	−400
C	0	0	−500	−2 000

El vendedor dijo que el caso C es la base, pues muestra que la garantía ampliada no es necesaria debido a que el costo de las reparaciones es igual al costo de la garantía. Abby reconoció de inmediato que éste sería el caso sólo si $i = 0\%$.

a) Si Abby supone que cada escenario de los costos de las reparaciones tiene igual probabilidad de ocurrir con su vehículo, y que el dinero le cuesta 5% anual a ella, ¿cuánto debe estar dispuesta a pagar por la garantía ampliada que se le ofrece en $2 500?

b) Si el caso base ocurre en realidad a su automóvil y no quiere comprar la garantía, ¿cuál es el VP de los costos futuros esperados con $i = 5\%$ anual?

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

18.44 Al realizar un análisis de sensibilidad, todas las siguientes pueden usarse como medidas del valor, excepto:

a) Valor presente
b) Ecuaciones de costo-capacidad
c) Valor anual
d) Razón beneficio-costo

18.45 Cuando se grafica la medida del valor respecto del cambio porcentual para varios parámetros, el que es más sensible en el análisis económico es el que tiene:

a) La curva con más pendiente
b) La curva más plana
c) El mayor valor presente
d) La vida más corta

18.46 Al realizar un análisis de sensibilidad formalizado con el empleo de tres estimaciones, éstas deben ser:
a) Estratégica, pesimista, muy probable
b) Determinista, realista, optimista
c) Optimista, pesimista, muy probable
d) Auténtica, realista, probabilista

18.47 Para valores anuales de $30 000, $40 000 y $50 000, con probabilidades de 20, 20 y 60%, respectivamente, el VA esperado es el más cercano a:
a) $34 000
b) $40 000
c) $44 000
d) $48 000

18.48 El VA de una máquina de tres años de antigüedad que se usa en la fabricación de codificadores magnéticos modulares, que proveen datos acerca de la velocidad y posicionamiento de los ejes de motores rotatorios, es de $-48 000. Un retador tiene un costo inicial de $90 000, un costo de operación de $29 000 y un valor de rescate después de cinco años que variaría considerablemente. Con una tasa de interés de 10% anual y valores de rescate optimista, más probable y pesimista de $15 000, $10 000 y $2 000, respectivamente, el (los) valor(es) de rescate para el que el VA del retador sería menor que el del defensor son:
a) Todos ellos
b) Sólo el optimista
c) Sólo el optimista y el pesimista
d) Ninguno de ellos

18.49 El árbol de decisiones incluye todo lo siguiente, excepto:
a) Estimaciones de probabilidad de cada resultado
b) Medición del valor como criterio de selección
c) Resultados esperados de una decisión en cada etapa
d) La TMAR

18.50 Un análisis de opciones reales es más valioso cuando:
a) El riesgo es bajo y las cantidades son altas
b) Las cantidades son bajas y el riesgo es alto
c) Las cantidades son altas y el riesgo es alto
d) Las cantidades son bajas y el riesgo es bajo

18.51 Una compañía manufacturera pequeña necesita comprar una máquina que tiene un costo inicial de $70 000. La compañía quiere comprar una opción que le permitiría adquirir la máquina por el mismo precio de $70 000 dentro del plazo de un año. Si la TMAR de la empresa es de 10% anual, la cantidad máxima que debe pagar por la opción es la más cercana a:
a) $5 850
b) $6 365
c) $6 845
d) $7 295

ESTUDIO DE CASO

SENSIBILIDAD AL AMBIENTE ECONÓMICO

Antecedentes e información

Berkshire Controllers por lo general financia sus proyectos de ingeniería con una combinación de deuda y capital propio. Los rangos resultantes de la TMAR van de un bajo 4% anual, si el negocio avanza lento, a uno alto de 10% anual. Por lo común, se espera un rendimiento de 7% anual. Además, las estimaciones de vida de los activos tienden a disminuir más o menos 20% de lo normal en un ambiente de negocios vigoroso, y tienden a aumentar 10% en una economía en recesión. Las siguientes estimaciones son los valores más probables para dos planes actualmente en evaluación. El plan A se ejecutará en un sitio; el plan B requiere dos sitios. Todas las estimaciones monetarias se expresan en unidades de $1 000.

		Plan B	
	Plan A	Sitio 1	Sitio 2
Costo inicial, $	−10 000	−30 000	−5 000
COA, $ por año	−500	−100	−200
Valor de rescate, $	1 000	5 000	−200
Vida estimada, años	40	40	20

Preguntas del estudio de caso

En la reunión semanal el presidente de Berkshire pidió a usted que examinara las preguntas siguientes.

1. ¿Los valores de VP para los planes A y B son sensibles a los cambios en la TMAR?
2. ¿Los valores de VP son sensibles a las variaciones de las estimaciones de vida?
3. ¿El punto de equilibrio para el costo inicial del plan A es sensible a los cambios en la TMAR conforme el negocio pasa de vigoroso a recesivo?

ESTUDIO DE CASO

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN PROYECTOS DEL SECTOR PÚBLICO: PLANES DE SUMINISTRO DE AGUA

Antecedentes

Uno de los servicios más básicos proporcionados por los gobiernos municipales es el suministro confiable y seguro de agua. A medida que las ciudades crecen y extienden sus límites a las áreas periféricas, con frecuencia heredan sistemas de agua que no se construyeron de acuerdo con la normatividad de la ciudad. Algunas veces, el mejoramiento de estos sistemas resulta más costoso que instalar uno adecuado desde el principio. Para evitar tales problemas, los funcionarios de la ciudad en ocasiones instalan sistemas de agua que sobrepasan los límites existentes de la ciudad para anticiparse al crecimiento futuro. Este estudio de caso proviene de un plan de manejo de agua y de aguas residuales a lo largo del país, y se limita sólo a algunas alternativas de suministro de agua.

De entre una docena de planes sugeridos, un comité ejecutivo desarrolló cinco métodos como formas alternativas para suministrar agua al área de estudio. Tales métodos se sometieron después a una evaluación preliminar para identificar las alternativas más prometedoras. En la calificación inicial se utilizaron seis factores: capacidad para atender el área, costos relativos, factibilidad de ingeniería, aspectos institucionales, consideraciones ambientales y requisito de tiempo de entrega. Cada factor llevó la misma ponderación y tuvo valores que oscilaron entre 1 y 5, con 5 como el mejor. Después de identificar las tres alternativas principales, cada una estuvo sujeta a una evaluación económica detallada para elegir la mejor. Las evaluaciones detalladas incluyeron una estimación del capital invertido de cada alternativa, amortizado en 20 años con un interés de 8% anual y los costos anuales de mantenimiento y operación (M&O). El costo anual (un valor VA) se dividió luego entre la población atendida para llegar al costo mensual por vivienda.

Información

La tabla 18-5 presenta los resultados de la búsqueda con los seis factores de calificación en una escala de 1 a 5. Se determinó que las alternativas 1A, 3 y 4 fueron las tres mejores y se eligieron para posterior evaluación.

Estimaciones de costos detalladas

Todas las cantidades son costos estimados.

Alternativa 1A

Costo de capital	
Terreno con servicio de agua: 1 720 hectáreas	
@ $5 000 por hectárea	$8 600 000
Planta de tratamiento principal	2 560 000
Estación de propulsión en la planta	221 425
Represa en la estación de propulsión	50 325
Costo del terreno	40 260
Línea de transmisión desde el río	3 020 000
Derecho de vía, línea de transmisión	23 350
Lechos de filtración	2 093 500
Tubería para lechos de filtración	60 400
Pozos de producción	510 000
Sistema de recolección del campo	77 000
Sistema de distribución	1 450 000
Sistema de distribución adicional	3 784 800
Represas	250 000
Lugar de represas, terreno y desarrollo	17 000
Subtotal	22 758 060
Ingeniería y contingencias	5 641 940
Inversión total de capital	$28 400 000

TABLA 18-5 Resultados de los seis factores de evaluación por cada alternativa, estudio de caso

		Factores						
Alternativa	Descripción	Capacidad para abastecer el área	Costo relativo	Factibilidad de ingeniería	Aspectos institucionales	Consideraciones ambientales	Requerimiento de tiempo de entrega	Total
1A	Recibir agua de la ciudad y recargar pozos	5	4	3	4	5	3	24
3	Planta conjunta para ciudad y condado	5	4	4	3	4	3	23
4	Planta de tratamiento para condado	4	4	3	3	4	3	21
8	Desalar aguas freáticas	1	2	1	1	3	4	12
12	Desarrollar agua militar	5	5	4	1	3	1	19

Costos anuales de mantenimiento y operación	
Bombeo de 9 812 610 kWh por año @ $0.08 por kWh	$785 009
Costo fijo de operación	180 520
Costo variable de operación	46 730
Impuestos por derechos del agua	48 160
Costo anual total de M&O	$1 060 419

$$\begin{aligned}\text{Costo anual total} &= \text{inversión de capital equivalente} + \text{costo de M\&O}\\ &= 28\,400\,000(A/P,8\%,20) + 1\,060\,419\\ &= 2\,892\,540 + 1\,060\,419\\ &= \$3\,952\,959\end{aligned}$$

El costo promedio mensual por vivienda para atender 95% de 4 980 viviendas es

$$\begin{aligned}\text{Costo por vivienda} &= (3\,952\,959)\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{1}{4\,980}\right)\left(\frac{1}{0.95}\right)\\ &= \$69.63 \text{ por mes}\end{aligned}$$

Alternativa 3

Inversión total de capital	= $29 600 000
Costo anual total de M&O	= $867 119
Costo anual total	= 29 600 000(*A*/*P*,8%,20) + 867 119
	= 3 014 760 + 867 119
	= $3 881 879
Costo por vivienda	= $68.38 por mes

Alternativa 4

Costo de capital total	= $29 000 000
Costo anual total de M&O	= $1 063 449
Costo anual total	= 29 000 000(*A*/*P*,8%,20) + 1 063 449
	= 2 953 650 + 1 063 449
	= $4 017 099
Costo por vivienda	= $70.76 por mes

Con base en el costo por vivienda mensual más bajo, la alternativa 3 (una planta conjunta para la ciudad y el condado) resulta la más atractiva económicamente.

Ejercicios del estudio de caso

1. Si el factor de consideraciones ambientales es tener una ponderación del doble de cualquiera de los cinco factores restantes, ¿cuál es su ponderación porcentual?
2. Si los factores de capacidad de suministro del área y de costo relativo se ponderasen con 20% y los cuatro factores restantes con 15% cada uno, ¿qué alternativas calificarían dentro de las tres primeras?
3. ¿En cuánto tendría que disminuir la inversión de capital de la alternativa 4 para hacerla más atractiva que la 3?
4. Si la alternativa 1A atendiera 100% de las viviendas en lugar de 95%, ¿en cuánto disminuiría el costo mensual por vivienda?
5. *a*) Realice un análisis de sensibilidad sobre los dos parámetros de los costos de M&O y el número de viviendas para determinar si la alternativa 3 es aún la mejor elección económica. En la tabla 18-6 se realizan tres estimaciones por parámetro. Los costos de M&O pue-

TABLA 18-6 Estimaciones pesimista, muy probable y optimista para dos parámetros

	Costos anuales de M&O	Número de viviendas
Alternativa 1A		
Pesimista	+1%	4 980
Muy probable	$1 060 419	+2%
Optimista	−1%	+5%
Alternativa 3		
Pesimista	+5%	4 980
Muy probable	$867 119	+2%
Optimista	0%	+5%
Alternativa 4		
Pesimista	+2%	4 980
Muy probable	$1 063 449	+2%
Optimista	−10%	+5%

den variar hacia arriba (pesimista) o hacia abajo (optimista) desde la estimación más probable presentada en la formulación del caso. El número estimado de viviendas (4 980) se determina como la estimación pesimista. Un crecimiento de 2 a 5% (optimista) tenderá a disminuir el costo mensual por vivienda.

b) Considere como costo mensual por vivienda para la alternativa 4 la estimación optimista. El número de hogares está 5% sobre 4 980, es decir, 5 230. ¿Cuál es el número de viviendas que tendrían que estar disponibles con la finalidad de que esta opción sólo tenga exactamente el mismo costo mensual por vivienda que la alternativa 3 en la estimación optimista de 5 230 hogares?

CAPÍTULO 19

Más sobre variaciones y toma de decisiones con riesgo

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Incorporar la toma de decisiones con riesgo a las evaluaciones de ingeniería económica con conceptos de probabilidad, muestreo y simulación.

SECCIÓN	TEMA	OBJETIVO DE APRENDIZAJE
19.1	Riesgo contra certidumbre	• Entender los enfoques para la toma de decisiones con riesgo y certidumbre.
19.2	Probabilidad y distribuciones	• Construir una distribución de probabilidad y una distribución acumulada para una variable.
19.3	Muestreo aleatorio	• Obtener una muestra aleatoria a partir de una distribución acumulada mediante una tabla de números aleatorios.
19.4	μ, σ y σ^2	• Estimar el valor esperado de la población, su desviación estándar y varianza a partir de una muestra aleatoria.
19.5	Simulación	• Usar el método de Monte Carlo y la simulación en hojas de cálculo para evaluar alternativas.

En este capítulo se amplía nuestra capacidad para analizar variaciones de estimaciones, considerar la probabilidad y **tomar decisiones bajo riesgo**. Los fundamentos analizados incluyen variables, distribuciones de probabilidad, en especial sus gráficas y propiedades de valor esperado y de dispersión, muestreo aleatorio y simulación para considerar las variaciones en los estudios de ingeniería económica.

En su cobertura de variaciones y probabilidad, este capítulo presenta enfoques adicionales a los temas analizados en las primeras secciones del capítulo 1: el papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones y del análisis económico en el proceso de solución de problemas. Dichas técnicas consumen más tiempo que las estimaciones realizadas con certidumbre, de manera que deben utilizarse para parámetros considerados esenciales o críticos.

19.1 Interpretación de certidumbre, riesgo e incertidumbre ●●●

Todas las cosas en el mundo varían entre sí, a través del tiempo y en entornos diferentes. Se garantizan variaciones en la ingeniería económica debido a su énfasis en la toma de decisiones para el futuro. Excepto para el análisis del punto de equilibrio, el análisis de sensibilidad y una introducción muy breve a los valores esperados, prácticamente todas las estimaciones aquí desarrolladas han sido **ciertas (con entera certidumbre)**; **es decir**, **no hay variación** en las cantidades dentro de los cálculos de VP, VA, TR o cualquier relación utilizada. Por ejemplo, la estimación de que el flujo de efectivo del año próximo será de $+4 500 tiene gran certidumbre. La certidumbre, por supuesto, no está presente ahora en el mundo real y con seguridad no lo estará en el futuro. Se pueden observar resultados con un alto grado de certidumbre, pero incluso ello depende de la exactitud y precisión de la escala o del instrumento de medición.

Permitir que un parámetro de un estudio de ingeniería económica varíe implica que se introduce *riesgo* y quizás *incertidumbre*.

Hay **riesgo** cuando se anticipan dos o más valores observables para un parámetro *y* es posible estimar la probabilidad de que cada valor ocurra. Virtualmente toda toma de decisiones se lleva a cabo *con riesgo*.

Costo de oportunidad

Como ilustración, la toma de decisiones con riesgo se presenta cuando una estimación de flujo de efectivo anual tiene 50-50% de probabilidad de ser $−1 000 o $+500.

La toma de decisiones con **incertidumbre** significa que hay dos o más valores observables, aunque las probabilidades de su ocurrencia no pueden estimarse o nadie está dispuesto a asignarlas. En el análisis con incertidumbre con frecuencia se hace referencia a los valores observables como *estados de la naturaleza*.

Por ejemplo, considere los siguientes estados de la naturaleza de la tasa de inflación nacional en un país específico durante los próximos dos a cuatro años: permanece baja, aumenta de 2 a 6% cada año, o aumenta de 6 a 8% cada año. Si absolutamente no hay indicación de que los tres valores sean probables por igual, o de que uno sea más probable que los otros, ésta es una afirmación que indica la toma de decisiones con incertidumbre.

El ejemplo 19.1 explica cómo describir y representar gráficamente un parámetro con el fin de tomar decisiones con riesgo.

EJEMPLO 19.1

La empresa CMS en Fairfield, Virginia, recibió tres propuestas de proveedores de dos equipos pesados, A y B. Debe comprarse una unidad de cada equipo. Tom, ingeniero de CMS, evaluó cada propuesta y les asignó una calificación entre 0 y 100, con el 100 como la mejor de las tres. El total de cada pieza de equipo es 100%. En la parte superior de la figura 19-1 se presentan los montos de las propuestas y las calificaciones respectivas.

a) Considere las calificaciones como la probabilidad sobre 100 de que se elija la propuesta, y grafique el costo contra la probabilidad de cada proveedor.

b) Como debe comprarse un equipo de A y otro de B, el costo total variará entre la suma de las propuestas más bajas ($11 millones) y la suma de las más altas ($25 millones). Elabore la gráfica en este rango con igual probabilidad de 1 entre 14 de que es posible que ocurra cualquier cantidad entre estos límites.

c) Analice la diferencia significativa entre los valores del costo (valores en el eje *x*) de las gráficas de los incisos *a*) y *b*), y la forma en que se establecen las probabilidades (valores en el eje *y*).

Equipo A		Equipo B	
Propuesta, $1 000	**Calificación, %**	**Propuesta, $1 000**	**Calificación, %**
3 000	65	8 000	33.3
5 000	25	10 000	33.3
10 000	10	15 000	33.3

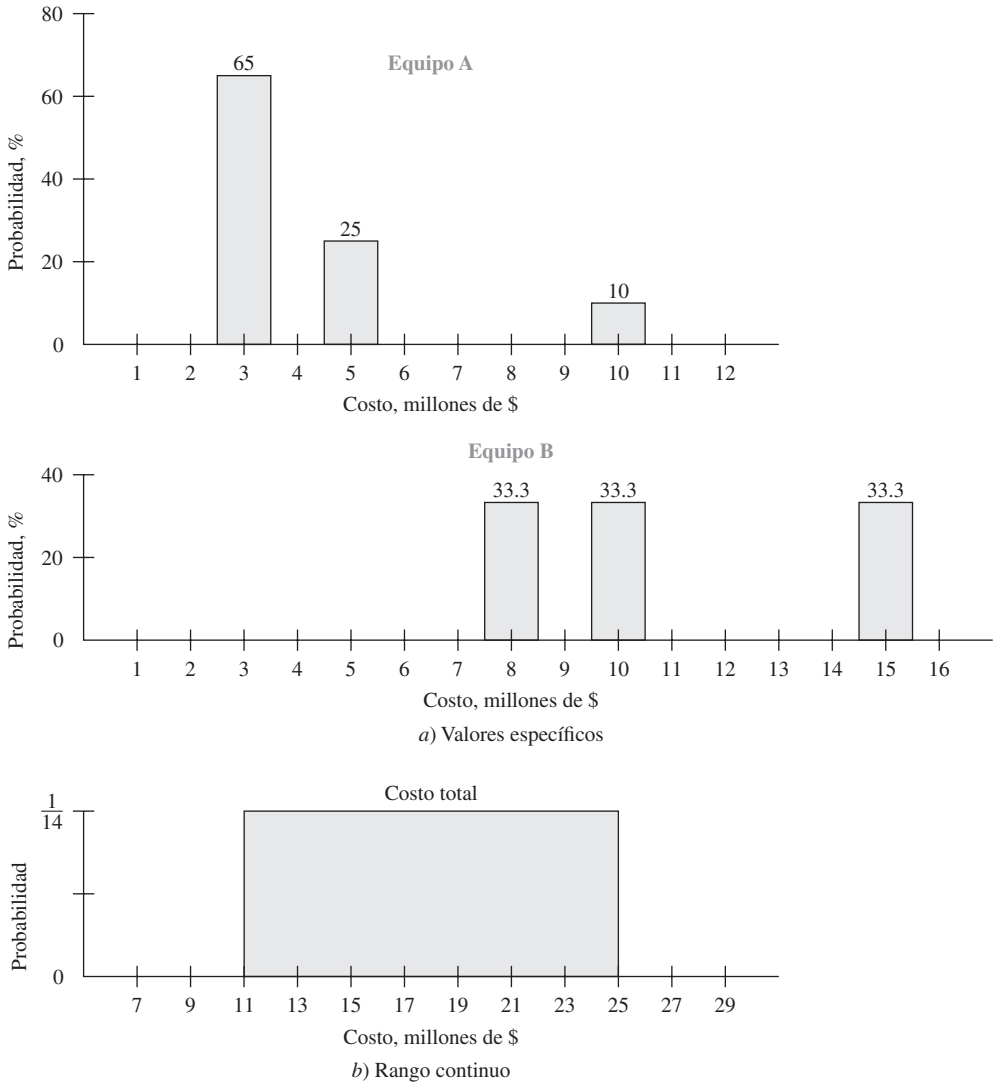


Figura 19-1
Gráfica de las estimaciones de costo y de la probabilidad para *a*) cada equipo y *b*) rango de costo total, ejemplo 19.1.

Solución

a) En la figura 19-1*a*) se muestra la gráfica de las propuestas específicas para los equipos A y B. Las probabilidades (calificaciones) de A y B suman 100%. No hay valores entre las propuestas específicas que tengan alguna probabilidad de ocurrir, de acuerdo con las propuestas de valor único presentadas por los tres proveedores.

b) El rango del costo total está entre $11 y $25 millones, como se aprecia en la figura 19-1*b*). Tom decidió hacer su estimación del costo total continuo entre estos dos extremos. Esto significa que no se usarán más las cantidades discretas de las propuestas ($11 millones, $15 millones y $25 millones). En vez de ello se empleará todo el rango, de $11 millones a $25 millones, con una probabilidad para cada costo total intermedio. Cada valor tiene una probabilidad de 1 entre 14 de ocurrir. Ahora, la suma es un valor continuo.

c) En la gráfica de los valores de las propuestas [figura 19-1*a*)], en el eje *x* sólo aparecen cantidades específicas, o discretas. En la gráfica de la suma del costo de los equipos A y B [figura 19-1*b*)], los valores en el eje *y* son continuos en un rango específico.

En la siguiente sección se define el término *variable* y se explican las dos clases de variables —*discretas* y *continuas*— que se presentaron aquí en forma elemental.

Antes de iniciar un análisis de ingeniería económica es importante decidir si el análisis se realizará con certidumbre para todos los parámetros o si se introducirá el riesgo. A continuación se presenta un resumen del significado y uso de cada tipo de análisis.

Toma de decisiones con certidumbre Es lo que hemos hecho en prácticamente todos los análisis hasta el momento. Se efectúan e ingresan estimaciones deterministas en las expresiones de las medidas de valor —VP, VA, VF, TR, B/C— y la toma de decisiones se basa en los resultados. Los valores estimados pueden considerarse como los que ocurrirán más probablemente con toda la posibilidad ubicada en la estimación de un solo valor. Un ejemplo habitual es una estimación del costo inicial de un activo realizada con certidumbre, por ejemplo, $P = \$50\,000$. Una gráfica de P respecto de la probabilidad tendrá la forma general de la figura 19-1*a*) con una barra vertical en \$50 000 y 100% de posibilidad en ella. Con frecuencia se utiliza el término ***determinista***, en lugar de *certidumbre*, cuando se usan en forma exclusiva **estimaciones** de un **solo valor** o de **punto único**.

De hecho, el análisis de sensibilidad que usa diferentes valores de un estimado es tan sólo otra forma de análisis con certidumbre, excepto que el análisis se repite para valores diferentes, *cada uno estimado con certidumbre*. Los valores resultantes de las medidas de valor se calculan y se ilustran de manera gráfica para determinar la sensibilidad de la decisión a diferentes estimaciones para uno o más parámetros.

Toma de decisiones con riesgo Ahora formalmente se toma en cuenta el elemento de posibilidad. Sin embargo, es más difícil tomar una decisión clara porque el análisis intenta considerar la **variación**. Se permite que varíen uno o más parámetros en una alternativa. Las estimaciones se expresan como en el ejemplo 19.1 o en formas un poco más complejas. En lo fundamental, hay dos formas de considerar el riesgo en un análisis:

Análisis del valor esperado. Utilice las posibilidades y las estimaciones de parámetro para calcular los valores esperados E(parámetro) mediante fórmulas como la ecuación (18.2). El análisis arroja series de E(flujo de efectivo), E(COA) y similares; el resultado final es el valor esperado de una medida de valor, como E(VP), E(VA), E(TR) y E(B/C). Para elegir la alternativa, seleccione el valor esperado más favorable de la medida de valor. En forma elemental, esto es lo aprendido sobre los valores esperados en el capítulo 18. Los cálculos pueden resultar más elaborados, aunque el principio es básicamente el mismo.

Análisis mediante simulación. Utilice las estimaciones de posibilidades y parámetros para generar cálculos repetidos de la relación de la medida de valor con el muestreo aleatorio de una gráfica por cada parámetro variable similar a los de la figura 19-1. Cuando se completa una muestra representativa y aleatoria, se toma una alternativa mediante una tabla o gráfica de los resultados. En general, las gráficas forman parte importante de la toma de decisiones con el análisis de simulación. Básicamente, éste es el enfoque analizado en el resto de este capítulo.

Toma de decisiones con incertidumbre Cuando las posibilidades no se conocen para los estados de naturaleza (o valores) identificados de los parámetros inciertos, la toma de decisiones con base en el valor esperado con riesgo antes esbozado *no es una opción*. En efecto, es difícil determinar incluso el criterio para tomar la decisión. Si fuera posible acordar que cada estado es igualmente probable, todos los estados tendrían la misma posibilidad y la situación se reduciría a una toma de decisiones con riesgo, pues podrían determinarse los valores esperados. Debido a los enfoques relativamente inconclusos y necesarios para incorporar la toma de decisiones con incertidumbre a un estudio de ingeniería económica, las técnicas resultan muy útiles, aunque están más allá del alcance de este texto.

En un análisis de ingeniería económica, así como en todas las demás formas de análisis y toma de decisiones, los valores de parámetro observados en el futuro variarán respecto del valor estimado en el momento del estudio. No obstante, cuando se realiza el análisis, no todos los parámetros deben considerarse probabilísticos (o con riesgo); los que son estimables con un grado de certidumbre relativamente elevado deben mantenerse fijos para el estudio. Por consiguiente, los métodos de muestreo, simulación y análisis de datos estadísticos se emplean selectivamente sobre los parámetros considerados importantes para el proceso de toma de decisiones. Los parámetros como P, COA, costos de materiales y unitarios, precios de venta, ingresos, etc., son los objetivos en la toma de decisiones con riesgo. La variación anticipada y predecible en las tasas de interés es más común en los enfoques del análisis de sensibilidad.

El resto de este capítulo se concentra en la toma de decisiones con riesgo en la forma aplicada a un estudio de ingeniería económica. Las siguientes tres secciones proporcionan la base material necesaria para diseñar y realizar correctamente un análisis de simulación (sección 19.5).

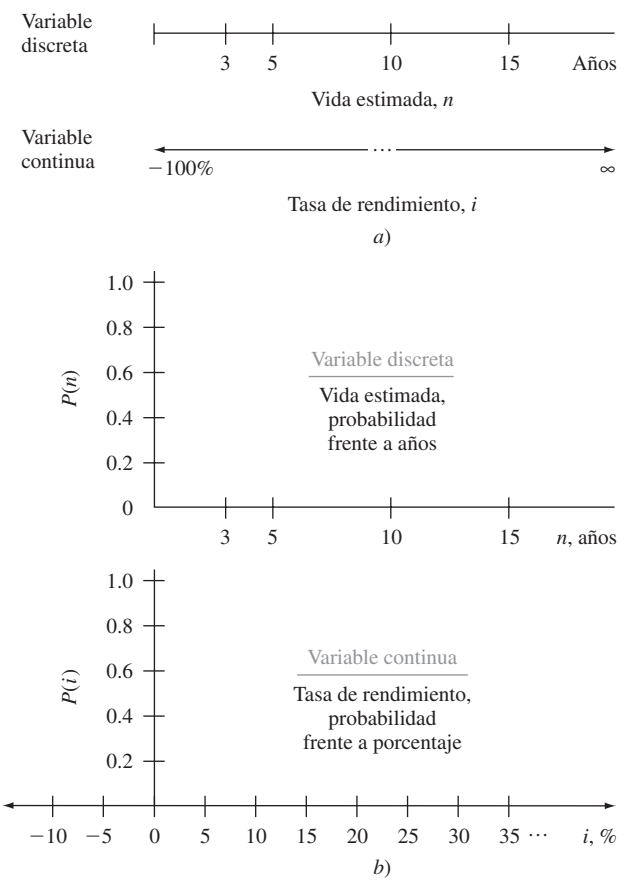


Figura 19-2
a) Escalas para una variable discreta y continua, y *b*) escalas para una variable respecto de su probabilidad.

19.2 Elementos importantes para tomar decisiones con riesgo ●●●

Algunos fundamentos de probabilidad y estadística son esenciales para realizar correctamente la toma de decisiones con riesgo mediante el análisis del valor esperado o la simulación. Se trata de los conceptos de *variable aleatoria*, *probabilidad*, *distribución de probabilidad* y *distribución acumulada*, que se explican aquí. (Si el lector ya está familiarizado con ellas, la presente sección le servirá de repaso.)

Una **variable aleatoria** o **variable** es una característica o parámetro que puede tomar un valor cualquiera entre diversos valores. Las variables se clasifican como *discretas* o *continuas*. Las variables discretas tienen diversos valores aislados y específicos, mientras que las variables continuas pueden asumir cualquier valor entre dos límites establecidos, llamado *rango* de la variable.

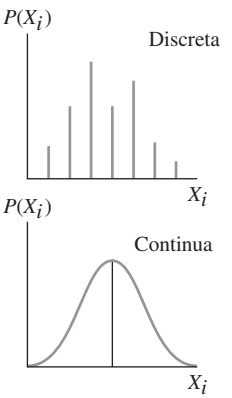
La vida estimada de un activo es una variable discreta. Como ejemplo, puede esperarse que n tenga los valores $n = 3$, 5, 10 o 15 años y no otros. La tasa de rendimiento es un ejemplo de una variable continua; i puede variar de -100% a ∞, es decir, $-100\% \leq i < \infty$. El rango de valores posibles para n (discreto) e i (continuo) se muestra en los ejes x de la figura 19.2*a*) (en los textos de probabilidad, las letras mayúsculas simbolizan una variable, por ejemplo X, y las letras minúsculas x identifican un valor específico de la variable. Aunque correcto, tal nivel de rigor en la terminología no se aplica en este capítulo).

La **probabilidad** es un número entre 0 y 1.0 que expresa la posibilidad en forma decimal de que una variable aleatoria (discreta o continua) tome cualquier valor de los identificados para ella. La probabilidad no es más que la cantidad de posibilidad dividida entre 100.

Por lo común, las probabilidades se denotan como $P(X_i)$ o $P(X = X_i)$, lo cual se lee como la probabilidad de que la variable X tome el valor de X_i. (En realidad, la probabilidad de que una variable continua tome un solo valor es cero, como se mostrará en un ejemplo posterior.) La suma de todas las $P(X_i)$ para una variable debe ser 1.0, requisito ya analizado. La escala de probabilidad, al igual que la escala porcentual

para la posibilidad en la figura 19-1, se indica sobre la ordenada (eje *y*) de una gráfica. La figura 19.2*b*) muestra el rango de probabilidad de 0 a 1.0 para las variables aleatorias *n* e *i*.

Una **distribución de probabilidad** describe la forma como se distribuye la probabilidad en los diferentes valores de una variable. Las distribuciones de variables discretas son significativamente diferentes de las distribuciones de variables continuas, como lo indica la gráfica de la derecha.

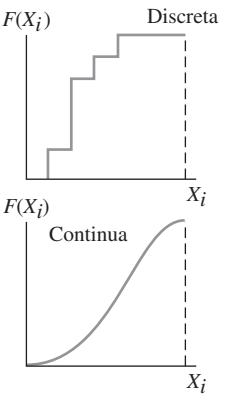


Los valores individuales de probabilidad se expresan como

$$P(X_i) = \textbf{probabilidad de que } X \textbf{ sea igual a } X_i \qquad \textbf{(19.1)}$$

La distribución puede establecerse en una de dos formas: enunciando cada valor de la probabilidad de cada valor posible de la variable (véase el ejemplo 19.2) o mediante una descripción o expresión matemática que establezca la probabilidad en términos de los posibles valores de la variable (ejemplo 19.3).

La **distribución acumulada**, también llamada **distribución de probabilidad acumulada**, es la acumulación de la probabilidad de todos los valores de una variable hasta un valor especificado e incluyéndolo.



Identificado por $F(X_i)$, cada valor acumulado se calcula como

$$\begin{aligned} F(X_i) &= \textbf{suma de todas las probabilidades hasta el valor } X_i \\ &= P(X \leq X_i) \end{aligned} \qquad \textbf{(19.2)}$$

Al igual que con una distribución de probabilidad, las distribuciones acumuladas aparecen en forma diferente para las variables discretas (escalonada) y continuas (curva suave). Los ejemplos 19.2 y 19.3 ilustran las distribuciones acumuladas que corresponden a distribuciones específicas de probabilidad. En la siguiente sección se utilizan los aspectos aprendidos aquí sobre gráficas de $F(X_i)$ para obtener una muestra aleatoria.

EJEMPLO 19.2

Alvin es un médico e ingeniero biomédico graduado que practica en el Medical Center Hospital. Planea iniciar la prescripción de un antibiótico que puede reducir las infecciones en los pacientes con lesiones en la piel. Las pruebas indican que el medicamento se aplica hasta seis veces por día sin efectos colaterales dañinos. Si el medicamento no se utiliza hay siempre una probabilidad positiva de que la infección se reduzca gracias al propio sistema inmunológico de la persona.

Los resultados publicados sobre la prueba del medicamento ofrecen buenas estimaciones de probabilidad de una reacción positiva (es decir, reducción en el conteo de la infección) en 48 horas con diferentes números de tratamientos diarios. Utilice las probabilidades enumeradas a continuación para elaborar una distribución de probabilidad y una distribución acumulada del número de tratamientos por día.

Número de tratamientos adicionales por día	Probabilidad de reducción de la infección de cada tratamiento adicional
0	0.07
1	0.08
2	0.10
3	0.12
4	0.13
5	0.25
6	0.25

Solución

Defina la variable aleatoria *T* como el número de tratamientos por día. Como *T* sólo puede tomar siete valores, es una **variable discreta**. La probabilidad de una reducción en el conteo de la infección se numera por cada valor en la columna 2 de la tabla 19-1. La probabilidad acumulada $F(T_i)$ se determina con la ecuación (19-2) y agregando todos los valores $P(T_i)$ hasta T_i, como indica la columna 3.

La figura 19-3*a*) y *b*) muestra gráficas de la distribución de probabilidad y de la acumulada, respectivamente. La suma de probabilidades para obtener $F(T_i)$ da a la distribución acumulada una apariencia de escalera, y en todos los casos, el final $F(T_i) = 1.0$, pues el total de los valores $P(T_i)$ debe ser igual a 1.0.

TABLA 19-1 Distribución de probabilidad y distribución acumulada para el ejemplo 19.2

(1) Número por día T_i	(2) Probabilidad $P(T_i)$	(3) Probabilidad acumulada $F(T_i)$
0	0.07	0.07
1	0.08	0.15
2	0.10	0.25
3	0.12	0.37
4	0.13	0.50
5	0.25	0.75
6	0.25	1.00

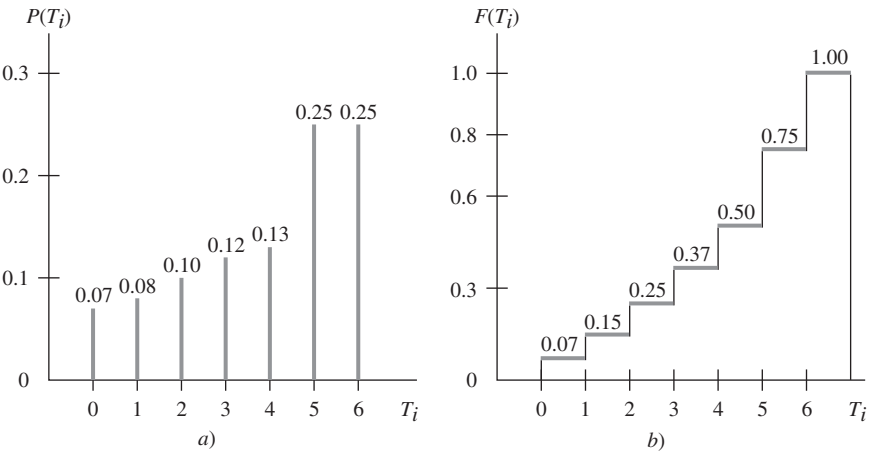


Figura 19-3
a) Distribución de probabilidad $P(T_i)$ y *b*) distribución acumulada $F(T_i)$ para el ejemplo 19.2.

Comentario

En lugar de usar una forma tabular como la tabla 19-1 para expresar los valores $P(T_i)$ y $F(T_i)$, es posible expresarlos por cada valor de la variable.

$$P(T_i) = \begin{cases} 0.07 & T_1 = 0 \\ 0.08 & T_2 = 1 \\ 0.10 & T_3 = 2 \\ 0.12 & T_4 = 3 \\ 0.13 & T_5 = 4 \\ 0.25 & T_6 = 5 \\ 0.25 & T_7 = 6 \end{cases} \qquad F(T_i) = \begin{cases} 0.07 & T_1 = 0 \\ 0.15 & T_2 = 1 \\ 0.25 & T_3 = 2 \\ 0.37 & T_4 = 3 \\ 0.50 & T_5 = 4 \\ 0.75 & T_6 = 5 \\ 1.00 & T_7 = 6 \end{cases}$$

En las situaciones básicas de ingeniería económica, la distribución de probabilidad para una **variable continua** suele expresarse como función matemática, por ejemplo, *distribución uniforme*, *distribución triangular* (ambas analizadas en el ejemplo 19.3 en términos de flujo de efectivo) o, la más compleja pero más común, *distribución normal*. Para las distribuciones de variables continuas se utiliza de manera rutinaria el símbolo $f(X)$ en lugar de $P(X_i)$, y $F(X)$ en lugar de $F(X_i)$, simplemente porque la probabilidad puntual de una variable continua es cero. Por tanto, $f(X)$ y $F(X)$ son líneas y curvas continuas.

EJEMPLO 19.3

Como presidente de una firma de consultoría en sistemas de manufactura, Sallie observó flujos de efectivo mensuales durante los últimos tres años en los registros de la compañía de dos clientes de mucho tiempo. Sallie concluyó lo siguiente sobre las distribuciones de dichos flujos de efectivo mensuales:

Cliente 1	Cliente 2
Flujo de efectivo, estimación baja: $10 000	Flujo de efectivo, estimación baja: $20 000
Flujo de efectivo, estimación alta: $15 000	Flujo de efectivo, estimación alta: $30 000
Flujo de efectivo más probable: el mismo para todos los valores	Flujo de efectivo más probable: $28 000
Distribución de probabilidad: uniforme	Distribución de probabilidad: moda en $28 000

La *moda* de una variable es el valor observado más frecuente. Sallie supone que el flujo de efectivo es una variable continua, a la cual se refiere como C. *a*) Escriba y represente gráficamente las dos distribuciones de probabilidad y acumulada para el flujo de efectivo mensual, y *b*) determine la probabilidad de que el flujo de efectivo mensual no sea más de $12 000 para el cliente 1 y no más de $25 000 para el cliente 2.

Solución

Todos los valores de flujo de efectivo se expresan en unidades de $1 000.

Cliente 1: distribución mensual del flujo de efectivo

a) La distribución de flujos de efectivo para el cliente 1, identificado por la variable C_1, sigue la *distribución uniforme*. La probabilidad y la probabilidad acumulada toman las siguientes formas generales.

$$f(C_1) = \frac{1}{\text{alto} - \text{bajo}} \qquad \text{valor bajo} \le C_1 \le \text{valor alto}$$

$$f(C_1) = \frac{1}{H - L} \qquad L \le C_1 \le H \tag{19.3}$$

$$F(C_1) = \frac{\text{valor} - \text{bajo}}{\text{alto} - \text{bajo}} \qquad \text{valor bajo} \le C_1 \le \text{valor alto}$$

$$F(C_1) = \frac{C_1 - L}{H - L} \qquad L \le C_1 \le H \tag{19.4}$$

Para el cliente 1, el flujo de efectivo mensual se distribuye uniformemente con $L = \$10$, $H = \$15$ y $\$10 \le C_1 \le \$15$. La figura 19-4 es una gráfica de $f(C_1)$ y de $F(C_1)$ de las ecuaciones (19.3) y (19.4).

$$f(C_1) = \frac{1}{5} = 0.2 \qquad \$10 \le C_1 \le \$15$$

$$F(C_1) = \frac{C_1 - 10}{5} \qquad \$10 \le C_1 \le \$15$$

b) La probabilidad de que el cliente 1 tenga un flujo de efectivo mensual de menos de $12 se determina fácilmente a partir de la gráfica $F(C_1)$ como 0.4, o una posibilidad de 40%. Si la relación $F(C_1)$ se emplea de manera directa, el cálculo es

$$F(\$12) = P(C_1 \le \$12) = \frac{12 - 10}{5} = 0.4$$

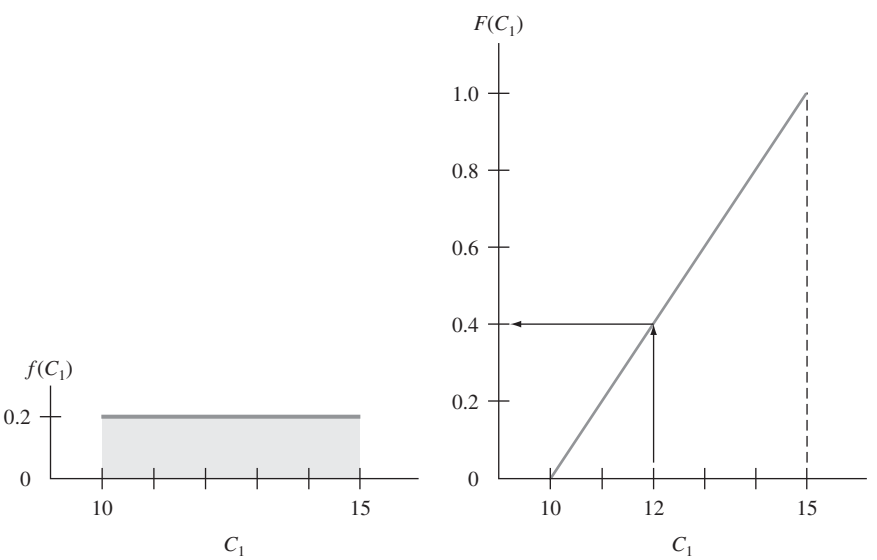


Figura 19-4
Distribución uniforme para el flujo de efectivo mensual del cliente 1, ejemplo 19.3.

Cliente 2: distribución del flujo de efectivo mensual

a) La distribución de los flujos de efectivo para el cliente 2, identificado por la variable C_2, sigue la *distribución triangular*. Esta distribución de probabilidad tiene la forma de un triángulo que señala hacia arriba, con el vértice en la moda M y líneas de pendiente hacia abajo que unen el eje x en cualquier lado hacia los valores bajo (L) y alto (H). La moda de la distribución triangular tiene el valor de probabilidad máximo.

$$f(\text{moda}) = f(M) = \frac{2}{H - L} \tag{19.5}$$

La distribución acumulada está compuesta de dos segmentos de línea curvada desde 0 hasta 1, con un punto de quiebre en la moda, donde

$$F(\text{moda}) = F(M) = \frac{M - L}{H - L} \tag{19.6}$$

Para C_2, el valor bajo es $L = \$20$, el alto es $H = \$30$ y el flujo de efectivo más probable es la moda $M = \$28$. La probabilidad en M a partir de la ecuación (19.5) es

$$f(28) = \frac{2}{30 - 20} = \frac{2}{10} = 0.2$$

El punto de quiebre en la distribución acumulada ocurre en $C_2 = 28$. Con la ecuación (19.6),

$$F(28) = \frac{28 - 20}{30 - 20} = 0.8$$

La figura 19-5 presenta las gráficas para $f(C_2)$ y $F(C_2)$. Observe que $f(C_2)$ está sesgada, pues la moda no está en el punto medio del rango $H - L$, y $F(C_2)$ es una curva continua suave en forma de S con un punto de inflexión en la moda.

b) De acuerdo con la distribución acumulada en la figura 19-5, hay una posibilidad estimada de 31.25% de que el flujo de efectivo sea \$25 o menos. Por tanto,

$$F(\$30) - F(\$25) = P(C_2 \geq \$25) = 1 - 0.3125 = 0.6875$$

Comentario

Las relaciones generales $f(C_2)$ y $F(C_2)$ no se desarrollan aquí. La variable C_2 *no* es una distribución uniforme; es triangular. En consecuencia, se requiere una integral para encontrar los valores de probabilidad acumulada a partir de la distribución de probabilidad $f(C_2)$.

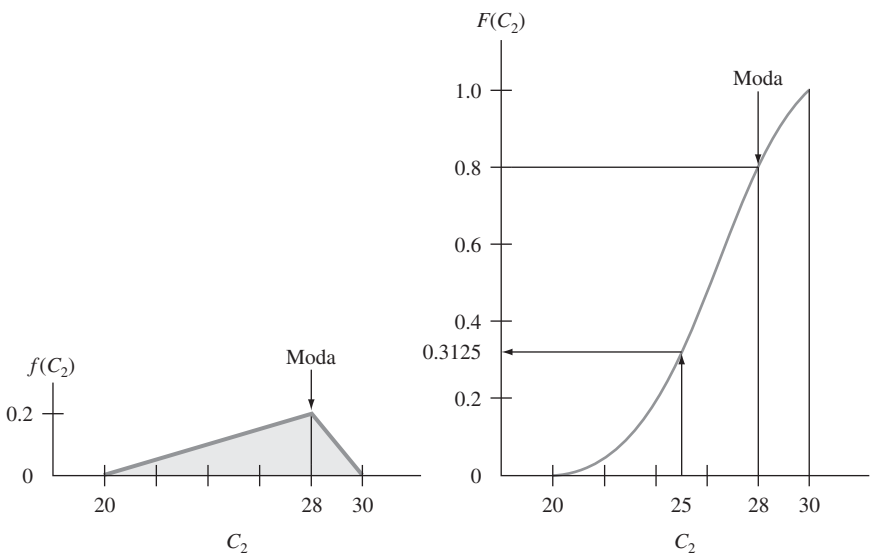


Figura 19-5
Distribución triangular para los flujos de efectivo mensuales del cliente 2, ejemplo 19.3.

19.3 Muestras aleatorias ●●●

La estimación de un parámetro con un valor individual en los capítulos anteriores es el equivalente de tomar una *muestra aleatoria de tamaño 1 de una población completa* de valores posibles. Como ejemplo, suponga que se utilizan estimaciones del costo inicial, del costo anual de operación, de la tasa de interés y de otros parámetros para calcular un valor VP con la finalidad de aceptar o rechazar una alternativa. Cada estimación es una muestra de tamaño 1 de la población completa de los valores posibles por cada parámetro. Ahora, si se efectúa una segunda estimación por cada parámetro y se determina un segundo valor VP, se ha tomado una muestra de tamaño dos. Si se conocieran todos los valores en la población también se conocerían la distribución de probabilidad y la distribución acumulada. En ese caso no sería necesaria una muestra.

Cuando realizamos un estudio de ingeniería económica y empleamos la toma de decisiones con certidumbre, usamos un estimado para cada parámetro y para calcular una medida de valor (es decir, una muestra de tamaño 1 por parámetro). El estimado es el valor más probable, es decir, un estimado del valor esperado. Sabemos que todos los parámetros variarán un poco; no obstante, algunos son lo bastante importantes o variarán lo suficiente para que se determine o se suponga una distribución de probabilidad para ellos, y para que el parámetro se trate como variable aleatoria. Esto es usar el riesgo, y una muestra de la distribución de probabilidad del parámetro —$P(X)$ para discreta o $f(X)$ para continua— ayuda a formular los enunciados de probabilidad acerca de los estimados. Este enfoque complica un poco el análisis; sin embargo, también proporciona un sentido de confianza (o posiblemente una falta de confianza en ciertos casos) acerca de la decisión tomada en relación con la viabilidad económica de la alternativa con base en el parámetro variable. (Más adelante analizaremos este aspecto, luego de aprender cómo tomar correctamente una muestra aleatoria de cualquier distribución de probabilidad.)

Una **muestra aleatoria** de tamaño n es la selección en forma aleatoria de n valores de una población con distribución de probabilidad supuesta o conocida de manera que todos los valores de la variable tengan la **misma posibilidad de ocurrir** en la muestra que como se espera ocurran en la población.

Suponga que Ivonne es una ingeniera con 20 años de experiencia laboral en la Comisión de Seguridad Aérea. Para una aeronave de dos tripulantes, existen tres paracaídas a bordo. El estándar de seguridad establece que 99% del tiempo, los tres paracaídas deben estar "completamente listos para despliegues de emergencia". Yvonne está relativamente segura de que, en todo el país, la distribución de probabilidad de N, el número de paracaídas completamente listos, puede describirse mediante la distribución de probabilidad

$$P(N = N_i) = \begin{cases} 0.005 & N = 0 \text{ paracaídas listos} \\ 0.015 & N = 1 \text{ paracaídas listos} \\ 0.060 & N = 2 \text{ paracaídas listos} \\ 0.920 & N = 3 \text{ paracaídas listos} \end{cases}$$

Esto significa que el estándar de seguridad claramente no se cumple en todo el país. Está en el proceso de muestrear 200 aeronaves (elegidas al azar) corporativas y privadas en toda la nación para determinar cuántos paracaídas están clasificados como completamente listos. Si la muestra es de verdad aleatoria y la distribución de probabilidad de Yvonne es una representación correcta de la disponibilidad de paracaídas real, los valores N observados en las 200 aeronaves se aproximarán a las mismas proporciones que las probabilidades de la población, es decir, 1 aeronave con 0 paracaídas listos, etcétera. Como es una muestra, es probable que los resultados no se ajusten exactamente a la población. Sin embargo, si los resultados son relativamente cercanos, el estudio indica que los resultados de la muestra pueden ser útiles para predecir la seguridad de los paracaídas a lo largo del país.

Para obtener una muestra aleatoria, utilice **números aleatorios (NA)** generados de una distribución de probabilidad uniforme para los números discretos desde 0 hasta 9, es decir,

$$P(X_i) = 0.1 \qquad \text{para } X_i = 0, 1, 2, \ldots, 9$$

En forma tabular, los dígitos aleatorios generados de esta manera suelen reunirse en grupos de dos dígitos, tres dígitos o más. La tabla 19-2 es una muestra de 264 dígitos aleatorios agrupados en números de dos dígitos. Dicho formato es muy útil porque los números 00 a 99 se relacionan convenientemente con los valores de distribución acumulada 0.01 a 1.00, lo cual facilita seleccionar un NA de dos dígitos e ingresar $F(X)$ para determinar el valor de una variable con las mismas proporciones que ocurren en la distribución de probabilidad. Para aplicar esta lógica manualmente y desarrollar una muestra aleatoria de

TABLA 19-2 Números aleatorios agrupados en cifras de dos dígitos

51	82	88	18	19	81	03	88	91	46	39	19	28	94	70	76	33	15	64	20	14	52
73	48	28	59	78	38	54	54	93	32	70	60	78	64	92	40	72	71	77	56	39	27
10	42	18	31	23	80	80	26	74	71	03	90	55	61	61	28	41	49	00	79	96	78
45	44	79	29	81	58	66	70	24	82	91	94	42	10	61	60	79	30	01	26	31	42
68	65	26	71	44	37	93	94	93	72	84	39	77	01	97	74	17	19	46	61	49	67
75	52	14	99	67	74	06	50	97	46	27	88	10	10	70	66	22	56	18	32	06	24

tamaño n de una distribución de probabilidad discreta conocida $P(X)$ o de una distribución variable continua $f(X)$ puede utilizarse el siguiente procedimiento.

1. Desarrolle la distribución acumulada $F(X)$ a partir de la distribución de probabilidad. Trace la gráfica de $F(X)$.
2. Asigne los valores NA desde 00 hasta 99 a la escala $F(X)$ (el eje y) en la misma proporción que las probabilidades. Para el ejemplo sobre la seguridad del paracaídas, las probabilidades entre 0.0 y 0.15 están representadas por números aleatorios 00 a 14. Indique los NA en la gráfica.
3. Para utilizar una tabla de números aleatorios, determine el esquema o secuencia de selección de los valores NA: hacia abajo, hacia arriba, a lo largo o en diagonal. Cualquier dirección y patrón es aceptable, pero el esquema debe utilizarse en forma consistente para una muestra completa.
4. Seleccione el primer número de la tabla NA, ingrese la escala $F(X)$, observe y registre el valor de la variable correspondiente. Repita este paso hasta que haya n valores de la variable que constituyan la muestra aleatoria.
5. Utilice los n valores de la muestra para el análisis y la toma de decisiones con riesgo. Éstos pueden incluir

   - Graficación de la distribución de probabilidad muestral.
   - Desarrollo de enunciados de probabilidad sobre el parámetro.
   - Comparación de los resultados de la muestra con la distribución asumida de la población.
   - Determinación de estadísticas de muestreo (sección 19.4).
   - Realización de un análisis de simulación (sección 19.5).

EJEMPLO 19.4

Elabore una muestra aleatoria de tamaño 10 para la variable N, número de meses, como describe la siguiente distribución de probabilidad:

$$P(N = N_i) = \begin{cases} 0.20 & N = 24 \\ 0.50 & N = 30 \\ 0.30 & N = 36 \end{cases} \tag{19.7}$$

Solución

Aplique el procedimiento anterior con los valores $P(N = N_i)$ en la ecuación (19.7).

1. La distribución acumulada, figura 19-6, es para la variable discreta N, que puede asumir tres valores.
2. Asigne 20 números (00 a 19) a $N_1 = 24$ meses, donde $P(N = 24) = 0.2$; 50 números a $N_2 = 30$, y 30 números a $N_3 = 36$.
3. Al principio elija cualquier posición en la tabla 19-2 y recorra la fila hacia la derecha y la fila inferior hacia la izquierda. (Puede desarrollarse cualquier rutina y utilizarse una secuencia diferente por cada muestra aleatoria.)
4. Seleccione el número inicial 45 (fila 4, columna 1) e ingrese la figura 19-6 en el rango NA de 20 a 69 para obtener $N = 30$ meses.
5. Elija y registre los nueve valores restantes de la tabla 19-2 como se muestra a continuación.

NA	45	44	79	29	81	58	66	70	24	82
N	30	30	36	30	36	30	30	36	30	36

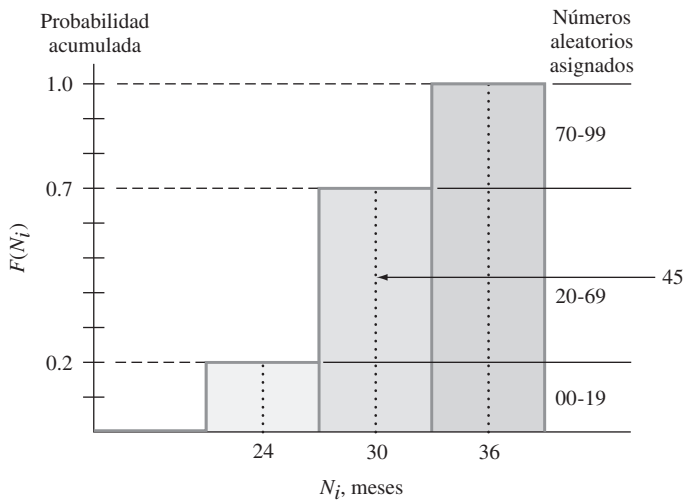


Figura 19-6
Distribución acumulada con valores de números aleatorios designados en proporción con las probabilidades, ejemplo 19.4.

Ahora, con los 10 valores, desarrolle las probabilidades de la muestra.

Meses *N*	Núm. de veces en la muestra	Probabilidad de la muestra	Ecuación (19.7) Probabilidad
24	0	0.00	0.2
30	6	0.60	0.5
36	4	0.40	0.3

Con sólo 10 valores se puede esperar que las estimaciones de probabilidad muestral sean diferentes de los valores en la ecuación (19.7). Sólo el valor $N = 24$ meses es significativamente diferente, pues no ocurrió un NA de 19 o menos. En definitiva, una muestra más grande hará que las probabilidades se acerquen más a la información original.

Para tomar una *muestra aleatoria de tamaño n para una variable continua* se aplica el procedimiento anterior, excepto que se asignan los valores de los números aleatorios a la distribución acumulada en una escala continua de 00 a 99 correspondiente a los valores $F(X)$. Como ilustración, considere la figura 19-4, donde C_1 es la variable de flujo de efectivo *uniformemente distribuida* para el cliente 1 en el ejemplo 19.3. Aquí $L = \$10$, $H = \$15$ y $f(C_1) = 0.2$ para todos los valores entre L y H (todos los valores se dividen entre \$1 000). $F(C_1)$ se repite como figura 19-7 donde se muestran los valores de números aleatorios asignados en la escala de la derecha. Si se escoge el NA de dos dígitos 45, en términos gráficos se estima que el valor de C_1 correspondiente será \$12.25. Éste también se interpola linealmente como $\$12.25 = 10 + (45/100)(15 - 10)$.

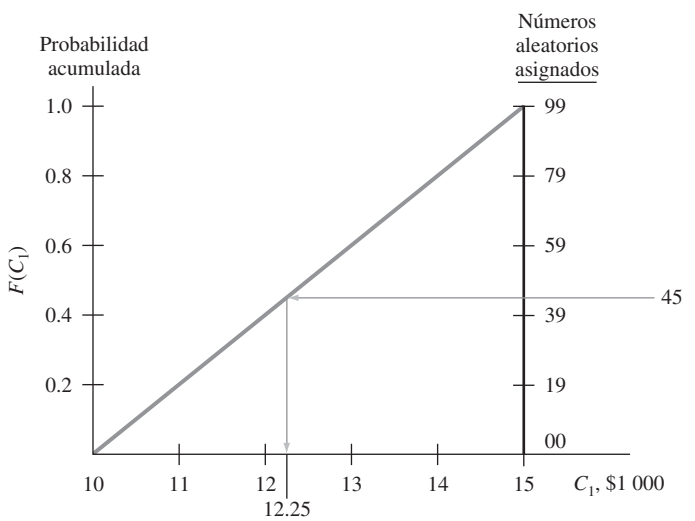


Figura 19-7
Números aleatorios asignados a la variable continua de los flujos de efectivo del cliente 1 en el ejemplo 19.3.

Para mayor precisión al desarrollar una muestra aleatoria, en especial para una variable continua, es posible utilizar NA de tres, cuatro o cinco dígitos. Éstos pueden obtenerse a partir de la tabla 19-2 combinando simplemente los dígitos en las columnas y filas o a partir de tablas con NA impresos en grupos más grandes de dígitos. En el muestreo basado en computadora, la mayoría de paquetes de software de simulación incorpora un generador de NA que arroja valores de 0 a 1 a partir de una distribución uniforme variable continua, identificada en general por el símbolo $U(0, 1)$. Los valores NA, por lo general entre 0.00000 y 0.99999, se utilizan para muestreo directo de la distribución acumulada mediante esencialmente el mismo procedimiento aprendido aquí. Las funciones de Excel RAND y RANDBETWEEN se describen en el apéndice A, sección A.3.

Una pregunta inicial que suele plantearse en el muestreo aleatorio se refiere al **tamaño mínimo de *n*** requerido para asegurar confianza en los resultados. Sin detallar la lógica matemática, la teoría muestral, basada en la ley de los grandes números y en el teorema del límite central (consulte un libro de estadística básica para aprender más sobre tales aspectos), indica que una n de 30 es suficiente. Sin embargo, como la realidad no sigue la teoría con exactitud, y como la ingeniería económica con frecuencia maneja estimaciones superficiales, la práctica común son *rangos de muestras de 100 a 200.* Sin embargo, muestras de apenas 10 a 25 ofrecen una base mucho mejor para tomar decisiones con riesgo que una estimación de un solo punto para un parámetro que se sabe varía significativamente.

19.4 Valor esperado y desviación estándar ●●●

Dos medidas o propiedades muy importantes de una variable aleatoria son el valor esperado y la desviación estándar. Si se conociera la totalidad de la población para una variable, estas propiedades se calcularían directamente. Como en general no se conocen, lo común es utilizar las muestras aleatorias para estimarlas a partir de la media de la muestra y su desviación estándar, respectivamente. A continuación se ofrece una muy breve introducción a la interpretación y cálculo de estas propiedades con una muestra aleatoria de tamaño n de la población.

Los símbolos usuales son letras griegas para las medidas verdaderas de la población y letras ordinarias para estimaciones de la muestra.

	Medida verdadera de población		Estimación de la muestra	
	Símbolo	**Nombre**	**Símbolo**	**Nombre**
Valor esperado	μ o $E(X)$	Mu o media verdadera	$\overline{X}$	Media muestral
Desviación estándar	σ o $\sqrt{\text{Var}(X)}$ o $\sqrt{\sigma^2}$	Sigma o desviación estándar verdadera	s o $\sqrt{s^2}$	Desviación estándar muestral

El **valor esperado** $E(X)$ es el promedio esperado de largo plazo que resultará si la variable es objeto de muestreo muchas veces.

El valor esperado de la población no se conoce exactamente, pues la población misma no se conoce por completo, de manera que μ se estima mediante $E(X)$ de una distribución o mediante $\overline{X}$, la media de la muestra. Con la ecuación (18.2), repetida a continuación como ecuación (19.8), se calcula $E(X)$ de una distribución de probabilidad, y la ecuación (19.9) es la media de la muestra, llamada también *promedio muestral*.

Población: μ

Distribución de probabilidad:
$$E(X) = \Sigma X_i P(X_i) \qquad \textbf{(19.8)}$$

Muestra:
$$\overline{X} = \frac{\text{suma de los valores de la muestra}}{\text{tamaño de la muestra}} = \frac{\Sigma X_i}{n} = \frac{\Sigma f_i X_i}{n} \qquad \textbf{(19.9)}$$

La f_i en la segunda forma de la ecuación (19.9) es la frecuencia de X_i, es decir, el número de veces que cada valor ocurre en la muestra. La $\overline{X}$ resultante no necesariamente es un valor observado de la variable; es el valor promedio de largo plazo y puede tomar cualquier valor dentro del rango de la variable. (Se omite aquí el subíndice i en X y f cuando no exista confusión.)

EJEMPLO 19.5

Kayeu, un ingeniero de la firma Pacific NW Utilities, está pensando probar diversas hipótesis sobre facturas de electricidad residencial en países de América del Norte y Asia. La variable de interés es X, la factura residencial mensual en dólares de Estados Unidos (aproximada al dólar más cercano). Se reunieron dos muestras pequeñas de diferentes países de América del Norte y Asia. Estime el valor esperado de la población. ¿Parece que las muestras (desde un punto de vista no estadístico) se hubieran obtenido de una población de facturas de electricidad o de dos poblaciones diferentes?

Norteamericanas, muestra l, $	40	66	75	92	107	159	275
Asiáticas, muestra 2, $	84	90	104	187	190		

Solución

Use la ecuación (19.9) para la media de la muestra.

Muestra 1: $n = 7$ $\Sigma X_i = 814$ $\overline{X} = \$116.29$
Muestra 2: $n = 5$ $\Sigma X_i = 655$ $\overline{X} = \$131.00$

Con base únicamente en pequeños promedios muestrales, la diferencia aproximada de \$15, que es sólo 11% de la factura promedio más pequeña, no parece lo bastante grande para concluir que las dos poblaciones son diferentes. Se dispone de varias pruebas estadísticas para determinar si las muestras provienen de la misma o de diferente población. (Consulte un texto de estadística básica para ahondar en este tema.)

Comentario

Hay tres medidas comunes de tendencias centrales para la información. El promedio de la muestra es la más popular, pero la *moda* y la *mediana* también son buenas medidas. La moda, que es el valor que ocurre con mayor frecuencia, se utilizó en el ejemplo 19.3 para la distribución triangular. No hay una moda específica en las dos muestras de Kayeu, pues todos los valores son diferentes. La *mediana es el valor que está a la mitad de los datos* de la muestra, el cual no está sesgado por valores muestrales extremos, como lo está la media. Las dos medianas en las muestras son \$92 y \$104. Con base sólo en las medianas, la conclusión es aún que las muestras no necesariamente provienen de dos poblaciones distintas de facturas de electricidad.

La **desviación estándar** s o $s(X)$ es la dispersión de valores **alrededor del valor esperado *E(X)*** o del promedio muestral $\overline{X}$.

La desviación estándar s de la muestra estima la propiedad σ, que es la medida de dispersión de la población alrededor del valor esperado de la variable. Una distribución de probabilidad para datos con una fuerte tendencia central se agrupa más alrededor del centro de los datos y tiene una s menor que una distribución más amplia y dispersa. En la figura 19-8, las muestras con un valor s más grande —s_1 y s_4— tienen una distribución de probabilidad más amplia y plana.

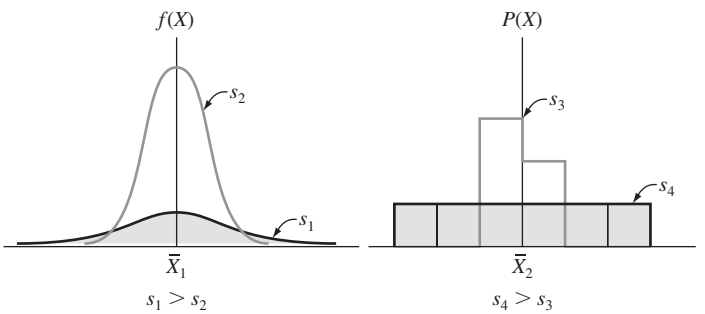


Figura 19-8
Bosquejos de distribuciones con diferentes valores de desviación estándar indicadas con líneas separadas.

En realidad, con frecuencia se cita la varianza s^2 como medida de dispersión. La desviación estándar es tan sólo la raíz cuadrada de la varianza, de manera que puede utilizarse cualquier medida. El valor s es el que se utiliza de ordinario al efectuar cálculos sobre riesgo y probabilidad. Matemáticamente, las fórmulas y símbolos para la varianza y la desviación estándar de una variable discreta y de una muestra aleatoria de tamaño n son las siguientes:

$$\textbf{Población:} \quad \sigma^2 = \text{Var}(X) \quad \text{y} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

$$\textbf{Distribución de probabilidad:} \quad \text{Var}(X) = \Sigma[X_i = - E(X)]^2 P(X_i) \tag{19.10}$$

$$\textbf{Muestra:} \quad s^2 = \frac{\text{suma de (valor muestral} - \text{promedio de la muestra)}^2}{\text{tamaño de la muestra} - 1}$$

$$= \frac{\Sigma(X_i - \overline{X})^2}{n - 1} \tag{19.11}$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

En general, la ecuación (19.11) de la varianza muestral se aplica en una forma más conveniente en términos del cálculo.

$$s^2 = \frac{\Sigma X_i^2}{n - 1} - \frac{n}{n - 1}\overline{X}^2 = \frac{\Sigma f_i X_i^2}{n - 1} - \frac{n}{n - 1}\overline{X}^2 \tag{19.12}$$

La desviación estándar utiliza el promedio muestral como base sobre la cual medir la dispersión de la información mediante el cálculo de $(X - \overline{X})$, que puede tener un signo menos o un signo más. Para medir en forma precisa la dispersión en ambas direcciones del promedio, $(X - \overline{X})$ se eleva al cuadrado. Con la finalidad de retornar a la dimensión de la variable misma, se extrae la raíz cuadrada de la ecuación (19.11). El término $(X - \overline{X})^2$ se denomina *desviación cuadrática media*, e históricamente se ha hecho referencia a s como la *raíz de la desviación cuadrática media*. La f_i en la segunda forma de la ecuación (19.12) utiliza la frecuencia de cada valor X_i para calcular s^2.

Una forma sencilla de combinar el promedio y la desviación estándar consiste en determinar el porcentaje o fracción de la muestra que está dentro de ± 1, ± 2 o ± 3 desviaciones estándar del promedio, es decir,

$$\overline{X} \pm ts \qquad \text{para } t = 1, 2 \text{ o } 3 \tag{19.13}$$

En términos de probabilidad, esto se expresa como

$$P(\overline{X} - ts \leq X \leq \overline{X} + ts) \tag{19.14}$$

Prácticamente todos los valores muestrales estarán siempre dentro de una distancia de $\pm 3s$ de $\overline{X}$, pero el porcentaje dentro de $\pm 1s$ variará según como se distribuyan los puntos de información alrededor de $\overline{X}$. El ejemplo 19.6 ilustra el cálculo de s para estimar σ e incorpora s con el promedio muestral mediante $\overline{X} \pm ts$.

EJEMPLO 19.6

a) Utilice las dos muestras del ejemplo 19.5 para estimar la varianza de la población y la desviación estándar para las facturas de electricidad. *b*) Determine los porcentajes de cada muestra que están dentro de los rangos de 1 y 2 desviaciones estándar de la media.

Solución

a) Sólo con fines de ilustración se aplican las dos relaciones diferentes para calcular la s de las dos muestras. Para la muestra 1 (América del Norte) con $n = 7$, se utiliza X para identificar los valores. La tabla 19-3 presenta el cálculo de $\Sigma(X - \overline{X})^2$ para la ecuación (19.11), con $\overline{X} = \$116.29$. Los valores resultantes s^2 y s son:

$$s^2 = \frac{37\,743.40}{6} = 6\,290.57$$

$$s = \$79.31$$

TABLA 19-3 Cálculo de la desviación estándar con la ecuación (19.11) y $\overline{X}$ = \$116.29, ejemplo 19.6

X, \$	$X - \overline{X}$	$(X - \overline{X})^2$
40	−76.29	5 820.16
66	−50.29	2 529.08
75	−41.29	1 704.86
92	−24.29	590.00
107	−9.29	86.30
159	+42.71	1 824.14
275	+158.71	25 188.86
814		37 743.40

TABLA 19-4 Cálculo de la desviación estándar con la ecuación (19.12) y $\overline{Y}$ = \$131, ejemplo 19.6

Y, \$	Y^2
84	7 056
90	8 100
104	10 816
187	34 969
190	36 100
655	97 041

En la muestra 2 (Asia) se usa Y para identificar los valores. Con $n = 5$ y $\overline{Y} = 131$, en la tabla 19-4 se muestra ΣY^2 para la ecuación (19.12). Entonces,

$$s^2 = \frac{97\,041}{4} - \frac{5}{4}(131)^2 = 42\,260.25 - 1.25(17\,161) = 2\,809$$

$$s = \$53$$

La dispersión es menor para la muestra asiática (\$53) que para la norteamericana (\$79.31).

b) La ecuación (19.13) determina los rangos de $\overline{X} \pm 1s$ y $\overline{X} \pm 2s$. Cuente el número de puntos de datos de muestra entre los límites y calcule el porcentaje correspondiente. Vea una gráfica de los datos y de los rangos de desviación estándar en la figura 19-9.

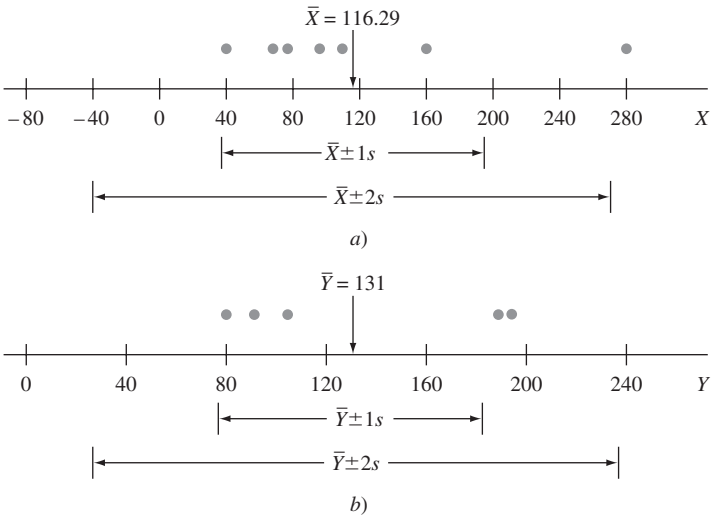


Figura 19-9
Valores, promedios y rangos de la desviación estándar para las muestras de *a*) Norteamérica y *b*) Asia, ejemplo 19.6.

Muestra norteamericana

$$\bar{X} \pm 1s = 116.29 \pm 79.31 \qquad \text{para un rango de \$36.98 a \$195.60}$$

Hay seis de siete valores dentro de este rango, o un porcentaje de 85.7%.

$$\bar{X} \pm 2s = 116.29 \pm 158.62 \qquad \text{para un rango de \$}-42.33 \text{ a \$274.91}$$

Aún hay seis de los siete valores dentro del rango $\bar{X} \pm 2s$. El límite $-42.33 es significativo sólo desde la perspectiva probabilística; desde un punto de vista práctico, utilice cero, es decir, ninguna cantidad facturada.

Muestra asiática

$$\bar{Y} \pm 1s = 131 \pm 53 \qquad \text{para un rango de \$78 a \$184}$$

Hay tres de cinco valores, o 60%, dentro del rango.

$$\bar{Y} \pm 2s = 131 \pm 106 \qquad \text{para un rango de \$25 a \$237}$$

Los cinco valores están dentro del rango $\bar{Y} \pm 2s$.

Comentario

Una segunda medida de dispersión de uso común es el *rango*, que simplemente es la diferencia del valor más grande menos el valor más pequeño de la muestra. En estas dos muestras, las estimaciones del rango son \$235 y \$106.

Aquí sólo se efectuaron cálculos a mano para obtener $E(X)$, s y s^2. Todas las calculadoras y hojas de cálculo tienen funciones para obtener dichos valores al introducir los datos.

Antes de continuar con el análisis de simulación en ingeniería económica, sería de interés resumir las relaciones de valor esperado y de desviación estándar para una variable continua, pues las ecuaciones (19.8) a (19.12) consideran solamente variables discretas. Las diferencias principales estriban en que el símbolo de suma se reemplaza por la integral sobre el rango definido de la variable, el cual se identifica como R, y en que $P(X)$ se reemplaza por el elemento diferencial $f(X)dX$. Para una distribución de probabilidad continua determinada $f(X)$, las fórmulas son

$$\text{Valor esperado:} \qquad E(X) = \int_R Xf(X)\,dX \tag{19.15}$$

$$\text{Varianza:} \qquad \text{Var}(X) = \int_R X^2 f(X)\,dX - [E(X)]^2 \tag{19.16}$$

Para un ejemplo numérico utilice de nuevo la distribución uniforme del ejemplo 19.3 (figura 19-4) sobre el rango R de \$10 a \$15. Si se identifica la variable como X en lugar de C_1, lo siguiente es correcto.

$$f(X) = \frac{1}{5} = 0.2 \qquad \$10 \le X \le \$15$$

$$E(X) = \int_R X(0.2)\,dX = 0.1X^2\Big|_{10}^{15} = 0.1(225 - 100) = \$12.5$$

$$\text{Var}(X) = \int_R X^2(0.2)\,dX - (12.5)^2 = \frac{0.2}{3}X^3\Big|_{10}^{15} - (12.5)^2$$

$$= 0.06667(3\,375 - 1\,000) - 156.25 = 2.08$$

$$\sigma = \sqrt{2.08} = \$1.44$$

Por consiguiente, la distribución uniforme entre $L = \$10$ y $H = \$15$ tiene un valor esperado de \$12.5 (el punto medio del rango, como se esperaba) y una desviación estándar de \$1.44.

EJEMPLO 19.7

Christy es ingeniera de seguridad regional de una cadena de franquicias de gasolineras y tiendas de comida. La oficina matriz ha recibido muchas quejas y varias demandas de empleados y clientes acerca de resbalones y caídas ocasionadas por líquidos (agua, aceite, gasolina, refrescos, etcétera) en las superficies de concreto. La

dirección corporativa autorizó a todos los ingenieros regionales para que contraten la aplicación de un nuevo producto en todas las superficies de concreto, el cual absorbe hasta 100 veces su propio peso en líquido, y carguen a la oficina matriz el costo de la instalación. La carta de autorización para Christy indica que con base en su simulación y muestras aleatorias que suponen una población normal, el costo de la instalación local debe costar alrededor de $10 000 y casi siempre estaría en el rango de $8 000 a $12 000.

Se ha pedido a usted que escriba un resumen acerca de la distribución normal, explique la afirmación sobre el rango de $8 000 a $12 000 y aclare el significado de la frase "muestras aleatorias que suponen una población normal".

Solución

El resumen siguiente sobre la distribución normal y el muestreo ayudará a explicar la carta de autorización.

Distribución normal, probabilidades y muestras aleatorias

La distribución normal también se conoce como *curva de campana*, *distribución de Gauss* o *distribución del error*. Es, por mucho, la distribución de probabilidad más común en todo tipo de aplicaciones. Sitúa exactamente la mitad de la probabilidad a cada lado de la media o valor esperado. Se utiliza para variables continuas en todo el rango de números. Está comprobado que la distribución normal predice con exactitud muchos tipos de resultados, como el del coeficiente IQ, errores de manufactura respecto de tamaño, volumen, peso, etcétera, especificados, y la distribución de ingresos por ventas, costos y muchos otros parámetros de negocios alrededor de una media específica, que es la razón por la que se aplica en la situación descrita.

La distribución normal, identificada con la notación $N(\mu, \sigma^2)$, donde μ es el valor esperado o media y σ^2 es la varianza, o medida de la dispersión, se describe como sigue:

- La media μ localiza la distribución de probabilidad [figura 19-10*a*)], y la dispersión de los valores se da según la varianza [figura 19-10*b*)], y se ensancha y aplana con valores mayores de la varianza.
- Cuando se toma una muestra, las estimaciones se identifican como la media muestral $\overline{X}$ para μ y la desviación estándar muestral s para σ.
- La distribución normal de probabilidad $f(X)$ para una variable X es muy complicada, pues su fórmula es

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\left[\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]\right\}$$

donde exp representa al número $e = 2.71828$.

Como $f(X)$ es tan difícil de usar, las muestras aleatorias y conceptos de probabilidad se desarrollan con una transformación llamada *distribución normal estándar (DNE),* que utiliza μ y σ (población), o $\overline{X}$ y s (muestra), para calcular los valores de la variable Z.

Población:
$$Z = \frac{\text{desviación respecto de la media}}{\text{desviación estándar}} = \frac{X-\mu}{\sigma} \tag{19.17}$$

Muestra:
$$Z = \frac{X-\overline{X}}{s} \tag{19.18}$$

La DNE para Z [figura 19-10*c*)] es la misma que para X, excepto que siempre tiene una media de 0 y una desviación estándar de 1, y se identifica con la notación $N(0, 1)$. Por tanto, los valores de la probabilidad bajo la curva normal estándar pueden determinarse con toda exactitud. Siempre es posible regresar a los valores originales a partir de los datos de la muestra al despejar X de la ecuación (19.17):

$$X = Z\sigma + \mu \tag{19.19}$$

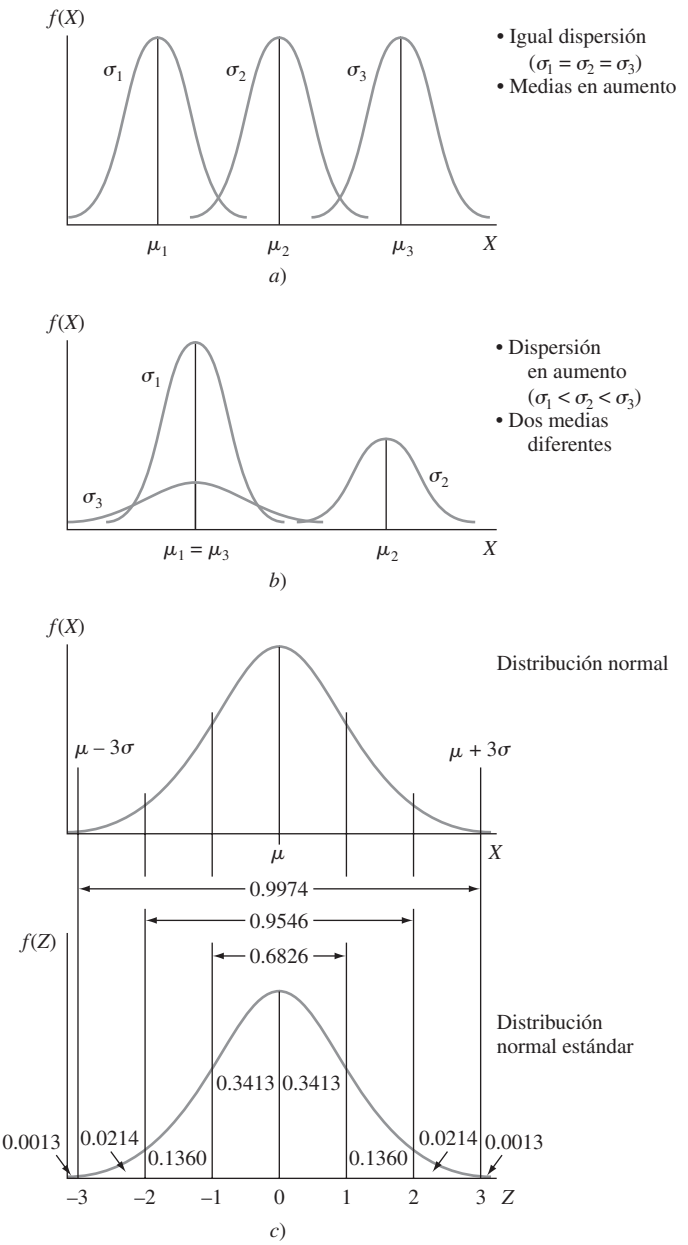


Figura 19-10
Distribución normal que muestra *a*) diferentes valores de la media μ, *b*) distintos valores de desviación estándar σ y *c*) relación de X normal con Z normal estandarizada.

En la tabla siguiente se resumen varios resultados de probabilidad para Z y X, y se ilustran en la curva de la distribución para Z en la figura 19-10*c*).

Rango de la variable X	Probabilidad	Rango de la variable Z
$\mu + 1\sigma$	0.3413	0 a +1
$\mu \pm 1\sigma$	0.6826	−1 a +1
$\mu + 2\sigma$	0.4773	0 a +2
$\mu \pm 2\sigma$	0.9546	−2 a +2
$\mu + 3\sigma$	0.4987	0 a +3
$\mu \pm 3\sigma$	0.9974	−3 a +3

Como ilustración, los resultados de probabilidad en esta tabla y en la figura 19-10*c*) para X y Z son los siguientes:

La probabilidad de que X esté dentro de un rango de 2σ respecto de su media es de 0.9546.

La probabilidad de que Z esté dentro de 2σ de su media, que es lo mismo que entre los valores −2 y +2, también es 0.9546.

Con objeto de tomar una muestra aleatoria de una población normal $N(\mu, \sigma^2)$ se utiliza una tabla preparada especialmente de números aleatorios con distribución normal estándar (en muchos libros de estadística existen tablas de la DNE). Los números son en realidad valores de la distribución Z o $N(0, 1)$ y tienen valores como -2.10, $+1.24$, etcétera. La obtención de los valores de la muestra para X a partir de los valores de Z se hace por medio de la ecuación (19.19).

Interpretación del memorando de la oficina matriz

La afirmación de que virtualmente todas las cantidades de la contratación local deben estar entre \$8 000 y \$12 000 puede interpretarse como sigue: se supone que una distribución normal con media μ = \$10 000 y desviación estándar de σ = \$667, o varianza de $\sigma^2 = (\$667)^2$; es decir, se supone una distribución $N[\$10\,000, (\$667)^2]$. Se calcula el valor σ = \$667 con el hecho de que virtualmente toda la probabilidad (99.74%) está dentro de una distancia de 3σ de la media, como ya se dijo. Por tanto,

$$3\sigma = \$2\,000 \qquad \text{y} \qquad \sigma = \$667 \qquad \text{(cantidades redondeadas)}$$

A manera de ilustración, si se seleccionan seis números aleatorios con DNE para tomar una muestra de seis valores de la distribución normal $N[\$10\,000,(\$667)^2]$, los resultados son los siguientes:

Número aleatorio con DNE Z	Valor de X con la ecuación (19.19) $X = Z\sigma + \mu$
-2.10	$X = (-2.10)(667) + 10\,000 = \$8\,599$
$+3.12$	$X = (+3.12)(667) + 10\,000 = \$12\,081$
-0.23	$X = (-0.23)(667) + 10\,000 = \$9\,847$
$+1.24$	$X = (+1.24)(667) + 10\,000 = \$10\,827$
-2.61	$X = (-2.61)(667) + 10\,000 = \$8\,259$
-0.99	$X = (-0.99)(667) + 10\,000 = \$9\,340$

En esta muestra de seis importes cualesquiera de la contratación del recubrimiento del concreto en sitios de nuestra región, el promedio es de \$9 825, y cinco de seis valores están dentro del rango de \$8 000 a \$12 000, con el sexto de ellos apenas \$81 por arriba del límite superior.

19.5 Muestreo de Monte Carlo y análisis de simulación

Hasta aquí, todas las decisiones sobre alternativas se han tomado con estimaciones con certidumbre, seguidas posiblemente de alguna prueba de la decisión mediante un análisis de sensibilidad o de valores esperados. En esta sección se utilizará un enfoque de simulación que incorpore el material de las secciones anteriores para facilitar la decisión de ingeniería económica sobre una alternativa o entre dos o más alternativas.

La técnica de muestreo aleatorio analizada en la sección 19.3 se denomina **muestreo de Monte Carlo**. El procedimiento general que se indica a continuación utiliza el muestreo de Monte Carlo para obtener muestras de tamaño n de parámetros seleccionados de alternativas formuladas. Dichos parámetros, que se espera varíen de acuerdo con una distribución de probabilidad establecida, garantizan la toma de decisiones con riesgo. Todos los demás parámetros de una alternativa se consideran con certidumbre, es decir, se conocen o pueden estimarse con precisión suficiente para considerarlos con certidumbre. Se aplica un supuesto importante, por lo general de manera inadvertida.

Todos los parámetros son **independientes**; es decir, la distribución de una variable no afecta el valor de ninguna otra variable de la alternativa. A este hecho se le conoce como propiedad de las **variables aleatorias independientes**.

El enfoque de simulación aplicado al análisis de ingeniería económica se resume en los siguientes pasos básicos.

Paso 1: **Formulación de alternativas.** Prepare cada alternativa en la forma que se va a considerar con el análisis de ingeniería económica, y seleccione la medida de valor sobre la cual se basará la decisión. Determine la forma de la(s) relación(es) para calcular la medida de valor.

Paso 2: **Parámetros con variación.** Seleccione los parámetros de cada alternativa que se considerarán como variables aleatorias. Estime los valores de todos los demás parámetros (con certidumbre) para el análisis.

Paso 3: **Determinación de las distribuciones de probabilidad.** Determine si cada variable es discreta o continua, y describa una distribución de probabilidad por cada variable en cada alternativa. En lo posible utilice distribuciones estándar con la finalidad de simplificar el proceso de muestreo y prepararse para la simulación en la computadora.

Paso 4: **Muestreo aleatorio.** Incorpore el procedimiento de muestreo aleatorio de la sección 19.3 (los primeros cuatro pasos) en este procedimiento. Esto genera una distribución acumulada, la asignación de NA, la selección de NA y una muestra de tamaño n por cada variable.

Paso 5: **Cálculo de la medida de valor.** Calcule n valores de la medida de valor seleccionada de la(s) relación(es) determinada(s) en el paso 1. Utilice las estimaciones hechas con certidumbre y los n valores de la muestra para los parámetros variables. (En este paso en realidad se aplica la propiedad de las variables aleatorias independientes.)

Paso 6: **Descripción de la medida de valor.** Elabore la distribución de probabilidad de la medida de valor con 10 a 20 celdas de información y calcule medidas como $\overline{X}$, s, $\overline{X} \pm ts$, y las probabilidades pertinentes.

Paso 7: **Conclusiones.** Formule conclusiones sobre cada alternativa y elija una. Si la(s) alternativa(s) ya se ha(n) evaluado con el supuesto de certidumbre en todos los parámetros, la comparación de resultados puede ayudar a determinar la decisión final.

El ejemplo 19.8 ilustra este procedimiento mediante un análisis de simulación manual abreviado, y el ejemplo 19.9 utiliza la simulación en hoja de cálculo para los mismos estimados.

EJEMPLO 19.8

Ivonne Ramos es la directora ejecutiva de una cadena de 50 gimnasios en Estados Unidos y Canadá. Un vendedor de equipo le ofreció a Ivonne dos oportunidades de largo plazo de un nuevo sistema de ejercicio aeróbico, que se carga a los clientes de acuerdo con el uso por encima de las tarifas mensuales pagadas por ellos. Como incentivo, la oferta de ventas incluye una garantía de ingreso anual para un sistema durante los primeros cinco años.

Como se trata de un concepto completamente nuevo y arriesgado de generación de ingresos, Yvonne desea analizar con cuidado cada alternativa. Los detalles para los dos sistemas son los siguientes:

Sistema 1. El costo inicial es $P = \$12\,000$ para un periodo fijado de $n = 7$ años sin valor de rescate. No se ofrece garantía sobre el ingreso neto anual.

Sistema 2. El costo inicial es $P = \$8\,000$, sin valor de rescate, y un ingreso neto anual garantizado de \$1 000 durante los primeros cinco años, aunque después de tal periodo no hay garantía. El equipo con actualizaciones puede ser útil hasta 15 años, pero el número exacto no se conoce. En cualquier momento después de los primeros cinco años es posible la cancelación sin costo de penalización.

Para cualquier sistema se instalarán nuevas versiones del equipo sin costos adicionales. Si se requiere una TMAR de 15% anual, utilice el análisis de VP para determinar si ninguno, uno o ambos sistemas deben instalarse.

Solución a mano

En los siguientes pasos se incluyen las estimaciones de Ivonne para utilizar correctamente el análisis de simulación.

Paso 1: **Formulación de alternativas.** Mediante el análisis de VP se desarrollan relaciones para el sistema 1 y para el sistema 2. El símbolo FNE identifica los flujos netos de efectivo (ingresos), y FNE_G es el FNE garantizado de \$1 000 para el sistema 2.

$$\text{VP}_1 = -P_1 + \text{FNE}_1(P/A,15\%,n_1) \tag{19.20}$$

$$\text{VP}_2 = -P_2 + \text{FNE}_G(P/A,15\%,5) + \text{FNE}_2(P/A,15\%,n_2-5)(P/F,15\%,5) \tag{19.21}$$

Paso 2: **Parámetros con variación.** Ivonne resume los parámetros estimados con certidumbre y efectúa supuestos acerca de la distribución de probabilidad sobre los tres parámetros tratados como variables aleatorias.

Sistema 1

Certidumbre. $P_1 = \$12\,000$; $n_1 = 7$ años.
Variable. FNE_1 es una variable continua, distribuida uniformemente entre $L = \$-4\,000$ y $H = \$6\,000$ anuales, pues se considera un proyecto de inversión de alto riesgo.

Sistema 2

Certidumbre. $P_2 = \$8\,000$; $FNE_G = \$1\,000$ durante los primeros cinco años.
Variable. FNE_2 es una variable discreta, distribuida uniformemente entre los valores $L = \$1\,000$ y $H = \$6\,000$ sólo en incrementos de \$1 000, es decir, \$1 000, \$2 000, etcétera.
Variable. n_2 es una variable continua distribuida uniformemente entre $L = 6$ y $H = 15$ años.

Ahora, escriba de nuevo las ecuaciones (19.20) y (19.21) para reflejar las estimaciones hechas con certidumbre.

$$\begin{aligned} VP_1 &= -12\,000 + FNE_1(P/A,15\%,7) \\ &= -12\,000 + FNE_1(4.1604) \end{aligned} \tag{19.22}$$

$$\begin{aligned} VP_2 &= -8\,000 + 1\,000(P/A,15\%,5) \\ &\quad + FNE_2(P/A,15\%,n_2-5)(P/F,15\%,5) \\ &= -4\,648 + FNE_2(P/A,15\%,n_2-5)(0.4972) \end{aligned} \tag{19.23}$$

Paso 3. **Determinación de distribuciones de probabilidad.** La figura 19-11 (lado izquierdo) muestra las distribuciones de probabilidad supuestas para FNE_1, FNE_2 y n_2.

Paso 4. **Muestreo aleatorio.** Ivonne decide sobre una muestra de tamaño 30 y aplica los primeros cuatro pasos de la muestra aleatoria planteados en la sección 19.3. La figura 19-11 (lado derecho) muestra las distribuciones acumuladas (paso 1) y asigna NA a cada variable (paso 2). Los NA para FNE_2 identifican los valores del eje x, de manera que todos los flujos netos de efectivo serán en cantidades de \$1 000. Para la variable continua n_2 se utilizan NA de tres dígitos con el fin de que los números salgan en forma pareja y se muestren en celdas sólo como "indizadores" de fácil referencia cuando se utilice un NA para encontrar el valor de una variable. Sin embargo, el número se aproxima al siguiente valor de n_2 más alto, porque es probable que el contrato se cancele en una fecha de aniversario. Además, ahora pueden usarse directamente los factores tabulados de interés compuesto para $(n_2 - 5)$ años (véase la tabla 19-5).

Una vez seleccionado el primer NA en forma aleatoria de la tabla 19-2, la secuencia (paso 3) será proceder hacia abajo en la tabla de NA de la columna y luego hacia arriba de la columna situada a la izquierda. La tabla 19-5 sólo muestra los primeros cinco valores de NA seleccionados por cada muestra y los valores de las variables correspondientes tomados de las distribuciones acumuladas en la figura 19-11 (paso 4).

Paso 5: **Cálculo de medida de valor.** Con los cinco valores muestrales en la tabla 19-5, calcule los VP mediante las ecuaciones (19.22) y (19.23).

1. $VP_1 = -12\,000 + (-2\,200)(4.1604) = \$-21\,153$
2. $VP_1 = -12\,000 + 2\,000(4.1604) = \$-3\,679$
3. $VP_1 = -12\,000 + (-1\,100)(4.1604) = \$-16\,576$
4. $VP_1 = -12\,000 + (-900)(4.1604) = \$-15\,744$
5. $VP_1 = -12\,000 + 3\,100(4.1604) = \$+897$

1. $VP_2 = -4\,648 + 1\,000(P/A,15\%,7)(0.4972) = \$-2\,579$
2. $VP_2 = -4\,648 + 1\,000(P/A,15\%,5)(0.4972) = \$-2\,981$
3. $VP_2 = -4\,648 + 5\,000(P/A,15\%,8)(0.4972) = \$+6\,507$
4. $VP_2 = -4\,648 + 3\,000(P/A,15\%,10)(0.4972) = \$+2\,838$
5. $VP_2 = -4\,648 + 4\,000(P/A,15\%,3)(0.4972) = \$-107$

Ahora se seleccionaron 25 NA más para cada variable de la tabla 19-2 y se calculan los VP.

Paso 6: **Descripción de medida de valor.** La figura 19.12*a*) y *b*) presenta las distribuciones de probabilidad de VP_1 y VP_2 para las 30 muestras con 14 y 15 celdas, respectivamente, lo mismo que el rango de valores VP individuales y los valores de $\overline{X}$ y de s.

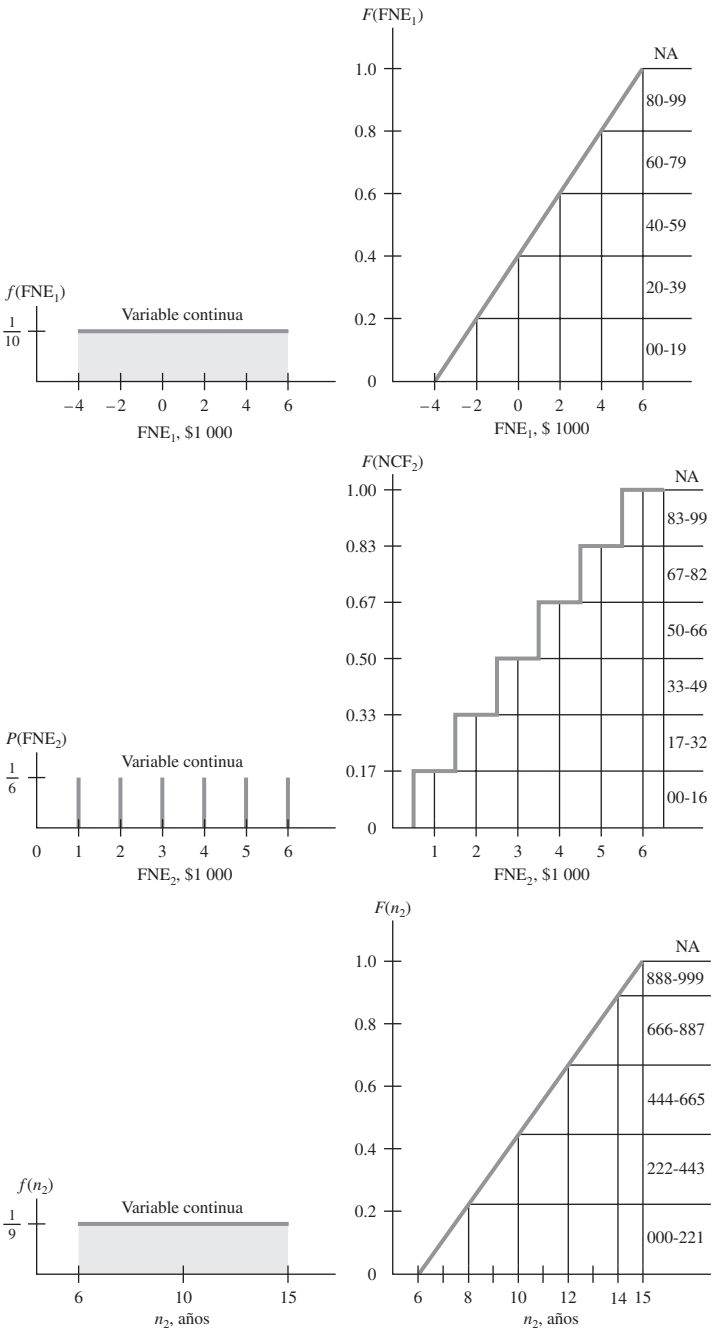


Figura 19-11
Distribuciones para muestras aleatorias, ejemplo 19.8.

TABLA 19-5 Números aleatorios y valores variables para FNE_1, FNE_2 y n_2, ejemplo 19.8

FNE_1		FNE_2		n_2		
NA*	Valor, $	NA†	Valor, $	NA‡	Valor, año	Redondeado§
18	−2 200	10	1 000	586	11.3	12
59	+2 000	10	1 000	379	9.4	10
31	−1 100	77	5 000	740	12.7	13
29	−900	42	3 000	967	14.4	15
71	+3 100	55	4 000	144	7.3	8

* Inicie aleatoriamente con la fila 1, columna 4, en la tabla 19-2.
† Inicie con la fila 6, columna 14.
‡ Inicie con la fila 4, columna 6.
§ El valor n_2 es aproximado.

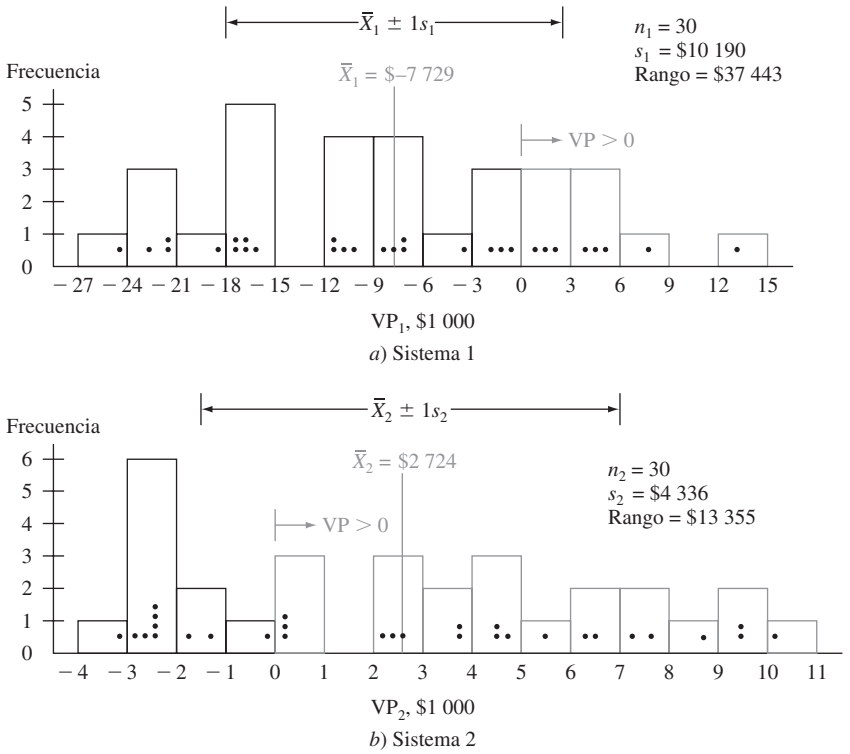


Figura 19-12
Distribuciones de probabilidad de montos de VP simulados para una muestra de tamaño 30, ejemplo 19.8.

VP_1. Los valores de la muestra varían de $\$-24\ 481$ a $\$+12\ 962$. Las medidas calculadas de los 30 valores son

$$\overline{X}_1 = \$-7\ 729$$
$$s_1 = \$10\ 190$$

VP_2. Los valores de la muestra varían de $\$-3\ 031$ a $\$+10\ 324$. Las medidas de la muestra son

$$\overline{X}_2 = \$2\ 724$$
$$s_2 = \$4\ 336$$

Paso 7. Conclusiones. Con seguridad, las muestras adicionales destacarán la tendencia central de las distribuciones de VP y pueden reducir los valores s, que son muy grandes. Por supuesto, muchas conclusiones son posibles una vez que se conozcan las distribuciones de VP, aunque las siguientes aseveraciones parecen claras.

Sistema 1. Con base en esta pequeña muestra de 30 observaciones, *no acepte* esta alternativa. La probabilidad de obtener una TMAR = 15% es relativamente baja, pues la muestra indica una probabilidad de 0.27 (8 de 30 valores) de que el VP sea positivo, y $\overline{X}_1$ es muy negativo. Aunque parece grande, la desviación estándar puede utilizarse para determinar que alrededor de 20 de los 30 valores de VP de la muestra (dos tercios) están dentro de los límites $\overline{X} \pm 1s$, que son $\$-17\ 919$ y $2 461. Una muestra más grande alteraría el presente análisis en alguna manera.

Sistema 2. Si Yvonne está dispuesta a aceptar el compromiso de largo plazo que puede aumentar el FNE dentro de algunos años, la muestra de 30 observaciones indica que debe *aceptar* esta alternativa. Con una TMAR de 15%, la simulación aproxima a 67% la posibilidad de un VP positivo [20 de los 30 valores VP en la figura 19-12*b*) son positivos]. Sin embargo, la probabilidad de observar VP dentro de los límites $\overline{X} \pm 1s$ ($\$-1\ 612$ y $7 060) es 0.53 (16 de 30 valores muestrales).

Conclusión hasta este momento. Rechace el sistema 1; acepte el sistema 2, y observe con cuidado el flujo neto de efectivo, en especial después del periodo inicial de cinco años.

Comentario

Los estimados en el ejemplo 13.5 son muy similares a los mostrados aquí, excepto que todas las estimaciones se realizaron con certidumbre (FNE_1 = \$3 000, FNE_2 = \$3 000 y n_2 = 14 años). Las alternativas se evaluaron mediante el método del periodo de reemplazo con una TMAR = 15% y se eligió la primera alternativa. No obstante, el análisis VP posterior del ejemplo 13.5 seleccionó la alternativa 2 con base, en parte, en el flujo de efectivo mayor anticipado en los últimos años.

EJEMPLO 19.9

Ayude a Ivonne Ramos a preparar una simulación con una hoja de cálculo de Excel para analizar las tres variables aleatorias y VP en el ejemplo 19.8. ¿Varía apreciablemente la distribución VP de la desarrollada con la simulación manual? ¿Parecen aún razonables las decisiones de rechazar la propuesta del sistema 1 y aceptar la propuesta del sistema 2?

Solución con hoja de cálculo

Las figuras 19-13 y 19-14 son hojas de cálculo que efectúan la parte de simulación del análisis antes descrito, desde el paso 3 (determinación de la distribución de probabilidad) hasta el 6 (descripción de medida de valor). La mayoría de los sistemas de hoja de cálculo acepta una variedad limitada de distribuciones para muestreo, pero dispone de las más comunes, como la uniforme y la normal.

La figura 19-13 indica los resultados de una muestra pequeña de 30 valores (aquí se observa sólo una porción de la hoja de cálculo), a partir de las tres distribuciones que utilizan las funciones RAND y SI. (Véase la sección A.3 del apéndice A.)

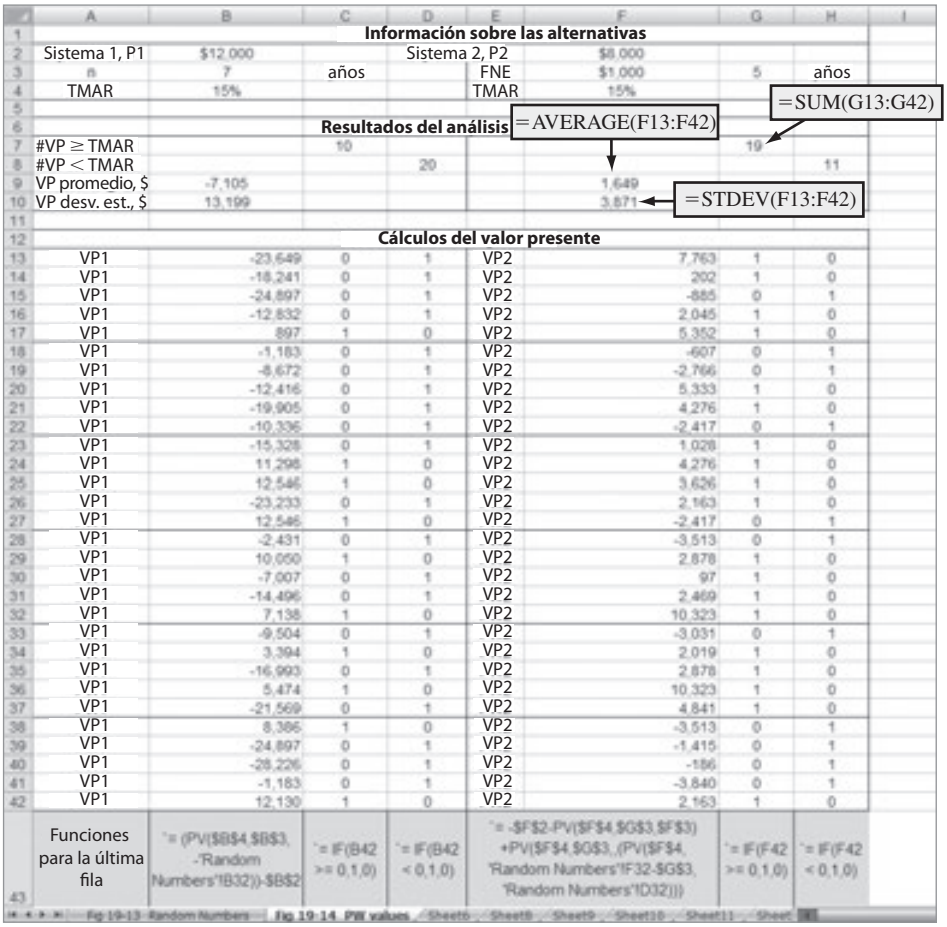
FNE_1: Continúa uniforme desde \$−4 000 hasta \$6 000. La relación en la columna B traduce los valores NA1 (columna A) en cantidades de FNE1.

FNE_2: Discreta uniforme en incrementos de \$1 000 desde \$1 000 hasta \$6 000. Las celdas de la columna D despliegan FNE2 en los incrementos de \$1 000 con el operador lógico SI para traducir a partir de los valores NA2.

***n_2*:** Continuo uniforme de 6 a 15 años. Los resultados en la columna F son valores enteros obtenidos con la función ENTERO que opera en los valores NA3.

	A	B	C	D	E	F
1				Muestra de 30 valores simulados		
2	NA1	FNE1, $	NA2	FNE2, $	NA3	N2, años
3	12.5625	-2,800	83.6176	6,000	556.2768	12
4	25.0262	-1,500	99.5425	6,000	8.7883	7
5	9.3856	-3,100	26.4693	2,000	507.3598	11
6	38.0199	-200	36.8475	3,000	681.5397	13
7	71.5088	3,100	83.4610	6,000	369.0917	10
8	66.7820	2,600	77.8699	5,000	91.3044	7
9	48.3324	800	8.4308	1,000	457.7487	11
10	39.3886	-100	52.8630	4,000	914.5432	15
11	21.5429	-1,900	57.4819	4,000	698.7624	13
12	44.4996	400	1.9322	1,000	744.2622	13
13	32.9911	-800	70.6307	5,000	190.8139	8
14	96.0249	5,600	61.0023	4,000	714.6685	13
15	99.6675	5,900	55.7741	4,000	648.2268	12
16	13.9560	-2,700	98.9107	6,000	199.9491	8
17	99.8535	5,900	10.7429	1,000	716.5830	13
18	63.2953	2,300	4.6540	1,000	133.4986	8
19	93.0860	5,300	56.7425	4,000	553.2489	11
20	52.6539	1,200	17.1873	2,000	809.5778	14
21	34.1609	-600	46.3758	3,000	810.4792	14
22	86.0288	4,600	99.6569	6,000	950.9057	15
23	46.9626	600	24.9754	2,000	0.9088	7
24	77.4690	3,700	52.2862	4,000	339.4470	10
25	28.5200	-1,200	52.3113	4,000	514.9377	11
26	82.9615	4,200	99.0275	6,000	912.6720	15
27	17.8793	-2,300	50.9493	4,000	800.4352	14
28	89.2411	4,900	6.2988	1,000	118.2531	8
29	9.0495	-3,100	54.6552	4,000	56.4377	7
30	1.4597	-3,900	24.6463	2,000	716.2222	13
31	66.2177	2,600	6.2064	1,000	91.4505	7
32	98.4803	5,800	94.8061	6,000	120.0419	8
33	`= RAND()*100	`= INT((100*A32 -4000)/100)*100	`= RAND()*100	`= IF(C32<=16,1000, IF(C32<=32,2000, IF(C32<=49,3000, IF(C32<=66,4000, IF(C32<=82,5000, IF(C32<=100,6000,6000))))))	`= RAND()*1000	`= INT(0.009* E32+1)+6

Figura 19-13
Muestra aleatoria de 30 valores generados con simulación en una hoja de cálculo, ejemplo 19.9.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Información sobre las alternativas				
2	Sistema 1, P1	$12,000		Sistema 2, P2		$8,000		
3	n	7	años		FNE	$1,000	5	años
4	TMAR	15%			TMAR	15%		
5								
6				Resultados del análisis		=AVERAGE(F13:F42)		
7	#VP ≥ TMAR		10				19	
8	#VP < TMAR			20				11
9	VP promedio, $	-7,105				1,649		
10	VP desv. est., $	13,199				3,871		
11								
12				Cálculos del valor presente				
13	VP1	-23,649	0	1	VP2	7,763	1	0
14	VP1	-18,241	0	1	VP2	202	1	0
15	VP1	-24,897	0	1	VP2	-885	0	1
16	VP1	-12,832	0	1	VP2	2,045	1	0
17	VP1	897	1	0	VP2	5,352	1	0
18	VP1	-1,183	0	1	VP2	-607	0	1
19	VP1	-8,672	0	1	VP2	-2,766	0	1
20	VP1	-12,416	0	1	VP2	5,333	1	0
21	VP1	-19,905	0	1	VP2	4,276	1	0
22	VP1	-10,336	0	1	VP2	-2,417	0	1
23	VP1	-15,328	0	1	VP2	1,028	1	0
24	VP1	11,298	1	0	VP2	4,276	1	0
25	VP1	12,546	1	0	VP2	3,626	1	0
26	VP1	-23,233	0	1	VP2	2,163	1	0
27	VP1	12,546	1	0	VP2	-2,417	0	1
28	VP1	-2,431	0	1	VP2	-3,513	0	1
29	VP1	10,050	1	0	VP2	2,878	1	0
30	VP1	-7,007	0	1	VP2	97	1	0
31	VP1	-14,496	0	1	VP2	2,469	1	0
32	VP1	7,138	1	0	VP2	10,323	1	0
33	VP1	-9,504	0	1	VP2	-3,031	0	1
34	VP1	3,394	1	0	VP2	2,019	1	0
35	VP1	-16,993	0	1	VP2	2,878	1	0
36	VP1	5,474	1	0	VP2	10,323	1	0
37	VP1	-21,569	0	1	VP2	4,841	1	0
38	VP1	8,386	1	0	VP2	-3,513	0	1
39	VP1	-24,897	0	1	VP2	-1,415	0	1
40	VP1	-28,226	0	1	VP2	-186	0	1
41	VP1	-1,183	0	1	VP2	-3,840	0	1
42	VP1	12,130	1	0	VP2	2,163	1	0
43	Funciones para la última fila	'= (PV($B$4,$B$3, -'Random Numbers'!B32))-$B$2	'= IF(B42 >= 0,1,0)	'= IF(B42 < 0,1,0)	'= -$F$2-PV($F$4,$G$3,$F$3) +PV($F$4,$G$3,,(PV($F$4, 'Random Numbers'!F32-$G$3, 'Random Numbers'!D32)))		'= IF(F42 >= 0,1,0)	'= IF(F42 < 0,1,0)

=SUM(G13:G42)

=STDEV(F13:F42)

Figura 19-14
Resultados de la simulación de 30 montos de VP, ejemplo 19.9.

La figura 19-14 presenta las estimaciones de las dos alternativas planteadas en la sección anterior. Los cálculos de VPl y VP2 para las 30 repeticiones de FNE1, FNE2 y N2 son el equivalente en hoja de cálculo a las ecuaciones (19.22) y (19.23). El enfoque tabular empleado aquí registra el número de valores VP por debajo de cero ($0), y que igualan o exceden a cero con el operador SI. Por ejemplo, la celda C17 contiene un 1, el cual indica que VPl $>$ 0 cuando FNE1 = $3 100 (en la celda B7 de la figura 19-13), que se utilizó para calcular VP1 = $897 por medio de la ecuación (19.22). Las celdas en las filas 7 y 8 muestran el número de veces en las 30 muestras que el sistema 1 y el sistema 2 pueden generar al menos la TMAR = 15% debido al correspondiente VP $\geq$ 0. También se indican los promedios y desviaciones estándar de la muestra.

A continuación se presenta una comparación entre la simulación manual y la de la hoja de cálculo.

	VP del sistema 1			VP del sistema 2		
	$\bar{X}$, $	s, $	Núm. de VP ≥0	$\bar{X}$, $	s, $	Núm. de VP ≥0
A mano	–7 729	10 190	8	2 724	4 336	20
Hoja de cálculo	–7 105	13 199	10	1 649	3 871	19

Para la simulación de hoja de cálculo, 10 (33%) de los valores VP1 exceden cero, mientras que la simulación manual incluyó 8 (27%) valores positivos. Estos resultados comparativos cambiarán cada vez que se active la hoja de cálculo, pues la función ALEATORIO se prepara (en este caso) para producir un nuevo NA cada vez. (Es posible definir ALEATORIO para mantener los mismos valores de los NA. Véase la guía del usuario de Excel.)

La conclusión de rechazar la propuesta del sistema 1 y aceptar el sistema 2 todavía es apropiada para la simulación de hoja de cálculo como lo es para la manual, pues hay posibilidades comparables de que VP $\geq$ 0.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La toma de decisiones con riesgo implica que algunos parámetros de una alternativa en ingeniería se consideran variables aleatorias. Se utilizan supuestos sobre la forma de la distribución de probabilidad de la variable para explicar la forma en que varían las estimaciones de los valores de parámetros. Además, medidas como valor esperado y desviación estándar describen la forma característica de la distribución. En este capítulo se aprendieron diversas distribuciones de poblaciones discretas y continuas, sencillas pero útiles, utilizadas en ingeniería económica: uniformes y triangulares, así como la especificación de distribuciones o la selección de una distribución normal.

Como la distribución de probabilidad de la población para un parámetro no se conoce por completo, en general se toma una muestra aleatoria de tamaño n y se determinan su promedio muestral y su desviación estándar. Con los resultados se hacen afirmaciones de probabilidad sobre el parámetro, las cuales ayudan a tomar la decisión final considerando el riesgo.

El método de muestreo de Monte Carlo se combina con las relaciones de ingeniería económica para medidas de valor como VP con la finalidad de aplicar un enfoque de simulación al análisis de riesgo. Los resultados de ese análisis pueden compararse entonces con decisiones cuando se realizan estimaciones de parámetros con certidumbre.

PROBLEMAS

Certidumbre, riesgo e incertidumbre

19.1 Identifique las variables siguientes como discretas o continuas.

a) Las tasas de interés en el mercado de los certificados de depósito *jumbo*.
b) Las estimaciones del valor de rescate: optimista, muy probable y pesimista.
c) El número de carros rojos que cruzan cierta intersección.
d) El peso de la bolsa o cartera que lleva una persona al salir de casa.
e) Los galones de agua que se evaporan del lago Erie en un día específico.

19.2 Para cada una de las situaciones siguientes determine 1) si la variable es discreta o continua y 2) si la información implica certeza, riesgo o incertidumbre.

a) El costo inicial de un nuevo montacargas es de $34 000 o $38 000, según el tamaño que se compre.
b) Los aumentos salariales para ingenieros y empleados técnicos serán de 3 o 5%, de los que la mitad obtendrá 3% y la otra mitad 5%.
c) Se espera que los ingresos por una nueva línea de productos sean de entre $350 000 y $475 000 anuales.
d) El valor de rescate de una máquina antigua será de $500 (es decir, el precio solicitado) o $0 (si se desecha).
e) Las utilidades tienen igual probabilidad de estar en algún valor entre 25 a 60% este año.

19.3 Un ingeniero se enteró de que el resultado de producción está entre 1 000 y 2 000 unidades por semana 90% del tiempo, y que puede caer debajo de 1 000 o ascender a más de 2 000. Él quiere usar E(resultado) en el proceso de toma de decisiones. Identifique al menos dos datos adicionales que deban obtenerse o suponerse para finalizar la información de salida de este caso.

Probabilidad y distribuciones

19.4 Las utilidades recibidas por un inversionista en un pozo petrolero varían de acuerdo con el precio del petróleo. Con los datos recabados de los pozos en un campo ya desarrollado se obtuvo la relación probabilidad-utilidades que se muestra a continuación.

Utilidades, $ por año	6 200	8 500	9 600	10 300	12 600	15 500
Probabilidad	0.10	0.21	0.32	0.24	0.09	0.04

a) Calcule el valor esperado de los ingresos por utilidades (IU) por año.
b) Determine la probabilidad de que los ingresos por utilidades sean de al menos $12 600 por año.

19.5 Los ingresos diarios de las máquinas expendedoras situadas en diferentes edificios de cierta universidad grande son los siguientes:

20, 75, 43, 62, 51, 52, 78, 33, 28, 39, 61, 56, 43, 49, 48, 49,
71, 53, 57, 46, 42, 41, 63, 36, 51, 59, 40, 32, 37, 29, 26

a) Elabore una tabla de distribución de frecuencias con un tamaño de celda de 12 a partir de 19.5 (es decir, la primera celda es de 19.5 a 31.5, la siguiente es de 31.5 a 43.5, etcétera).
b) Determine la distribución de probabilidad.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que los ingresos de una máquina sean menores que $44?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que los ingresos de una máquina sean iguales o mayores que $44?

19.6 Una encuesta domiciliaria incluyó una pregunta sobre el número de automóviles en operación N actualmente en posesión de quienes viven allí y la tasa de interés i sobre el préstamo de tasa más baja para autos. A continuación se muestran los resultados de 100 viviendas.

Número de autos N	Viviendas
0	12
1	56
2	26
3	3
≥4	3

Tasa de préstamo i, %	Viviendas
0.0-2	13
2.01-4	14
4.01-6	19
6.01-8	38
8.01-10	12
10.01-12	4

a) Determine si cada variable es discreta o continua.
b) Grafique las distribuciones de probabilidad y las distribuciones acumuladas para N e i.
c) De la información obtenida, ¿cuál es la probabilidad de que una vivienda tenga uno o dos autos? ¿Y tres o más autos?
d) Con la información de i estime las posibilidades de que la tasa de interés esté entre 7 y 11% anual.

19.7 Un funcionario de la lotería estatal tomó muestras de los boletos comprados en cierta localidad durante un periodo de una semana. Las cantidades devueltas a los compradores y las probabilidades asociadas de 5 000 boletos son las que se muestran a continuación:

Distribución, $	0	2	5	10	100
Probabilidad	0.91	0.045	0.025	0.013	0.007

a) Grafique la distribución acumulada de las ganancias.
b) Calcule el valor esperado de la distribución de dólares por boleto.
c) Si los boletos cuestan $2, ¿cuál es el ingreso esperado por boleto de largo plazo para el estado, con base en esta muestra?

19.8 Bob trabaja en dos proyectos independientes relacionados con probabilidad. El primero comprende una variable N, que es el número de partes fabricadas en forma consecutiva cuyo peso sobrepasa el límite de esa especificación. La variable N se describe por la fórmula $(0.5)^N$, pues cada unidad tiene 50% de posibilidad de estar por debajo o por encima del límite. La segunda comprende la vida de una batería L que varía entre dos y cinco meses. La distribución de probabilidad es triangular con la moda en cinco meses, que es la vida del diseño. Algunas baterías fallan pronto, pero dos meses es la menor vida experimentada hasta ahora. *a*) Escriba y grafique las distribuciones de probabilidad y las distribuciones acumuladas para Bob. *b*) Determine la probabilidad de que N se ubique 1, 2 o 3 unidades consecutivas por encima del límite de peso.

19.9 Se formuló una alternativa de comprar y una alternativa de arrendar equipo de levantamiento hidráulico. Con las siguientes estimaciones de parámetros y la información de distribución supuesta grafique las distribuciones de probabilidad de los parámetros correspondientes. Rotule con cuidado los parámetros.

Alternativa de compra

Parámetro	Valor estimado: Alto	Valor estimado: Bajo	Distribución supuesta
Costo inicial, $	25 000	20 000	Uniforme; continua
Valor de rescate, $	−3 000	2 000	Triangular; moda en $2 500
Vida, años	8	4	Triangular; moda en 6
COA, $/año	9 000	5 000	Uniforme; continua

Alternativa de arrendamiento

Parámetro	Valor estimado: Alto	Valor estimado: Bajo	Distribución supuesta
Costo inicial del arrendamiento, $	2 000	1 800	Uniforme; continua
COA, $/año	9 000	5 000	Triangular, moda en $7 000
Tiempo de arrendamiento, años	3	3	Certidumbre

19.10 Carla, profesional de la estadística, trabaja en un banco. Recopiló información sobre la combinación deuda-capital propio en compañías maduras (M) y jóvenes (Y). Los porcentajes de deuda varían entre 20 y 80% en su muestra. Carla definió D_M como una variable para las compañías maduras de 0 a 1, con $D_M = 0$ interpretado como el nivel bajo de 20% de deuda, y $D_M = 1.0$ como el nivel alto de 80% de deuda. La variable para los porcentajes de deuda de una corporación joven, D_Y, se define en forma similar. Las distribuciones de probabilidad para describir D_M y D_Y son

$$f(D_M) = 3(1-D_M)^2 \qquad 0 \le D_M \le 1$$
$$f(D_Y) = 2D_Y \qquad 0 \le D_Y \le 1$$

a) Utilice diferentes valores de porcentaje de deuda entre 20 y 80% para calcular valores para las distribuciones de probabilidad y luego grafíquelos. *b*) ¿Qué puede comentar sobre la probabilidad de que alguna de las compañías madura o joven tenga un porcentaje de deuda bajo? ¿Y un alto porcentaje de deuda?

19.11 Una variable discreta X puede tomar valores enteros de 1 a 10. Una muestra de tamaño 50 arroja las siguientes estimaciones de probabilidad:

X_i	1	2	3	6	9	10
$P(X_i)$	0.2	0.2	0.2	0.1	0.2	0.1

a) Escriba y grafique la distribución acumulada.
b) Calcule las siguientes probabilidades con la distribución acumulada: X está entre 6 y 10, y X tiene los valores 4, 5 o 6.
c) Utilice la distribución acumulada para demostrar que $P(X = 7 \text{ u } 8) = 0.0$. Aunque esta probabilidad es cero, se afirma que X puede adoptar valores enteros de 1 a 10. ¿Cómo explica usted la contradicción en esas dos afirmaciones?

Muestras aleatorias

19.12 Una variable discreta X puede tomar valores enteros de 1 a 5. Una muestra de tamaño 100 da como resultado las siguientes estimaciones de probabilidad.

X_i	1	2	3	4	5
$P(X_i)$	0.2	0.3	0.1	03	0.1

a) Use los números aleatorios siguientes para estimar las probabilidades de cada valor de X.
b) Determine las probabilidades de la muestra para $X = 1$ y $X = 5$. Compare los resultados muestrales con las probabilidades del enunciado del problema.

NA: 10, 42, 18, 31, 23, 80, 80, 26, 74, 71, 03, 90, 55, 61, 61, 28, 41, 49, 00, 79, 96, 78, 42, 31, 26

19.13 El porcentaje de incremento en el precio p de diversos productos alimenticios durante un periodo de un año varió de 5 a 10% en todos los casos. A causa de la distribución de valores p, la distribución de probabilidad supuesta para el año próximo es

$$f(X) = 2X \qquad 0 \le X \le 1$$

donde

$$X = \begin{cases} 0 & \text{cuando } p = 5\% \\ 1 & \text{cuando } p = 10\% \end{cases}$$

Para una variable continua, la distribución acumulada $F(X)$ es la integral de $f(X)$ en el mismo rango de la variable. En este caso,

$$F(X) = X^2 \qquad 0 \le X \le 1$$

a) Gráficamente asigne los NA a la distribución acumulada y tome una muestra de tamaño 30 para la variable. Transforme los valores de X en tasas de interés.
b) Calcule el valor p promedio de la muestra.

19.14 Desarrolle una distribución de probabilidad discreta propia para la variable G, la calificación esperada en este curso, donde G = A, B, C, D, F o I (incompleto). Asigne números aleatorios a $F(G)$ y tome una muestra de ella. Ahora grafique los valores de probabilidad de la muestra para cada valor G.

19.15 Utilice la función ALEATORIO de Excel para generar 100 valores de una distribución $U(0, 1)$.
a) Calcule el promedio y compárelo con 0.5, el valor esperado para una muestra aleatoria entre 0 y 1.
b) Para la función ALEATORIO muestral, agrupe los resultados en celdas de 0.1 de ancho, es decir, 0.0-0.1, 0.1-0.2, etcétera, donde se excluya el valor del límite superior de cada celda. Determine la probabilidad de cada agrupación a partir de los resultados. ¿Se acerca su muestra a tener aproximadamente 10% en cada celda?

Estimaciones muestrales

19.16 Se pidió a un ingeniero que determinara si el promedio de la calidad del aire en una planta de ensamble de vehículos se apegaba a los lineamientos OSHA. Se obtuvieron las siguientes lecturas de la calidad del aire:

81, 86, 80, 91, 83, 83, 96, 85, 89

a) Determine la media muestral.
b) Calcule la desviación estándar.
c) Determine el número de valores y el porcentaje de valores dentro de una distancia de ±1 desviación estándar de la media.

19.17 Carol recopiló una muestra de los costos de mantenimiento mensuales para máquinas de soldar automatizadas un total de 100 veces durante un año. Agrupó los costos en celdas de $200, por ejemplo, $500 a $700, con celdas intermedias de $600, $800, $1 000, etcétera, e indicó el número de veces (frecuencia) que se observó cada valor de celda. La información de costos y frecuencia es la siguiente.

Celda intermedia, $	Frecuencia
600	6
800	10
1 000	7
1 200	15
1 400	28
1 600	15
1 800	9
2 000	10

a) Estime el valor esperado y la desviación estándar de los costos de mantenimiento que la compañía debe anticipar con base en la muestra de Carol.
b) ¿Cuál es la mejor estimación del porcentaje de costos que caerá dentro de 2 desviaciones estándar de la media?
c) Desarrolle una distribución de probabilidad de los costos de mantenimiento mensuales de la muestra

de Carol e indique las respuestas a las dos preguntas anteriores al respecto.

d) Utilice una hoja de cálculo para obtener la media muestral.

19.18 *a*) Determine los valores del promedio muestral y la desviación estándar de la información planteada en el problema 19.11. *b*) Calcule los valores 1 y 2 de las desviaciones estándar de la media. De los 50 puntos de muestra, ¿cuántos caen dentro de estos dos rangos?

19.19 *a*) Utilice las relaciones planteadas en la sección 19.4 para variables continuas con la finalidad de determinar el valor esperado y la desviación estándar de la distribución de $f(D_Y)$ en el problema 19.10. *b*) ¿Es posible calcular la probabilidad de una variable continua X entre dos puntos (a, b) con la siguiente integral?:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(X)\, dx$$

Determine la probabilidad de que D_Y esté entre dos desviaciones estándar del valor esperado.

19.20 *a*) Use las relaciones de la sección 19.4 para variables continuas y determine el valor esperado y la varianza de la distribución de D_M en el problema 19.10.

$$f(D_M) = 3(1 - D_M)^2 \qquad 0 \leq D_M \leq 1$$

b) Determine la probabilidad de que D_M esté dentro de dos desviaciones estándar del valor esperado. Use la relación del problema 19.19.

19.21 Calcule el valor esperado de la variable N en el problema 19.8.

19.22 El gerente de una tienda de revistas está haciendo seguimiento a Y, el número de revistas semanales que quedan en las estanterías cuando sale una nueva edición. La información reunida durante un periodo de 30 semanas se resume mediante la siguiente distribución de probabilidad. Grafique la distribución y los estimados para el valor esperado y una desviación estándar en cualquier lado de $E(Y)$ sobre la gráfica.

***Y* revistas**	3	7	10	12
***P*(*Y*)**	1/3	1/4	1/3	1/12

Simulación

19.23 Carl, un colega de ingeniería, estimó flujos netos de efectivo después de impuestos (FEDI) para el plan en el cual está trabajando. El FEDI adicional de \$2 800 en el año 10 es el valor de rescate de los activos de capital.

Año	FEDI, \$
0	−28 800
1-6	5 400
7-10	2 040
10	2 800

El valor VP con la TMAR vigente de 7% anual es

$$\begin{aligned} \text{VP} = &-28\,800 + 5\,400(P/A,7\%,6) \\ &+ 2\,040(P/A,7\%,4)(P/F,7\%,6) \\ &+ 2\,800(P/F,7\%,10) \\ = &\$2\,966 \end{aligned}$$

Carl espera que la TMAR varíe sobre un rango relativamente estrecho, lo mismo que el FEDI, en especial durante los años 7 a 10. Está dispuesto a aceptar las otras estimaciones como seguras. Utilice los siguientes supuestos de distribución de probabilidad para la TMAR y el FEDI, y realice una simulación, a mano o con hoja de cálculo.

TMAR. Distribución uniforme en el rango de 6 a 10%.

FEDI, años 7 a 10. Distribución uniforme en el rango de \$1 600 a \$2 400 para cada año.

Grafique la distribución del VP resultante. ¿Debe aceptarse el plan mediante la toma de decisiones con certidumbre? ¿Y con riesgo?

19.24 Repita el problema 19.23 pero ahora utilice la distribución normal para el FEDI entre los años 7 a 10 con un valor esperado de \$2 000 y una desviación estándar de \$500.

PROBLEMAS ADICIONALES Y PREGUNTAS DE REPASO PARA EL EXAMEN

19.25 La situación en que hay al menos dos valores para un parámetro y es posible estimar la probabilidad de que ocurra cada uno de ellos, ¿cómo se conoce?

a) Incertidumbre
b) Riesgo
c) Desviación estándar
d) Estimación de costos

19.26 Un análisis económico *determinista* es uno en el que:

a) Se usan exclusivamente estimaciones de un valor único
b) Se toma en cuenta el riesgo
c) En el análisis se incluye un rango de valores de cada parámetro
d) En las estimaciones del flujo de efectivo no se consideran los impuestos ni la inflación

19.27 La toma de decisiones con riesgo incluye todo lo siguiente, excepto:
a) Análisis del valor esperado
b) Simulación
c) Sólo se usan estimaciones de valor único
d) Probabilidad

19.28 Todos los siguientes son elementos de la toma de decisiones con riesgo, excepto:
a) Variable aleatoria
b) Índices de costo
c) Probabilidad
d) Distribución acumulada

19.29 Para los valores de ingresos y probabilidad que se muestran en la tabla, la probabilidad de que el ingreso en cualquier año sea menor de $9 600 es la más cercana a:
a) 0.15
b) 0.23
c) 0.32
d) 0.38

Ingreso, $ por año	6 200	8 500	9 600	10 300	12 600	15 500
Probabilidad	0.15	0.23	0.32	0.24	0.09	0.04

19.30 El símbolo que representa la media poblacional verdadera es:
a) σ
b) s
c) μ
d) X

19.31 Los ingresos por un producto dispersante de petróleo han promediado $15 000 durante los últimos 12 meses. Si el valor de $\Sigma(X_i - \overline{X})^2$ es de $1 600 000, la desviación estándar es la más cercana a:
a) $381
b) $652
c) $958
d) $1 265

19.32 Una encuesta sobre los automóviles estacionados en un estadio de futbol de la NFL reveló que había igual probabilidad de encontrar carros identificados como tipo A, B, C y D. A estos tipos se asignaron números aleatorios como sigue.

Tipo de carro	NA asignado
A	0 a 24
B	25 a 49
C	50 a 74
D	75 a 99

La probabilidad muestral de elegir un carro tipo B a partir de los 12 números aleatorios siguientes es la más cercana a:

NA: 75, 52, 14, 99, 67, 74, 06, 50, 97, 46, 27, 88

a) 0.17
b) 0.25
c) 0.33
d) 0.42

ESTUDIO DE CASO

USO DE SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE TRES ESTIMACIONES

Antecedentes

La compañía Knox Brewing fabrica refrescos y bebidas con sabor con nombres especiales para cadenas de tiendas al menudeo en América del Norte y del Centro. Durante el año pasado se hizo obvio que se necesitaba una nueva máquina embotelladora para sustituir al sistema actual de 10 años de antigüedad. El doctor Knox, propietario y presidente, conoce muy bien el negocio. Usted le presentó las propuestas del costo inicial de tres proveedores de la máquina. Vio con cuidado los números y le pidió que tomara asiento. Usted estaba muy sorprendido, pues era la primera vez que visitaba su oficina, y la mayoría de los demás ingenieros tenía gran temor de "El Viejo".

Información

Mientras estudiaba las tres propuestas de costo de la máquina, comenzó a anotar algunos números, que, explicó, eran sus estimaciones del costo de operación anual, vida útil y posible valor de rescate de cada una.

Tras algunos minutos, le indicó que se llevara los números y usara algo del "nuevo conocimiento de ingeniería" que usted había aprendido en la universidad para determinar cuál de las tres propuestas, si alguna, era la más sensata económicamente. También le dijo que fuera innovador y empleara una computadora y probabilidades para hacer una recomendación bien respaldada para el día siguiente a las dos de la tarde.

Usted usó las estimaciones del presidente para desarrollar la tabla 19-6 de las estimaciones pesimista (P), más probable (MP) y optimista (O) para cada máquina de los proveedores. Además, desarrolló algunas posibles distribuciones de los parámetros que el doctor Knox obtuvo, es decir: COA, vida y valor de rescate. Esto se resume en la tabla 19-7. Usted planea usar una simulación simple de Monte Carlo para formular su recomendación para el día de mañana.

Ejercicios para el estudio de caso

En primer lugar, use el generador de números aleatorios de Excel, si no lo ha hecho aún. Es necesario tomar muestras de las

TABLA 19-6 Estimaciones de los parámetros para la máquina embotelladora

	Costo inicial, $	COA, $ por año	Rescate, $	Vida, años
Proveedor 1				
P	−200 000	−11 000	0	3
MP	−200 000	−10 000	0	5
O	−200 000	−6 000	0	8
Proveedor 2				
P	−150 000	−5 000	0	2
MP	−150 000	−3 500	5 000	4
O	−150 000	−2 000	8 000	7
Proveedor 3				
P	−300 000	−8 000	5 000	5
MP	−300 000	−6 000	5 000	7
O	−300 000	−4 500	8 000	9

TABLA 19-7 Suposiciones de probabilidad sobre COA, vida y rescate

Parámetro	Proveedor 1	Proveedor 2	Proveedor 3
COA, $ por año	Normal Media: 10 000 Desv. est. 500	Normal Media: 3 500 Desv. est. 500	Normal Media: 6 000 Desv. est. 500
Rescate, $	Uniforme 0 a 1 000	Uniforme 0 a 8 000	Uniforme 5 000 a 8 000
Vida, años	Uniforme discreta 3 a 8, igual probabilidad	Uniforme discreta 2 a 7, igual probabilidad	Uniforme discreta 5 a 9, igual probabilidad

distribuciones normales que se especifican en la tabla 19-7. El generador de números aleatorios forma parte de la herramienta Analysis Tool-Pak a la que se accede con la trayectoria botón de Office, Opciones de Excel, Add-Ins.

1. Prepare la simulación con una hoja de cálculo; determine cuál proveedor ofrece la mejor máquina desde el punto de vista económico, y tome en cuenta las estimaciones del doctor Knox. Use un tamaño de muestra de al menos 50, y base sus conclusiones en el VA.
2. Prepare una presentación breve para el doctor Knox (y para la clase) en la que exponga su análisis.

APÉNDICE A

USO DE HOJAS DE CÁLCULO Y DEL PROGRAMA EXCEL® DE MICROSOFT

Este apéndice explica la distribución de una hoja de cálculo y las funciones de Excel de Microsoft (en adelante llamado Excel) útiles en la ingeniería económica. Consulte la Guía del usuario y el sistema de ayuda de Excel para su computadora y versión de Excel particulares. Algunos comandos y operaciones específicas se refieren a la versión Excel 2007 y tal vez difieran un poco de la que utilice el lector.

A.1 Introducción a Excel ●●●

Introducir una fórmula o usar una función de Excel

El **signo = es necesario** para ejecutar cualquier cálculo de una fórmula o función en una celda. Las fórmulas y funciones en la hoja de cálculo se muestran al oprimir en forma simultánea Ctrl y el símbolo `. El símbolo ` por lo general está en la parte superior izquierda del teclado, con el símbolo ~ (tilde). Al oprimir Ctrl + ` por segunda ocasión, se ocultan las fórmulas y funciones.

1. Corra Excel.
2. Desplácese a la celda C3. (Mueva el puntero del ratón hacia C3 y oprima el botón del lado izquierdo.)
3. Digite = VP(5%,12,10) y presione <Intro>. Esta función calculará el valor presente de 12 pagos de $10 con una tasa de interés de 5% anual.

Otro ejemplo: para calcular el valor futuro de 12 pagos de $10 con un interés de 6% anual, proceda de la manera siguiente:

1. Desplácese a la celda B3 y digite INTERÉS.
2. Desplácese a la celda C3 y digite 6% o = 6/100.
3. Desplácese a la celda B4 y digite PAGO.
4. Desplácese a la celda C4 y digite 10 (para representar el monto de cada pago).
5. Desplácese a la celda B5 y digite NÚMERO DE PAGOS.
6. Desplácese a la celda C5 y digite 12 (para representar el número de pagos).
7. Desplácese a la celda B7 y digite VALOR FUTURO.
8. Desplácese a la celda C7 y digite = VF(C3,C5,C4) y presione <Intro>. La respuesta aparecerá en la celda C7.

Para editar los valores de cada celda:

1. Desplácese a la celda C3 y digite = 5/100 (se reemplazará el valor anterior).
2. El valor en la celda C7 cambiará su respuesta de manera automática.

Referencias de celdas en fórmulas y funciones

Si en lugar de un número específico se usa una referencia de celda, es posible cambiar el número una vez y realizar análisis de sensibilidad sobre cualquier variable a la que haga referencia mediante el número de celda, como C5. Tal enfoque define la celda referida como una **variable global** para la hoja de cálculo. Existen dos tipos de referencias de celdas: relativa y absoluta.

Referencias relativas Si se ingresa una referencia de celda, por ejemplo, A1, en una fórmula o función que se copia o arrastra a otra celda, la referencia se cambia en relación con el movimiento de la celda original. Si la fórmula en C5 es = A1 y se copia en la celda C6, la fórmula cambia a = A2. Esta característica se usa cuando se arrastra una función a través de varias celdas y la entrada fuente debe cambiar con la columna o fila.

Referencias absolutas Si no se desea ajustar las referencias de celdas, coloque un **signo $** enfrente de la parte de la referencia de celda que no debe ajustarse: la columna, la fila o ambas. Por ejemplo, = $A$1 retendrá la fórmula cuando se mueva a cualquier parte de la hoja de trabajo. De manera similar,

= $A1 retendrá la columna A, pero la referencia relativa sobre 1 ajustará el número de fila mientras se desplace sobre la hoja de cálculo.

Las referencias absolutas se usan en la ingeniería económica para hacer análisis de sensibilidad de parámetros como TMAR, costo inicial y flujos de efectivo anuales. En tales casos, un cambio en la referencia absoluta de la entrada de celda ayuda a determinar la sensibilidad de un resultado, como VP o VA.

Impresión de la hoja de cálculo

Defina primero la parte (o totalidad) de la hoja de cálculo que se va a imprimir.

1. Desplace el puntero del ratón hacia la esquina superior izquierda de su hoja de cálculo.
2. Mantenga oprimido el botón izquierdo. (No suelte el botón izquierdo.)
3. Arrastre el ratón hacia la esquina inferior derecha de su hoja de cálculo o hacia donde usted desee detener la impresión.
4. Suelte el botón izquierdo. (Está listo para imprimir.)
5. Oprima el botón izquierdo del ratón en Office (véase la figura A-1).
6. Desplace el ratón hacia abajo para seleccionar Imprimir y oprima el botón izquierdo.
7. En la caja de diálogo Imprimir, oprima el botón del lado izquierdo en la opción Imprimir (o un comando similar).

Dependiendo del entorno de la computadora es posible que se tenga que seleccionar una impresora de red y esperar turno para obtener la hoja impresa mediante un servidor.

Guardar la hoja de cálculo

Usted puede guardar su hoja de cálculo en cualquier momento durante o después de terminar su trabajo. Se recomienda que guarde regularmente su trabajo.

1. Oprima el botón de Office.
2. Para guardar la hoja de cálculo la primera vez, oprima el botón del lado izquierdo en la opción Guardar como....
3. Digite el nombre del archivo, por ejemplo, Prob 7.9, y oprima el botón de Guardar.

Para guardar la hoja de cálculo después de que se ha guardado la primera vez, es decir, cuando ya se asignó un nombre al archivo, oprima el botón de Office, mueva el puntero del ratón hacia abajo y oprima el botón de Guardar.

Crear una gráfica de dispersión *xy*

Este gráfico es uno de los más comunes en análisis científicos, como los de ingeniería económica. En él se representan gráficamente pares de datos y se pueden colocar múltiples series de entradas sobre el eje *Y*. La gráfica de dispersión *xy* es especialmente útil para resultados como la gráfica de VP contra la tasa de interés, *i*, donde *i* es el eje *X* y el eje *Y* muestra los resultados de la función VPN para varias opciones.

1. Corra Excel.
2. Ingrese los siguientes números en las columnas A, B y C, respectivamente.
   Columna A, celdas A1 a A6: tasa *i*%, 4, 6, 8, 9, 10
   Columna B, celdas B1 a B6: $para A, 40, 55, 60, 45, 10
   Columna C, celdas C1 a C6: $para B, 100, 70, 65, 50, 30
3. Mueva el ratón a A1, oprima el botón izquierdo del ratón y sosténgalo mientras arrastra hacia la celda C6. Se resaltarán todas las celdas, incluso la celda de título de cada columna.
4. Si no todas las columnas del gráfico son adyacentes entre sí, primero oprima y sostenga la tecla Control sobre el teclado durante la totalidad del paso 3. Después de arrastrar sobre una columna de datos, suelte momentáneamente el botón izquierdo, luego muévase a la parte superior de la siguiente columna (no adyacente) del gráfico. No suelte la tecla Control hasta que se hayan resaltado todas las columnas que se van a graficar.
5. Oprima el botón izquierdo sobre el botón Asistente para gráficos sobre la barra de herramientas.
6. Seleccione la opción de Dispersión y elija un subtipo de gráfico de dispersión. La gráfica aparecerá con una leyenda (véase la figura A-1).

Ahora puede introducirse un gran número de efectos de estilo para los títulos de los ejes, leyenda, series de datos, etc. Observe que sólo se resalta la fila inferior del título. Si los títulos no están resaltados, los conjuntos de datos se identifican genéricamente en la leyenda como Serie 1, Serie 2, etcétera.

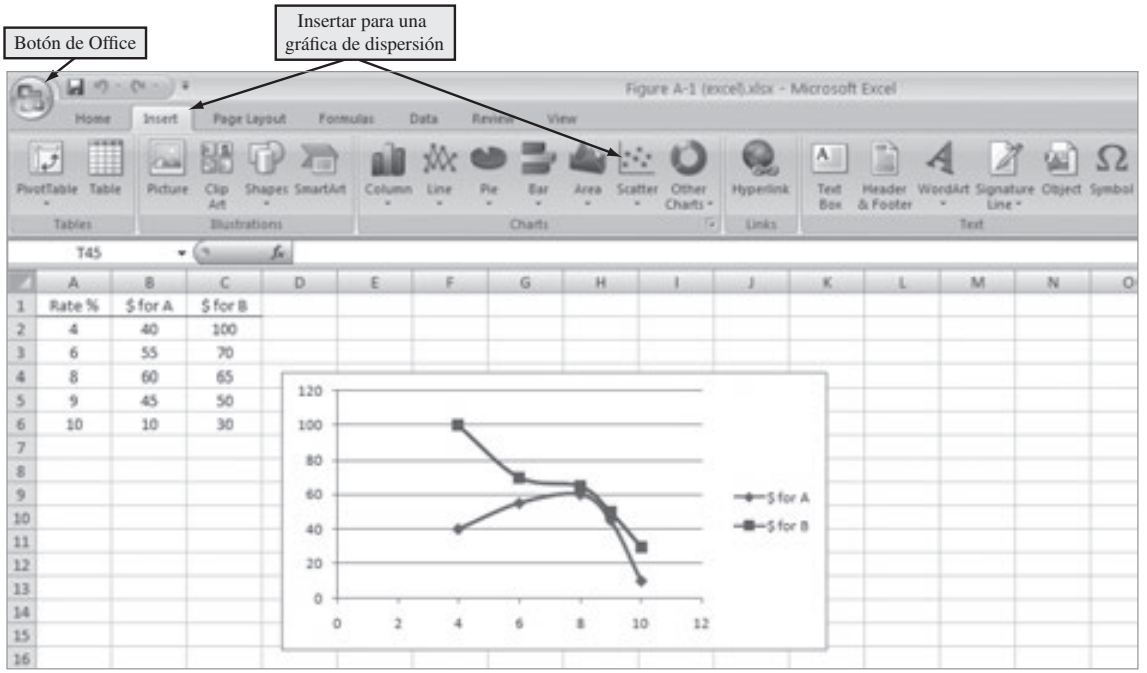


Figura A-1
Gráfica de dispersión para series de datos y ubicación de los botones más utilizados.

Obtención de ayuda mientras usa Excel

1. Para obtener información adicional general, oprima el botón del lado izquierdo sobre Ayuda (?) en la barra superior de menú.
2. Escriba el tema o una frase. Por ejemplo, si desea saber más sobre la forma de guardar un archivo, digite la palabra Guardar.
3. Seleccione las palabras de asociación adecuadas. Para navegar por las opciones, oprima el botón del lado izquierdo sobre cualquier tema.

A.2 Organización (distribución) de la hoja de cálculo ●●●

Una hoja de cálculo se puede usar de diversas maneras para obtener respuestas a preguntas numéricas. La primera es como una rápida herramienta de solución, a menudo con la entrada de unos cuantos números o una función predefinida. Por ejemplo, para calcular el valor futuro en una operación en una sola celda, mueva el puntero a cualquier celda e introduzca = VF(8%,5,−2 500). El resultado de $14 666.50 es el valor futuro con 8% de los cinco pagos iguales de $2 500 cada uno, al final del año 5.

La segunda aplicación es más formal; muestra datos, soluciones, gráficas y tablas desarrolladas en la hoja listas para su presentación a otras personas. A continuación se dan algunos lineamientos fundamentales sobre la organización de una hoja de cálculo. En la figura A-2 se presenta un ejemplo de distribución. Conforme las soluciones se hacen más complejas, la organización de la hoja de cálculo adquiere mayor importancia, en especial para presentarla al público con PowerPoint o un software similar.

Agrupe los datos y las respuestas. Es aconsejable organizar los datos dados o estimados en la parte superior de la hoja de cálculo. Se debe usar una breve etiqueta para identificar los datos, por ejemplo, TMAR = en la celda A1 y el valor, 12%, en la celda B1. Entonces B1 puede ser la celda de referencia para todas las entradas que requieran la TMAR. Además, puede valer la pena agrupar las respuestas en un área y enmarcarla. Con frecuencia, la mejor ubicación de las respuestas es en la parte inferior o superior de la columna de entradas usada en la fórmula o función predefinida.

Escriba títulos para columnas y filas. Cada columna o fila debe etiquetarse de modo que sus entradas se lean con claridad. Es muy sencillo seleccionar la columna o fila equivocada cuando no hay un breve título en el encabezado de los datos.

Escriba por separado los flujos de efectivo de ingresos y costos. Cuando hay flujos de efectivo tanto de ingresos como de costos, se recomienda ampliamente ingresar en dos columnas adyacentes las estima-

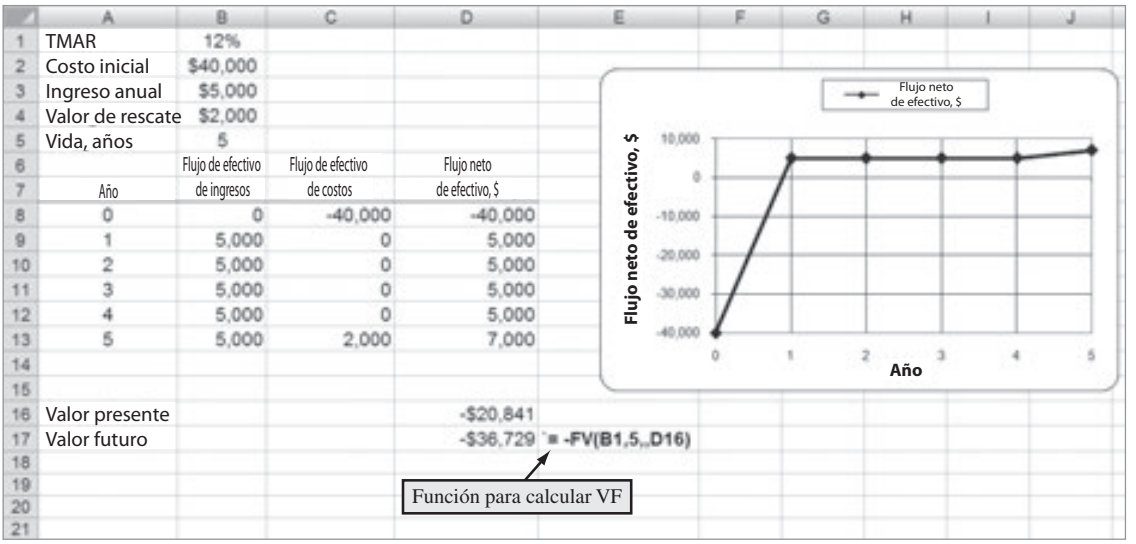


Figura A-2
Organización de una hoja de cálculo con flujos de efectivo, resultados de funciones, fórmula detallada de funciones y gráfica de dispersión.

ciones del flujo de efectivo para ingresos (usualmente positivo) y el costo inicial, valor de rescate y los costos anuales (usualmente negativos, con el rescate como número positivo). Luego, una fórmula que los combine en una tercera columna mostrará el flujo neto de efectivo. Esta práctica tiene dos ventajas inmediatas: se cometen menos errores que cuando se realizan sumas y restas mentalmente, y se simplifican los cambios en el análisis de sensibilidad.

Use referencias a celdas. Las referencias a celdas relativas y absolutas son indispensables cuando se espera efectuar algún cambio en las entradas. Por ejemplo, suponga que la TMAR se ingresa en la celda B1 y se hacen tres referencias separadas a la TMAR en las funciones de la hoja de cálculo. La referencia a celda absoluta, ingresada como $B$1 en las tres funciones, permite que la TMAR cambie una vez, no tres.

Obtenga una respuesta final mediante la suma y el anidamiento. Cuando las fórmulas y funciones se mantienen relativamente simples, la respuesta final se obtiene con la función SUMA. Por ejemplo, si se determina por separado el valor presente (VP) de dos columnas de flujos de efectivo, el VP total es la SUMA de los subtotales. Esta práctica es especialmente útil cuando las series de flujo de efectivo son complejas.

Prepare un gráfico. Si se va a desarrollar una gráfica, deje de antemano suficiente espacio a la derecha de los datos y respuestas. Las gráficas pueden colocarse sobre la misma hoja de cálculo o en una hoja separada. Se recomienda la colocación en la misma hoja de trabajo, sobre todo cuando se grafican los resultados del análisis de sensibilidad.

A.3 Funciones de Excel importantes en ingeniería económica ●●●

SD (saldo decreciente)

Calcula las cantidades de depreciación de un activo durante un periodo específico n con el método del saldo decreciente. La tasa de depreciación d del cálculo se determina a partir de los valores del activo S (valor de rescate) y B (base o costo inicial) como $d = 1 - (S/B)^{1/n}$. Es la ecuación [16.12]. Para d se usa una precisión de tres decimales.

= SD(costo,rescate,vida,periodo,mes)

costo	Costo inicial o base del activo.
rescate	Valor de rescate.
vida	Vida de depreciación (periodo de recuperación).
periodo	El periodo, año, para el cual debe calcularse la depreciación.
mes	(entrada opcional) Si se omite dicha entrada se supone un año completo durante el primer año.

Ejemplo Una máquina nueva cuesta $100 000 y se espera que dure 10 años. Al final de los 10 años, el valor de rescate de la máquina es $50 000. ¿Cuál es la depreciación de la máquina en el año inicial y en el quinto año?

Depreciación en el primer año: =SD(100 000,50 000,10,1)
Depreciación en el quinto año: =SD(100 000,50 000,10,5)

Por la forma como la función SD calcula el porcentaje fijo d y la exactitud de los cálculos, se **recomienda la función SDD (a continuación)** para todas las tasas de depreciación de saldo decreciente. Simplemente utilice la entrada opcional del factor con tasas diferentes de $d = 2/n$.

SDD (saldo doblemente decreciente)

Calcula la depreciación de un activo durante un periodo específico n mediante el método de saldo doblemente decreciente. También puede ingresarse un factor para algún otro método de depreciación de saldo decreciente al especificar un factor en la función.

= SDD(costo,rescate,vida,periodo,factor)

costo	Costo inicial o base del activo.
rescate	Valor de rescate del activo.
vida	Vida de depreciación.
periodo	Periodo, año, para el cual debe calcularse la depreciación.
factor	(entrada opcional) Si se omite esta entrada, la función utilizará un método doblemente decreciente con dos veces la tasa en línea recta. Si, por ejemplo, la entrada es 1.5, se utilizará el método de saldo decreciente de 150%.

Ejemplo Una máquina nueva cuesta $200 000 y se espera que dure 10 años. El valor de rescate es $10 000. Calcule la depreciación de la máquina durante el primero y el octavo años. Finalmente, calcule la depreciación en el quinto año con un método del saldo decreciente de 175%.

Depreciación en el primer año: = SDD(200 000,10 000,10,1)
Depreciación en el octavo año: = SDD(200 000,10 000,10,8)
Depreciación durante el quinto año con 175% SD: = SDD(200 000,10 000,10,5,1.75)

EFFECT (tasa de interés efectiva)

Calcula la tasa de interés anual efectiva para una tasa nominal enunciada y un número dado de periodos de capitalización por año. Excel calcula la tasa efectiva con la ecuación [4.7].

= EFFECT(nominal,nperiodos)

nominal	Tasa de interés nominal para el año.
nperiodos	Número de veces que se capitaliza el interés durante el año.

Ejemplo Claude solicitó un préstamo de $10 000. El funcionario del banco le dijo que la tasa de interés era de 8% anual y que la capitalización era mensual con objeto de que concordara convenientemente con sus pagos mensuales. ¿Qué tasa anual efectiva pagará Claude?

Tasa anual efectiva: = EFFECT(8%,12)

EFFECT también sirve para calcular **tasas efectivas que no sean anuales**. Introduzca la tasa nominal para el periodo de la tasa efectiva requerida; nperiodos es el número de veces que ocurre la capitalización durante el periodo de la tasa efectiva.

Ejemplo Se establece un interés de 3.5% trimestral con capitalización trimestral. Calcule la tasa efectiva semestral.

La tasa nominal semestral es de 7% y la capitalización ocurre dos veces en esos seis meses.

Tasa efectiva semestral: = EFFECT(7%,2)

VF (valor futuro)

Calcula el valor futuro con base en los pagos periódicos y una tasa de interés específica.

= VF(tasa,nper,pago,vp,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número de periodos de capitalización.
npago	Cantidad constante de pago.
vp	Valor presente. Si no se especifica el vp, la función supondrá que es 0.
tipo	(entrada opcional) Digite un 0 o un 1. Un 0 representa los pagos hechos al final del periodo, y un 1, los pagos hechos al principio. Si se omite esta entrada se supone un valor 0.

Ejemplo Jack desea abrir una cuenta de ahorros que pueda aumentar como lo desee. Depositará $12 000 al iniciarla y $500.00 a la cuenta al principio de cada mes durante los próximos 24. El banco paga 0.25% mensual. ¿Cuánto habrá en la cuenta de Jack al final de los 24 meses?

Valor futuro en 24 meses: = VF(0.25%,24,500,12 000,1)

SI (función lógica SI)

Determina cuál de dos posibilidades entra en una celda con base en el resultado de una prueba de lógica que se aplica al contenido de otra celda. La prueba de lógica puede consistir en verificar una función o un solo valor, pero debe utilizar un operador de igualdad o desigualdad. Si la respuesta es una cadena de texto habrá que escribirla entre comillas (“ ”). Las respuestas pueden ser otras funciones SI. Es posible anidar hasta siete funciones SI con la finalidad de realizar pruebas lógicas muy complejas.

= SI(prueba_lógica, valor_si_verdadero, valor_si_falso)

prueba_lógica	Aquí puede usarse cualquier función de la hoja de cálculo, inclusive una operación matemática.
valor_si_verdadero	Resultado si el argumento de la prueba_lógica es verdadero.
valor_si_falso	Resultado si el argumento de la prueba_lógica es falso.

Ejemplo Si el valor de VP que está en la celda B3 es mayor o igual a cero, el contenido de la celda B4 debe ser “seleccionar”, y “rechazar” si VP $<$ 0.

El contenido de la celda B4 es: = SI(B3>=0,“seleccionar”,“rechazar”)

Ejemplo Si el valor VP en la celda C4 es mayor o igual que cero, el contenido de la celda C5 debe ser “seleccionar”, “rechazar” si VP $<$ 0 y “fantástico” si VP $\geq$ 200.

El contenido de la celda C5 es: = SI(C4<0,“rechazar”,SI(C4>=200,“fantástico”,“seleccionar”))

PAGOINT (pago de intereses)

Calcula el interés acumulado durante un periodo *n* dado con base en pagos periódicos y tasa de interés constantes.

= PAGOINT(tasa,per,nper,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
per	Periodo durante el cual debe calcularse el interés.
nper	Número de periodos de capitalización
vp	Valor presente. Si el vp no está especificado, la función supondrá que es 0.
vf	Valor futuro. Si se omite, la función supondrá que es 0. Puede considerarse también un saldo de efectivo después de efectuar el último pago.
tipo	(entrada opcional) Digite un 0 o un 1. Un 0 representa los pagos hechos al final del periodo, y un 1, los pagos hechos al principio. Si se omite, se supondrá 0.

Ejemplo Calcule el interés vencido en el décimo mes para un préstamo de $20 000 a 48 meses. La tasa de interés es 0.25% por mes.

Interés debido: =PAGOINT(0.25%,10,48,20 000)

TIR (tasa interna de rendimiento)

Calcula la tasa interna de rendimiento entre −100% e infinito para una serie de flujos de efectivo en periodos regulares.

=TIR(valores,estimación)

valores	Conjunto de números en una columna (o fila) de una hoja de cálculo para la cual se calculará la tasa de rendimiento. El conjunto de números debe constar por lo menos de un número positivo y uno negativo. Los números negativos denotan un pago hecho o una salida de efectivo, y los números positivos, ingresos o entrada de efectivo.
estimación	(entrada opcional) Para reducir el número de iteraciones puede agregarse una *tasa de rendimiento estimada*. En la mayoría de los casos no se requiere una aproximación y se supone inicialmente una tasa de rendimiento de 10%. Si aparece el error #NUM!, ensaye con diferentes valores para la estimación. La entrada de diferentes valores de estimación permite determinar las raíces múltiples de la ecuación de tasa de rendimiento de una secuencia de flujo de efectivo no convencional.

Ejemplo John desea iniciar un negocio de imprenta. Necesitará $25 000 de capital y anticipa que el negocio generará los siguientes ingresos durante los primeros cinco años. Calcule su tasa de rendimiento después de tres años y después de cinco años.

Año 1	$ 5 000
Año 2	$ 7 500
Año 3	$ 8 000
Año 4	$10 000
Año 5	$15 000

Prepare un arreglo en la hoja de cálculo.

En la celda A1, digite −25 000 (negativo para pagos).
En la celda A2, digite 5 000 (positivo para ingresos).
En la celda A3, digite 7 500.
En la celda A4, digite 8 000.
En la celda A5, digite 10 000.
En la celda A6, digite 15 000.

Por consiguiente, las celdas A1 a A6 contienen un arreglo de flujos de efectivo durante los primeros cinco años, inclusive la salida de capital. *Observe que cualquier año con un flujo de efectivo de cero debe tener un cero ingresado* para asegurar que el valor del año se mantenga correctamente para fines del cálculo.

Para calcular la tasa interna de rendimiento después de tres años, pase a la celda A7 y digite = TIR(A1:A4).

Para calcular la tasa interna de rendimiento después de cinco años y especificar un valor estimado de 5%, desplácese a la celda A8 y digite = TIR(A1:A6,5%).

TIRM (tasa interna de rendimiento modificada)

Calcula la tasa interna de rendimiento modificada para una serie de flujos de efectivo con la reinversión del ingreso y el interés a una tasa determinada.

=TIRM(valores,tasa_de_financiamiento,tasa_de_reinversión)

valores	Se refiere a un arreglo de celdas en la hoja de cálculo. Los números negativos representan pagos y los números positivos representan ingresos. La serie de pagos e ingresos debe ocurrir en periodos

	regulares, y debe contener por lo menos *un* número positivo y *uno* negativo.
tasa_de_financiamiento	Tasa de interés del dinero obtenido en préstamo de fuentes externas (i_b en la ecuación [7.9]).
tasa_de_reinversión	Tasa de interés para las reinversiones sobre los flujos de efectivo positivos (i_i en la ecuación [7.9]). (Ésta no es la misma tasa de reinversión sobre las inversiones netas cuando la serie de flujo de efectivo no es convencional. Véase la sección 7.5 para comentarios.)

Ejemplo Jane abrió una tienda de pasatiempos hace cuatro años. Cuando empezó el negocio, Jane obtuvo $50 000 en préstamos de un banco a 12% anual. Desde entonces, el negocio generó $10 000 el primer año, $15 000 el segundo, $18 000 el tercero y $21 000 el cuarto año. Jane reinvierte sus utilidades y gana 85% anual. ¿Cuál es la tasa de rendimiento modificada después de tres años y después de cuatro años?

En la celda A1, digite −50 000.
En la celda A2, digite 10 000.
En la celda A3, digite 15 000.
En la celda A4, digite 18 000.
En la celda A5, digite 21 000.

Para calcular la tasa de rendimiento modificada después de tres años, desplácese a la celda A6 y digite = TIRM(A1:A4,12%,8%).
Para calcular la tasa de rendimiento modificada después de cuatro años, desplácese a la celda A7 y digite =TIRM(A1:A5,12%,8%).

NOMINAL (tasa de interés nominal)

Calcula la tasa de interés **anual** nominal para una tasa **anual** efectiva establecida y un número dado de periodos de capitalización por año. *Esta función está diseñada para mostrar sólo tasas anuales nominales*.

= NOMINAL(efectiva,nperiodos)

efectiva	Tasa de interés efectiva para el año.
nperiodos	Número de veces que se capitaliza el interés durante el año.

Ejemplo El año anterior, una acción corporativa ganó un rendimiento efectivo de 12.55% anual. Calcule la tasa nominal anual si el interés se capitalizó en forma trimestral y si se capitalizó en forma continua.

Tasa nominal anual, capitalización trimestral: = NOMINAL(12.55%,4)

Tasa nominal anual, capitalización continua: = NOMINAL(12.55%,100 000)

NPER (número de periodos)

Calcula el número de periodos para que el valor presente de una inversión iguale un valor futuro especificado con base en pagos regulares uniformes y una tasa de interés establecida.

= NPER(tasa,pago,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
pago	Cantidad pagada durante cada periodo de capitalización.
vp	Valor presente (suma global).
vf	(entrada opcional) Valor futuro o saldo de efectivo después del último pago. Si se omite vf, la función asumirá un valor 0.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 si los pagos se vencen al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos se vencen al principio del periodo. Si se omite, se supone 0.

Ejemplo Sally piensa abrir una cuenta de ahorro que paga 0.25% mensual. Su depósito inicial es $3 000 y piensa depositar $250 al principio de cada mes. ¿Cuántos pagos tiene que hacer para acumular $25 000 con el propósito de comprar un nuevo auto?

Número de pagos: = NPER(0.25%,−250,−3 000,25 000,1)

VPN (valor presente neto)

Calcula el valor presente neto de una serie de flujos de efectivo futuros con una tasa de interés establecida.

= VPN(tasa,serie)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
serie	Serie de pagos e ingresos dispuestos en un rango de celdas en la hoja de cálculo.

Ejemplo Mark considera la compra de una tienda de deportes en $100 000 y espera recibir el siguiente ingreso durante los próximos seis años del negocio: $25 000, $40 000, $42 000, $44 000, $48 000, $50 000. La tasa de interés es 8% anual.

En las celdas A1 a A7, introduzca −100 000, seguido de los seis ingresos anuales.

Valor presente: = VPN(8%,A2:A7) + A1

El valor de la celda A1 ya es un valor presente. *Cualquier año con un flujo de efectivo cero debe tener una entrada 0* para asegurar un resultado correcto.

PAGO (pagos)

Calcula cantidades periódicas equivalentes basadas en valor presente y/o valor futuro con una tasa de interés constante.

= PAGO(tasa,nper,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número total de periodos.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 para los pagos vencidos al final del periodo de capitalización, y 1 si el pago se vence al principio de dicho periodo. Si se omite esta entrada se supone un valor 0.

Ejemplo Jim piensa conseguir un préstamo de $15 000 para comprar un auto nuevo. La tasa de interés es 7% anual. Él desea pagar el préstamo en cinco años (60 meses). ¿Cuáles son sus pagos mensuales?

Pagos mensuales: = PAGO(7%/12,60,15 000)

PAGOPRIN (pago del principal)

Calcula el pago sobre el principal con base en pagos uniformes y una tasa de interés determinada.

= PAGOPRIN(tasa,per,nper,vp,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
per	Periodo para el cual se requiere el pago sobre el principal.
nper	Número total de periodos.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 para pagos que se vencen al final del periodo de capitalización y 1 si los pagos vencen al principio del periodo. Si se omite esta entrada se supone un valor 0.

Ejemplo Jovita está pensando invertir $10 000 en equipo que se espera dure 10 años sin valor de rescate. La tasa de interés es 5%. ¿Cuál es el pago del principal al final del año 4 y del año 8?

Al final del año 4: = PAGOPRIN(5%,4,10,−10 000)

Al final del año 8: = PAGOPRIN(5%,8,10,−10 000)

VP (valor presente)

Calcula el valor presente de una serie futura de flujos de efectivo iguales y una cantidad global única en el último periodo con una tasa de interés constante.

= VP(tasa,nper,pago,vf,tipo)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número total de periodos.
pago	Flujo de efectivo a intervalos regulares. Los números negativos representan pagos (salidas de efectivo), y los números positivos, el ingreso.
vf	Valor futuro o saldo de efectivo al final del último pago.
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 si los pagos vencen al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos vencen al principio de cada periodo de capitalización. De omitirse, se supone 0.

Existen dos diferencias básicas entre la función VP y la función VPN: VP permite flujos de efectivo del principio o de final de periodo y exige que todas las cantidades tengan el mismo valor, mientras que para la función VPN éstas pueden variar.

Ejemplo José considera arrendar un auto por $300 al mes durante tres años (36 meses). Una vez transcurridos los 36 meses de arriendo, puede comprar el auto en $12 000. Con una tasa de interés de 8% anual, encuentre el valor presente de esta opción.

Valor presente: = VP(8%/12,36,−300,−12 000)

Advierta los signos de resta colocados en las cantidades pago y vf.

ALEATORIO (número aleatorio)

Los resultados que se obtienen son números distribuidos uniformemente que pueden ser (1) ≥ 0 y < 1; (2) ≥ 0 y < 100, o (3) entre dos números especificados.

= ALEATORIO()	**para el rango entre 0 y 1**
= ALEATORIO()*100	**para el rango entre 0 y 100**
= ALEATORIO()*(b−a)+ a	**para el rango entre a y b**

a = número entero mínimo que se va a generar
b = número entero máximo que se va a generar

La función de Excel ALEATORIO.ENTRE(a,b) sirve también para obtener un número aleatorio entre dos valores.

Ejemplo Grace necesita números aleatorios entre 5 y 10 con tres dígitos a la derecha del punto decimal. ¿Cuál es la función de Excel? En este caso a = 3 y b = 10.

Número aleatorio: = RAND()*5 + 5

Ejemplo Randi quiere generar números aleatorios entre −10 y 25. ¿Cuál es la función de Excel que debe usar? Los valores mínimo y máximo son $a = -10$ y $b = 25$, por lo que $b - a = 25 - (-10) = 35$.

Números aleatorios: = RAND()*35 − 10

TASA (tasa de interés)

Calcula la tasa de interés por periodo de capitalización para una serie de pagos o de ingresos.

= TASA(nper,pago,vp,vf,tipo,estimado)

nper	Número total de periodos.
pago	Monto del pago hecho en cada periodo de capitalización.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro (no incluye la cantidad pago).
tipo	(entrada opcional) Ingrese 0 para pagos vencidos al final del periodo de capitalización, y 1 si los pagos vencen al principio de cada periodo de capitalización. Si se omite esta entrada se supone un valor 0.
estimado	(entrada opcional) Para reducir el tiempo de cálculo, incluya una tasa de interés estimada. Si el valor de la estimación no se especifica, la función supondrá una tasa de 10%. En general, esta función converge hacia una solución si la tasa está entre 0 y 100%.

Ejemplo Alysha desea abrir una cuenta de ahorros en un banco. Hará un depósito inicial de $1 000 para abrir la cuenta y piensa depositar $100 al principio de cada mes. Su plan es hacer esto durante los próximos tres años (36 meses). Al final de los tres años desea tener por lo menos $5 000. ¿Cuál es el interés mínimo para obtener este resultado?

Tasa de interés: = TASA(36,−100,−1 000,5 000,1)

DLR (depreciación en línea recta)

Calcula la depreciación en línea recta de un activo para un año determinado.

= DLR(costo,rescate,vida)

costo	Costo inicial o base del activo.
rescate	Valor de rescate.
vida	Vida de depreciación.

Ejemplo María compró una máquina de impresión en $100 000. La máquina tiene una vida de depreciación permitida de ocho años y un valor de rescate estimado de $15 000. ¿Cuál es la depreciación cada año?

Depreciación: = DLR(100 000,15 000,8)

SDDA (depreciación por el método de la suma de los dígitos del año)

Calcula la depreciación por el método de la suma de los dígitos del año de un activo para un año específico.

= SDDA(costo,rescate,vida,periodo)

costo	Costo inicial o base del activo.
rescate	Valor de rescate.
vida	Vida de depreciación.
periodo	El año para el cual se busca la depreciación.

Ejemplo Jack compró equipo en $100 000 con una vida de depreciación de 10 años. El valor de rescate es $10 000. ¿Cuál es la depreciación para el año 1 y para el año 9?

Depreciación para el año 1: = SDDA(100 000,10 000,10,1)
Depreciación para el año 9: = SDDA(100 000,10 000,10,9)

SDV (saldo decreciente variable)

Calcula la depreciación con el método del saldo decreciente con un cambio a depreciación en línea recta en el año en que la línea recta tiene una mayor cantidad de depreciación. Esta función aplica de manera

automática el cambio de depreciación SD a LR a menos que de manera específica se le instruya no realizar el cambio.

= SDV(costo,rescate,vida,inicio_periodo,fin_periodo,factor,no_cambio)

costo	Costo inicial del activo.
rescate	Valor de rescate.
vida	Vida de depreciación.
inicio_periodo	Primer periodo para calcular la depreciación.
fin_periodo	Último periodo para calcular la depreciación.
factor	(entrada opcional) Si se omite, la función usará la tasa doblemente decreciente de $2/n$, o el doble de la tasa de línea recta. Otras entradas definen el método de saldo decreciente, por ejemplo, 1.5 para el saldo decreciente de 150%.
no_cambio	(entrada opcional) Si se omite o ingresa como FALSO, la función cambiará de saldo decreciente a depreciación en línea recta cuando la última sea mayor que la depreciación SD. Si se ingresa como VERDADERO, la función no cambiará a depreciación LR en ningún momento durante la vida de depreciación.

Ejemplo Un equipo recién comprado con un costo inicial de $300 000 tiene una vida depreciable de 10 años sin valor de rescate. Calcule la depreciación de saldo decreciente de 175% para el primer año y el noveno año, primero si es aceptable el cambio con la depreciación LR, y luego si no se permite el cambio.

Depreciación para el primer año, con cambio: = SDV(300 000,0,10,0,1,1.75)
Depreciación para el noveno año, con cambio: = SDV(300 000,0,10,8,9,1.75)
Depreciación para el primer año, sin cambio: = SDV(300 000,0,10,0,1,1.75, VERDADERO)
Depreciación para el noveno año, sin cambio: = SDV(300 000,0,10,8,9,1.75, VERDADERO)

SDV (para depreciación con SMARC)

La función SDV se adapta para generar la cantidad de depreciación anual SMARC cuando se reemplazan inicio_periodo y final_periodo con las funciones MÁX y MÍN, respectivamente. Como se hizo antes, debe introducirse la opción de factor si la depreciación SMARC la inician tasas que no sean la SDD. El formato de la función SDV es el siguiente:

= SDV(costo,0,vida,MÁX(0,t-1.5),MÍN(vida,t-0.5),factor)

Ejemplo Determine la depreciación SMARC en el año 4 para un activo de $350 000 con un valor de rescate de 20% y un periodo de recuperación SMARC de tres años. D_4 = $25 926 es el resultado.

Depreciación para el año 4: = SDV(350 000,0.3,MÁX(0.4−1.5),MÍN(3,4−0.5),2)

Ejemplo Encuentre la depreciación SMARC en el año 16 para un activo de $350 000 con periodo de recuperación de n = 15 años. En este caso se requiere el factor opcional de 1.5, pues SMARC inicia con SD a 150% para n = 15 años y periodos de recuperación de 20 años. D_{16} = $10 334.

Depreciación para el año 16: =SDV(350 000,0.15,MÁX(0,16−1.5),MÍN(15,16−0.5),1.5)

Otras funciones

En Excel existen numerosas funciones financieras adicionales, así como de ingeniería, matemáticas, trigonometría, estadística, datos y tiempo, lógicas y de información. Pueden consultarse al hacer clic en la ficha de Fórmulas en la barra de herramientas de Excel.

A.4 Goal Seek, herramienta para análisis de equilibrio y de sensibilidad ●●●

La herramienta Goal Seek se encuentra en la barra de herramientas de Excel, en la ficha Data, seguido de What-if Analysis. Esta herramienta cambia el valor de una celda especificada por otro con base en un valor numérico en otra celda (cambiante) que el usuario emplea como entrada. Es una herramienta apro-

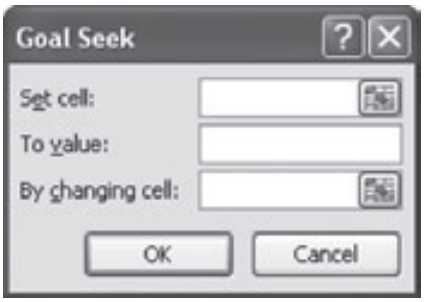


Figura A-3
Cuadro de diálogo de Goal Seek para especificar una celda, un valor y la celda que cambia.

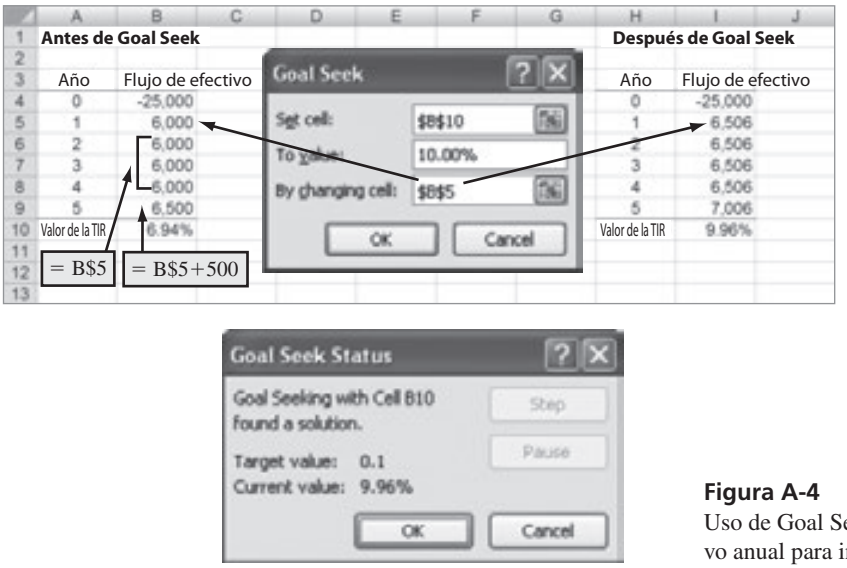


Figura A-4
Uso de Goal Seek para determinar un flujo de efectivo anual para incrementar la tasa de rendimiento.

piada para hacer **análisis de sensibilidad**, **análisis de equilibrio** y **preguntas "¿qué pasa si?"** cuando no son necesarias restricciones o desigualdades. En la figura A-3 se ilustra la plantilla de Goal Seek. Una de las celdas (celda conjunto o cambiante) debe contener una ecuación o función de la hoja de cálculo que utilice la otra celda para determinar un valor numérico. Sólo puede identificarse una sola celda como la que cambia; no obstante, esta limitante se evita al emplear ecuaciones en lugar de entradas numéricas específicas en cualesquiera celdas adicionales que también cambien. A continuación se ilustra este procedimiento.

Ejemplo Un nuevo activo costará $25 000, generará un flujo de efectivo anual de $6 000 durante su vida de cinco años y tendrá un valor de rescate estimado en $500. La tasa de rendimiento con la función TIR es de 6.94%. Determine el flujo de efectivo necesario para elevar el rendimiento a 10% anual.

La figura A-4 (en su parte superior izquierda) muestra los flujos de efectivo y el rendimiento resultante con la función = TIR(B4:B9) antes de usar Goal Seek. Observe que los $6 000 iniciales es la entrada en la celda B5, pero los flujos de efectivo de los otros años son entradas en forma de ecuaciones que hacen referencia a B5. El valor de rescate de $500 se suma en el último año. Este formato permite que Goal Seek cambie sólo la celda B5 mientras que hace que los demás flujos de efectivo tengan el mismo valor. La herramienta calcula el flujo de efectivo requerido de $6 506 para alcanzar el rendimiento de 10% anual. El cuadro de diálogo de Status de Goal Seek indica que se encontró una solución. Al hacer clic en OK se guardan todas las celdas modificadas; al hacer clic en Cancel se regresa a los valores originales.

A.5 Solver, herramienta para presupuestar capital, análisis de equilibrio y análisis de sensibilidad ●●●

Solver es una poderosa herramienta para cambiar el valor en una o más celdas con base en un valor de celda (objetivo) especificada. Es excelente para resolver un **problema de presupuestación de capital** a fin de seleccionar entre proyectos independientes en los que hay restricciones. (En la sección 12.4 se dan los detalles de esta aplicación.) En la figura A-5 se muestra la plantilla inicial de Solver.

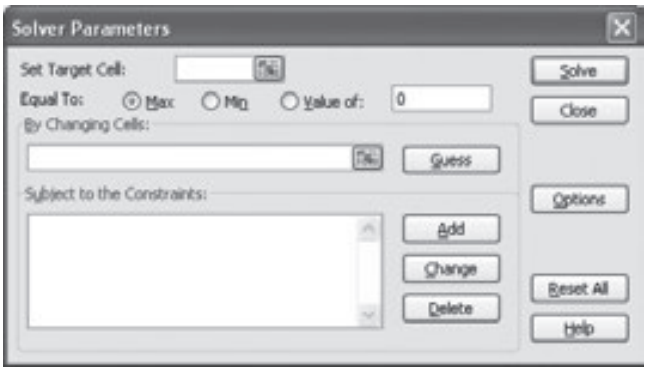


Figura A-5
Cuadro de diálogo de Solver para especificar un problema de optimización en una celda objetivo, celdas múltiples cambiantes y restricciones.

Cuadro *Celda objetivo*. Ingrese una referencia a celda o nombre. La celda objetivo en sí misma debe contener una fórmula o función. El valor en la celda puede maximizarse (Máx), reducirse (Mín) o restringirse a un valor específico (Valor de).

Cuadro *Celdas cambiantes*. Ingrese la referencia de celda para cada celda que va a ajustarse con comas entre celdas no adyacentes. Cada celda debe estar directa o indirectamente relacionada con la celda objetivo. Solver propone un valor para la celda cambiante con base en la entrada que se ofrece en torno a la celda objetivo. El botón Estimar lista todas las posibles celdas que cambian relacionadas con la celda objetivo.

Cuadro *Sujetas a las restricciones*. Ingrese cualquier restricción que pudiera aplicar, por ejemplo, $C$1 < $50 000. Las variables enteras y binarias se determinan en este cuadro.

Cuadro *Opciones*. Las opciones aquí permiten al usuario especificar varios parámetros de la solución: tiempo máximo y número de iteraciones permitidas, precisión y tolerancia de los valores determinados, y los requerimientos de convergencia cuando se determina la solución final. Además, aquí es factible establecer las suposiciones de modelos lineales y no lineales. *Si hay variables enteras o binarias, la opción tolerancia debe establecerse en un número pequeño, digamos, 0.0001*. Esto es especialmente importante para las variables binarias cuando se selecciona entre proyectos independientes (véase el capítulo 12). Si la tolerancia permanece en el valor preestablecido de 5%, un proyecto puede incluirse de manera incorrecta en la solución establecida en un nivel muy bajo.

Cuadro *Resultados de Solver*. Se presenta luego de oprimir Resolver y que aparezca una solución. Desde luego, tal vez no se pueda encontrar solución alguna para el escenario descrito. Es posible actualizar la hoja de cálculo al oprimir Utilizar la solución de Solver, o regresar a las entradas originales mediante Restaurar valores originales.

A.6 Mensajes de error ●●●

Si Excel no puede efectuar el cálculo de una fórmula o de una función, aparece un mensaje de error. Algunos mensajes comunes son:

#¡DIV/0!	Está tratando de dividir entre cero.
#N/A	Se refiere a un valor que no está disponible.
#¿NOMBRE?	Utiliza un nombre que Excel no reconoce.
#¡NULO!	Especifica una intersección inválida de dos áreas.
#¡NÚM!	Utiliza un número incorrectamente.
#¡REF!	Se refiere a una celda que no es válida.
#¡VALOR!	Utiliza un argumento u operando inválido.
#####	Produce un resultado, o incluye un valor numérico constante, que es demasiado largo para ajustarse a la celda. (Ensanche la columna.)

APÉNDICE B

ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS INFORMES DE CONTABILIDAD Y DE LAS RAZONES FINANCIERAS

Este apéndice ofrece una descripción fundamental de los estados financieros. Los documentos que se analizan aquí sirven para revisar o entender los estados financieros básicos y para reunir información útil en un estudio de ingeniería económica.

B.1 Balance general ●●●

El año fiscal y el año tributario se definen en forma idéntica para una corporación o para un individuo: 12 meses de duración. El año fiscal (AF) por lo general no es el año de calendario (AC) para una corporación. El gobierno de EUA utiliza el periodo de octubre a septiembre como su AF. Por ejemplo, de octubre de 2011 a septiembre de 2012 es el año fiscal 2012. Para un ciudadano individual, el año fiscal o año tributario siempre es el año de calendario.

Al final de cada año fiscal, una compañía publica un **balance general**. En la tabla B-1 se presenta una muestra de balance general de JAGBA Corporation. Es una presentación anual de un estado de esa empresa en un momento particular, por ejemplo, 31 de mayo de 2012; sin embargo, por lo común el balance general se prepara cada tres meses o cada mes. Se emplean tres categorías principales.

Activos. Resumen de todos los recursos poseídos por la compañía o que se le adeudan. Hay dos clases principales de activos. Los *activos circulantes* representan capital de trabajo de corto plazo (efectivo, cuentas por cobrar, etc.), que se convierten con más facilidad a efectivo, por lo general, en menos de un año. Se hace referencia a los activos de largo plazo como *activos fijos* (terreno, equipo, etc.). La conversión de estas posesiones a efectivo en un corto plazo requeriría una reorientación corporativa importante.

Pasivos. Resumen de todas las *obligaciones financieras* (deudas, hipotecas, préstamos, etc.) de una corporación. La deuda de bonos se incluye aquí.

Capital. También llamado *patrimonio del propietario* es un resumen del valor financiero de la propiedad, inclusive las acciones emitidas y las utilidades retenidas por la corporación.

TABLA B-1 Muestra de balance general

JAGBA CORPORATION
Balance general
31 de mayo de 2012

Activos		Pasivos	
Circulante			
Efectivo	$10 500	Cuentas por pagar	$19 700
Cuentas por cobrar	18 700	Dividendos por pagar	7 000
Intereses acumulados por cobrar	500	Documentos de largo plazo por pagar	16 000
Inventarios	52 000	Bonos por pagar	20 000
Total activos corrientes	$81 700	Total pasivos	$62 700
		Capital	
Fijos			
Terrenos	$25 000	Acciones comunes	$275 000
Construcciones y equipo	438 000	Acciones preferenciales	100 000
Menos: Reserva para depreciación $82 000	356 000	Utilidades retenidas	25 000
Total activos fijos	381 000	Total capital	400 000
Total activos	$462 700	Total pasivos y capital	$462 700

El balance general se elabora con la relación

Activos = pasivos + capital

En la tabla B.1 cada categoría amplia se divide en subcategorías estándar. Por ejemplo, los activos circulantes se componen de efectivo, cuentas por cobrar, etc. Cada subdivisión tiene una interpretación específica, como cuentas por cobrar, que representa todo el dinero adeudado a la compañía por sus clientes habituales.

B.2 Estado de resultados y estado del costo de lo vendido ●●●

Otro estado financiero, segundo en importancia, es el **estado de resultados** (tabla B-2). El estado de resultados resume las utilidades o las pérdidas de la corporación durante un periodo establecido. Los estados de resultados siempre acompañan a los balances generales. Las categorías principales de un estado de resultados son:

Ingresos. Todas las *ventas y entradas por intereses* que la compañía recibió durante el pasado periodo contable.
Gastos. Resumen de *todos los gastos* (operación y otros, inclusive impuestos) durante el periodo. Algunas cantidades de gastos aparecen en otros estados, por ejemplo, el costo de lo vendido.

El resultado final de un estado de resultados es la utilidad neta después de impuestos (UNDI) o UNDODI (la O es por *operación*), empleada en el capítulo 17, en las secciones 17.1 y 17.7. El estado de resultados, emitido al mismo tiempo que el balance general, utiliza la ecuación básica

Ingresos − gastos = utilidad (o pérdida)

El **costo de lo vendido** es un término de contabilidad importante, el cual representa el costo neto de generar el producto comercializado por la empresa. El costo de lo vendido también recibe el nombre de *costo de fabricación*. El costo de lo vendido, como el que aparece en la tabla B-3, es útil al determinar el costo exacto de fabricar un producto específico durante un periodo establecido, por lo general un año. El total del estado del costo de lo vendido se ingresa como renglón de gastos en el estado de resultados. Este total se determina con las relaciones

$$\text{Costo de lo vendido} = \text{costo directo} + \text{costo indirecto}$$
$$\text{Costo directo} = \text{materiales directos} + \text{mano de obra directa} \qquad \textbf{(B.1)}$$

TABLA B-2 Muestra del estado de resultados

JAGBA CORPORATION
Estado de resultados
Año terminado el 31 de mayo de 2012

Ingresos		
Ventas	$505 000	
Ingresos de intereses	3 500	
Ingresos totales		$508 500
Gastos		
Costo de lo vendido (de acuerdo con la tabla B-3)	$290 000	
Por venta	28 000	
Administrativos	35 000	
Otros	12 000	
Gastos totales		365 000
Ingreso antes de impuestos		143 500
Impuestos durante el año		64 575
Utilidad neta después de impuestos (UNDI)		$78 925

TABLA B-3 Muestra del estado del costo de lo vendido

JAGBA CORPORATION
Estado del costo de lo vendido
Año terminado el 31 de mayo de 2012

Materiales		
Inventario, 1 de enero de 2011	$54 000	
Compras durante el año	174 500	
Totales	$228 500	
Menos: Inventario 31 de mayo de 2012	50 000	
Costo de materiales		$178 500
Mano de obra directa		110 000
Costo directo		288 500
Costos indirectos		7 000
Costos de fabricación		295 500
Menos: Incremento en el inventario de producto terminado durante el año		5 500
Costo de lo vendido (en la tabla B-2)		$290 000

El renglón de costos indirectos incluye todos los costos indirectos y gastos generales cargados a un producto, proceso o centro de costo. Los métodos de asignación de costos indirectos se analizan en el capítulo 15.

B.3 Razones financieras ●●●

Los contadores, analistas financieros e ingenieros economistas utilizan con frecuencia los análisis de razones financieras para evaluar la salud financiera (condición) de una compañía en el tiempo y en relación con las normas de la industria. Como el ingeniero economista debe comunicarse continuamente con otros, él (o ella) debe tener un conocimiento básico de las diversas razones. Con fines de comparación, es necesario calcular las razones para compañías en la misma industria. La mediana de valores de las razones en las industrias se publica anualmente por firmas como Dun and Bradstreet en *Industry Norms and Key Business Ratios*. Las razones se clasifican por lo común de acuerdo con su papel en la medición de la corporación.

Razones de solvencia. Evalúan la capacidad de satisfacer las obligaciones financieras de corto y de largo plazos.
Razones de eficiencia. Medidas que reflejan la capacidad de la gerencia para utilizar y controlar los activos.
Razones de rentabilidad. Evalúan la capacidad de obtener un rendimiento para los propietarios de la corporación.

La información numérica para diferentes razones importantes que se analizan aquí se obtuvo del balance general y del estado de resultados de JAGBA, tablas B-1 y B-2.

Razón corriente Con esta razón se analiza la condición del capital de trabajo de la compañía; se define como

$$\text{Razón corriente} = \frac{\text{activos circulantes}}{\text{pasivos circulantes}}$$

Los pasivos circulantes incluyen todas las deudas de corto plazo, como cuentas y dividendos por pagar. Observe que en la razón corriente (o índice de liquidez) sólo se utilizan datos del balance general; es decir, no se asocia con ingresos ni gastos. Para el balance general de la tabla B-1, los pasivos circulantes son $19 700 + $7 000 = $26 700 y

$$\text{Razón corriente (o índice de liquidez)} = \frac{81\,700}{26\,700} = 3.06$$

Como los pasivos circulantes son las deudas por pagar en el año siguiente, el valor de la razón corriente de 3.06 significa que los activos circulantes cubrirían las deudas de corto plazo aproximadamente tres veces. Son comunes los valores de 2 a 3 para la razón corriente.

La razón corriente supone que el capital de trabajo invertido en inventario puede convertirse en efectivo de manera muy rápida. Con frecuencia, sin embargo, se obtiene una mejor idea de la posición financiera *inmediata* de una compañía con la razón de la prueba del ácido.

Razón de la prueba del ácido (razón de liquidez rápida) Esta razón es

$$\text{Razón de la prueba del ácido} = \frac{\text{activos líquidos}}{\text{pasivos circulantes}} = \frac{\text{activos circulantes} - \text{inventarios}}{\text{pasivos circulantes}}$$

Es significativa para la situación de emergencia cuando la firma debe cubrir deudas de corto plazo mediante sus activos fácilmente convertibles. Para JAGBA Corporation,

$$\text{Razón de la prueba del ácido} = \frac{81\,700 - 52\,000}{26\,700} = 1.11$$

La comparación entre esta razón y la razón corriente muestra que las deudas corrientes de la compañía están invertidas más o menos dos veces en inventarios. Sin embargo, una razón de la prueba del ácido de cerca de 1.0 se considera en general una posición corriente fuerte, independientemente de la cantidad de activos en inventarios.

Razón de deuda Es una medida de la fortaleza financiera según la definición

$$\text{Razón de deuda} = \frac{\text{pasivos totales}}{\text{activos totales}}$$

Para JAGBA Corporation,

$$\text{Razón de deuda} = \frac{62\,700}{462\,700} = 0.136$$

Los acreedores de JAGBA tienen 13.6% de la propiedad de la compañía, y sus accionistas, 86.4%. Una razón de deuda en el rango de 20% o menos indica condiciones financieras muy buenas, con poco temor a una reorganización forzada por obligaciones no pagadas. Sin embargo, una compañía virtualmente sin deudas, es decir, con razón de deuda muy baja, tal vez no tenga un futuro prometedor debido a su inexperiencia en el manejo del financiamiento con deuda de corto y largo plazos. Otra medida de fortaleza financiera es la mezcla D-C, o de deuda y capital propio.

Razón de rendimiento sobre ventas Esta razón, muy citada, indica el margen de utilidad de la compañía; se define como

$$\text{Rendimiento sobre ventas} = \frac{\text{utilidad neta}}{\text{ventas netas}}\,(100\%)$$

La utilidad neta es el valor después de impuestos del estado de resultados. Esta razón mide la utilidad obtenida por dólar en ventas, e indica cuán bien la corporación se puede sostener en condiciones adversas en el tiempo, como un descenso de precios, aumento de costos y contracción de ventas. Para JAGBA Corporation,

$$\text{Rendimiento sobre ventas} = \frac{78\,925}{505\,000}\,(100\%) = 15.6\%$$

Las corporaciones pueden indicar razones bajas de rendimiento sobre ventas, por ejemplo 2.5 a 4.0%, como indicadores de condiciones económicas recesivas. En verdad, para un negocio de un volumen relativamente grande y de alta rotación, una razón de ingresos de 3% es muy saludable. Por supuesto, una razón en constante decrecimiento indica aumento en los gastos de la compañía que absorben la utilidad neta después de impuestos.

Razón de rendimiento de los activos Es el indicador clave de la rentabilidad, pues evalúa la capacidad de la corporación para transferir activos en utilidad de operaciones. La definición y el valor de JAGBA son:

$$\text{Rendimiento de los activos} = \frac{\text{utilidad neta}}{\text{activos totales}}\,(100\%) = \frac{78\,925}{462\,700}\,(100\%) = 17.1\%$$

El uso eficiente de los activos indica que la compañía debe obtener un rendimiento alto, mientras que los rendimientos bajos suelen acompañar a los valores bajos de esta razón en comparación con las razones del grupo industrial correspondiente.

Razón de rotación del inventario Aquí se utilizan dos razones. Ambas indican el número de veces que el valor del inventario promedio pasa por las operaciones de la compañía. Si se desea obtener la razón entre la rotación del inventario y las ventas netas, la fórmula es

$$\text{Ventas netas a inventario} = \frac{\text{ventas netas}}{\text{inventario promedio}}$$

donde el inventario promedio es la cifra registrada en el balance general. Para JAGBA Corporation esta razón es

$$\text{Ventas netas a inventario} = \frac{505\,000}{52\,000} = 9.71$$

Esto significa que el valor promedio del inventario se vendió 9.71 veces durante el año. Los valores de esta razón varían mucho entre una industria y otra.

Si la rotación del inventario se relaciona con el *costo de lo vendido*, la razón por utilizar es

$$\text{Costo de lo vendido a inventario} = \frac{\text{costo de lo vendido}}{\text{inventario promedio}}$$

Ahora, el inventario promedio se calcula como el promedio de los valores de inventario inicial y final en el estado de costo de lo vendido. Esta razón se utiliza en general como una medida de la tasa de rotación de inventario en las compañías manufactureras. Dicha razón varía según la industria, aunque la gerencia desea verla relativamente constante a medida que el negocio aumenta. Para JAGBA, con los valores de la tabla B-3,

$$\text{Costo de lo vendido a inventario} = \frac{290\,000}{\frac{1}{2}(54\,000 + 50\,000)} = 5.58$$

Desde luego existen muchas otras razones para diversas circunstancias; sin embargo, las que aquí se presentan son de uso común tanto para contadores como para analistas económicos.

EJEMPLO B.1

A continuación se presentan valores habituales de razones o porcentajes financieros de cuatro compañías nacionales. Compare los valores de JAGBA Corporation con las normas que se muestran y comente acerca de las diferencias y similitudes.

Razón o porcentaje	Manufactura de vehículos de motor y sus refacciones 336105*	Transporte aéreo (tamaño medio) 481000*	Manufactura de maquinaria industrial 333200*	Muebles para el hogar 442000*
Razón corriente	2.4	0.4	2.2	2.6
Razón de liquidez rápida	1.6	0.3	1.5	1.2
Razón de deuda	59.3%	96.8%	49.1%	52.4%
Rendimiento sobre los activos	40.9%	8.1%	8.0%	5.1%

*Código del North American Industry Classification System (NAICS) para el sector industrial en cuestión.
Fuente: L. Troy, *Almanac of Business and Industrial Financial Ratios*, CCH, Wolters Kluwer, EUA.

Solución

No es adecuado comparar las razones de una compañía con los índices de industrias distintas, es decir, con los de aquellas que tengan otro código NAICS. Por tanto, la comparación que sigue sólo tiene fines ilustrativos. Los valores correspondientes de JAGBA son

Razón corriente = 3.06
Razón de liquidez rápida = 1.11
Razón de deuda = 13.5%
Rendimiento sobre los activos = 17.1%

JAGBA tiene una razón corriente mayor que todas las otras cuatro industrias, pues 3.06 indica que puede cubrir tres veces sus obligaciones actuales, en comparación con 2.6 y mucho menos en el caso del "promedio" de las corporaciones de transporte aéreo. JAGBA tiene una razón de deuda significativamente más baja que cualquiera de las industrias que se muestran, por lo que es probable que tenga más salud financiera. El rendimiento sobre los activos, que es una medida de la capacidad de convertirlos en utilidades, no es tan alto en JAGBA como en la industria automotriz, pero JAGBA compite bien con los demás sectores industriales.

Para hacer una comparación justa de las razones de JAGBA con otros valores es necesario tener las normas *para su tipo de industria*, así como los de otras corporaciones *en la misma categoría NAICS* y con el mismo tamaño de activos totales. Los activos corporativos se clasifican en categorías en unidades de $100 000; por ejemplo, de 100 a 250, 1 001 a 5 000, más de 250 000, etcétera.

APÉNDICE C

CÓDIGO DE ÉTICA PARA INGENIEROS

Fuente: National Society of Professional Engineers (www.nspe.org).

National Society of Professional Engineers®

Código de ética para ingenieros

Preámbulo

La ingeniería es una profesión importante y que se adquiere con el aprendizaje. Como miembros de esta profesión, se espera que los ingenieros manifiesten los estándares más elevados de honestidad e integridad. Los ingenieros ejercen un efecto directo y vital en la calidad de vida de todas las personas. En consecuencia, los servicios que brindan requieren honestidad, imparcialidad, justicia y equidad, y deben dirigirse a la protección de la salud, seguridad y bienestar del público. Los ingenieros deben ajustarse a criterios de comportamiento profesional que impliquen los principios más altos de la conducta ética.

I. Cánones fundamentales

El ingeniero, en el cumplimiento de sus deberes profesionales, debe:

1. Velar sobre todo por la seguridad, salud y bienestar del público.
2. Prestar sus servicios sólo en las áreas de su competencia.
3. Hacer afirmaciones públicas sólo de manera objetiva y veraz.
4. Actuar para cada uno de sus empleadores o clientes como agente confiable o fidedigno.
5. Evitar actos fraudulentos.
6. Conducirse de manera honorable, responsable, ética y legal, con objeto de mejorar el honor, reputación y utilidad de la profesión.

II. Reglas de la práctica

1. Los ingenieros deben velar sobre todo por la seguridad, salud y bienestar del público.
   - *a*) Si el criterio del ingeniero queda sujeto a circunstancias que pongan en peligro vidas o propiedades, debe notificarlo a su empleador o cliente y a toda autoridad competente.
   - *b*) Los ingenieros deben aprobar sólo los documentos profesionales que se ajusten a los estándares aplicables.
   - *c*) Los ingenieros no deben revelar hechos, datos o información sin el consentimiento previo de su cliente o empleador, excepto si lo autoriza o requiere alguna ley o este Código.
   - *d*) Los ingenieros no deben permitir el uso de su nombre en relación con ningún negocio con personas o empresas sospechosas de participar en asuntos fraudulentos o deshonestos.
   - *e*) Los ingenieros no deben ayudar o propiciar la práctica ilegal de la ingeniería por parte de ninguna persona o empresa.
   - *f*) Los ingenieros que tengan conocimiento de alguna violación a este Código deben reportarlo a los organismos profesionales apropiados y, cuando se trate de un asunto relevante, también a las autoridades, además de cooperar con ellas en la interpretación de la información o ayudarlas como lo soliciten.
2. Los ingenieros deben prestar sus servicios sólo en las áreas de su competencia.
   - *a*) Los ingenieros sólo deben emprender tareas para las que hayan sido calificados por su educación o experiencia en los campos técnicos específicos implicados.
   - *b*) Los ingenieros no deben firmar ningún plano o documento que aborde temas en los que carezcan de competencia, ni tampoco algún plano o documento que no haya sido preparado bajo su dirección y control.
   - *c*) Los ingenieros pueden aceptar trabajos y asumir la responsabilidad de coordinar todo un proyecto, y firmar y avalar todos los documentos de ingeniería que surjan, siempre y cuando cada disciplina técnica esté firmada y avalada únicamente por los ingenieros calificados que la hayan preparado.
3. Los ingenieros deben hacer afirmaciones públicas sólo de manera objetiva y veraz.
   - *a*) Los ingenieros deben ser objetivos y veraces al elaborar informes, peritajes o testimonios profesionales. En ellos deben incluir toda la información relevante y pertinente, y la fecha que indique el momento de su validez.
   - *b*) Los ingenieros deben emitir opiniones técnicas públicas que se fundamenten en su conocimiento de los hechos y su competencia en el tema.
   - *c*) Los ingenieros no deben hacer afirmaciones, críticas o argumentar sobre asuntos inspirados o pagados por terceros, a menos que a sus comentarios preceda la identificación explícita de las partes interesadas en cuya representación hablan, y con la revelación de cualquier interés que pudieran tener los ingenieros en el asunto.
4. Los ingenieros deben actuar para cada uno de sus empleadores o clientes como agentes confiables o fidedignos.
   - *a*) Los ingenieros deben revelar todos los conflictos conocidos o potenciales de interés que puedan o parezcan influir en su criterio o la calidad de sus servicios.
   - *b*) Los ingenieros no deben aceptar compensaciones, financieras o de otro tipo, de más de una parte por prestar sus servicios en el mismo proyecto, o por servicios relacionados con el mismo proyecto, a menos que se revelen por completo las circunstancias y todas las partes involucradas estén de acuerdo.
   - *c*) Los ingenieros no deben solicitar o aceptar directa ni indirectamente consideraciones valiosas, financieras o de otro tipo, de ninguna persona relacionada con el trabajo del que son responsables.
   - *d*) Los ingenieros en el servicio público, ya sea como asesores o empleados de una institución gubernamental o similar, no deben participar en la toma de decisiones relacionadas con los servicios solicitados o prestados por ellos o sus organizaciones en la práctica privada o pública de la ingeniería.
   - *e*) Los ingenieros no deben solicitar ni aceptar contratos de una institución gubernamental en la que algún directivo o funcionario importante de su empresa se desempeñe como integrante.
5. Los ingenieros deben evitar actos fraudulentos.
   - *a*) Los ingenieros no deben falsificar sus credenciales profesionales ni permitir su presentación engañosa, como tampoco las de sus asociados. No deben falsear o exagerar la responsabilidad que hayan tenido en actividades anteriores. Los folletos y otra clase de publicidad relacionada con la solicitud de un empleo no deben falsear hechos pertinentes relacionados con los empleadores, empleados, asociados, socios o logros del pasado.
   - *b*) Los ingenieros no deben ofrecer, dar, solicitar ni recibir, directa o indirectamente, ninguna contribución para influir en la asignación de un contrato por parte de alguna autoridad pública, o que el público pudiera percibir como algo que tiene el efecto o intenta influir en la asignación del contrato. No deben dar regalos ni otras consideraciones valiosas que persigan asegurar el trabajo en cuestión. No deben pagar comisiones, porcentajes o cuotas por intermediar en garantizar el contrato, excepto a un empleado o empresa comercial o de marketing de buena fe.

III. Obligaciones profesionales

1. Los ingenieros deben conducirse en todas sus relaciones con los estándares más elevados de honestidad e integridad.
   - *a*) Los ingenieros deben reconocer sus errores y no distorsionar o alterar los hechos.
   - *b*) Los ingenieros deben avisar a sus clientes o empleadores cuando crean que un proyecto no tendrá éxito.
   - *c*) Los ingenieros no deben aceptar un empleo que vaya en detrimento de su trabajo o intereses normales. Antes de aceptar cualquier proyecto de ingeniería deben notificarlo a su empleador actual.
   - *d*) Los ingenieros no deben intentar atraer a algún ingeniero de otra empresa con ofrecimientos falsos o engañosos.
   - *e*) Los ingenieros no deben promover sus intereses propios a costa de la dignidad o integridad de la profesión.
2. Los ingenieros deben luchar en todo momento por satisfacer el interés público.
   - *a*) Los ingenieros deben procurar participar en los asuntos cívicos, ser guías profesionales para los jóvenes, y trabajar para el mejoramiento de la seguridad, salud y bienestar de su comunidad.
   - *b*) Los ingenieros no deben realizar, firmar o avalar planos o especificaciones que no cumplan con los estándares aplicables de ingeniería. Si el cliente o empleador insiste en dicha conducta impropia, deben notificarlo a las autoridades correspondientes y renunciar a continuar en el proyecto.
   - *c*) Los ingenieros deben procurar aumentar el conocimiento público y el aprecio de la ingeniería y sus logros.
   - *d*) Los ingenieros deben procurar adherirse a los principios del desarrollo sostenible con objeto de proteger el ambiente para las generaciones futuras.
3. Los ingenieros deben evitar toda conducta o práctica que engañe al público.
   - *a*) Los ingenieros deben evitar expresiones que contengan un engaño o hecho engañoso, o que omitan un hecho objetivo.

b) En concordancia con lo anterior, los ingenieros sí pueden aconsejar en el reclutamiento de personal.
c) En concordancia con lo anterior, los ingenieros pueden preparar artículos para la prensa general o técnica, pero no deben implicar un crédito para el autor por trabajos efectuados por otros.

4. Los ingenieros no deben revelar información confidencial, sin consentimiento expreso, que se relacione con negocios o procesos técnicos de algún cliente o empleador actual, o de alguna institución pública para la que trabajen.
   a) Si no tienen el consentimiento de todas las partes interesadas, los ingenieros no deben promover o propiciar un nuevo empleo o práctica relacionado con un proyecto específico en el que hayan obtenido un conocimiento particular o especializado.
   b) Si carecen del permiso de todas las partes interesadas, los ingenieros no deben participar o representar algún interés competidor relacionado con un proyecto o procedimiento específico en el que hayan obtenido un conocimiento particular o especializado gracias a un cliente o empleador anterior.
5. Los ingenieros no deben verse afectados en sus deberes profesionales por intereses en conflicto.
   a) Los ingenieros no deben aceptar consideraciones financieras o de otro tipo, inclusive diseños gratuitos de ingeniería, por parte de proveedores de materiales o equipos a fin de que especifiquen sus productos para cierto proyecto.
   b) Los ingenieros no deben aceptar comisiones o favores, directa o indirectamente, por parte de contratistas u otras partes relacionadas con sus clientes o empleadores y que tengan que ver con el trabajo del que son responsables.
6. Los ingenieros no deben intentar obtener empleo o mejoras o encargos profesionales a cambio de prestar falsos testimonios contra otros ingenieros, o por otros métodos impropios o cuestionables.
   a) Los ingenieros no deben solicitar, proponer o aceptar ninguna comisión sobre una base contingente en circunstancias en las que se comprometa su criterio.
   b) Los ingenieros en puestos asalariados pueden aceptar trabajos de ingeniería de tiempo parcial sólo en un grado consistente con las políticas del empleador y de acuerdo con consideraciones éticas.
   c) Los ingenieros no deben usar sin consentimiento expreso equipo, suministros, laboratorios u oficinas de un empleador para realizar trabajos privados externos.
7. Los ingenieros no deben causar daño, en forma disimulada o con engaños, directa o indirectamente, a la reputación profesional, perspectivas, prácticas o empleo de otros ingenieros. Los ingenieros que piensen que otros son culpables de una práctica carente de ética o ilegal deben presentar a la autoridad apropiada la información al respecto a fin de que tome las medidas correspondientes.
   a) Los ingenieros en la práctica privada no deben revisar el trabajo de otro ingeniero para el mismo cliente, excepto con el conocimiento de este último ingeniero, o a menos que haya terminado la relación de éste con el trabajo.
   b) Los ingenieros en un empleo gubernamental, industrial o educativo están autorizados a revisar y evaluar el trabajo de otros ingenieros cuando así lo requieran los deberes de su empleo.
   c) Los ingenieros que se desempeñen en ventas o trabajos industriales podrán hacer comparaciones de ingeniería entre los productos que representan y los de otros proveedores.
8. Los ingenieros pueden aceptar una responsabilidad personal por sus actividades profesionales siempre y cuando se acepte que los ingenieros pueden pedir una indemnización por servicios procedentes de su práctica que no se deba a una negligencia obvia, en los que los intereses del ingeniero no puedan protegerse de otro modo.
   a) Los ingenieros deben actuar de conformidad con las leyes de acreditación estatal respecto de la práctica de la ingeniería.
   b) Los ingenieros no deben utilizar su asociación con alguien que no sea ingeniero, corporación o asociado, para "encubrir" actos faltos de ética.
9. Los ingenieros deben dar crédito al trabajo de ingeniería de quienes corresponda, y reconocer los intereses de la propiedad de otros.
   a) Siempre que sea posible, los ingenieros deben mencionar a la persona o personas responsables en lo individual de los diseños, inventos, escritos y otros productos.
   b) Los ingenieros que usen los diseños aportados por un cliente reconocerán que son propiedad de éste y no debe duplicarlos para otros sin consentimiento expreso.
   c) Antes de emprender un trabajo para otros en el que podría hacer mejoras, planes, diseños, inventos u otros cambios que justifiquen patentes o derechos de autor, los ingenieros deben celebrar un acuerdo positivo respecto de la propiedad.
   d) Los diseños, datos, productos y notas de los ingenieros que se refieran exclusivamente al trabajo de un empleador son propiedad de éste. El empleador debe indemnizar al ingeniero por el uso de la información para todo propósito distinto del original.
   e) Los ingenieros deben proseguir su desarrollo profesional en sus carreras y mantenerse actualizados en sus especialidades al participar en prácticas profesionales, cursos de educación continua, lectura de bibliografía técnica, y reuniones y seminarios profesionales.

Pie de nota 1 "Desarrollo sostenible" es el objetivo de satisfacer las necesidades humanas de recursos naturales, productos industriales, energía, comida, transporte, abrigo y manejo eficiente de la basura, al mismo tiempo que se conserva y protege la calidad del ambiente y los recursos de la naturaleza esenciales para el desarrollo futuro.

Revisión de julio de 2007

"Por orden de la Corte Distrital de Estados Unidos para el Distrito de Columbia, la Sección 11(c) del Código de Ética de la NSPE que prohibía las propuestas competidoras y todas las políticas, opiniones, reglamentos y otros lineamientos que interpretan su alcance, se han rescindido por tener interferencia ilegal con los derechos legales de los ingenieros protegidos por las leyes antimonopolio para dar información sobre precios a clientes potenciales; en consecuencia, nada del contenido del Código de Ética de la NSPE, políticas, opiniones, reglamentos y demás lineamientos prohíbe la mención de precios o propuestas competidoras por servicios de ingeniería en ningún momento o cantidad."

Enunciado del Comité Ejecutivo de la NSPE

Con objeto de corregir las malas interpretaciones señaladas por algunas instancias debido a la decisión de la Suprema Corte y a la emisión de la Sentencia Final, se hace notar que la Suprema Corte de Estados Unidos declaró en su decisión del 25 de abril de 1978 lo siguiente: "El Acta Sherman no requiere propuestas competidoras".

Además se hace notar que la Suprema Corte tomó una decisión clara:

1. Los ingenieros y empresas pueden rechazar en lo individual hacer propuestas para concursar por servicios de ingeniería.
2. No se exige que los clientes soliciten propuestas por servicios de ingeniería.
3. Las leyes federales, estatales y locales que rigen los procedimientos para brindar servicios de ingeniería no resultan afectadas, y conservan toda su fuerza y efectos.
4. Las sociedades estatales y sus secciones locales están en libertad de buscar activamente que se legisle respecto de la selección de profesionales y los procedimientos de negociación por parte de las instituciones públicas.
5. Las reglas estatales de los gremios respecto de la conducta profesional, inclusive las que prohíben las propuestas para concursos por servicios de ingeniería, no se ven afectadas y conservan toda su fuerza y efectos. Los gremios estatales con autoridad para adoptar reglas de conducta profesional pueden adoptar las que rijan los procedimientos para obtener servicios de ingeniería.
6. Como afirmó la Suprema Corte, "nada en la sentencia impide que la NSPE y sus miembros traten de influir en los actos del gobierno".

Nota: En vista de la cuestión de la aplicación del Código para las corporaciones frente a las personas reales, la forma o tipo de los negocios no debe negar ni influir en la conformidad de los individuos con el Código. El Código tiene que ver con servicios profesionales, los que deben ejecutar personas reales. A su vez, las personas reales establecen y aplican políticas dentro de las estructuras empresariales. El Código está claramente dirigido a aplicarse al ingeniero, y corresponde a los miembros de la NSPE procurar su cumplimiento. Esto se aplica a todas las secciones pertinentes del Código.

National Society of Professional Engineers®

National Society of Professional Engineers
1420 King Street
Alexandria, Virginia 22314-2794
703/684-2800 • Fax: 703/836-4875
www.nspe.org
Fecha de publicación de la revisión: julio de 2007 . Publicación # 1102

APÉNDICE D

OTROS MÉTODOS PARA CALCULAR EQUIVALENCIAS

Para obtener el valor de P, F, A, i o n, en este libro se aplicaron fórmulas de factores de ingeniería económica, valores tabulados o funciones de hojas de cálculo. Gracias a los avances de las calculadoras programables y científicas, muchos cálculos de equivalencia pueden efectuarse sin recurrir a tablas u hojas de cálculo, sino tan sólo con una calculadora portátil. A continuación se presenta un panorama de sus posibilidades.

Asimismo, al reconocer que todos los cálculos de equivalencia implican series geométricas, es posible eliminar la necesidad de valores tabulados o funciones de hojas de cálculo. La sumatoria de la serie permite realizar las operaciones en una calculadora a fin de obtener el valor de P, F o A. En la sección D.2 se presenta una breve introducción a dicha técnica.

D.1 Calculadoras programables ●●●

Una forma básica de calcular un parámetro, dados los otros cuatro, es usar una calculadora que permita introducir una relación de valor presente. De esa manera, el software la resuelve para cualquier parámetro si se introducen los otros cuatro. Por ejemplo, considere una relación de VP en la que se incluyan los cinco parámetros.

$$A(P/A,i,n) + F(P/F,i,n) + P = 0$$

Los valores de A, P y F son positivos (flujos de entrada), negativos (flujos de salida) o cero, siempre y cuando haya al menos un valor con cada signo. La tasa de interés i puede tomarse como entrada en forma porcentual o decimal. Cuando se identifica la variable desconocida, la calculadora resuelve la ecuación cuando es igual a cero, con lo que se obtiene la respuesta.

Éste es el enfoque de las calculadoras relativamente sencillas, como las de la serie científica de Hewlett-Packard (HP), por ejemplo, las HP33. Si se sustituyen las fórmulas para los factores, la relación real introducida a la calculadora es

$$\boldsymbol{A\left[\frac{1-(1+i/100)^{-n}}{i/100}\right]+F[1+(i/100)]^{-n}+P=0}$$

La calculadora HP utiliza una simbología un poco diferente de la que empleamos hasta aquí. La inversión inicial se denomina B en lugar de P, y el término uniforme del mismo monto se llama P y no A. Una vez introducida, la relación se resuelve para cualquier variable, dados los valores de las otras cuatro.

Otro ejemplo que nos libera de las hojas de cálculo y las tablas es una calculadora de ingeniería que tiene construidas las mismas funciones que una hoja de cálculo para determinar P, F, A, i o n. Un ejemplo de mayor nivel es la serie Nspire TI, de Texas Instruments. Las funciones son básicamente las mismas que las de una hoja de cálculo. Se agrupan en el encabezado tvm (valor del dinero en el tiempo). Por ejemplo, el formato de la función tvmVP es

tvmVP(n,i,Pmt,FV,PpY,CpY,PmtAt)

donde

n = número de periodos
i = tasa de interés anual, en porcentaje
Pmt = cantidad periódica uniforme igual, A
FV = cantidad futura, F
PpY = pagos por año (opcional; inicialmente es 1)
CpY = periodos de capitalización por año (opcional; inicialmente es 1)
PmtAt = pagos al comienzo —o final— de periodo (opcional; inicialmente es 0 = final)

Es fácil entender por qué es posible hacer mucho en una calculadora con series de flujo de comportamiento relativamente sencillo. A medida que se complica la serie, es necesario usar una hoja de cálculo de mayor velocidad y versatilidad. Sin embargo, no son necesarias las tablas o fórmulas de factores.

D.2 Sumatoria de una serie geométrica ●●●

Una progresión geométrica es una serie de n términos con una razón común o base r. Si c es una constante para cada término, la serie se escribe como sigue:

$$cr^a + cr^{a+1} + \cdots + cr^n = c\sum_{j=a}^{j=n} r^j$$

La suma S de una serie geométrica hace la suma de los términos por medio de la forma cerrada

$$S = \frac{r^{n+1} - r^a}{r - 1} \qquad \textbf{(D.1)}$$

Ristroph[1] y otros académicos aclaran por qué el reconocimiento de que los cálculos de equivalencia son aplicaciones sencillas de las series geométricas sirve para calcular F, P y A por medio de la ecuación (D.1) y una calculadora portátil sencilla con posibilidad de calcular con exponentes.

Antes de explicar la aplicación de este enfoque se define la base r como sigue cuando se busca un valor futuro F o presente P.

Para calcular F: $r = 1 + i$

Para obtener P: $r = (1 + i)^{-1}$

Una aplicación muy conocida de las series geométricas es la determinación del valor futuro equivalente F en el año n para un valor presente único P en el año 0; es lo mismo que utilizar una serie geométrica de un solo término. Como se aprecia en la figura D-1, si $P = \$100$, $n = 10$ años e $i = 10\%$ anual, cuando $r = 1 + i$,

$$\begin{aligned} F &= P(1 + i)^n = P(r)^n = 100(1.1)^{10} \\ &= 100(2.5937) \\ &= \$259.37 \end{aligned}$$

Esto es idéntico a usar el valor tabulado (o fórmula) para el factor F/P.

$$\begin{aligned} F &= P(F/P,i,n) = 100(F/P,10\%,10) = 100(2.5937) \\ &= \$259.37 \end{aligned}$$

La figura D-2 muestra una serie uniforme anual $A = \$100$ para 10 años. Para calcular F, desplazamos hacia adelante cada valor A, al año 10. Se coloca un subíndice j en cada valor de A para indicar el año de ocurrencia y se determina F para cada valor A_j.

$$F = A_1(1 + i)^9 + A_2(1 + i)^8 + \cdots + A_9(1 + i)^1 + A_{10}(1 + i)^0$$

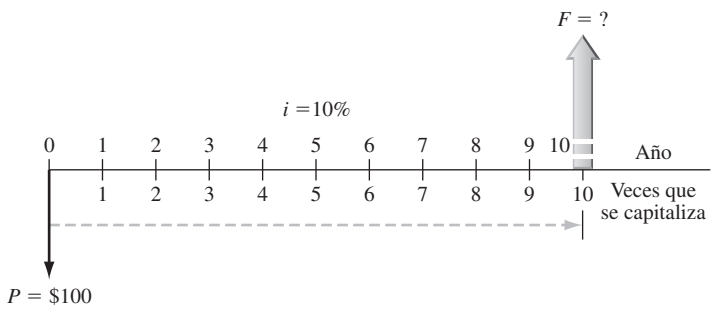


Figura D-1
Valor futuro de una cantidad única en el año 0.

[1] J. H. Ristroph, "Engineering Economics: Time for New Directions?", *Proceedings*, ASEE Annual Conference, Austin, Texas, junio de 2009.

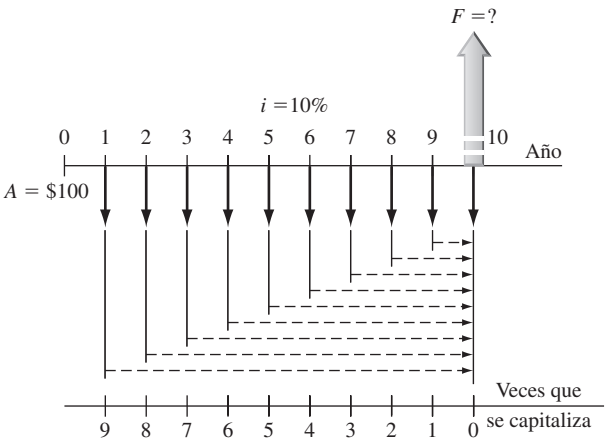


Figura D-2
Valor futuro de una serie *A*, del año 1 al año 10.

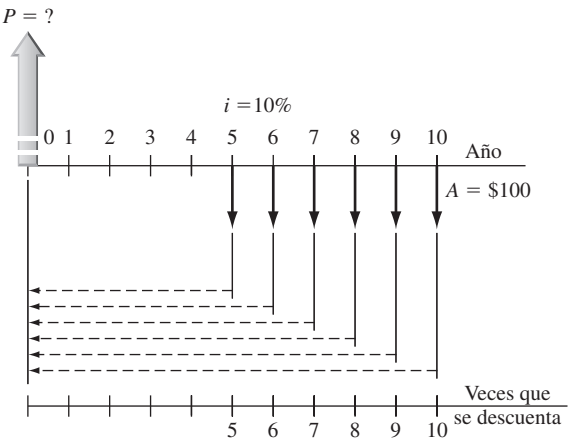


Figura D-3
Valor futuro de una serie uniforme desplazada.

Observe que el primer valor *A* se capitaliza nueve veces, no 10. Con $r = 1 + i$ se desarrolla la serie geométrica y su suma *S* [de la ecuación (D.1)]. Al eliminar el subíndice de *A*,

$$F = A[r^9 + r^8 + \cdots + r^1 + r^0] = A\sum_{j=0}^{j=9} r^j$$

$$S = \frac{r^{10} - r^0}{r - 1} = \frac{(1.1)^{10} - 1}{0.1} = 15.9374$$

El valor *F* es el mismo si se usa la suma de la serie geométrica o el factor tabulado *F*/*A*.

$$F = 100(S) = 100(15.9374) = \$1\,593.74$$

$$F = 100(F/A,10\%,10) = 100(15.9374) = \$1\,593.74$$

Como demostración final del enfoque de serie geométrica para los cálculos de equivalencia, considere la serie de flujo de efectivo desplazada en la figura D-3. La serie *A* está presente de los años 5 a 10, y se busca el valor *P*. Si se emplean las tablas, la solución es

$$P = A(P/A,10\%,6)(P/F,10\%,4) = 100(4.3553)(0.6830)$$
$$= \$297.47$$

Como se aprecia en la figura, es una serie geométrica con el primer valor A descontado cinco años, por lo que $a = 5$. El último término A se descuenta 10 años, lo que hace que $n = 10$. Como se busca P, la serie geométrica base es $r = (1 + i)^{-1}$. Al aplicar de nuevo la ecuación (D.1) para la suma se tiene

$$P = A\left[\sum_{j=5}^{j=10} r^j\right] = 100\left[\frac{r^{11} - r^5}{r - 1}\right] = 100\left[\frac{(1/1.1)^{11} - (1/1.1)^5}{(1/1.1) - 1}\right]$$

$$= 100\left[\frac{(0.9091)^{11} - (0.9091)^5}{0.9091 - 1}\right] = 100(2.9747)$$

$$= \$297.47$$

Es posible desarrollar relaciones similares para manejar series aritméticas y geométricas, conversiones de P a A, y viceversa. Los defensores de este enfoque destacan la notación matemática estándar, la eliminación de la necesidad de obtener cualesquiera factores, que no se requiere recordar la colocación de los valores P, F y A con base en el desarrollo de la fórmula del factor, y la facilidad de determinar las relaciones de equivalencia con una calculadora. Igual que ocurre con las calculadoras programables, la técnica es excelente para series con buen comportamiento y de complejidad razonable. Cuando la serie se complica, o cuando se requiere hacer análisis de sensibilidad para tomar decisiones de índole económica, lo prudente es utilizar una hoja de cálculo. Con frecuencia es útil efectuar cálculos auxiliares que faciliten el entendimiento del problema y no sólo realizar los cálculos matemáticos necesarios para obtener una respuesta. Sin embargo, repetimos que no es necesario recurrir a tablas y factores.

APÉNDICE E

GLOSARIO DE CONCEPTOS Y TÉRMINOS

E.1 Conceptos y lineamientos importantes

Título

En el texto se identifican los siguientes elementos de la ingeniería económica con esta figura en el margen y un título debajo de ella. Los números entre paréntesis indican los capítulos en los que se presenta el concepto o lineamiento, o resulta esencial para obtener una solución correcta.

Valor del dinero en el tiempo Es un hecho que dinero *hace* dinero. Este concepto explica el cambio en la cantidad de dinero *con el paso del tiempo* para fondos entregados u obtenidos en préstamo. (1)

Equivalencia económica Combinación del valor del dinero en el tiempo y de la tasa de interés que hace que distintas sumas de dinero en momentos diferentes tengan *igual valor económico*. (1)

Flujo de efectivo Flujo de dinero que entra o sale de una compañía, proyecto o actividad. Los *ingresos son flujos de entrada* y tienen un signo positivo (+); los *gastos son flujos de salida* y tienen signo negativo (−). Si sólo se habla de costos puede omitirse el signo negativo, como en el análisis beneficio/costo (B/C). (1, 9)

Convención del final del periodo Para simplificar los cálculos se supone que los flujos de efectivo (ingresos y costos) ocurren *al final del periodo*. El periodo de interés o periodo fiscal por lo común es de un *año*. En los cálculos de depreciación con frecuencia se usa una convención de medio año. (1)

Costo de capital Es la tasa de interés en que se incurre para obtener fondos de inversión de capital. Por lo general, el CC es un *promedio ponderado* que implica el costo del capital de deuda (préstamos, bonos e hipotecas) y capital propio (acciones y utilidades retenidas). (1, 10)

Tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR) Es una tasa de rendimiento razonable establecida para la evaluación de una opción económica. También llamada *tasa por superar*, la TMAR se basa en el costo del capital, tendencia del mercado, riesgo, etc. Para que un proyecto sea viable es correcta la desigualdad TR $\geq$ TMAR $>$ CC. (1, 10)

Costo de oportunidad Oportunidad perdida a causa de la incapacidad de realizar un proyecto. Numéricamente, es la *tasa de rendimiento más grande* de todos los proyectos que se dejan sin financiamiento debido a la carencia de fondos de capital. En otras palabras, es la TR del primer proyecto rechazado debido a la falta de fondos. (1, 10)

Tasa nominal o efectiva (r o i) Una tasa de interés nominal *no incluye ninguna capitalización*; por ejemplo, 1% mensual es lo mismo que 12% anual nominal. La tasa de interés efectiva es la tasa real durante un periodo debido a que *se incluye la capitalización*; por ejemplo, 1% mensual con capitalización mensual es 12.683% efectivo por año. No se considera la inflación ni la deflación. (4)

Colocación del valor presente (P; VP) Al aplicar el factor (*P/A,i%,n*), el término P o VP siempre se localiza *un periodo de interés (año) antes de la primera cantidad* A. La *A* o VA es una serie de flujos de efectivo iguales al final del periodo para *n* periodos consecutivos, expresados como dinero por tiempo (por ejemplo, $/año, €/año). (2, 3)

Colocación del valor futuro (F; VF) Al aplicar el factor (*F/A,i%,n*), el término F o VF siempre se localiza al *final del último periodo de interés (año) de la serie* A. (2, 3)

Colocación del valor presente en un gradiente (P_G; P_g) El factor (*P*/*G*,*i*%,*n*) para un *gradiente aritmético* calcula el P_G sólo de la serie gradiente 2 *años antes* de la primera aparición del gradiente constante G. La cantidad base A se trata por separado de la serie gradiente.

El factor (*P*/*A*,*g*,*i*,*n*) para un *gradiente geométrico* determina P_g para la cantidad gradiente e inicial A_1 *dos años antes* de la aparición de la primer cantidad gradiente. La cantidad inicial A_1 *está* incluida en el valor de P_g. (2, 3)

Requerimiento de igual servicio Obliga a que haya una capacidad idéntica de todas las opciones que operan durante la *misma cantidad de tiempo*. Deben evaluarse los costos e ingresos estimados para un servicio igual. El análisis VP requiere evaluar durante el mismo número de años (periodos) con el MCM (mínimo común múltiplo) de las vidas; el análisis VA se realiza durante un ciclo de vida. Además, el servicio igual supone que todos los costos e ingresos aumentan y disminuyen de acuerdo con la tasa general de inflación o deflación durante el periodo total de la evaluación. (5, 6, 8)

MCM o periodo de estudio Para seleccionar entre opciones mutuamente excluyentes con el requerimiento de igual servicio para cálculos de VP se usa el *MCM de las vidas con la repetición de compra(s)* si es necesario. Para un periodo de estudio establecido (horizonte de planeación) se evalúan los flujos de efectivo *sólo durante este periodo*, y se ignora cualquiera después de ese momento; los valores de mercado estimados al final del periodo de estudio son los valores de rescate. (5, 6, 11)

Valor de rescate/mercado Es el valor comercial esperado, de mercado, o de desecho, *al final de la vida estimada* o del *periodo de estudio*. En un estudio de reemplazo, el valor de mercado estimado del defensor al final de un año se considera su "costo inicial" al comienzo del año siguiente. La depreciación con el sistema SMARC siempre reduce el valor en libros a un valor de rescate igual a cero. (6, 11)

No hacer La opción de NH siempre está presente a menos que deba seleccionarse una de las ya definidas. NH es el *status quo*; *no genera nuevos costos, ingresos ni ahorros*. (5)

Ingreso u opción de costo Las opciones de ingreso tienen *costos* e *ingresos* estimados; los ahorros se consideran costos negativos y llevan un signo +. La evaluación incremental requiere comparar con NH para ver opciones de ingresos. Las opciones de costo (o servicio) tienen *sólo costos* estimados; los ingresos y los ahorros se suponen iguales entre las opciones. (5)

Tasa de rendimiento Tasa de interés que iguala a *cero* una relación del VP o VA. También se define como la tasa del saldo insoluto del dinero obtenido en préstamo, o tasa ganada sobre el saldo no recuperado de una inversión de modo que el *último flujo de efectivo lleva el saldo a ser exactamente cero*. (7, 8)

Evaluación de proyectos *Para una TMAR especificada* determina una medida de la rentabilidad de la serie de flujo de efectivo neto durante la vida o periodo de estudio. A continuación se dan los criterios para que *un solo proyecto* se justifique económicamente con la TMAR (o tasa de descuento). (5, 6, 7, 9, 17)

Valor presente: Si VP ≥ 0 **Valor anual:** Si VA ≥ 0

Valor futuro: Si VF ≥ 0 **Tasa de rendimiento:** Si $i^* \geq$ TMAR

Beneficio/costo: Si B/C ≥ 1.0 **Índice de rentabilidad:** Si IR ≥ 1.0

Selección de opciones ME Para opciones mutuamente excluyentes (seleccionar una sola), se comparan *dos opciones* a la vez por medio de determinar alguna medida de rentabilidad para el flujo de efectivo incremental (Δ) durante la vida o periodo de estudio, y con el requerimiento de igual servicio. (5, 6, 8, 9, 10, 17)

Valor presente o valor anual: Se calcula el VP o el VA con la TMAR; *se selecciona el que sea numéricamente mayor* (es decir, el menos negativo o el más positivo).

Tasa de rendimiento: Se ordena por *costo inicial*, se efectúa la comparación Δi^* por pares; si $\Delta i^* \geq$ TMAR, se selecciona la opción de *mayor costo*: se continúa hasta que sólo quede una.

Beneficio/costo: Se ordena por *costo total equivalente*, se hace la comparación ΔB/C por pares; si ΔB/C ≥ 1.0, se selecciona la alternativa *de mayor costo*; se continúa hasta que sólo quede una.

Razón costo-eficiencia: Para alternativas del sector servicios; se ordena por *medición de eficiencia*; se ejecuta la comparación ΔC/E por pares mediante *dominancia*; se selecciona entre alternativas no dominadas sin exceder el presupuesto.

Selección de proyectos independientes No hay comparación entre proyectos, sólo con la alternativa de no hacer nada. Se calcula una medida de rentabilidad y se selecciona de acuerdo con los siguientes criterios. (5, 6, 8, 9, 12)

Valor presente o valor anual: Se calcula el VP o el VA con la TMAR; se seleccionan todos los proyectos con VP o VA ≥ 0.
Tasa de rendimiento: No hay comparación incremental; se seleccionan todos los proyectos con i^* conjunta $\geq$ TMAR.
Beneficio/costo: No hay comparación incremental; se seleccionan todos los proyectos con B/C ≥ 1.0.
Razón costo-eficacia: Para proyectos del sector servicios; no hay comparación incremental; se ordenan por razón costo-eficacia y se seleccionan los proyectos que no excedan el presupuesto.

Cuando existe un límite en el presupuesto de capital, los proyectos independientes se seleccionan con el *proceso de presupuestación de capital* basado en los VP. Para esto, es útil la herramienta Solver de una hoja de cálculo.

Recuperación de capital La RC es la cantidad anual equivalente que debe ganar un activo o sistema para *recuperar la inversión inicial más una tasa de rendimiento especificada*. Numéricamente es el VA de la inversión inicial con una tasa de rendimiento establecida. En los cálculos de RC se considera el valor de rescate. (6)

Vida útil económica LA VUE es el número de años n con el que es *mínimo* el *VA de los costos*, inclusive el valor de rescate y el costo de operación y administración, considerando todos los años que el activo puede dar servicio. (11)

Costo hundido Capital (dinero) perdido y que no puede recuperarse. Los costos hundidos no se incluyen al tomar decisiones sobre el futuro. Deben manejarse conforme a las leyes fiscales y las tolerancias para dar de baja, no el estudio económico. (11)

Inflación Expresado como porcentaje por tiempo (% por año), es un *incremento* de la cantidad de dinero requerido para comprar la *misma cantidad* de bienes o servicios *durante el tiempo*. La inflación ocurre cuando disminuye el valor de una moneda. Las evaluaciones económicas se realizan ya sea con una tasa de interés de mercado (ajustada por la inflación) o una tasa libre de inflación (términos de valor constante). (1, 14)

Equilibrio Para un proyecto único, es el valor de un parámetro que hace que *dos elementos sean iguales*, como las ventas necesarias para que los ingresos sean iguales a los costos. Para dos alternativas, el equilibrio es el valor de una variable común con la que ambas son igualmente aceptables. El análisis del equilibrio es fundamental para decidir si se fabrica o se compra, para estudios de reemplazo, análisis de recuperación, análisis de sensibilidad y análisis de la TR de equilibrio, entre otras cosas. Al hacer análisis de equilibrio es útil la herramienta Goal Seek de una hoja de cálculo. (8, 13)

Periodo de recuperación Cantidad de tiempo n antes de la cual se espera *recuperar la inversión inicial de capital*. La recuperación con $i > 0$ o recuperación simple con $i = 0$ es útil para hacer un análisis preliminar o exploratorio a fin de determinar si es necesario efectuar un análisis completo de VP, VA o TR. (13)

Costos directos e indirectos Los costos directos corresponden sobre todo a la mano de obra, máquinas y materiales asociados a un producto, proceso, sistema o servicio. Los costos indirectos, como funciones de apoyo, servicios, administración, legales, fiscales y otros similares, son más difíciles de asociar a un producto o proceso específico. (15)

Valor agregado Las actividades añaden valor a un producto o servicio desde la perspectiva de un consumidor, propietario o inversionista que está dispuesto a pagar más por un valor mayor. (17)

Análisis de sensibilidad Es la determinación de cuánto se ve afectada una medida de rentabilidad por los cambios en los valores estimados de un parámetro dentro de un rango especificado. Los parámetros pueden ser algún factor de costo, ingreso, vida, valor de rescate, tasa de inflación, etcétera. (18)

Riesgo Variación de un valor esperado, deseable o pronosticado, que va en detrimento del producto, proceso o sistema. El riesgo representa una *ausencia de certeza* o *alejamiento de ésta*. Las estimaciones de probabilidad de la variación (valores) ayudan a evaluar el riesgo y la incertidumbre mediante estadística y simulación. (10, 18, 19, 20)

E.2 Símbolos y términos

En esta sección se identifican y definen los términos comunes y sus símbolos utilizados en el texto. Los números entre paréntesis indican las secciones donde se introdujo el término y se utilizó en diversas aplicaciones.

Término	Símbolo	Descripción
Cantidad o valor anual	A o VA	Valor anual uniforme equivalente de todas las entradas o salidas de efectivo durante la vida estimada (1.5, 6.1).
Costo de operación anual	COA	Costos anuales estimados para mantener y apoyar una opción (1.3).
Razón beneficio/costo	B/C	Razón entre beneficios y costos de un proyecto, expresada en términos de VP, VA o VF (9.2).
Valor en libros	VL	Inversión de capital restante en un activo después de tomar en cuenta su depreciación (16.1).
Punto de equilibrio	Q_{BE}	Cantidad con la que son iguales los ingresos y costos, o dos alternativas son equivalentes (13.1).
Presupuesto de capital	b	Cantidad de dinero disponible para proyectos de inversión de capital (12.1).
Recuperación de capital	RC o A	Costo anual equivalente de poseer un activo más el rendimiento requerido sobre la inversión inicial (6.2).
Costo capitalizado	CC o P	Valor presente de una alternativa que durará para siempre (o un tiempo extenso) (5.5).
Flujo de efectivo	FE	Cantidades reales de efectivo que se reciben (entradas) y se desembolsan (salidas) (1.6).
Flujo de efectivo antes o después de impuestos	FEAI o FEDI	Cantidad de flujo de efectivo antes o después de aplicar los impuestos pertinentes (17.2).
Frecuencia de capitalización	m	Número de veces por periodo (año) que se capitaliza el interés (4.1).
Razón costo-eficiencia	RCE	Razón entre el costo equivalente y la medida de la eficiencia para evaluar proyectos del sector servicios (9.5).
Relaciones para estimar el costo	C_2 o C_T	Relaciones que utilizan variables de diseño y costos cambiantes en el tiempo para estimar costos actuales y futuros (15.3-4).
Costo de capital	CPPC	Tasa de interés pagada por el uso de fondos de capital; incluye fondos de deuda y patrimonio. Cuando se considera deuda y patrimonio se trata del costo promedio ponderado del capital (1.9, 10.2).
Mezcla deuda-capital	D-C	Porcentajes de la inversión de capital procedentes de deuda y patrimonio usados por una corporación (10.2).
Depreciación	D	Reducción del valor de activos mediante modelos y reglas específicos; existen métodos de depreciación en libros y fiscal (16.1).
Tasa de depreciación	d_t	Tasa anual para reducir el valor de activos con diferentes métodos de depreciación (16.1).
Vida útil económica	VUE o n	Número de años con los que el VA de los costos es mínimo (11.2).
Medida de la eficiencia	E	Medida no monetaria usada en la razón costo-eficiencia para proyectos del sector servicios (9.5).

Término	Símbolo	Descripción
Valor esperado (promedio)	$\bar{X}$, μ, o $E(X)$	Promedio esperado de largo plazo si se toman muchas muestras de una variable aleatoria (18.3, 19.4).
Gastos de operación	GO	Todos los costos corporativos en que se incurre en las transacciones de negocios (17.1).
Costo inicial	P	Costo total inicial: compra, construcción, arranque, etcétera (1.3, 16.1).
Cantidad futura o valor futuro	F o VF	Cantidad en ciertas fechas del futuro considerando el valor del dinero en el tiempo (1.5, 5.4).
Gradiente aritmético	G	Cambio uniforme (+ o −) en el flujo de efectivo en cada periodo (2.5).
Gradiente geométrico	g	Tasa constante de cambio (+ o −) en cada periodo (2.6).
Ingreso bruto	IB	Ingreso de todas las fuentes de corporaciones o individuos (17.1).
Tasa de inflación	f	Tasa que refleja los cambios en el valor de una moneda durante el tiempo (14.1).
Interés	I	Cantidad que se gana o se paga durante el tiempo con base en una cantidad inicial y una tasa de interés (1.4).
Tasa de interés	i o r	Interés expresado como porcentaje de la cantidad original por periodo; tasas nominal (r) y efectiva (i) (1.4, 4.1).
Tasa de interés ajustada por la inflación	i_f	Tasa de interés ajustada para que tome en cuenta la inflación (14.1).
Vida (estimada)	n	Número de años o periodos durante los cuales se usará una alternativa o activo; tiempo de la evaluación (1.5).
Costo del ciclo de vida	CCV	Evaluación de los costos para un sistema durante todas las etapas: factibilidad para diseñar hasta darlo de baja (6.5).
Medida de rentabilidad	Varios	Valor para dictaminar la viabilidad económica, como VP, VA o i^* (1.1).
Tasa mínima atractiva de rendimiento	TMAR	Valor mínimo de la tasa de rendimiento para que una alternativa sea financieramente viable (1.9, 10.1).
TR modificada	i' o TIRM	TR única cuando a flujos de efectivo de tasa múltiple se aplica una tasa de reinversión i_i y una tasa externa con que se obtiene un préstamo i_b (7.5).
Flujo neto de efectivo	FNE	Cantidad real resultante de efectivo que entra o sale durante un periodo (1.6).
Ingreso neto de operación	INO	Diferencia entre el ingreso bruto y los gastos de operación (17.1).
Utilidad neta de operación después de impuestos	UNDODI o UNDI	Cantidad restante después de eliminar los impuestos del ingreso gravable (17.1).
Valor presente neto	VPN	Otro nombre del valor presente, VP.
Periodo de recuperación	n_p	Número de años para recuperar la inversión inicial y una tasa de rendimiento especificada (13.3).
Cantidad o valor presente	P o VP	Cantidad de dinero en el momento actual o en el tiempo denotado como *presente* (1.5, 5.2).
Distribución de probabilidad	$P(X)$	Distribución de la probabilidad de que ocurran los diferentes valores de una variable (19.2).
Índice de rentabilidad	IR	Razón o VP de los flujos de efectivo netos respecto de la inversión inicial usada para proyectos de ingresos; se reescribe como razón B/C modificada (9.2, 12.5).
Variable aleatoria	X	Parámetro o característica que puede adoptar uno de varios valores; discreta y continua (19.2).
Tasa de rendimiento	i^* o TR	Tasa de interés compuesto sobre saldos insolutos o no recuperados de modo que la cantidad final da por resultado un saldo igual a cero (7.1).

Término	Símbolo	Descripción
Periodo de recuperación	n	Número de años necesarios para terminar la depreciación de un activo (16.1).
Rendimiento sobre el capital invertido	i'' o RSCI	TR única cuando se aplica una tasa de reinversión i_i a flujos de efectivo de tasas múltiples (7.5).
Valor de rescate o de mercado	S o VM	Valor comercial esperado o de mercado cuando se negocia o desecha un activo (6.2, 11.1, 16.1).
Desviación estándar	s o σ	Medida de dispersión o distancia respecto del valor esperado o promedio (19.4).
Periodo de estudio	n	Número especificado de años durante los que se realiza una evaluación (5.3, 11.5).
Ingreso gravable	IG	Cantidad sobre la cual se cobran los impuestos (17.1).
Tasa de impuestos	T	Tasa decimal, por lo general graduada, para calcular los impuestos corporativos o personales (17.1).
Tasa de impuestos efectiva	T_e	Tasa de impuestos de una sola cifra que incorpora varias tasas y bases (17.1).
Tiempo	t	Indicador para un periodo de estudio (1.7).
Base no ajustada	B	Cantidad depreciable de los costos inicial, de entrega e instalación de un activo (18.1).
Valor agregado	VA	Valor económico agregado que refleja la utilidad neta después de impuestos (UNDI) una vez eliminado el costo del capital invertido durante el año (17.7).
Impuesto al valor agregado	IVA	Impuesto indirecto al consumo recabado en cada etapa del proceso de producción y distribución; es diferente del impuestos sobre las ventas pagado por el usuario final en el momento de la compra (17.9).

MATERIALES DE REFERENCIA

Libros de texto sobre temas relacionados ●●●

Blank, L. T., and A. Tarquin: *Basics of Engineering Economy,* McGraw-Hill, New York, 2008.

Bowman, M. S.: *Applied Economic Analysis for Technologists, Engineers, and Managers,* 2d ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2003.

Bussey, L. E., and T. G. Eschenbach: *The Economic Analysis of Industrial Projects,* 2d ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1992.

Canada, J. R., W. G. Sullivan, D. J. Kulonda, and J. A. White: *Capital Investment Analysis for Engineering and Management,* 3d ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2005.

Collier, C. A., and C. R. Glagola: *Engineering Economic and Cost Analysis,* 3d ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.

Cushman, R. F., and M. Loulakis: *Design-Build Contracting Handbook,* 2d ed., Aspen Publishers, New York, 2001.

Eschenbach, T. G.: *Engineering Economy: Applying Theory to Practice,* 3d ed., Oxford University Press, New York, 2010.

Fabrycky, W. J., G. J. Thuesen, and D. Verma: *Economic Decision Analysis,* 3d ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1998.

Fraser, N. M., E. M. Jewkes, I. Bernhardt, and M. Tajima: *Engineering Economics in Canada,* Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2006.

Hartman, J. C.: *Engineering Economy and the Decision Making Process,* Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2007.

Levy, S. M.: *Build, Operate, Transfer: Paving the Way for Tomorrow's Infrastructure,* John Wiley & Sons, New York, 1996.

Newnan, D. G., J. P. Lavelle, and T. G. Eschenbach: *Engineering Economic Analysis,* 10th ed., Oxford University Press, New York, 2009.

Ostwald, P. F.: *Construction Cost Analysis and Estimating,* Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.

Ostwald, P. F., and T. S. McLaren: *Cost Analysis and Estimating for Engineering and Management,* Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2004.

Park, C. S.: *Contemporary Engineering Economics,* 5th ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2011.

Park, C. S.: *Fundamentals of Engineering Economics,* 2d ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2008.

Peurifoy, R. L., and G. D. Oberlender: *Estimating Construction Costs,* 5th ed., McGraw-Hill, New York, 2002.

Riggs, J. L., D. D. Bedworth, and S. U. Randhawa: *Engineering Economics,* 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1996.

Stewart, R. D., R. M. Wyskida, and J. D. Johannes: *Cost Estimator's Reference Manual,* 2d ed., John Wiley & Sons, New York, 1995.

Sullivan, W. G., E. M. Wicks, and C. P. Koelling: *Engineering Economy,* 15th ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2011.

Thuesen, G. J., and W. J. Fabrycky: *Engineering Economy,* 9th ed., Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.

White, J. A., K. E. Case, D. B. Pratt, and M. H. Agee: *Principles of Engineering Economic Analysis,* 5th ed., John Wiley & Sons, New York, 2010.

Uso de Excel 2007 ●●●

Gottfried, B. S: *Spreadsheet Tools for Engineers Using Excel® 2007,* McGraw-Hill, New York, 2010.

Materiales sobre ética de la ingeniería ●●●

Harris, C. E., M. S. Pritchard, and M. J. Rabins: *Engineering Ethics: Concepts and Cases,* 4th ed., Wadsworth Cengage Learning, Belmont, CA, 2009.

Martin, M. W., and R. Schinzinger: *Introduction to Engineering Ethics*, 2d ed., McGraw-Hill, New York, 2010.

Sitios Web ●●●

Índice de estimación de costos para la construcción: www.construction.com
The Economist: www.economist.com
Para este libro: www.mhhe.com/blank
Índice de estimación de costos de plantas: www.che.com/pci
Revenue Canada: www.cra.gc.ca
U.S. Internal Revenue Service: www.irs.gov
Wall Street Journal: www.online.wsj.com

Publicaciones del gobierno de Estados Unidos (disponibles en www.irs.gov) ●●●

Corporations: Publicación 544, Internal Revenue Service, GPO, Washington, DC, anual.
Sales and Other Dispositions of Assets, Publicación 542, Internal Revenue Service, GPO, Washington, DC, anual.
Your Federal Income Tax, Publicación 17, Internal Revenue Service, GPO, Washington, DC, anual

Revistas seleccionadas y otras publicaciones ●●●

The Engineering Economist, publicación conjunta de ASEE con IIE, publicada por Taylor y Francis, Philadelphia, trimestral.
Harvard Business Review, Harvard University Press, Boston, bimestral.
Journal of Finance, American Finance Association, publicada por John Wiley & Sons, Nueva York, bimestral.

0.25%	TABLA 1 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							0.25%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0025	0.9975	1.00000	1.0000	1.00250	0.9975		
2	1.0050	0.9950	0.49938	2.0025	0.50188	1.9925	0.9950	0.4994
3	1.0075	0.9925	0.33250	3.0075	0.33500	2.9851	2.9801	0.9983
4	1.0100	0.9901	0.24906	4.0150	0.25156	3.9751	5.9503	1.4969
5	1.0126	0.9876	0.19900	5.0251	0.20150	4.9627	9.9007	1.9950
6	1.0151	0.9851	0.16563	6.0376	0.16813	5.9478	14.8263	2.4927
7	1.0176	0.9827	0.14179	7.0527	0.14429	6.9305	20.7223	2.9900
8	1.0202	0.9802	0.12391	8.0704	0.12641	7.9107	27.5839	3.4869
9	1.0227	0.9778	0.11000	9.0905	0.11250	8.8885	35.4061	3.9834
10	1.0253	0.9753	0.09888	10.1133	0.10138	9.8639	44.1842	4.4794
11	1.0278	0.9729	0.08978	11.1385	0.09228	10.8368	53.9133	4.9750
12	1.0304	0.9705	0.08219	12.1664	0.08469	11.8073	64.5886	5.4702
13	1.0330	0.9681	0.07578	13.1968	0.07828	12.7753	76.2053	5.9650
14	1.0356	0.9656	0.07028	14.2298	0.07278	13.7410	88.7587	6.4594
15	1.0382	0.9632	0.06551	15.2654	0.06801	14.7042	102.2441	6.9534
16	1.0408	0.9608	0.06134	16.3035	0.06384	15.6650	116.6567	7.4469
17	1.0434	0.9584	0.05766	17.3443	0.06016	16.6235	131.9917	7.9401
18	1.0460	0.9561	0.05438	18.3876	0.05688	17.5795	148.2446	8.4328
19	1.0486	0.9537	0.05146	19.4336	0.05396	18.5332	165.4106	8.9251
20	1.0512	0.9513	0.04882	20.4822	0.05132	19.4845	183.4851	9.4170
21	1.0538	0.9489	0.04644	21.5334	0.04894	20.4334	202.4634	9.9085
22	1.0565	0.9466	0.04427	22.5872	0.04677	21.3800	222.3410	10.3995
23	1.0591	0.9442	0.04229	23.6437	0.04479	22.3241	243.1131	10.8901
24	1.0618	0.9418	0.04048	24.7028	0.04298	23.2660	264.7753	11.3804
25	1.0644	0.9395	0.03881	25.7646	0.04131	24.2055	287.3230	11.8702
26	1.0671	0.9371	0.03727	26.8290	0.03977	25.1426	310.7516	12.3596
27	1.0697	0.9348	0.03585	27.8961	0.03835	26.0774	335.0566	12.8485
28	1.0724	0.9325	0.03452	28.9658	0.03702	27.0099	360.2334	13.3371
29	1.0751	0.9301	0.03329	30.0382	0.03579	27.9400	386.2776	13.8252
30	1.0778	0.9278	0.03214	31.1133	0.03464	28.8679	413.1847	14.3130
36	1.0941	0.9140	0.02658	37.6206	0.02908	34.3865	592.4988	17.2306
40	1.1050	0.9050	0.02380	42.0132	0.02630	38.0199	728.7399	19.1673
48	1.1273	0.8871	0.01963	50.9312	0.02213	45.1787	1040.06	23.0209
50	1.1330	0.8826	0.01880	53.1887	0.02130	46.9462	1125.78	23.9802
52	1.1386	0.8782	0.01803	55.4575	0.02053	48.7048	1214.59	24.9377
55	1.1472	0.8717	0.01698	58.8819	0.01948	51.3264	1353.53	26.3710
60	1.1616	0.8609	0.01547	64.6467	0.01797	55.6524	1600.08	28.7514
72	1.1969	0.8355	0.01269	78.7794	0.01519	65.8169	2265.56	34.4221
75	1.2059	0.8292	0.01214	82.3792	0.01464	68.3108	2447.61	35.8305
84	1.2334	0.8108	0.01071	93.3419	0.01321	75.6813	3029.76	40.0331
90	1.2520	0.7987	0.00992	100.7885	0.01242	80.5038	3446.87	42.8162
96	1.2709	0.7869	0.00923	108.3474	0.01173	85.2546	3886.28	45.5844
100	1.2836	0.7790	0.00881	113.4500	0.01131	88.3825	4191.24	47.4216
108	1.3095	0.7636	0.00808	123.8093	0.01058	94.5453	4829.01	51.0762
120	1.3494	0.7411	0.00716	139.7414	0.00966	103.5618	5852.11	56.5084
132	1.3904	0.7192	0.00640	156.1582	0.00890	112.3121	6950.01	61.8813
144	1.4327	0.6980	0.00578	173.0743	0.00828	120.8041	8117.41	67.1949
240	1.8208	0.5492	0.00305	328.3020	0.00555	180.3109	19399	107.5863
360	2.4568	0.4070	0.00172	582.7369	0.00422	237.1894	36264	152.8902
480	3.3151	0.3016	0.00108	926.0595	0.00358	279.3418	53821	192.6699

0.5%	TABLA 2 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							0.5%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0050	0.9950	1.00000	1.0000	1.00500	0.9950		
2	1.0100	0.9901	0.49875	2.0050	0.50375	1.9851	0.9901	0.4988
3	1.0151	0.9851	0.33167	3.0150	0.33667	2.9702	2.9604	0.9967
4	1.0202	0.9802	0.24813	4.0301	0.25313	3.9505	5.9011	1.4938
5	1.0253	0.9754	0.19801	5.0503	0.20301	4.9259	9.8026	1.9900
6	1.0304	0.9705	0.16460	6.0755	0.16960	5.8964	14.6552	2.4855
7	1.0355	0.9657	0.14073	7.1059	0.14573	6.8621	20.4493	2.9801
8	1.0407	0.9609	0.12283	8.1414	0.12783	7.8230	27.1755	3.4738
9	1.0459	0.9561	0.10891	9.1821	0.11391	8.7791	34.8244	3.9668
10	1.0511	0.9513	0.09777	10.2280	0.10277	9.7304	43.3865	4.4589
11	1.0564	0.9466	0.08866	11.2792	0.09366	10.6770	52.8526	4.9501
12	1.0617	0.9419	0.08107	12.3356	0.08607	11.6189	63.2136	5.4406
13	1.0670	0.9372	0.07464	13.3972	0.07964	12.5562	74.4602	5.9302
14	1.0723	0.9326	0.06914	14.4642	0.07414	13.4887	86.5835	6.4190
15	1.0777	0.9279	0.06436	15.5365	0.06936	14.4166	99.5743	6.9069
16	1.0831	0.9233	0.06019	16.6142	0.06519	15.3399	113.4238	7.3940
17	1.0885	0.9187	0.05651	17.6973	0.06151	16.2586	128.1231	7.8803
18	1.0939	0.9141	0.05323	18.7858	0.05823	17.1728	143.6634	8.3658
19	1.0994	0.9096	0.05030	19.8797	0.05530	18.0824	160.0360	8.8504
20	1.1049	0.9051	0.04767	20.9791	0.05267	18.9874	177.2322	9.3342
21	1.1104	0.9006	0.04528	22.0840	0.05028	19.8880	195.2434	9.8172
22	1.1160	0.8961	0.04311	23.1944	0.04811	20.7841	214.0611	10.2993
23	1.1216	0.8916	0.04113	24.3104	0.04613	21.6757	233.6768	10.7806
24	1.1272	0.8872	0.03932	25.4320	0.04432	22.5629	254.0820	11.2611
25	1.1328	0.8828	0.03765	26.5591	0.04265	23.4456	275.2686	11.7407
26	1.1385	0.8784	0.03611	27.6919	0.04111	24.3240	297.2281	12.2195
27	1.1442	0.8740	0.03469	28.8304	0.03969	25.1980	319.9523	12.6975
28	1.1499	0.8697	0.03336	29.9745	0.03836	26.0677	343.4332	13.1747
29	1.1556	0.8653	0.03213	31.1244	0.03713	26.9330	367.6625	13.6510
30	1.1614	0.8610	0.03098	32.2800	0.03598	27.7941	392.6324	14.1265
36	1.1967	0.8356	0.02542	39.3361	0.03042	32.8710	557.5598	16.9621
40	1.2208	0.8191	0.02265	44.1588	0.02765	36.1722	681.3347	18.8359
48	1.2705	0.7871	0.01849	54.0978	0.02349	42.5803	959.9188	22.5437
50	1.2832	0.7793	0.01765	56.6452	0.02265	44.1428	1035.70	23.4624
52	1.2961	0.7716	0.01689	59.2180	0.02189	45.6897	1113.82	24.3778
55	1.3156	0.7601	0.01584	63.1258	0.02084	47.9814	1235.27	25.7447
60	1.3489	0.7414	0.01433	69.7700	0.01933	51.7256	1448.65	28.0064
72	1.4320	0.6983	0.01157	86.4089	0.01657	60.3395	2012.35	33.3504
75	1.4536	0.6879	0.01102	90.7265	0.01602	62.4136	2163.75	34.6679
84	1.5204	0.6577	0.00961	104.0739	0.01461	68.4530	2640.66	38.5763
90	1.5666	0.6383	0.00883	113.3109	0.01383	72.3313	2976.08	41.1451
96	1.6141	0.6195	0.00814	122.8285	0.01314	76.0952	3324.18	43.6845
100	1.6467	0.6073	0.00773	129.3337	0.01273	78.5426	3562.79	45.3613
108	1.7137	0.5835	0.00701	142.7399	0.01201	83.2934	4054.37	48.6758
120	1.8194	0.5496	0.00610	163.8793	0.01110	90.0735	4823.51	53.5508
132	1.9316	0.5177	0.00537	186.3226	0.01037	96.4596	5624.59	58.3103
144	2.0508	0.4876	0.00476	210.1502	0.00976	102.4747	6451.31	62.9551
240	3.3102	0.3021	0.00216	462.0409	0.00716	139.5808	13416	96.1131
360	6.0226	0.1660	0.00100	1004.52	0.00600	166.7916	21403	128.3236
480	10.9575	0.0913	0.00050	1991.49	0.00550	181.7476	27588	151.7949

0.75%	TABLA 3 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							0.75%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0075	0.9926	1.00000	1.0000	1.00750	0.9926		
2	1.0151	0.9852	0.49813	2.0075	0.50563	1.9777	0.9852	0.4981
3	1.0227	0.9778	0.33085	3.0226	0.33835	2.9556	2.9408	0.9950
4	1.0303	0.9706	0.24721	4.0452	0.25471	3.9261	5.8525	1.4907
5	1.0381	0.9633	0.19702	5.0756	0.20452	4.8894	9.7058	1.9851
6	1.0459	0.9562	0.16357	6.1136	0.17107	5.8456	14.4866	2.4782
7	1.0537	0.9490	0.13967	7.1595	0.14717	6.7946	20.1808	2.9701
8	1.0616	0.9420	0.12176	8.2132	0.12926	7.7366	26.7747	3.4608
9	1.0696	0.9350	0.10782	9.2748	0.11532	8.6716	34.2544	3.9502
10	1.0776	0.9280	0.09667	10.3443	0.10417	9.5996	42.6064	4.4384
11	1.0857	0.9211	0.08755	11.4219	0.09505	10.5207	51.8174	4.9253
12	1.0938	0.9142	0.07995	12.5076	0.08745	11.4349	61.8740	5.4110
13	1.1020	0.9074	0.07352	13.6014	0.08102	12.3423	72.7632	5.8954
14	1.1103	0.9007	0.06801	14.7034	0.07551	13.2430	84.4720	6.3786
15	1.1186	0.8940	0.06324	15.8137	0.07074	14.1370	96.9876	6.8606
16	1.1270	0.8873	0.05906	16.9323	0.06656	15.0243	110.2973	7.3413
17	1.1354	0.8807	0.05537	18.0593	0.06287	15.9050	124.3887	7.8207
18	1.1440	0.8742	0.05210	19.1947	0.05960	16.7792	139.2494	8.2989
19	1.1525	0.8676	0.04917	20.3387	0.05667	17.6468	154.8671	8.7759
20	1.1612	0.8612	0.04653	21.4912	0.05403	18.5080	171.2297	9.2516
21	1.1699	0.8548	0.04415	22.6524	0.05165	19.3628	188.3253	9.7261
22	1.1787	0.8484	0.04198	23.8223	0.04948	20.2112	206.1420	10.1994
23	1.1875	0.8421	0.04000	25.0010	0.04750	21.0533	224.6682	10.6714
24	1.1964	0.8358	0.03818	26.1885	0.04568	21.8891	243.8923	11.1422
25	1.2054	0.8296	0.03652	27.3849	0.04402	22.7188	263.8029	11.6117
26	1.2144	0.8234	0.03498	28.5903	0.04248	23.5422	284.3888	12.0800
27	1.2235	0.8173	0.03355	29.8047	0.04105	24.3595	305.6387	12.5470
28	1.2327	0.8112	0.03223	31.0282	0.03973	25.1707	327.5416	13.0128
29	1.2420	0.8052	0.03100	32.2609	0.03850	25.9759	350.0867	13.4774
30	1.2513	0.7992	0.02985	33.5029	0.03735	26.7751	373.2631	13.9407
36	1.3086	0.7641	0.02430	41.1527	0.03180	31.4468	524.9924	16.6946
40	1.3483	0.7416	0.02153	46.4465	0.02903	34.4469	637.4693	18.5058
48	1.4314	0.6986	0.01739	57.5207	0.02489	40.1848	886.8404	22.0691
50	1.4530	0.6883	0.01656	60.3943	0.02406	41.5664	953.8486	22.9476
52	1.4748	0.6780	0.01580	63.3111	0.02330	42.9276	1022.59	23.8211
55	1.5083	0.6630	0.01476	67.7688	0.02226	44.9316	1128.79	25.1223
60	1.5657	0.6387	0.01326	75.4241	0.02076	48.1734	1313.52	27.2665
72	1.7126	0.5839	0.01053	95.0070	0.01803	55.4768	1791.25	32.2882
75	1.7514	0.5710	0.00998	100.1833	0.01748	57.2027	1917.22	33.5163
84	1.8732	0.5338	0.00859	116.4269	0.01609	62.1540	2308.13	37.1357
90	1.9591	0.5104	0.00782	127.8790	0.01532	65.2746	2578.00	39.4946
96	2.0489	0.4881	0.00715	139.8562	0.01465	68.2584	2853.94	41.8107
100	2.1111	0.4737	0.00675	148.1445	0.01425	70.1746	3040.75	43.3311
108	2.2411	0.4462	0.00604	165.4832	0.01354	73.8394	3419.90	46.3154
120	2.4514	0.4079	0.00517	193.5143	0.01267	78.9417	3998.56	50.6521
132	2.6813	0.3730	0.00446	224.1748	0.01196	83.6064	4583.57	54.8232
144	2.9328	0.3410	0.00388	257.7116	0.01138	87.8711	5169.58	58.8314
240	6.0092	0.1664	0.00150	667.8869	0.00900	111.1450	9494.12	85.4210
360	14.7306	0.0679	0.00055	1830.74	0.00805	124.2819	13312	107.1145
480	36.1099	0.0277	0.00021	4681.32	0.00771	129.6409	15513	119.6620

1% TABLA 4 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto 1%

	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.0100	0.9901	1.00000	1.0000	1.01000	0.9901		
2	1.0201	0.9803	0.49751	2.0100	0.50751	1.9704	0.9803	0.4975
3	1.0303	0.9706	0.33002	3.0301	0.34002	2.9410	2.9215	0.9934
4	1.0406	0.9610	0.24628	4.0604	0.25628	3.9020	5.8044	1.4876
5	1.0510	0.9515	0.19604	5.1010	0.20604	4.8534	9.6103	1.9801
6	1.0615	0.9420	0.16255	6.1520	0.17255	5.7955	14.3205	2.4710
7	1.0721	0.9327	0.13863	7.2135	0.14863	6.7282	19.9168	2.9602
8	1.0829	0.9235	0.12069	8.2857	0.13069	7.6517	26.3812	3.4478
9	1.0937	0.9143	0.10674	9.3685	0.11674	8.5660	33.6959	3.9337
10	1.1046	0.9053	0.09558	10.4622	0.10558	9.4713	41.8435	4.4179
11	1.1157	0.8963	0.08645	11.5668	0.09645	10.3676	50.8067	4.9005
12	1.1268	0.8874	0.07885	12.6825	0.08885	11.2551	60.5687	5.3815
13	1.1381	0.8787	0.07241	13.8093	0.08241	12.1337	71.1126	5.8607
14	1.1495	0.8700	0.06690	14.9474	0.07690	13.0037	82.4221	6.3384
15	1.1610	0.8613	0.06212	16.0969	0.07212	13.8651	94.4810	6.8143
16	1.1726	0.8528	0.05794	17.2579	0.06794	14.7179	107.2734	7.2886
17	1.1843	0.8444	0.05426	18.4304	0.06426	15.5623	120.7834	7.7613
18	1.1961	0.8360	0.05098	19.6147	0.06098	16.3983	134.9957	8.2323
19	1.2081	0.8277	0.04805	20.8109	0.05805	17.2260	149.8950	8.7017
20	1.2202	0.8195	0.04542	22.0190	0.05542	18.0456	165.4664	9.1694
21	1.2324	0.8114	0.04303	23.2392	0.05303	18.8570	181.6950	9.6354
22	1.2447	0.8034	0.04086	24.4716	0.05086	19.6604	198.5663	10.0998
23	1.2572	0.7954	0.03889	25.7163	0.04889	20.4558	216.0660	10.5626
24	1.2697	0.7876	0.03707	26.9735	0.04707	21.2434	234.1800	11.0237
25	1.2824	0.7798	0.03541	28.2432	0.04541	22.0232	252.8945	11.4831
26	1.2953	0.7720	0.03387	29.5256	0.04387	22.7952	272.1957	11.9409
27	1.3082	0.7644	0.03245	30.8209	0.04245	23.5596	292.0702	12.3971
28	1.3213	0.7568	0.03112	32.1291	0.04112	24.3164	312.5047	12.8516
29	1.3345	0.7493	0.02990	33.4504	0.03990	25.0658	333.4863	13.3044
30	1.3478	0.7419	0.02875	34.7849	0.03875	25.8077	355.0021	13.7557
36	1.4308	0.6989	0.02321	43.0769	0.03321	30.1075	494.6207	16.4285
40	1.4889	0.6717	0.02046	48.8864	0.03046	32.8347	596.8561	18.1776
48	1.6122	0.6203	0.01633	61.2226	0.02633	37.9740	820.1460	21.5976
50	1.6446	0.6080	0.01551	64.4632	0.02551	39.1961	879.4176	22.4363
52	1.6777	0.5961	0.01476	67.7689	0.02476	40.3942	939.9175	23.2686
55	1.7285	0.5785	0.01373	72.8525	0.02373	42.1472	1032.81	24.5049
60	1.8167	0.5504	0.01224	81.6697	0.02224	44.9550	1192.81	26.5333
72	2.0471	0.4885	0.00955	104.7099	0.01955	51.1504	1597.87	31.2386
75	2.1091	0.4741	0.00902	110.9128	0.01902	52.5871	1702.73	32.3793
84	2.3067	0.4335	0.00765	130.6723	0.01765	56.6485	2023.32	35.7170
90	2.4486	0.4084	0.00690	144.8633	0.01690	59.1609	2240.57	37.8724
96	2.5993	0.3847	0.00625	159.9273	0.01625	61.5277	2459.43	39.9727
100	2.7048	0.3697	0.00587	170.4814	0.01587	63.0289	2605.78	41.3426
108	2.9289	0.3414	0.00518	192.8926	0.01518	65.8578	2898.42	44.0103
120	3.3004	0.3030	0.00435	230.0387	0.01435	69.7005	3334.11	47.8349
132	3.7190	0.2689	0.00368	271.8959	0.01368	73.1108	3761.69	51.4520
144	4.1906	0.2386	0.00313	319.0616	0.01313	76.1372	4177.47	54.8676
240	10.8926	0.0918	0.00101	989.2554	0.01101	90.8194	6878.60	75.7393
360	35.9496	0.0278	0.00029	3494.96	0.01029	97.2183	8720.43	89.6995
480	118.6477	0.0084	0.00008	11765	0.01008	99.1572	9511.16	95.9200

1.25%	TABLA 5 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							1.25%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0125	0.9877	1.00000	1.0000	1.01250	0.9877		
2	1.0252	0.9755	0.49680	2.0125	0.50939	1.9631	0.9755	0.4969
3	1.0380	0.9634	0.32920	3.0377	0.34170	2.9265	2.9023	0.9917
4	1.0509	0.9515	0.24536	4.0756	0.25786	3.8781	5.7569	1.4845
5	1.0641	0.9398	0.19506	5.1266	0.20756	4.8178	9.5160	1.9752
6	1.0774	0.9282	0.16153	6.1907	0.17403	5.7460	14.1569	2.4638
7	1.0909	0.9167	0.13759	7.2680	0.15009	6.6627	19.6571	2.9503
8	1.1045	0.9054	0.11963	8.3589	0.13213	7.5681	25.9949	3.4348
9	1.1183	0.8942	0.10567	9.4634	0.11817	8.4623	33.1487	3.9172
10	1.1323	0.8832	0.09450	10.5817	0.10700	9.3455	41.0973	4.3975
11	1.1464	0.8723	0.08537	11.7139	0.09787	10.2178	49.8201	4.8758
12	1.1608	0.8615	0.07776	12.8604	0.09026	11.0793	59.2967	5.3520
13	1.1753	0.8509	0.07132	14.0211	0.08382	11.9302	69.5072	5.8262
14	1.1900	0.8404	0.06581	15.1964	0.07831	12.7706	80.4320	6.2982
15	1.2048	0.8300	0.06103	16.3863	0.07353	13.6005	92.0519	6.7682
16	1.2199	0.8197	0.05685	17.5912	0.06935	14.4203	104.3481	7.2362
17	1.2351	0.8096	0.05316	18.8111	0.06566	15.2299	117.3021	7.7021
18	1.2506	0.7996	0.04988	20.0462	0.06238	16.0295	130.8958	8.1659
19	1.2662	0.7898	0.04696	21.2968	0.05946	16.8193	145.1115	8.6277
20	1.2820	0.7800	0.04432	22.5630	0.05682	17.5993	159.9316	9.0874
21	1.2981	0.7704	0.04194	23.8450	0.05444	18.3697	175.3392	9.5450
22	1.3143	0.7609	0.03977	25.1431	0.05227	19.1306	191.3174	10.0006
23	1.3307	0.7515	0.03780	26.4574	0.05030	19.8820	207.8499	10.4542
24	1.3474	0.7422	0.03599	27.7881	0.04849	20.6242	224.9204	10.9056
25	1.3642	0.7330	0.03432	29.1354	0.04682	21.3573	242.5132	11.3551
26	1.3812	0.7240	0.03279	30.4996	0.04529	22.0813	260.6128	11.8024
27	1.3985	0.7150	0.03137	31.8809	0.04387	22.7963	279.2040	12.2478
28	1.4160	0.7062	0.03005	33.2794	0.04255	23.5025	298.2719	12.6911
29	1.4337	0.6975	0.02882	34.6954	0.04132	24.2000	317.8019	13.1323
30	1.4516	0.6889	0.02768	36.1291	0.04018	24.8889	337.7797	13.5715
36	1.5639	0.6394	0.02217	45.1155	0.03467	28.8473	466.2830	16.1639
40	1.6436	0.6084	0.01942	51.4896	0.03192	31.3269	559.2320	17.8515
48	1.8154	0.5509	0.01533	65.2284	0.02783	35.9315	759.2296	21.1299
50	1.8610	0.5373	0.01452	68.8818	0.02702	37.0129	811.6738	21.9295
52	1.9078	0.5242	0.01377	72.6271	0.02627	38.0677	864.9409	22.7211
55	1.9803	0.5050	0.01275	78.4225	0.02525	39.6017	946.2277	23.8936
60	2.1072	0.4746	0.01129	88.5745	0.02379	42.0346	1084.84	25.8083
72	2.4459	0.4088	0.00865	115.6736	0.02115	47.2925	1428.46	30.2047
75	2.5388	0.3939	0.00812	123.1035	0.02062	48.4890	1515.79	31.2605
84	2.8391	0.3522	0.00680	147.1290	0.01930	51.8222	1778.84	34.3258
90	3.0588	0.3269	0.00607	164.7050	0.01857	53.8461	1953.83	36.2855
96	3.2955	0.3034	0.00545	183.6411	0.01795	55.7246	2127.52	38.1793
100	3.4634	0.2887	0.00507	197.0723	0.01757	56.9013	2242.24	39.4058
108	3.8253	0.2614	0.00442	226.0226	0.01692	59.0865	2468.26	41.7737
120	4.4402	0.2252	0.00363	275.2171	0.01613	61.9828	2796.57	45.1184
132	5.1540	0.1940	0.00301	332.3198	0.01551	64.4781	3109.35	48.2234
144	5.9825	0.1672	0.00251	398.6021	0.01501	66.6277	3404.61	51.0990
240	19.7155	0.0507	0.00067	1497.24	0.01317	75.9423	5101.53	67.1764
360	87.5410	0.0114	0.00014	6923.28	0.01264	79.0861	5997.90	75.8401
480	388.7007	0.0026	0.00003	31016	0.01253	79.7942	6284.74	78.7619

1.5%	TABLA 6 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							1.5%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0150	0.9852	1.00000	1.0000	1.01500	0.9852		
2	1.0302	0.9707	0.49628	2.0150	0.51128	1.9559	0.9707	0.4963
3	1.0457	0.9563	0.32838	3.0452	0.34338	2.9122	2.8833	0.9901
4	1.0614	0.9422	0.24444	4.0909	0.25944	3.8544	5.7098	1.4814
5	1.0773	0.9283	0.19409	5.1523	0.20909	4.7826	9.4229	1.9702
6	1.0934	0.9145	0.16053	6.2296	0.17553	5.6972	13.9956	2.4566
7	1.1098	0.9010	0.13656	7.3230	0.15156	6.5982	19.4018	2.9405
8	1.1265	0.8877	0.11858	8.4328	0.13358	7.4859	25.6157	3.4219
9	1.1434	0.8746	0.10461	9.5593	0.11961	8.3605	32.6125	3.9008
10	1.1605	0.8617	0.09343	10.7027	0.10843	9.2222	40.3675	4.3772
11	1.1779	0.8489	0.08429	11.8633	0.09929	10.0711	48.8568	4.8512
12	1.1956	0.8364	0.07668	13.0412	0.09168	10.9075	58.0571	5.3227
13	1.2136	0.8240	0.07024	14.2368	0.08524	11.7315	67.9454	5.7917
14	1.2318	0.8118	0.06472	15.4504	0.07972	12.5434	78.4994	6.2582
15	1.2502	0.7999	0.05994	16.6821	0.07494	13.3432	89.6974	6.7223
16	1.2690	0.7880	0.05577	17.9324	0.07077	14.1313	101.5178	7.1839
17	1.2880	0.7764	0.05208	19.2014	0.06708	14.9076	113.9400	7.6431
18	1.3073	0.7649	0.04881	20.4894	0.06381	15.6726	126.9435	8.0997
19	1.3270	0.7536	0.04588	21.7967	0.06088	16.4262	140.5084	8.5539
20	1.3469	0.7425	0.04325	23.1237	0.05825	17.1686	154.6154	9.0057
21	1.3671	0.7315	0.04087	24.4705	0.05587	17.9001	169.2453	9.4550
22	1.3876	0.7207	0.03870	25.8376	0.05370	18.6208	184.3798	9.9018
23	1.4084	0.7100	0.03673	27.2251	0.05173	19.3309	200.0006	10.3462
24	1.4295	0.6995	0.03492	28.6335	0.04992	20.0304	216.0901	10.7881
25	1.4509	0.6892	0.03326	30.0630	0.04826	20.7196	232.6310	11.2276
26	1.4727	0.6790	0.03173	31.5140	0.04673	21.3986	249.6065	11.6646
27	1.4948	0.6690	0.03032	32.9867	0.04532	22.0676	267.0002	12.0992
28	1.5172	0.6591	0.02900	34.4815	0.04400	22.7267	284.7958	12.5313
29	1.5400	0.6494	0.02778	35.9987	0.04278	23.3761	302.9779	12.9610
30	1.5631	0.6398	0.02664	37.5387	0.04164	24.0158	321.5310	13.3883
36	1.7091	0.5851	0.02115	47.2760	0.03615	27.6607	439.8303	15.9009
40	1.8140	0.5513	0.01843	54.2679	0.03343	29.9158	524.3568	17.5277
48	2.0435	0.4894	0.01437	69.5652	0.02937	34.0426	703.5462	20.6667
50	2.1052	0.4750	0.01357	73.6828	0.02857	34.9997	749.9636	21.4277
52	2.1689	0.4611	0.01283	77.9249	0.02783	35.9287	796.8774	22.1794
55	2.2679	0.4409	0.01183	84.5296	0.02683	37.2715	868.0285	23.2894
60	2.4432	0.4093	0.01039	96.2147	0.02539	39.3803	988.1674	25.0930
72	2.9212	0.3423	0.00781	128.0772	0.02281	43.8447	1279.79	29.1893
75	3.0546	0.3274	0.00730	136.9728	0.02230	44.8416	1352.56	30.1631
84	3.4926	0.2863	0.00602	166.1726	0.02102	47.5786	1568.51	32.9668
90	3.8189	0.2619	0.00532	187.9299	0.02032	49.2099	1709.54	34.7399
96	4.1758	0.2395	0.00472	211.7202	0.01972	50.7017	1847.47	36.4381
100	4.4320	0.2256	0.00437	228.8030	0.01937	51.6247	1937.45	37.5295
108	4.9927	0.2003	0.00376	266.1778	0.01876	53.3137	2112.13	39.6171
120	5.9693	0.1675	0.00302	331.2882	0.01802	55.4985	2359.71	42.5185
132	7.1370	0.1401	0.00244	409.1354	0.01744	57.3257	2588.71	45.1579
144	8.5332	0.1172	0.00199	502.2109	0.01699	58.8540	2798.58	47.5512
240	35.6328	0.0281	0.00043	2308.85	0.01543	64.7957	3870.69	59.7368
360	212.7038	0.0047	0.00007	14114	0.01507	66.3532	4310.72	64.9662
480	1269.70	0.0008	0.00001	84580	0.01501	66.6142	4415.74	66.2883

2%	TABLA 7 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							2%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0200	0.9804	1.00000	1.0000	1.02000	0.9804		
2	1.0404	0.9612	0.49505	2.0200	0.51505	1.9416	0.9612	0.4950
3	1.0612	0.9423	0.32675	3.0604	0.34675	2.8839	2.8458	0.9868
4	1.0824	0.9238	0.24262	4.1216	0.26262	3.8077	5.6173	1.4752
5	1.1041	0.9057	0.19216	5.2040	0.21216	4.7135	9.2403	1.9604
6	1.1262	0.8880	0.15853	6.3081	0.17853	5.6014	13.6801	2.4423
7	1.1487	0.8706	0.13451	7.4343	0.15451	6.4720	18.9035	2.9208
8	1.1717	0.8535	0.11651	8.5830	0.13651	7.3255	24.8779	3.3961
9	1.1951	0.8368	0.10252	9.7546	0.12252	8.1622	31.5720	3.8681
10	1.2190	0.8203	0.09133	10.9497	0.11133	8.9826	38.9551	4.3367
11	1.2434	0.8043	0.08218	12.1687	0.10218	9.7868	46.9977	4.8021
12	1.2682	0.7885	0.07456	13.4121	0.09456	10.5753	55.6712	5.2642
13	1.2936	0.7730	0.06812	14.6803	0.08812	11.3484	64.9475	5.7231
14	1.3195	0.7579	0.06260	15.9739	0.08260	12.1062	74.7999	6.1786
15	1.3459	0.7430	0.05783	17.2934	0.07783	12.8493	85.2021	6.6309
16	1.3728	0.7284	0.05365	18.6393	0.07365	13.5777	96.1288	7.0799
17	1.4002	0.7142	0.04997	20.0121	0.06997	14.2919	107.5554	7.5256
18	1.4282	0.7002	0.04670	21.4123	0.06670	14.9920	119.4581	7.9681
19	1.4568	0.6864	0.04378	22.8406	0.06378	15.6785	131.8139	8.4073
20	1.4859	0.6730	0.04116	24.2974	0.06116	16.3514	144.6003	8.8433
21	1.5157	0.6598	0.03878	25.7833	0.05878	17.0112	157.7959	9.2760
22	1.5460	0.6468	0.03663	27.2990	0.05663	17.6580	171.3795	9.7055
23	1.5769	0.6342	0.03467	28.8450	0.05467	18.2922	185.3309	10.1317
24	1.6084	0.6217	0.03287	30.4219	0.05287	18.9139	199.6305	10.5547
25	1.6406	0.6095	0.03122	32.0303	0.05122	19.5235	214.2592	10.9745
26	1.6734	0.5976	0.02970	33.6709	0.04970	20.1210	229.1987	11.3910
27	1.7069	0.5859	0.02829	35.3443	0.04829	20.7069	244.4311	11.8043
28	1.7410	0.5744	0.02699	37.0512	0.04699	21.2813	259.9392	12.2145
29	1.7758	0.5631	0.02578	38.7922	0.04578	21.8444	275.7064	12.6214
30	1.8114	0.5521	0.02465	40.5681	0.04465	22.3965	291.7164	13.0251
36	2.0399	0.4902	0.01923	51.9944	0.03923	25.4888	392.0405	15.3809
40	2.2080	0.4529	0.01656	60.4020	0.03656	27.3555	461.9931	16.8885
48	2.5871	0.3865	0.01260	79.3535	0.03260	30.6731	605.9657	19.7556
50	2.6916	0.3715	0.01182	84.5794	0.03182	31.4236	642.3606	20.4420
52	2.8003	0.3571	0.01111	90.0164	0.03111	32.1449	678.7849	21.1164
55	2.9717	0.3365	0.01014	98.5865	0.03014	33.1748	733.3527	22.1057
60	3.2810	0.3048	0.00877	114.0515	0.02877	34.7609	823.6975	23.6961
72	4.1611	0.2403	0.00633	158.0570	0.02633	37.9841	1034.06	27.2234
75	4.4158	0.2265	0.00586	170.7918	0.02586	38.6771	1084.64	28.0434
84	5.2773	0.1895	0.00468	213.8666	0.02468	40.5255	1230.42	30.3616
90	5.9431	0.1683	0.00405	247.1567	0.02405	41.5869	1322.17	31.7929
96	6.6929	0.1494	0.00351	284.6467	0.02351	42.5294	1409.30	33.1370
100	7.2446	0.1380	0.00320	312.2323	0.02320	43.0984	1464.75	33.9863
108	8.4883	0.1178	0.00267	374.4129	0.02267	44.1095	1569.30	35.5774
120	10.7652	0.0929	0.00205	488.2582	0.02205	45.3554	1710.42	37.7114
132	13.6528	0.0732	0.00158	632.6415	0.02158	46.3378	1833.47	39.5676
144	17.3151	0.0578	0.00123	815.7545	0.02123	47.1123	1939.79	41.1738
240	115.8887	0.0086	0.00017	5744.44	0.02017	49.5686	2374.88	47.9110
360	1247.56	0.0008	0.00002	62328	0.02002	49.9599	2482.57	49.7112
480	13430	0.0001			0.02000	49.9963	2498.03	49.9643

3%	TABLA 8 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							3%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0300	0.9709	1.00000	1.0000	1.03000	0.9709		
2	1.0609	0.9426	0.49261	2.0300	0.52261	1.9135	0.9426	0.4926
3	1.0927	0.9151	0.32353	3.0909	0.35353	2.8286	2.7729	0.9803
4	1.1255	0.8885	0.23903	4.1836	0.26903	3.7171	5.4383	1.4631
5	1.1593	0.8626	0.18835	5.3091	0.21835	4.5797	8.8888	1.9409
6	1.1941	0.8375	0.15460	6.4684	0.18460	5.4172	13.0762	2.4138
7	1.2299	0.8131	0.13051	7.6625	0.16051	6.2303	17.9547	2.8819
8	1.2668	0.7894	0.11246	8.8923	0.14246	7.0197	23.4806	3.3450
9	1.3048	0.7664	0.09843	10.1591	0.12843	7.7861	29.6119	3.8032
10	1.3439	0.7441	0.08723	11.4639	0.11723	8.5302	36.3088	4.2565
11	1.3842	0.7224	0.07808	12.8078	0.10808	9.2526	43.5330	4.7049
12	1.4258	0.7014	0.07046	14.1920	0.10046	9.9540	51.2482	5.1485
13	1.4685	0.6810	0.06403	15.6178	0.09403	10.6350	59.4196	5.5872
14	1.5126	0.6611	0.05853	17.0863	0.08853	11.2961	68.0141	6.0210
15	1.5580	0.6419	0.05377	18.5989	0.08377	11.9379	77.0002	6.4500
16	1.6047	0.6232	0.04961	20.1569	0.07961	12.5611	86.3477	6.8742
17	1.6528	0.6050	0.04595	21.7616	0.07595	13.1661	96.0280	7.2936
18	1.7024	0.5874	0.04271	23.4144	0.07271	13.7535	106.0137	7.7081
19	1.7535	0.5703	0.03981	25.1169	0.06981	14.3238	116.2788	8.1179
20	1.8061	0.5537	0.03722	26.8704	0.06722	14.8775	126.7987	8.5229
21	1.8603	0.5375	0.03487	28.6765	0.06487	15.4150	137.5496	8.9231
22	1.9161	0.5219	0.03275	30.5368	0.06275	15.9369	148.5094	9.3186
23	1.9736	0.5067	0.03081	32.4529	0.06081	16.4436	159.6566	9.7093
24	2.0328	0.4919	0.02905	34.4265	0.05905	16.9355	170.9711	10.0954
25	2.0938	0.4776	0.02743	36.4593	0.05743	17.4131	182.4336	10.4768
26	2.1566	0.4637	0.02594	38.5530	0.05594	17.8768	194.0260	10.8535
27	2.2213	0.4502	0.02456	40.7096	0.05456	18.3270	205.7309	11.2255
28	2.2879	0.4371	0.02329	42.9309	0.05329	18.7641	217.5320	11.5930
29	2.3566	0.4243	0.02211	45.2189	0.05211	19.1885	229.4137	11.9558
30	2.4273	0.4120	0.02102	47.5754	0.05102	19.6004	241.3613	12.3141
31	2.5001	0.4000	0.02000	50.0027	0.05000	20.0004	253.3609	12.6678
32	2.5751	0.3883	0.01905	52.5028	0.04905	20.3888	265.3993	13.0169
33	2.6523	0.3770	0.01816	55.0778	0.04816	20.7658	277.4642	13.3616
34	2.7319	0.3660	0.01732	57.7302	0.04732	21.1318	289.5437	13.7018
35	2.8139	0.3554	0.01654	60.4621	0.04654	21.4872	301.6267	14.0375
40	3.2620	0.3066	0.01326	75.4013	0.04326	23.1148	361.7499	15.6502
45	3.7816	0.2644	0.01079	92.7199	0.04079	24.5187	420.6325	17.1556
50	4.3839	0.2281	0.00887	112.7969	0.03887	25.7298	477.4803	18.5575
55	5.0821	0.1968	0.00735	136.0716	0.03735	26.7744	531.7411	19.8600
60	5.8916	0.1697	0.00613	163.0534	0.03613	27.6756	583.0526	21.0674
65	6.8300	0.1464	0.00515	194.3328	0.03515	28.4529	631.2010	22.1841
70	7.9178	0.1263	0.00434	230.5941	0.03434	29.1234	676.0869	23.2145
75	9.1789	0.1089	0.00367	272.6309	0.03367	29.7018	717.6978	24.1634
80	10.6409	0.0940	0.00311	321.3630	0.03311	30.2008	756.0865	25.0353
84	11.9764	0.0835	0.00273	365.8805	0.03273	30.5501	784.5434	25.6806
85	12.3357	0.0811	0.00265	377.8570	0.03265	30.6312	791.3529	25.8349
90	14.3005	0.0699	0.00226	443.3489	0.03226	31.0024	823.6302	26.5667
96	17.0755	0.0586	0.00187	535.8502	0.03187	31.3812	858.6377	27.3615
108	24.3456	0.0411	0.00129	778.1863	0.03129	31.9642	917.6013	28.7072
120	34.7110	0.0288	0.00089	1123.70	0.03089	32.3730	963.8635	29.7737

4%	TABLA 9 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							4%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0400	0.9615	1.00000	1.0000	1.04000	0.9615		
2	1.0816	0.9246	0.49020	2.0400	0.53020	1.8861	0.9246	0.4902
3	1.1249	0.8890	0.32035	3.1216	0.36035	2.7751	2.7025	0.9739
4	1.1699	0.8548	0.23549	4.2465	0.27549	3.6299	5.2670	1.4510
5	1.2167	0.8219	0.18463	5.4163	0.22463	4.4518	8.5547	1.9216
6	1.2653	0.7903	0.15076	6.6330	0.19076	5.2421	12.5062	2.3857
7	1.3159	0.7599	0.12661	7.8983	0.16661	6.0021	17.0657	2.8433
8	1.3686	0.7307	0.10853	9.2142	0.14853	6.7327	22.1806	3.2944
9	1.4233	0.7026	0.09449	10.5828	0.13449	7.4353	27.8013	3.7391
10	1.4802	0.6756	0.08329	12.0061	0.12329	8.1109	33.8814	4.1773
11	1.5395	0.6496	0.07415	13.4864	0.11415	8.7605	40.3772	4.6090
12	1.6010	0.6246	0.06655	15.0258	0.10655	9.3851	47.2477	5.0343
13	1.6651	0.6006	0.06014	16.6268	0.10014	9.9856	54.4546	5.4533
14	1.7317	0.5775	0.05467	18.2919	0.09467	10.5631	61.9618	5.8659
15	1.8009	0.5553	0.04994	20.0236	0.08994	11.1184	69.7355	6.2721
16	1.8730	0.5339	0.04582	21.8245	0.08582	11.6523	77.7441	6.6720
17	1.9479	0.5134	0.04220	23.6975	0.08220	12.1657	85.9581	7.0656
18	2.0258	0.4936	0.03899	25.6454	0.07899	12.6593	94.3498	7.4530
19	2.1068	0.4746	0.03614	27.6712	0.07614	13.1339	102.8933	7.8342
20	2.1911	0.4564	0.03358	29.7781	0.07358	13.5903	111.5647	8.2091
21	2.2788	0.4388	0.03128	31.9692	0.07128	14.0292	120.3414	8.5779
22	2.3699	0.4220	0.02920	34.2480	0.06920	14.4511	129.2024	8.9407
23	2.4647	0.4057	0.02731	36.6179	0.06731	14.8568	138.1284	9.2973
24	2.5633	0.3901	0.02559	39.0826	0.06559	15.2470	147.1012	9.6479
25	2.6658	0.3751	0.02401	41.6459	0.06401	15.6221	156.1040	9.9925
26	2.7725	0.3607	0.02257	44.3117	0.06257	15.9828	165.1212	10.3312
27	2.8834	0.3468	0.02124	47.0842	0.06124	16.3296	174.1385	10.6640
28	2.9987	0.3335	0.02001	49.9676	0.06001	16.6631	183.1424	10.9909
29	3.1187	0.3207	0.01888	52.9663	0.05888	16.9837	192.1206	11.3120
30	3.2434	0.3083	0.01783	56.0849	0.05783	17.2920	201.0618	11.6274
31	3.3731	0.2965	0.01686	59.3283	0.05686	17.5885	209.9556	11.9371
32	3.5081	0.2851	0.01595	62.7015	0.05595	17.8736	218.7924	12.2411
33	3.6484	0.2741	0.01510	66.2095	0.05510	18.1476	227.5634	12.5396
34	3.7943	0.2636	0.01431	69.8579	0.05431	18.4112	236.2607	12.8324
35	3.9461	0.2534	0.01358	73.6522	0.05358	18.6646	244.8768	13.1198
40	4.8010	0.2083	0.01052	95.0255	0.05052	19.7928	286.5303	14.4765
45	5.8412	0.1712	0.00826	121.0294	0.04826	20.7200	325.4028	15.7047
50	7.1067	0.1407	0.00655	152.6671	0.04655	21.4822	361.1638	16.8122
55	8.6464	0.1157	0.00523	191.1592	0.04523	22.1086	393.6890	17.8070
60	10.5196	0.0951	0.00420	237.9907	0.04420	22.6235	422.9966	18.6972
65	12.7987	0.0781	0.00339	294.9684	0.04339	23.0467	449.2014	19.4909
70	15.5716	0.0642	0.00275	364.2905	0.04275	23.3945	472.4789	20.1961
75	18.9453	0.0528	0.00223	448.6314	0.04223	23.6804	493.0408	20.8206
80	23.0498	0.0434	0.00181	551.2450	0.04181	23.9154	511.1161	21.3718
85	28.0436	0.0357	0.00148	676.0901	0.04148	24.1085	526.9384	21.8569
90	34.1193	0.0293	0.00121	827.9833	0.04121	24.2673	540.7369	22.2826
96	43.1718	0.0232	0.00095	1054.30	0.04095	24.4209	554.9312	22.7236
108	69.1195	0.0145	0.00059	1702.99	0.04059	24.6383	576.8949	23.4146
120	110.6626	0.0090	0.00036	2741.56	0.04036	24.7741	592.2428	23.9057
144	283.6618	0.0035	0.00014	7066.55	0.04014	24.9119	610.1055	24.4906

5%	TABLA 10 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							5%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0500	0.9524	1.00000	1.0000	1.05000	0.9524		
2	1.1025	0.9070	0.48780	2.0500	0.53780	1.8594	0.9070	0.4878
3	1.1576	0.8638	0.31721	3.1525	0.36721	2.7232	2.6347	0.9675
4	1.2155	0.8227	0.23201	4.3101	0.28201	3.5460	5.1028	1.4391
5	1.2763	0.7835	0.18097	5.5256	0.23097	4.3295	8.2369	1.9025
6	1.3401	0.7462	0.14702	6.8019	0.19702	5.0757	11.9680	2.3579
7	1.4071	0.7107	0.12282	8.1420	0.17282	5.7864	16.2321	2.8052
8	1.4775	0.6768	0.10472	9.5491	0.15472	6.4632	20.9700	3.2445
9	1.5513	0.6446	0.09069	11.0266	0.14069	7.1078	26.1268	3.6758
10	1.6289	0.6139	0.07950	12.5779	0.12950	7.7217	31.6520	4.0991
11	1.7103	0.5847	0.07039	14.2068	0.12039	8.3064	37.4988	4.5144
12	1.7959	0.5568	0.06283	15.9171	0.11283	8.8633	43.6241	4.9219
13	1.8856	0.5303	0.05646	17.7130	0.10646	9.3936	49.9879	5.3215
14	1.9799	0.5051	0.05102	19.5986	0.10102	9.8986	56.5538	5.7133
15	2.0789	0.4810	0.04634	21.5786	0.09634	10.3797	63.2880	6.0973
16	2.1829	0.4581	0.04227	23.6575	0.09227	10.8378	70.1597	6.4736
17	2.2920	0.4363	0.03870	25.8404	0.08870	11.2741	77.1405	6.8423
18	2.4066	0.4155	0.03555	28.1324	0.08555	11.6896	84.2043	7.2034
19	2.5270	0.3957	0.03275	30.5390	0.08275	12.0853	91.3275	7.5569
20	2.6533	0.3769	0.03024	33.0660	0.08024	12.4622	98.4884	7.9030
21	2.7860	0.3589	0.02800	35.7193	0.07800	12.8212	105.6673	8.2416
22	2.9253	0.3418	0.02597	38.5052	0.07597	13.1630	112.8461	8.5730
23	3.0715	0.3256	0.02414	41.4305	0.07414	13.4886	120.0087	8.8971
24	3.2251	0.3101	0.02247	44.5020	0.07247	13.7986	127.1402	9.2140
25	3.3864	0.2953	0.02095	47.7271	0.07095	14.0939	134.2275	9.5238
26	3.5557	0.2812	0.01956	51.1135	0.06956	14.3752	141.2585	9.8266
27	3.7335	0.2678	0.01829	54.6691	0.06829	14.6430	148.2226	10.1224
28	3.9201	0.2551	0.01712	58.4026	0.06712	14.8981	155.1101	10.4114
29	4.1161	0.2429	0.01605	62.3227	0.06605	15.1411	161.9126	10.6936
30	4.3219	0.2314	0.01505	66.4388	0.06505	15.3725	168.6226	10.9691
31	4.5380	0.2204	0.01413	70.7608	0.06413	15.5928	175.2333	11.2381
32	4.7649	0.2099	0.01328	75.2988	0.06328	15.8027	181.7392	11.5005
33	5.0032	0.1999	0.01249	80.0638	0.06249	16.0025	188.1351	11.7566
34	5.2533	0.1904	0.01176	85.0670	0.06176	16.1929	194.4168	12.0063
35	5.5160	0.1813	0.01107	90.3203	0.06107	16.3742	200.5807	12.2498
40	7.0400	0.1420	0.00828	120.7998	0.05828	17.1591	229.5452	13.3775
45	8.9850	0.1113	0.00626	159.7002	0.05626	17.7741	255.3145	14.3644
50	11.4674	0.0872	0.00478	209.3480	0.05478	18.2559	277.9148	15.2233
55	14.6356	0.0683	0.00367	272.7126	0.05367	18.6335	297.5104	15.9664
60	18.6792	0.0535	0.00283	353.5837	0.05283	18.9293	314.3432	16.6062
65	23.8399	0.0419	0.00219	456.7980	0.05219	19.1611	328.6910	17.1541
70	30.4264	0.0329	0.00170	588.5285	0.05170	19.3427	340.8409	17.6212
75	38.8327	0.0258	0.00132	756.6537	0.05132	19.4850	351.0721	18.0176
80	49.5614	0.0202	0.00103	971.2288	0.05103	19.5965	359.6460	18.3526
85	63.2544	0.0158	0.00080	1245.09	0.05080	19.6838	366.8007	18.6346
90	80.7304	0.0124	0.00063	1594.61	0.05063	19.7523	372.7488	18.8712
95	103.0347	0.0097	0.00049	2040.69	0.05049	19.8059	377.6774	19.0689
96	108.1864	0.0092	0.00047	2143.73	0.05047	19.8151	378.5555	19.1044
98	119.2755	0.0084	0.00042	2365.51	0.05042	19.8323	380.2139	19.1714
100	131.5013	0.0076	0.00038	2610.03	0.05038	19.8479	381.7492	19.2337

6%	TABLA 11 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							6%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0600	0.9434	1.00000	1.0000	1.06000	0.9434		
2	1.1236	0.8900	0.48544	2.0600	0.54544	1.8334	0.8900	0.4854
3	1.1910	0.8396	0.31411	3.1836	0.37411	2.6730	2.5692	0.9612
4	1.2625	0.7921	0.22859	4.3746	0.28859	3.4651	4.9455	1.4272
5	1.3382	0.7473	0.17740	5.6371	0.23740	4.2124	7.9345	1.8836
6	1.4185	0.7050	0.14336	6.9753	0.20336	4.9173	11.4594	2.3304
7	1.5036	0.6651	0.11914	8.3938	0.17914	5.5824	15.4497	2.7676
8	1.5938	0.6274	0.10104	9.8975	0.16104	6.2098	19.8416	3.1952
9	1.6895	0.5919	0.08702	11.4913	0.14702	6.8017	24.5768	3.6133
10	1.7908	0.5584	0.07587	13.1808	0.13587	7.3601	29.6023	4.0220
11	1.8983	0.5268	0.06679	14.9716	0.12679	7.8869	34.8702	4.4213
12	2.0122	0.4970	0.05928	16.8699	0.11928	8.3838	40.3369	4.8113
13	2.1329	0.4688	0.05296	18.8821	0.11296	8.8527	45.9629	5.1920
14	2.2609	0.4423	0.04758	21.0151	0.10758	9.2950	51.7128	5.5635
15	2.3966	0.4173	0.04296	23.2760	0.10296	9.7122	57.5546	5.9260
16	2.5404	0.3936	0.03895	25.6725	0.09895	10.1059	63.4592	6.2794
17	2.6928	0.3714	0.03544	28.2129	0.09544	10.4773	69.4011	6.6240
18	2.8543	0.3503	0.03236	30.9057	0.09236	10.8276	75.3569	6.9597
19	3.0256	0.3305	0.02962	33.7600	0.08962	11.1581	81.3062	7.2867
20	3.2071	0.3118	0.02718	36.7856	0.08718	11.4699	87.2304	7.6051
21	3.3996	0.2942	0.02500	39.9927	0.08500	11.7641	93.1136	7.9151
22	3.6035	0.2775	0.02305	43.3923	0.08305	12.0416	98.9412	8.2166
23	3.8197	0.2618	0.02128	46.9958	0.08128	12.3034	104.7007	8.5099
24	4.0489	0.2470	0.01968	50.8156	0.07968	12.5504	110.3812	8.7951
25	4.2919	0.2330	0.01823	54.8645	0.07823	12.7834	115.9732	9.0722
26	4.5494	0.2198	0.01690	59.1564	0.07690	13.0032	121.4684	9.3414
27	4.8223	0.2074	0.01570	63.7058	0.07570	13.2105	126.8600	9.6029
28	5.1117	0.1956	0.01459	68.5281	0.07459	13.4062	132.1420	9.8568
29	5.4184	0.1846	0.01358	73.6398	0.07358	13.5907	137.3096	10.1032
30	5.7435	0.1741	0.01265	79.0582	0.07265	13.7648	142.3588	10.3422
31	6.0881	0.1643	0.01179	84.8017	0.07179	13.9291	147.2864	10.5740
32	6.4534	0.1550	0.01100	90.8898	0.07100	14.0840	152.0901	10.7988
33	6.8406	0.1462	0.01027	97.3432	0.07027	14.2302	156.7681	11.0166
34	7.2510	0.1379	0.00960	104.1838	0.06960	14.3681	161.3192	11.2276
35	7.6861	0.1301	0.00897	111.4348	0.06897	14.4982	165.7427	11.4319
40	10.2857	0.0972	0.00646	154.7620	0.06646	15.0463	185.9568	12.3590
45	13.7646	0.0727	0.00470	212.7435	0.06470	15.4558	203.1096	13.1413
50	18.4202	0.0543	0.00344	290.3359	0.06344	15.7619	217.4574	13.7964
55	24.6503	0.0406	0.00254	394.1720	0.06254	15.9905	229.3222	14.3411
60	32.9877	0.0303	0.00188	533.1282	0.06188	16.1614	239.0428	14.7909
65	44.1450	0.0227	0.00139	719.0829	0.06139	16.2891	246.9450	15.1601
70	59.0759	0.0169	0.00103	967.9322	0.06103	16.3845	253.3271	15.4613
75	79.0569	0.0126	0.00077	1300.95	0.06077	16.4558	258.4527	15.7058
80	105.7960	0.0095	0.00057	1746.60	0.06057	16.5091	262.5493	15.9033
85	141.5789	0.0071	0.00043	2342.98	0.06043	16.5489	265.8096	16.0620
90	189.4645	0.0053	0.00032	3141.08	0.06032	16.5787	268.3946	16.1891
95	253.5463	0.0039	0.00024	4209.10	0.06024	16.6009	270.4375	16.2905
96	268.7590	0.0037	0.00022	4462.65	0.06022	16.6047	270.7909	16.3081
98	301.9776	0.0033	0.00020	5016.29	0.06020	16.6115	271.4491	16.3411
100	339.3021	0.0029	0.00018	5638.37	0.06018	16.6175	272.0471	16.3711

7%	TABLA 12 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							7%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.0700	0.9346	1.00000	1.0000	1.07000	0.9346		
2	1.1449	0.8734	0.48309	2.0700	0.55309	1.8080	0.8734	0.4831
3	1.2250	0.8163	0.31105	3.2149	0.38105	2.6243	2.5060	0.9549
4	1.3108	0.7629	0.22523	4.4399	0.29523	3.3872	4.7947	1.4155
5	1.4026	0.7130	0.17389	5.7507	0.24389	4.1002	7.6467	1.8650
6	1.5007	0.6663	0.13980	7.1533	0.20980	4.7665	10.9784	2.3032
7	1.6058	0.6227	0.11555	8.6540	0.18555	5.3893	14.7149	2.7304
8	1.7182	0.5820	0.09747	10.2598	0.16747	5.9713	18.7889	3.1465
9	1.8385	0.5439	0.08349	11.9780	0.15349	6.5152	23.1404	3.5517
10	1.9672	0.5083	0.07238	13.8164	0.14238	7.0236	27.7156	3.9461
11	2.1049	0.4751	0.06336	15.7836	0.13336	7.4987	32.4665	4.3296
12	2.2522	0.4440	0.05590	17.8885	0.12590	7.9427	37.3506	4.7025
13	2.4098	0.4150	0.04965	20.1406	0.11965	8.3577	42.3302	5.0648
14	2.5785	0.3878	0.04434	22.5505	0.11434	8.7455	47.3718	5.4167
15	2.7590	0.3624	0.03979	25.1290	0.10979	9.1079	52.4461	5.7583
16	2.9522	0.3387	0.03586	27.8881	0.10586	9.4466	57.5271	6.0897
17	3.1588	0.3166	0.03243	30.8402	0.10243	9.7632	62.5923	6.4110
18	3.3799	0.2959	0.02941	33.9990	0.09941	10.0591	67.6219	6.7225
19	3.6165	0.2765	0.02675	37.3790	0.09675	10.3356	72.5991	7.0242
20	3.8697	0.2584	0.02439	40.9955	0.09439	10.5940	77.5091	7.3163
21	4.1406	0.2415	0.02229	44.8652	0.09229	10.8355	82.3393	7.5990
22	4.4304	0.2257	0.02041	49.0057	0.09041	11.0612	87.0793	7.8725
23	4.7405	0.2109	0.01871	53.4361	0.08871	11.2722	91.7201	8.1369
24	5.0724	0.1971	0.01719	58.1767	0.08719	11.4693	96.2545	8.3923
25	5.4274	0.1842	0.01581	63.2490	0.08581	11.6536	100.6765	8.6391
26	5.8074	0.1722	0.01456	68.6765	0.08456	11.8258	104.9814	8.8773
27	6.2139	0.1609	0.01343	74.4838	0.08343	11.9867	109.1656	9.1072
28	6.6488	0.1504	0.01239	80.6977	0.08239	12.1371	113.2264	9.3289
29	7.1143	0.1406	0.01145	87.3465	0.08145	12.2777	117.1622	9.5427
30	7.6123	0.1314	0.01059	94.4608	0.08059	12.4090	120.9718	9.7487
31	8.1451	0.1228	0.00980	102.0730	0.07980	12.5318	124.6550	9.9471
32	8.7153	0.1147	0.00907	110.2182	0.07907	12.6466	128.2120	10.1381
33	9.3253	0.1072	0.00841	118.9334	0.07841	12.7538	131.6435	10.3219
34	9.9781	0.1002	0.00780	128.2588	0.07780	12.8540	134.9507	10.4987
35	10.6766	0.0937	0.00723	138.2369	0.07723	12.9477	138.1353	10.6687
40	14.9745	0.0668	0.00501	199.6351	0.07501	13.3317	152.2928	11.4233
45	21.0025	0.0476	0.00350	285.7493	0.07350	13.6055	163.7559	12.0360
50	29.4570	0.0339	0.00246	406.5289	0.07246	13.8007	172.9051	12.5287
55	41.3150	0.0242	0.00174	575.9286	0.07174	13.9399	180.1243	12.9215
60	57.9464	0.0173	0.00123	813.5204	0.07123	14.0392	185.7677	13.2321
65	81.2729	0.0123	0.00087	1146.76	0.07087	14.1099	190.1452	13.4760
70	113.9894	0.0088	0.00062	1614.13	0.07062	14.1604	193.5185	13.6662
75	159.8760	0.0063	0.00044	2269.66	0.07044	14.1964	196.1035	13.8136
80	224.2344	0.0045	0.00031	3189.06	0.07031	14.2220	198.0748	13.9273
85	314.5003	0.0032	0.00022	4478.58	0.07022	14.2403	199.5717	14.0146
90	441.1030	0.0023	0.00016	6287.19	0.07016	14.2533	200.7042	14.0812
95	618.6697	0.0016	0.00011	8823.85	0.07011	14.2626	201.5581	14.1319
96	661.9766	0.0015	0.00011	9442.52	0.07011	14.2641	201.7016	14.1405
98	757.8970	0.0013	0.00009	10813	0.07009	14.2669	201.9651	14.1562
100	867.7163	0.0012	0.00008	12382	0.07008	14.2693	202.2001	14.1703

8%	TABLA 13 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							8%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0800	0.9259	1.00000	1.0000	1.08000	0.9259		
2	1.1664	0.8573	0.48077	2.0800	0.56077	1.7833	0.8573	0.4808
3	1.2597	0.7938	0.30803	3.2464	0.38803	2.5771	2.4450	0.9487
4	1.3605	0.7350	0.22192	4.5061	0.30192	3.3121	4.6501	1.4040
5	1.4693	0.6806	0.17046	5.8666	0.25046	3.9927	7.3724	1.8465
6	1.5869	0.6302	0.13632	7.3359	0.21632	4.6229	10.5233	2.2763
7	1.7138	0.5835	0.11207	8.9228	0.19207	5.2064	14.0242	2.6937
8	1.8509	0.5403	0.09401	10.6366	0.17401	5.7466	17.8061	3.0985
9	1.9990	0.5002	0.08008	12.4876	0.16008	6.2469	21.8081	3.4910
10	2.1589	0.4632	0.06903	14.4866	0.14903	6.7101	25.9768	3.8713
11	2.3316	0.4289	0.06008	16.6455	0.14008	7.1390	30.2657	4.2395
12	2.5182	0.3971	0.05270	18.9771	0.13270	7.5361	34.6339	4.5957
13	2.7196	0.3677	0.04652	21.4953	0.12652	7.9038	39.0463	4.9402
14	2.9372	0.3405	0.04130	24.2149	0.12130	8.2442	43.4723	5.2731
15	3.1722	0.3152	0.03683	27.1521	0.11683	8.5595	47.8857	5.5945
16	3.4259	0.2919	0.03298	30.3243	0.11298	8.8514	52.2640	5.9046
17	3.7000	0.2703	0.02963	33.7502	0.10963	9.1216	56.5883	6.2037
18	3.9960	0.2502	0.02670	37.4502	0.10670	9.3719	60.8426	6.4920
19	4.3157	0.2317	0.02413	41.4463	0.10413	9.6036	65.0134	6.7697
20	4.6610	0.2145	0.02185	45.7620	0.10185	9.8181	69.0898	7.0369
21	5.0338	0.1987	0.01983	50.4229	0.09983	10.0168	73.0629	7.2940
22	5.4365	0.1839	0.01803	55.4568	0.09803	10.2007	76.9257	7.5412
23	5.8715	0.1703	0.01642	60.8933	0.09642	10.3711	80.6726	7.7786
24	6.3412	0.1577	0.01498	66.7648	0.09498	10.5288	84.2997	8.0066
25	6.8485	0.1460	0.01368	73.1059	0.09368	10.6748	87.8041	8.2254
26	7.3964	0.1352	0.01251	79.9544	0.09251	10.8100	91.1842	8.4352
27	7.9881	0.1252	0.01145	87.3508	0.09145	10.9352	94.4390	8.6363
28	8.6271	0.1159	0.01049	95.3388	0.09049	11.0511	97.5687	8.8289
29	9.3173	0.1073	0.00962	103.9659	0.08962	11.1584	100.5738	9.0133
30	10.0627	0.0994	0.00883	113.2832	0.08883	11.2578	103.4558	9.1897
31	10.8677	0.0920	0.00811	123.3459	0.08811	11.3498	106.2163	9.3584
32	11.7371	0.0852	0.00745	134.2135	0.08745	11.4350	108.8575	9.5197
33	12.6760	0.0789	0.00685	145.9506	0.08685	11.5139	111.3819	9.6737
34	13.6901	0.0730	0.00630	158.6267	0.08630	11.5869	113.7924	9.8208
35	14.7853	0.0676	0.00580	172.3168	0.08580	11.6546	116.0920	9.9611
40	21.7245	0.0460	0.00386	259.0565	0.08386	11.9246	126.0422	10.5699
45	31.9204	0.0313	0.00259	386.5056	0.08259	12.1084	133.7331	11.0447
50	46.9016	0.0213	0.00174	573.7702	0.08174	12.2335	139.5928	11.4107
55	68.9139	0.0145	0.00118	848.9232	0.08118	12.3186	144.0065	11.6902
60	101.2571	0.0099	0.00080	1253.21	0.08080	12.3766	147.3000	11.9015
65	148.7798	0.0067	0.00054	1847.25	0.08054	12.4160	149.7387	12.0602
70	218.6064	0.0046	0.00037	2720.08	0.08037	12.4428	151.5326	12.1783
75	321.2045	0.0031	0.00025	4002.56	0.08025	12.4611	152.8448	12.2658
80	471.9548	0.0021	0.00017	5886.94	0.08017	12.4735	153.8001	12.3301
85	693.4565	0.0014	0.00012	8655.71	0.08012	12.4820	154.4925	12.3772
90	1018.92	0.0010	0.00008	12724	0.08008	12.4877	154.9925	12.4116
95	1497.12	0.0007	0.00005	18702	0.08005	12.4917	155.3524	12.4365
96	1616.89	0.0006	0.00005	20199	0.08005	12.4923	155.4112	12.4406
98	1885.94	0.0005	0.00004	23562	0.08004	12.4934	155.5176	12.4480
100	2199.76	0.0005	0.00004	27485	0.08004	12.4943	155.6107	12.4545

9%	TABLA 14 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							9%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.0900	0.9174	1.00000	1.0000	1.09000	0.9174		
2	1.1881	0.8417	0.47847	2.0900	0.56847	1.7591	0.8417	0.4785
3	1.2950	0.7722	0.30505	3.2781	0.39505	2.5313	2.3860	0.9426
4	1.4116	0.7084	0.21867	4.5731	0.30867	3.2397	4.5113	1.3925
5	1.5386	0.6499	0.16709	5.9847	0.25709	3.8897	7.1110	1.8282
6	1.6771	0.5963	0.13292	7.5233	0.22292	4.4859	10.0924	2.2498
7	1.8280	0.5470	0.10869	9.2004	0.19869	5.0330	13.3746	2.6574
8	1.9926	0.5019	0.09067	11.0285	0.18067	5.5348	16.8877	3.0512
9	2.1719	0.4604	0.07680	13.0210	0.16680	5.9952	20.5711	3.4312
10	2.3674	0.4224	0.06582	15.1929	0.15582	6.4177	24.3728	3.7978
11	2.5804	0.3875	0.05695	17.5603	0.14695	6.8052	28.2481	4.1510
12	2.8127	0.3555	0.04965	20.1407	0.13965	7.1607	32.1590	4.4910
13	3.0658	0.3262	0.04357	22.9534	0.13357	7.4869	36.0731	4.8182
14	3.3417	0.2992	0.03843	26.0192	0.12843	7.7862	39.9633	5.1326
15	3.6425	0.2745	0.03406	29.3609	0.12406	8.0607	43.8069	5.4346
16	3.9703	0.2519	0.03030	33.0034	0.12030	8.3126	47.5849	5.7245
17	4.3276	0.2311	0.02705	36.9737	0.11705	8.5436	51.2821	6.0024
18	4.7171	0.2120	0.02421	41.3013	0.11421	8.7556	54.8860	6.2687
19	5.1417	0.1945	0.02173	46.0185	0.11173	8.9501	58.3868	6.5236
20	5.6044	0.1784	0.01955	51.1601	0.10955	9.1285	61.7770	6.7674
21	6.1088	0.1637	0.01762	56.7645	0.10762	9.2922	65.0509	7.0006
22	6.6586	0.1502	0.01590	62.8733	0.10590	9.4424	68.2048	7.2232
23	7.2579	0.1378	0.01438	69.5319	0.10438	9.5802	71.2359	7.4357
24	7.9111	0.1264	0.01302	76.7898	0.10302	9.7066	74.1433	7.6384
25	8.6231	0.1160	0.01181	84.7009	0.10181	9.8226	76.9265	7.8316
26	9.3992	0.1064	0.01072	93.3240	0.10072	9.9290	79.5863	8.0156
27	10.2451	0.0976	0.00973	102.7231	0.09973	10.0266	82.1241	8.1906
28	11.1671	0.0895	0.00885	112.9682	0.09885	10.1161	84.5419	8.3571
29	12.1722	0.0822	0.00806	124.1354	0.09806	10.1983	86.8422	8.5154
30	13.2677	0.0754	0.00734	136.3075	0.09734	10.2737	89.0280	8.6657
31	14.4618	0.0691	0.00669	149.5752	0.09669	10.3428	91.1024	8.8083
32	15.7633	0.0634	0.00610	164.0370	0.09610	10.4062	93.0690	8.9436
33	17.1820	0.0582	0.00556	179.8003	0.09556	10.4644	94.9314	9.0718
34	18.7284	0.0534	0.00508	196.9823	0.09508	10.5178	96.6935	9.1933
35	20.4140	0.0490	0.00464	215.7108	0.09464	10.5668	98.3590	9.3083
40	31.4094	0.0318	0.00296	337.8824	0.09296	10.7574	105.3762	9.7957
45	48.3273	0.0207	0.00190	525.8587	0.09190	10.8812	110.5561	10.1603
50	74.3575	0.0134	0.00123	815.0836	0.09123	10.9617	114.3251	10.4295
55	114.4083	0.0087	0.00079	1260.09	0.09079	11.0140	117.0362	10.6261
60	176.0313	0.0057	0.00051	1944.79	0.09051	11.0480	118.9683	10.7683
65	270.8460	0.0037	0.00033	2998.29	0.09033	11.0701	120.3344	10.8702
70	416.7301	0.0024	0.00022	4619.22	0.09022	11.0844	121.2942	10.9427
75	641.1909	0.0016	0.00014	7113.23	0.09014	11.0938	121.9646	10.9940
80	986.5517	0.0010	0.00009	10951	0.09009	11.0998	122.4306	11.0299
85	1517.93	0.0007	0.00006	16855	0.09006	11.1038	122.7533	11.0551
90	2335.53	0.0004	0.00004	25939	0.09004	11.1064	122.9758	11.0726
95	3593.50	0.0003	0.00003	39917	0.09003	11.1080	123.1287	11.0847
96	3916.91	0.0003	0.00002	43510	0.09002	11.1083	123.1529	11.0866
98	4653.68	0.0002	0.00002	51696	0.09002	11.1087	123.1963	11.0900
100	5529.04	0.0002	0.00002	61423	0.09002	11.1091	123.2335	11.0930

10%	TABLA 15 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							10%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.1000	0.9091	1.00000	1.0000	1.10000	0.9091		
2	1.2100	0.8264	0.47619	2.1000	0.57619	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.7513	0.30211	3.3100	0.40211	2.4869	2.3291	0.9366
4	1.4641	0.6830	0.21547	4.6410	0.31547	3.1699	4.3781	1.3812
5	1.6105	0.6209	0.16380	6.1051	0.26380	3.7908	6.8618	1.8101
6	1.7716	0.5645	0.12961	7.7156	0.22961	4.3553	9.6842	2.2236
7	1.9487	0.5132	0.10541	9.4872	0.20541	4.8684	12.7631	2.6216
8	2.1436	0.4665	0.08744	11.4359	0.18744	5.3349	16.0287	3.0045
9	2.3579	0.4241	0.07364	13.5795	0.17364	5.7590	19.4215	3.3724
10	2.5937	0.3855	0.06275	15.9374	0.16275	6.1446	22.8913	3.7255
11	2.8531	0.3505	0.05396	18.5312	0.15396	6.4951	26.3963	4.0641
12	3.1384	0.3186	0.04676	21.3843	0.14676	6.8137	29.9012	4.3884
13	3.4523	0.2897	0.04078	24.5227	0.14078	7.1034	33.3772	4.6988
14	3.7975	0.2633	0.03575	27.9750	0.13575	7.3667	36.8005	4.9955
15	4.1772	0.2394	0.03147	31.7725	0.13147	7.6061	40.1520	5.2789
16	4.5950	0.2176	0.02782	35.9497	0.12782	7.8237	43.4164	5.5493
17	5.0545	0.1978	0.02466	40.5447	0.12466	8.0216	46.5819	5.8071
18	5.5599	0.1799	0.02193	45.5992	0.12193	8.2014	49.6395	6.0526
19	6.1159	0.1635	0.01955	51.1591	0.11955	8.3649	52.5827	6.2861
20	6.7275	0.1486	0.01746	57.2750	0.11746	8.5136	55.4069	6.5081
21	7.4002	0.1351	0.01562	64.0025	0.11562	8.6487	58.1095	6.7189
22	8.1403	0.1228	0.01401	71.4027	0.11401	8.7715	60.6893	6.9189
23	8.9543	0.1117	0.01257	79.5430	0.11257	8.8832	63.1462	7.1085
24	9.8497	0.1015	0.01130	88.4973	0.11130	8.9847	65.4813	7.2881
25	10.8347	0.0923	0.01017	98.3471	0.11017	9.0770	67.6964	7.4580
26	11.9182	0.0839	0.00916	109.1818	0.10916	9.1609	69.7940	7.6186
27	13.1100	0.0763	0.00826	121.0999	0.10826	9.2372	71.7773	7.7704
28	14.4210	0.0693	0.00745	134.2099	0.10745	9.3066	73.6495	7.9137
29	15.8631	0.0630	0.00673	148.6309	0.10673	9.3696	75.4146	8.0489
30	17.4494	0.0573	0.00608	164.4940	0.10608	9.4269	77.0766	8.1762
31	19.1943	0.0521	0.00550	181.9434	0.10550	9.4790	78.6395	8.2962
32	21.1138	0.0474	0.00497	201.1378	0.10497	9.5264	80.1078	8.4091
33	23.2252	0.0431	0.00450	222.2515	0.10450	9.5694	81.4856	8.5152
34	25.5477	0.0391	0.00407	245.4767	0.10407	9.6086	82.7773	8.6149
35	28.1024	0.0356	0.00369	271.0244	0.10369	9.6442	83.9872	8.7086
40	45.2593	0.0221	0.00226	442.5926	0.10226	9.7791	88.9525	9.0962
45	72.8905	0.0137	0.00139	718.9048	0.10139	9.8628	92.4544	9.3740
50	117.3909	0.0085	0.00086	1163.91	0.10086	9.9148	94.8889	9.5704
55	189.0591	0.0053	0.00053	1880.59	0.10053	9.9471	96.5619	9.7075
60	304.4816	0.0033	0.00033	3034.82	0.10033	9.9672	97.7010	9.8023
65	490.3707	0.0020	0.00020	4893.71	0.10020	9.9796	98.4705	9.8672
70	789.7470	0.0013	0.00013	7887.47	0.10013	9.9873	98.9870	9.9113
75	1271.90	0.0008	0.00008	12709	0.10008	9.9921	99.3317	9.9410
80	2048.40	0.0005	0.00005	20474	0.10005	9.9951	99.5606	9.9609
85	3298.97	0.0003	0.00003	32980	0.10003	9.9970	99.7120	9.9742
90	5313.02	0.0002	0.00002	53120	0.10002	9.9981	99.8118	9.9831
95	8556.68	0.0001	0.00001	85557	0.10001	9.9988	99.8773	9.9889
96	9412.34	0.0001	0.00001	94113	0.10001	9.9989	99.8874	9.9898
98	11389	0.0001	0.00001		0.10001	9.9991	99.9052	9.9914
100	13781	0.0001	0.00001		0.10001	9.9993	99.9202	9.9927

11%	TABLA 16 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							11%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.1100	0.9009	1.00000	1.0000	1.11000	0.9009		
2	1.2321	0.8116	0.47393	2.1100	0.58393	1.7125	0.8116	0.4739
3	1.3676	0.7312	0.29921	3.3421	0.40921	2.4437	2.2740	0.9306
4	1.5181	0.6587	0.21233	4.7097	0.32233	3.1024	4.2502	1.3700
5	1.6851	0.5935	0.16057	6.2278	0.27057	3.6959	6.6240	1.7923
6	1.8704	0.5346	0.12638	7.9129	0.23638	4.2305	9.2972	2.1976
7	2.0762	0.4817	0.10222	9.7833	0.21222	4.7122	12.1872	2.5863
8	2.3045	0.4339	0.08432	11.8594	0.19432	5.1461	15.2246	2.9585
9	2.5580	0.3909	0.07060	14.1640	0.18060	5.5370	18.3520	3.3144
10	2.8394	0.3522	0.05980	16.7220	0.16980	5.8892	21.5217	3.6544
11	3.1518	0.3173	0.05112	19.5614	0.16112	6.2065	24.6945	3.9788
12	3.4985	0.2858	0.04403	22.7132	0.15403	6.4924	27.8388	4.2879
13	3.8833	0.2575	0.03815	26.2116	0.14815	6.7499	30.9290	4.5822
14	4.3104	0.2320	0.03323	30.0949	0.14323	6.9819	33.9449	4.8619
15	4.7846	0.2090	0.02907	34.4054	0.13907	7.1909	36.8709	5.1275
16	5.3109	0.1883	0.02552	39.1899	0.13552	7.3792	39.6953	5.3794
17	5.8951	0.1696	0.02247	44.5008	0.13247	7.5488	42.4095	5.6180
18	6.5436	0.1528	0.01984	50.3959	0.12984	7.7016	45.0074	5.8439
19	7.2633	0.1377	0.01756	56.9395	0.12756	7.8393	47.4856	6.0574
20	8.0623	0.1240	0.01558	64.2028	0.12558	7.9633	49.8423	6.2590
21	8.9492	0.1117	0.01384	72.2651	0.12384	8.0751	52.0771	6.4491
22	9.9336	0.1007	0.01231	81.2143	0.12231	8.1757	54.1912	6.6283
23	11.0263	0.0907	0.01097	91.1479	0.12097	8.2664	56.1864	6.7969
24	12.2392	0.0817	0.00979	102.1742	0.11979	8.3481	58.0656	6.9555
25	13.5855	0.0736	0.00874	114.4133	0.11874	8.4217	59.8322	7.1045
26	15.0799	0.0663	0.00781	127.9988	0.11781	8.4881	61.4900	7.2443
27	16.7386	0.0597	0.00699	143.0786	0.11699	8.5478	63.0433	7.3754
28	18.5799	0.0538	0.00626	159.8173	0.11626	8.6016	64.4965	7.4982
29	20.6237	0.0485	0.00561	178.3972	0.11561	8.6501	65.8542	7.6131
30	22.8923	0.0437	0.00502	199.0209	0.11502	8.6938	67.1210	7.7206
31	25.4104	0.0394	0.00451	221.9132	0.11451	8.7331	68.3016	7.8210
32	28.2056	0.0355	0.00404	247.3236	0.11404	8.7686	69.4007	7.9147
33	31.3082	0.0319	0.00363	275.5292	0.11363	8.8005	70.4228	8.0021
34	34.7521	0.0288	0.00326	306.8374	0.11326	8.8293	71.3724	8.0836
35	38.5749	0.0259	0.00293	341.5896	0.11293	8.8552	72.2538	8.1594
40	65.0009	0.0154	0.00172	581.8261	0.11172	8.9511	75.7789	8.4659
45	109.5302	0.0091	0.00101	986.6386	0.11101	9.0079	78.1551	8.6763
50	184.5648	0.0054	0.00060	1668.77	0.11060	9.0417	79.7341	8.8185
55	311.0025	0.0032	0.00035	2818.20	0.11035	9.0617	80.7712	8.9135
60	524.0572	0.0019	0.00021	4755.07	0.11021	9.0736	81.4461	8.9762
65	883.0669	0.0011	0.00012	8018.79	0.11012	9.0806	81.8819	9.0172
70	1488.02	0.0007	0.00007	13518	0.11007	9.0848	82.1614	9.0438
75	2507.40	0.0004	0.00004	22785	0.11004	9.0873	82.3397	9.0610
80	4225.11	0.0002	0.00003	38401	0.11003	9.0888	82.4529	9.0720
85	7119.56	0.0001	0.00002	64714	0.11002	9.0896	82.5245	9.0790

12%	TABLA 17 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							12%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.1200	0.8929	1.00000	1.0000	1.12000	0.8929		
2	1.2544	0.7972	0.47170	2.1200	0.59170	1.6901	0.7972	0.4717
3	1.4049	0.7118	0.29635	3.3744	0.41635	2.4018	2.2208	0.9246
4	1.5735	0.6355	0.20923	4.7793	0.32923	3.0373	4.1273	1.3589
5	1.7623	0.5674	0.15741	6.3528	0.27741	3.6048	6.3970	1.7746
6	1.9738	0.5066	0.12323	8.1152	0.24323	4.1114	8.9302	2.1720
7	2.2107	0.4523	0.09912	10.0890	0.21912	4.5638	11.6443	2.5512
8	2.4760	0.4039	0.08130	12.2997	0.20130	4.9676	14.4714	2.9131
9	2.7731	0.3606	0.06768	14.7757	0.18768	5.3282	17.3563	3.2574
10	3.1058	0.3220	0.05698	17.5487	0.17698	5.6502	20.2541	3.5847
11	3.4785	0.2875	0.04842	20.6546	0.16842	5.9377	23.1288	3.8953
12	3.8960	0.2567	0.04144	24.1331	0.16144	6.1944	25.9523	4.1897
13	4.3635	0.2292	0.03568	28.0291	0.15568	6.4235	28.7024	4.4683
14	4.8871	0.2046	0.03087	32.3926	0.15087	6.6282	31.3624	4.7317
15	5.4736	0.1827	0.02682	37.2797	0.14682	6.8109	33.9202	4.9803
16	6.1304	0.1631	0.02339	42.7533	0.14339	6.9740	36.3670	5.2147
17	6.8660	0.1456	0.02046	48.8837	0.14046	7.1196	38.6973	5.4353
18	7.6900	0.1300	0.01794	55.7497	0.13794	7.2497	40.9080	5.6427
19	8.6128	0.1161	0.01576	63.4397	0.13576	7.3658	42.9979	5.8375
20	9.6463	0.1037	0.01388	72.0524	0.13388	7.4694	44.9676	6.0202
21	10.8038	0.0926	0.01224	81.6987	0.13224	7.5620	46.8188	6.1913
22	12.1003	0.0826	0.01081	92.5026	0.13081	7.6446	48.5543	6.3514
23	13.5523	0.0738	0.00956	104.6029	0.12956	7.7184	50.1776	6.5010
24	15.1786	0.0659	0.00846	118.1552	0.12846	7.7843	51.6929	6.6406
25	17.0001	0.0588	0.00750	133.3339	0.12750	7.8431	53.1046	6.7708
26	19.0401	0.0525	0.00665	150.3339	0.12665	7.8957	54.4177	6.8921
27	21.3249	0.0469	0.00590	169.3740	0.12590	7.9426	55.6369	7.0049
28	23.8839	0.0419	0.00524	190.6989	0.12524	7.9844	56.7674	7.1098
29	26.7499	0.0374	0.00466	214.5828	0.12466	8.0218	57.8141	7.2071
30	29.9599	0.0334	0.00414	241.3327	0.12414	8.0552	58.7821	7.2974
31	33.5551	0.0298	0.00369	271.2926	0.12369	8.0850	59.6761	7.3811
32	37.5817	0.0266	0.00328	304.8477	0.12328	8.1116	60.5010	7.4586
33	42.0915	0.0238	0.00292	342.4294	0.12292	8.1354	61.2612	7.5302
34	47.1425	0.0212	0.00260	384.5210	0.12260	8.1566	61.9612	7.5965
35	52.7996	0.0189	0.00232	431.6635	0.12232	8.1755	62.6052	7.6577
40	93.0510	0.0107	0.00130	767.0914	0.12130	8.2438	65.1159	7.8988
45	163.9876	0.0061	0.0074	1358.23	0.12074	8.2825	66.7342	8.0572
50	289.0022	0.0035	0.00042	2400.02	0.12042	8.3045	67.7624	8.1597
55	509.3206	0.0020	0.00024	4236.01	0.12024	8.3170	68.4082	8.2251
60	897.5969	0.0011	0.00013	7471.64	0.12013	8.3240	68.8100	8.2664
65	1581.87	0.0006	0.00008	13174	0.12008	8.3281	69.0581	8.2922
70	2787.80	0.0004	0.00004	23223	0.12004	8.3303	69.2103	8.3082
75	4913.06	0.0002	0.00002	40934	0.12002	8.3316	69.3031	8.3181
80	8658.48	0.0001	0.00001	72146	0.12001	8.3324	69.3594	8.3241
85	15259	0.0001	0.00001		0.12001	8.3328	69.3935	8.3278

14%	TABLA 18 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							14%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.1400	0.8772	1.00000	1.0000	1.14000	0.8772		
2	1.2996	0.7695	0.46729	2.1400	0.60729	1.6467	0.7695	0.4673
3	1.4815	0.6750	0.29073	3.4396	0.43073	2.3216	2.1194	0.9129
4	1.6890	0.5921	0.20320	4.9211	0.34320	2.9137	3.8957	1.3370
5	1.9254	0.5194	0.15128	6.6101	0.29128	3.4331	5.9731	1.7399
6	2.1950	0.4556	0.11716	8.5355	0.25716	3.8887	8.2511	2.1218
7	2.5023	0.3996	0.09319	10.7305	0.23319	4.2883	10.6489	2.4832
8	2.8526	0.3506	0.07557	13.2328	0.21557	4.6389	13.1028	2.8246
9	3.2519	0.3075	0.06217	16.0853	0.20217	4.9464	15.5629	3.1463
10	3.7072	0.2697	0.05171	19.3373	0.19171	5.2161	17.9906	3.4490
11	4.2262	0.2366	0.04339	23.0445	0.18339	5.4527	20.3567	3.7333
12	4.8179	0.2076	0.03667	27.2707	0.17667	5.6603	22.6399	3.9998
13	5.4924	0.1821	0.03116	32.0887	0.17116	5.8424	24.8247	4.2491
14	6.2613	0.1597	0.02661	37.5811	0.16661	6.0021	26.9009	4.4819
15	7.1379	0.1401	0.02281	43.8424	0.16281	6.1422	28.8623	4.6990
16	8.1372	0.1229	0.01962	50.9804	0.15962	6.2651	30.7057	4.9011
17	9.2765	0.1078	0.01692	59.1176	0.15692	6.3729	32.4305	5.0888
18	10.5752	0.0946	0.01462	68.3941	0.15462	6.4674	34.0380	5.2630
19	12.0557	0.0829	0.01266	78.9692	0.15266	6.5504	35.5311	5.4243
20	13.7435	0.0728	0.01099	91.0249	0.15099	6.6231	36.9135	5.5734
21	15.6676	0.0638	0.00954	104.7684	0.14954	6.6870	38.1901	5.7111
22	17.8610	0.0560	0.00830	120.4360	0.14830	6.7429	39.3658	5.8381
23	20.3616	0.0491	0.00723	138.2970	0.14723	6.7921	40.4463	5.9549
24	23.2122	0.0431	0.00630	158.6586	0.14630	6.8351	41.4371	6.0624
25	26.4619	0.0378	0.00550	181.8708	0.14550	6.8729	42.3441	6.1610
26	30.1666	0.0331	0.00480	208.3327	0.14480	6.9061	43.1728	6.2514
27	34.3899	0.0291	0.00419	238.4993	0.14419	6.9352	43.9289	6.3342
28	39.2045	0.0255	0.00366	272.8892	0.14366	6.9607	44.6176	6.4100
29	44.6931	0.0224	0.00320	312.0937	0.14320	6.9830	45.2441	6.4791
30	50.9502	0.0196	0.00280	356.7868	0.14280	7.0027	45.8132	6.5423
31	58.0832	0.0172	0.00245	407.7370	0.14245	7.0199	46.3297	6.5998
32	66.2148	0.0151	0.00215	465.8202	0.14215	7.0350	46.7979	6.6522
33	75.4849	0.0132	0.00188	532.0350	0.14188	7.0482	47.2218	6.6998
34	86.0528	0.0116	0.00165	607.5199	0.14165	7.0599	47.6053	6.7431
35	98.1002	0.0102	0.00144	693.5727	0.14144	7.0700	47.9519	6.7824
40	188.8835	0.0053	0.00075	1342.03	0.14075	7.1050	49.2376	6.9300
45	363.6791	0.0027	0.00039	2590.56	0.14039	7.1232	49.9963	7.0188
50	700.2330	0.0014	0.00020	4994.52	0.14020	7.1327	50.4375	7.0714
55	1348.24	0.0007	0.00010	9623.13	0.14010	7.1376	50.6912	7.1020
60	2595.92	0.0004	0.00005	18535	0.14005	7.1401	50.8357	7.1197
65	4998.22	0.0002	0.00003	35694	0.14003	7.1414	50.9173	7.1298
70	9623.64	0.0001	0.00001	68733	0.14001	7.1421	50.9632	7.1356
75	18530	0.0001	0.00001		0.14001	7.1425	50.9887	7.1388
80	35677				0.14000	7.1427	51.0030	7.1406
85	68693				0.14000	7.1428	51.0108	7.1416

15%	TABLA 19 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							15%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.1500	0.8696	1.00000	1.0000	1.15000	0.8696		
2	1.3225	0.7561	0.46512	2.1500	0.61512	1.6257	0.7561	0.4651
3	1.5209	0.6575	0.28798	3.4725	0.43798	2.2832	2.0712	0.9071
4	1.7490	0.5718	0.20027	4.9934	0.35027	2.8550	3.7864	1.3263
5	2.0114	0.4972	0.14832	6.7424	0.29832	3.3522	5.7751	1.7228
6	2.3131	0.4323	0.11424	8.7537	0.26424	3.7845	7.9368	2.0972
7	2.6600	0.3759	0.09036	11.0668	0.24036	4.1604	10.1924	2.4498
8	3.0590	0.3269	0.07285	13.7268	0.22285	4.4873	12.4807	2.7813
9	3.5179	0.2843	0.05957	16.7858	0.20957	4.7716	14.7548	3.0922
10	4.0456	0.2472	0.04925	20.3037	0.19925	5.0188	16.9795	3.3832
11	4.6524	0.2149	0.04107	24.3493	0.19107	5.2337	19.1289	3.6549
12	5.3503	0.1869	0.03448	29.0017	0.18448	5.4206	21.1849	3.9082
13	6.1528	0.1625	0.02911	34.3519	0.17911	5.5831	23.1352	4.1438
14	7.0757	0.1413	0.02469	40.5047	0.17469	5.7245	24.9725	4.3624
15	8.1371	0.1229	0.02102	47.5804	0.17102	5.8474	26.6930	4.5650
16	9.3576	0.1069	0.01795	55.7175	0.16795	5.9542	28.2960	4.7522
17	10.7613	0.0929	0.01537	65.0751	0.16537	6.0472	29.7828	4.9251
18	12.3755	0.0808	0.01319	75.8364	0.16319	6.1280	31.1565	5.0843
19	14.2318	0.0703	0.01134	88.2118	0.16134	6.1982	32.4213	5.2307
20	16.3665	0.0611	0.00976	102.4436	0.15976	6.2593	33.5822	5.3651
21	18.8215	0.0531	0.00842	118.8101	0.15842	6.3125	34.6448	5.4883
22	21.6447	0.0462	0.00727	137.6316	0.15727	6.3587	35.6150	5.6010
23	24.8915	0.0402	0.00628	159.2764	0.15628	6.3988	36.4988	5.7040
24	28.6252	0.0349	0.00543	184.1678	0.15543	6.4338	37.3023	5.7979
25	32.9190	0.0304	0.00470	212.7930	0.15470	6.4641	38.0314	5.8834
26	37.8568	0.0264	0.00407	245.7120	0.15407	6.4906	38.6918	5.9612
27	43.5353	0.0230	0.00353	283.5688	0.15353	6.5135	39.2890	6.0319
28	50.0656	0.0200	0.00306	327.1041	0.15306	6.5335	39.8283	6.0960
29	57.5755	0.0174	0.00265	377.1697	0.15265	6.5509	40.3146	6.1541
30	66.2118	0.0151	0.00230	434.7451	0.15230	6.5660	40.7526	6.2066
31	76.1435	0.0131	0.00200	500.9569	0.15200	6.5791	41.1466	6.2541
32	87.5651	0.0114	0.00173	577.1005	0.15173	6.5905	41.5006	6.2970
33	100.6998	0.0099	0.00150	664.6655	0.15150	6.6005	41.8184	6.3357
34	115.8048	0.0086	0.00131	765.3654	0.15131	6.6091	42.1033	6.3705
35	133.1755	0.0075	0.00113	881.1702	0.15113	6.6166	42.3586	6.4019
40	267.8635	0.0037	0.00056	1779.09	0.15056	6.6418	43.2830	6.5168
45	538.7693	0.0019	0.00028	3585.13	0.15028	6.6543	43.8051	6.5830
50	1083.66	0.0009	0.00014	7217.72	0.15014	6.6605	44.0958	6.6205
55	2179.62	0.0005	0.00007	14524	0.15007	6.6636	44.2558	6.6414
60	4384.00	0.0002	0.00003	29220	0.15003	6.6651	44.3431	6.6530
65	8817.79	0.0001	0.00002	58779	0.15002	6.6659	44.3903	6.6593
70	17736	0.0001	0.00001		0.15001	6.6663	44.4156	6.6627
75	35673				0.15000	6.6665	44.4292	6.6646
80	71751				0.15000	6.6666	44.4364	6.6656
85					0.15000	6.6666	44.4402	6.6661

16%	TABLA 20 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							*16%*
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.1600	0.8621	1.00000	1.0000	1.16000	0.8621		
2	1.3456	0.7432	0.46296	2.1600	0.62296	1.6052	0.7432	0.4630
3	1.5609	0.6407	0.28526	3.5056	0.44526	2.2459	2.0245	0.9014
4	1.8106	0.5523	0.19738	5.0665	0.35738	2.7982	3.6814	1.3156
5	2.1003	0.4761	0.14541	6.8771	0.30541	3.2743	5.5858	1.7060
6	2.4364	0.4104	0.11139	8.9775	0.27139	3.6847	7.6380	2.0729
7	2.8262	0.3538	0.08761	11.4139	0.24761	4.0386	9.7610	2.4169
8	3.2784	0.3050	0.07022	14.2401	0.23022	4.3436	11.8962	2.7388
9	3.8030	0.2630	0.05708	17.5185	0.21708	4.6065	13.9998	3.0391
10	4.4114	0.2267	0.04690	21.3215	0.20690	4.8332	16.0399	3.3187
11	5.1173	0.1954	0.03886	25.7329	0.19886	5.0286	17.9941	3.5783
12	5.9360	0.1685	0.03241	30.8502	0.19241	5.1971	19.8472	3.8189
13	6.8858	0.1452	0.02718	36.7862	0.18718	5.3423	21.5899	4.0413
14	7.9875	0.1252	0.02290	43.6720	0.18290	5.4675	23.2175	4.2464
15	9.2655	0.1079	0.01936	51.6595	0.17936	5.5755	24.7284	4.4352
16	10.7480	0.0930	0.01641	60.9250	0.17641	5.6685	26.1241	4.6086
17	12.4677	0.0802	0.01395	71.6730	0.17395	5.7487	27.4074	4.7676
18	14.4625	0.0691	0.01188	84.1407	0.17188	5.8178	28.5828	4.9130
19	16.7765	0.0596	0.01014	98.6032	0.17014	5.8775	29.6557	5.0457
20	19.4608	0.0514	0.00867	115.3797	0.16867	5.9288	30.6321	5.1666
22	26.1864	0.0382	0.00635	157.4150	0.16635	6.0113	32.3200	5.3765
24	35.2364	0.0284	0.00467	213.9776	0.16467	6.0726	33.6970	5.5490
26	47.4141	0.0211	0.00345	290.0883	0.16345	6.1182	34.8114	5.6898
28	63.8004	0.0157	0.00255	392.5028	0.16255	6.1520	35.7073	5.8041
30	85.8499	0.0116	0.00189	530.3117	0.16189	6.1772	36.4234	5.8964
32	115.5196	0.0087	0.00140	715.7475	0.16140	6.1959	36.9930	5.9706
34	155.4432	0.0064	0.00104	965.2698	0.16104	6.2098	37.4441	6.0299
35	180.3141	0.0055	0.00089	1120.71	0.16089	6.2153	37.6327	6.0548
36	209.1643	0.0048	0.00077	1301.03	0.16077	6.2201	37.8000	6.0771
38	281.4515	0.0036	0.00057	1752.82	0.16057	6.2278	38.0799	6.1145
40	378.7212	0.0026	0.00042	2360.76	0.16042	6.2335	38.2992	6.1441
45	795.4438	0.0013	0.00020	4965.27	0.16020	6.2421	38.6598	6.1934
50	1670.70	0.0006	0.00010	10436	0.16010	6.2463	38.8521	6.2201
55	3509.05	0.0003	0.00005	21925	0.16005	6.2482	38.9534	6.2343
60	7370.20	0.0001	0.00002	46058	0.16002	6.2492	39.0063	6.2419

18%	TABLA 21 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							18%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.1800	0.8475	1.00000	1.0000	1.18000	0.8475		
2	1.3924	0.7182	0.45872	2.1800	0.63872	1.5656	0.7182	0.4587
3	1.6430	0.6086	0.27992	3.5724	0.45992	2.1743	1.9354	0.8902
4	1.9388	0.5158	0.19174	5.2154	0.37174	2.6901	3.4828	1.2947
5	2.2878	0.4371	0.13978	7.1542	0.31978	3.1272	5.2312	1.6728
6	2.6996	0.3704	0.10591	9.4420	0.28591	3.4976	7.0834	2.0252
7	3.1855	0.3139	0.08236	12.1415	0.26236	3.8115	8.9670	2.3526
8	3.7589	0.2660	0.06524	15.3270	0.24524	4.0776	10.8292	2.6558
9	4.4355	0.2255	0.05239	19.0859	0.23239	4.3030	12.6329	2.9358
10	5.2338	0.1911	0.04251	23.5213	0.22251	4.4941	14.3525	3.1936
11	6.1759	0.1619	0.03478	28.7551	0.21478	4.6560	15.9716	3.4303
12	7.2876	0.1372	0.02863	34.9311	0.20863	4.7932	17.4811	3.6470
13	8.5994	0.1163	0.02369	42.2187	0.20369	4.9095	18.8765	3.8449
14	10.1472	0.0985	0.01968	50.8180	0.19968	5.0081	20.1576	4.0250
15	11.9737	0.0835	0.01640	60.9653	0.19640	5.0916	21.3269	4.1887
16	14.1290	0.0708	0.01371	72.9390	0.19371	5.1624	22.3885	4.3369
17	16.6722	0.0600	0.01149	87.0680	0.19149	5.2223	23.3482	4.4708
18	19.6733	0.0508	0.00964	103.7403	0.18964	5.2732	24.2123	4.5916
19	23.2144	0.0431	0.00810	123.4135	0.18810	5.3162	24.9877	4.7003
20	27.3930	0.0365	0.00682	146.6280	0.18682	5.3527	25.6813	4.7978
22	38.1421	0.0262	0.00485	206.3448	0.18485	5.4099	26.8506	4.9632
24	53.1090	0.0188	0.00345	289.4945	0.18345	5.4509	27.7725	5.0950
26	73.9490	0.0135	0.00247	405.2721	0.18247	5.4804	28.4935	5.1991
28	102.9666	0.0097	0.00177	566.4809	0.18177	5.5016	29.0537	5.2810
30	143.3706	0.0070	0.00126	790.9480	0.18126	5.5168	29.4864	5.3448
32	199.6293	0.0050	0.00091	1103.50	0.18091	5.5277	29.8191	5.3945
34	277.9638	0.0036	0.00065	1538.69	0.18065	5.5356	30.0736	5.4328
35	327.9973	0.0030	0.00055	1816.65	0.18055	5.5386	30.1773	5.4485
36	387.0368	0.0026	0.00047	2144.65	0.18047	5.5412	30.2677	5.4623
38	538.9100	0.0019	0.00033	2988.39	0.18033	5.5452	30.4152	5.4849
40	750.3783	0.0013	0.00024	4163.21	0.18024	5.5482	30.5269	5.5022
45	1716.68	0.0006	0.00010	9531.58	0.18010	5.5523	30.7006	5.5293
50	3927.36	0.0003	0.00005	21813	0.18005	5.5541	30.7856	5.5428
55	8984.84	0.0001	0.00002	49910	0.18002	5.5549	30.8268	5.5494
60	20555			114190	0.18001	5.5553	30.8465	5.5526

20%	**TABLA 22** Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							*20%*
	Pagos únicos		**Serie de pagos uniformes**				**Gradientes aritméticos**	
n	**Cantidad compuesta** ***F/P***	**Valor presente** ***P/F***	**Fondo hundido** ***A/F***	**Cantidad compuesta** ***F/A***	**Recuperación de capital** ***A/P***	**Valor presente** ***P/A***	**Valor presente del gradiente** ***P/G***	**Serie uniforme del gradiente** ***A/G***
1	1.2000	0.8333	1.00000	1.0000	1.20000	0.8333		
2	1.4400	0.6944	0.45455	2.2000	0.65455	1.5278	0.6944	0.4545
3	1.7280	0.5787	0.27473	3.6400	0.47473	2.1065	1.8519	0.8791
4	2.0736	0.4823	0.18629	5.3680	0.38629	2.5887	3.2986	1.2742
5	2.4883	0.4019	0.13438	7.4416	0.33438	2.9906	4.9061	1.6405
6	2.9860	0.3349	0.10071	9.9299	0.30071	3.3255	6.5806	1.9788
7	3.5832	0.2791	0.07742	12.9159	0.27742	3.6046	8.2551	2.2902
8	4.2998	0.2326	0.06061	16.4991	0.26061	3.8372	9.8831	2.5756
9	5.1598	0.1938	0.04808	20.7989	0.24808	4.0310	11.4335	2.8364
10	6.1917	0.1615	0.03852	25.9587	0.23852	4.1925	12.8871	3.0739
11	7.4301	0.1346	0.03110	32.1504	0.23110	4.3271	14.2330	3.2893
12	8.9161	0.1122	0.02526	39.5805	0.22526	4.4392	15.4667	3.4841
13	10.6993	0.0935	0.02062	48.4966	0.22062	4.5327	16.5883	3.6597
14	12.8392	0.0779	0.01689	59.1959	0.21689	4.6106	17.6008	3.8175
15	15.4070	0.0649	0.01388	72.0351	0.21388	4.6755	18.5095	3.9588
16	18.4884	0.0541	0.01144	87.4421	0.21144	4.7296	19.3208	4.0851
17	22.1861	0.0451	0.00944	105.9306	0.20944	4.7746	20.0419	4.1976
18	26.6233	0.0376	0.00781	128.1167	0.20781	4.8122	20.6805	4.2975
19	31.9480	0.0313	0.00646	154.7400	0.20646	4.8435	21.2439	4.3861
20	38.3376	0.0261	0.00536	186.6880	0.20536	4.8696	21.7395	4.4643
22	55.2061	0.0181	0.00369	271.0307	0.20369	4.9094	22.5546	4.5941
24	79.4968	0.0126	0.00255	392.4842	0.20255	4.9371	23.1760	4.6943
26	114.4755	0.0087	0.00176	567.3773	0.20176	4.9563	23.6460	4.7709
28	164.8447	0.0061	0.00122	819.2233	0.20122	4.9697	23.9991	4.8291
30	237.3763	0.0042	0.00085	1181.88	0.20085	4.9789	24.2628	4.8731
32	341.8219	0.0029	0.00059	1704.11	0.20059	4.9854	24.4588	4.9061
34	492.2235	0.0020	0.00041	2456.12	0.20041	4.9898	24.6038	4.9308
35	590.6682	0.0017	0.00034	2948.34	0.20034	4.9915	24.6614	4.9406
36	708.8019	0.0014	0.00028	3539.01	0.20028	4.9929	24.7108	4.9491
38	1020.67	0.0010	0.00020	5098.37	0.20020	4.9951	24.7894	4.9627
40	1469.77	0.0007	0.00014	7343.86	0.20014	4.9966	24.8469	4.9728
45	3657.26	0.0003	0.00005	18281	0.20005	4.9986	24.9316	4.9877
50	9100.44	0.0001	0.00002	45497	0.20002	4.9995	24.9698	4.9945
55	22645		0.00001		0.20001	4.9998	24.9868	4.9976

22%	TABLA 23 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							22%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.2200	0.8197	1.00000	1.0000	1.22000	0.8197		
2	1.4884	0.6719	0.45045	2.2200	0.67045	1.4915	0.6719	0.4505
3	1.8158	0.5507	0.26966	3.7084	0.48966	2.0422	1.7733	0.8683
4	2.2153	0.4514	0.18102	5.5242	0.40102	2.4936	3.1275	1.2542
5	2.7027	0.3700	0.12921	7.7396	0.34921	2.8636	4.6075	1.6090
6	3.2973	0.3033	0.09576	10.4423	0.31576	3.1669	6.1239	1.9337
7	4.0227	0.2486	0.07278	13.7396	0.29278	3.4155	7.6154	2.2297
8	4.9077	0.2038	0.05630	17.7623	0.27630	3.6193	9.0417	2.4982
9	5.9874	0.1670	0.04411	22.6700	0.26411	3.7863	10.3779	2.7409
10	7.3046	0.1369	0.03489	28.6574	0.25489	3.9232	11.6100	2.9593
11	8.9117	0.1122	0.02781	35.9620	0.24781	4.0354	12.7321	3.1551
12	10.8722	0.0920	0.02228	44.8737	0.24228	4.1274	13.7438	3.3299
13	13.2641	0.0754	0.01794	55.7459	0.23794	4.2028	14.6485	3.4855
14	16.1822	0.0618	0.01449	69.0100	0.23449	4.2646	15.4519	3.6233
15	19.7423	0.0507	0.01174	85.1922	0.23174	4.3152	16.1610	3.7451
16	24.0856	0.0415	0.00953	104.9345	0.22953	4.3567	16.7838	3.8524
17	29.3844	0.0340	0.00775	129.0201	0.22775	4.3908	17.3283	3.9465
18	35.8490	0.0279	0.00631	158.4045	0.22631	4.4187	17.8025	4.0289
19	43.7358	0.0229	0.00515	194.2535	0.22515	4.4415	18.2141	4.1009
20	53.3576	0.0187	0.00420	237.9893	0.22420	4.4603	18.5702	4.1635
22	79.4175	0.0126	0.00281	356.4432	0.22281	4.4882	19.1418	4.2649
24	118.2050	0.0085	0.00188	532.7501	0.22188	4.5070	19.5635	4.3407
26	175.9364	0.0057	0.00126	795.1653	0.22126	4.5196	19.8720	4.3968
28	261.8637	0.0038	0.00084	1185.74	0.22084	4.5281	20.0962	4.4381
30	389.7579	0.0026	0.00057	1767.08	0.22057	4.5338	20.2583	4.4683
32	580.1156	0.0017	0.00038	2632.34	0.22038	4.5376	20.3748	4.4902
34	863.4441	0.0012	0.00026	3920.20	0.22026	4.5402	20.4582	4.5060
35	1053.40	0.0009	0.00021	4783.64	0.22021	4.5411	20.4905	4.5122
36	1285.15	0.0008	0.00017	5837.05	0.22017	4.5419	20.5178	4.5174
38	1912.82	0.0005	0.00012	8690.08	0.22012	4.5431	20.5601	4.5256
40	2847.04	0.0004	0.00008	12937	0.22008	4.5439	20.5900	4.5314
45	7694.71	0.0001	0.00003	34971	0.22003	4.5449	20.6319	4.5396
50	20797		0.00001	94525	0.22001	4.5452	20.6492	4.5431
55	56207				0.22000	4.5454	20.6563	4.5445

24%	TABLA 24 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							24%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.2400	0.8065	1.00000	1.0000	1.24000	0.8065		
2	1.5376	0.6504	0.44643	2.2400	0.68643	1.4568	0.6504	0.4464
3	1.9066	0.5245	0.26472	3.7776	0.50472	1.9813	1.6993	0.8577
4	2.3642	0.4230	0.17593	5.6842	0.41593	2.4043	2.9683	1.2346
5	2.9316	0.3411	0.12425	8.0484	0.36425	2.7454	4.3327	1.5782
6	3.6352	0.2751	0.09107	10.9801	0.33107	3.0205	5.7081	1.8898
7	4.5077	0.2218	0.06842	14.6153	0.30842	3.2423	7.0392	2.1710
8	5.5895	0.1789	0.05229	19.1229	0.29229	3.4212	8.2915	2.4236
9	6.9310	0.1443	0.04047	24.7125	0.28047	3.5655	9.4458	2.6492
10	8.5944	0.1164	0.03160	31.6434	0.27160	3.6819	10.4930	2.8499
11	10.6571	0.0938	0.02485	40.2379	0.26485	3.7757	11.4313	3.0276
12	13.2148	0.0757	0.01965	50.8950	0.25965	3.8514	12.2637	3.1843
13	16.3863	0.0610	0.01560	64.1097	0.25560	3.9124	12.9960	3.3218
14	20.3191	0.0492	0.01242	80.4961	0.25242	3.9616	13.6358	3.4420
15	25.1956	0.0397	0.00992	100.8151	0.24992	4.0013	14.1915	3.5467
16	31.2426	0.0320	0.00794	126.0108	0.24794	4.0333	14.6716	3.6376
17	38.7408	0.0258	0.00636	157.2534	0.24636	4.0591	15.0846	3.7162
18	48.0386	0.0208	0.00510	195.9942	0.24510	4.0799	15.4385	3.7840
19	59.5679	0.0168	0.00410	244.0328	0.24410	4.0967	15.7406	3.8423
20	73.8641	0.0135	0.00329	303.6006	0.24329	4.1103	15.9979	3.8922
22	113.5735	0.0088	0.00213	469.0563	0.24213	4.1300	16.4011	3.9712
24	174.6306	0.0057	0.00138	723.4610	0.24138	4.1428	16.6891	4.0284
26	268.5121	0.0037	0.00090	1114.63	0.24090	4.1511	16.8930	4.0695
28	412.8642	0.0024	0.00058	1716.10	0.24058	4.1566	17.0365	4.0987
30	634.8199	0.0016	0.00038	2640.92	0.24038	4.1601	17.1369	4.1193
32	976.0991	0.0010	0.00025	4062.91	0.24025	4.1624	17.2067	4.1338
34	1500.85	0.0007	0.00016	6249.38	0.24016	4.1639	17.2552	4.1440
35	1861.05	0.0005	0.00013	7750.23	0.24013	4.1664	17.2734	4.1479
36	2307.71	0.0004	0.00010	9611.28	0.24010	4.1649	17.2886	4.1511
38	3548.33	0.0003	0.00007	14781	0.24007	4.1655	17.3116	4.1560
40	5455.91	0.0002	0.00004	22729	0.24004	4.1659	17.3274	4.1593
45	15995	0.0001	0.00002	66640	0.24002	4.1664	17.3483	4.1639
50	46890		0.00001		0.24001	4.1666	17.3563	4.1653
55					0.24000	4.1666	17.3593	4.1663

25%	TABLA 25 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							25%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.2500	0.8000	1.00000	1.0000	1.25000	0.8000		
2	1.5625	0.6400	0.44444	2.2500	0.69444	1.4400	0.6400	0.4444
3	1.9531	0.5120	0.26230	3.8125	0.51230	1.9520	1.6640	0.8525
4	2.4414	0.4096	0.17344	5.7656	0.42344	2.3616	2.8928	1.2249
5	3.0518	0.3277	0.12185	8.2070	0.37185	2.6893	4.2035	1.5631
6	3.8147	0.2621	0.08882	11.2588	0.33882	2.9514	5.5142	1.8683
7	4.7684	0.2097	0.06634	15.0735	0.31634	3.1611	6.7725	2.1424
8	5.9605	0.1678	0.05040	19.8419	0.30040	3.3289	7.9469	2.3872
9	7.4506	0.1342	0.03876	25.8023	0.28876	3.4631	9.0207	2.6048
10	9.3132	0.1074	0.03007	33.2529	0.28007	3.5705	9.9870	2.7971
11	11.6415	0.0859	0.02349	42.5661	0.27349	3.6564	10.8460	2.9663
12	14.5519	0.0687	0.01845	54.2077	0.26845	3.7251	11.6020	3.1145
13	18.1899	0.0550	0.01454	68.7596	0.26454	3.7801	12.2617	3.2437
14	22.7374	0.0440	0.01150	86.9495	0.26150	3.8241	12.8334	3.3559
15	28.4217	0.0352	0.00912	109.6868	0.25912	3.8593	13.3260	3.4530
16	35.5271	0.0281	0.00724	138.1085	0.25724	3.8874	13.7482	3.5366
17	44.4089	0.0225	0.00576	173.6357	0.25576	3.9099	14.1085	3.6084
18	55.5112	0.0180	0.00459	218.0446	0.25459	3.9279	14.4147	3.6698
19	69.3889	0.0144	0.00366	273.5558	0.25366	3.9424	14.6741	3.7222
20	86.7362	0.0115	0.00292	342.9447	0.25292	3.9539	14.8932	3.7667
22	135.5253	0.0074	0.00186	538.1011	0.25186	3.9705	15.2326	3.8365
24	211.7582	0.0047	0.00119	843.0329	0.25119	3.9811	15.4711	3.8861
26	330.8722	0.0030	0.00076	1319.49	0.25076	3.9879	15.6373	3.9212
28	516.9879	0.0019	0.00048	2063.95	0.25048	3.9923	15.7524	3.9457
30	807.7936	0.0012	0.00031	3227.17	0.25031	3.9950	15.8316	3.9628
32	1262.18	0.0008	0.00020	5044.71	0.25020	3.9968	15.8859	3.9746
34	1972.15	0.0005	0.00013	7884.61	0.25013	3.9980	15.9229	3.9828
35	2465.19	0.0004	0.00010	9856.76	.025010	3.9984	15.9367	3.9858
36	3081.49	0.0003	0.00008	12322	0.25008	3.9987	15.9481	3.9883
38	4814.82	0.0002	0.00005	19255	0.25005	3.9992	15.9651	3.9921
40	7523.16	0.0001	0.00003	30089	0.25003	3.9995	15.9766	3.9947
45	22959		0.00001	91831	0.25001	3.9998	15.9915	3.9980
50	70065				0.25000	3.9999	15.9969	3.9993
55					0.25000	4.0000	15.9989	3.9997

30%	**TABLA 26** Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							*30%*
	Pagos únicos		**Serie de pagos uniformes**				**Gradientes aritméticos**	
n	**Cantidad compuesta** *F*/*P*	**Valor presente** *P*/*F*	**Fondo hundido** *A*/*F*	**Cantidad compuesta** *F*/*A*	**Recuperación de capital** *A*/*P*	**Valor presente** *P*/*A*	**Valor presente del gradiente** *P*/*G*	**Serie uniforme del gradiente** *A*/*G*
1	1.3000	0.7692	1.00000	1.0000	1.30000	0.7692		
2	1.6900	0.5917	0.43478	2.3000	0.73478	1.3609	0.5917	0.4348
3	2.1970	0.4552	0.25063	3.9900	0.55063	1.8161	1.5020	0.8271
4	2.8561	0.3501	0.16163	6.1870	0.46163	2.1662	2.5524	1.1783
5	3.7129	0.2693	0.11058	9.0431	0.41058	2.4356	3.6297	1.4903
6	4.8268	0.2072	0.07839	12.7560	0.37839	2.6427	4.6656	1.7654
7	6.2749	0.1594	0.05687	17.5828	0.35687	2.8021	5.6218	2.0063
8	8.1573	0.1226	0.04192	23.8577	0.34192	2.9247	6.4800	2.2156
9	10.6045	0.0943	0.03124	32.0150	0.33124	3.0190	7.2343	2.3963
10	13.7858	0.0725	0.02346	42.6195	0.32346	3.0915	7.8872	2.5512
11	17.9216	0.0558	0.01773	56.4053	0.31773	3.1473	8.4452	2.6833
12	23.2981	0.0429	0.01345	74.3270	0.31345	3.1903	8.9173	2.7952
13	30.2875	0.0330	0.01024	97.6250	0.31024	3.2233	9.3135	2.8895
14	39.3738	0.0254	0.00782	127.9125	0.30782	3.2487	9.6437	2.9685
15	51.1859	0.0195	0.00598	167.2863	0.30598	3.2682	9.9172	3.0344
16	66.5417	0.0150	0.00458	218.4722	0.30458	3.2832	10.1426	3.0892
17	86.5042	0.0116	0.00351	285.0139	0.30351	3.2948	10.3276	3.1345
18	112.4554	0.0089	0.00269	371.5180	0.30269	3.3037	10.4788	3.1718
19	146.1920	0.0068	0.00207	483.9734	0.30207	3.3105	10.6019	3.2025
20	190.0496	0.0053	0.00159	630.1655	0.30159	3.3158	10.7019	3.2275
22	321.1839	0.0031	0.00094	1067.28	0.30094	3.3230	10.8482	3.2646
24	542.8008	0.0018	0.00055	1806.00	0.30055	3.3272	10.9433	3.2890
25	705.6410	0.0014	0.00043	2348.80	0.30043	3.3286	10.9773	3.2979
26	917.3333	0.0011	0.00033	3054.44	0.30033	3.3297	11.0045	3.3050
28	1550.29	0.0006	0.00019	5164.31	0.30019	3.3312	11.0437	3.3153
30	2620.00	0.0004	0.00011	8729.99	0.30011	3.3321	11.0687	3.3219
32	4427.79	0.0002	0.00007	14756	0.30007	3.3326	11.0845	3.3261
34	7482.97	0.0001	0.00004	24940	0.30004	3.3329	11.0945	3.3288
35	9727.86	0.0001	0.00003	32423	0.30003	3.3330	11.0980	3.3297

35%	TABLA 27 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							35%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.3500	0.7407	1.00000	1.0000	1.35000	0.7407		
2	1.8225	0.5487	0.42553	2.3500	0.77553	1.2894	0.5487	0.4255
3	2.4604	0.4064	0.23966	4.1725	0.58966	1.6959	1.3616	0.8029
4	3.3215	0.3011	0.15076	6.6329	0.50076	1.9969	2.2648	1.1341
5	4.4840	0.2230	0.10046	9.9544	0.45046	2.2200	3.1568	1.4220
6	6.0534	0.1652	0.06926	14.4384	0.41926	2.3852	3.9828	1.6698
7	8.1722	0.1224	0.04880	20.4919	0.39880	2.5075	4.7170	1.8811
8	11.0324	0.0906	0.03489	28.6640	0.38489	2.5982	5.3515	2.0597
9	14.8937	0.0671	0.02519	39.6964	0.37519	2.6653	5.8886	2.2094
10	20.1066	0.0497	0.01832	54.5902	0.36832	2.7150	6.3363	2.3338
11	27.1439	0.0368	0.01339	74.6967	0.36339	2.7519	6.7047	2.4364
12	36.6442	0.0273	0.00982	101.8406	0.35982	2.7792	7.0049	2.5205
13	49.4697	0.0202	0.00722	138.4848	0.35722	2.7994	7.2474	2.5889
14	66.7841	0.0150	0.00532	187.9544	0.35532	2.8144	7.4421	2.6443
15	90.1585	0.0111	0.00393	254.7385	0.35393	2.8255	7.5974	2.6889
16	121.7139	0.0082	0.00290	344.8970	0.35290	2.8337	7.7206	2.7246
17	164.3138	0.0061	0.00214	466.6109	0.35214	2.8398	7.8180	2.7530
18	221.8236	0.0045	0.00158	630.9247	0.35158	2.8443	7.8946	2.7756
19	299.4619	0.0033	0.00117	852.7483	0.35117	2.8476	7.9547	2.7935
20	404.2736	0.0025	0.00087	1152.21	0.35087	2.8501	8.0017	2.8075
22	736.7886	0.0014	0.00048	2102.25	0.35048	2.8533	8.0669	2.8272
24	1342.80	0.0007	0.00026	3833.71	0.35026	2.8550	8.1061	2.8393
25	1812.78	0.0006	0.00019	5176.50	0.35019	2.8556	8.1194	2.8433
26	2447.25	0.0004	0.00014	6989.28	0.35014	2.8560	8.1296	2.8465
28	4460.11	0.0002	0.00008	12740	0.35008	2.8565	8.1435	2.8509
30	8128.55	0.0001	0.00004	23222	0.35004	2.8568	8.1517	2.8535
32	14814	0.0001	0.00002	42324	0.35002	2.8569	8.1565	2.8550
34	26999		0.00001	77137	0.35001	2.8570	8.1594	2.8559
35	36449		0.00001		0.35001	2.8571	8.1603	2.8562

40%	TABLA 28 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							40%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo hundido A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Valor presente del gradiente P/G	Serie uniforme del gradiente A/G
1	1.4000	0.7143	1.00000	1.0000	1.40000	0.7143		
2	1.9600	0.5102	0.41667	2.4000	0.81667	1.2245	0.5102	0.4167
3	2.7440	0.3644	0.22936	4.3600	0.62936	1.5889	1.2391	0.7798
4	3.8416	0.2603	0.14077	7.1040	0.54077	1.8492	2.0200	1.0923
5	5.3782	0.1859	0.09136	10.9456	0.49136	2.0352	2.7637	1.3580
6	7.5295	0.1328	0.06126	16.3238	0.46126	2.1680	3.4278	1.5811
7	10.5414	0.0949	0.04192	23.8534	0.44192	2.2628	3.9970	1.7664
8	14.7579	0.0678	0.02907	34.3947	0.42907	2.3306	4.4713	1.9185
9	20.6610	0.0484	0.02034	49.1526	0.42034	2.3790	4.8585	2.0422
10	28.9255	0.0346	0.01432	69.8137	0.41432	2.4136	5.1696	2.1419
11	40.4957	0.0247	0.01013	98.7391	0.41013	2.4383	5.4166	2.2215
12	56.6939	0.0176	0.00718	139.2348	0.40718	2.4559	5.6106	2.2845
13	79.3715	0.0126	0.00510	195.9287	0.40510	2.4685	5.7618	2.3341
14	111.1201	0.0090	0.00363	275.3002	0.40363	2.4775	5.8788	2.3729
15	155.5681	0.0064	0.00259	386.4202	0.40259	2.4839	5.9688	2.4030
16	217.7953	0.0046	0.00185	541.9883	0.40185	2.4885	6.0376	2.4262
17	304.9135	0.0033	0.00132	759.7837	0.40132	2.4918	6.0901	2.4441
18	426.8789	0.0023	0.00094	1064.70	0.40094	2.4941	6.1299	2.4577
19	597.6304	0.0017	0.00067	1491.58	0.40067	2.4958	6.1601	2.4682
20	836.6826	0.0012	0.00048	2089.21	0.40048	2.4970	6.1828	2.4761
22	1639.90	0.0006	0.00024	4097.24	0.40024	2.4985	6.2127	2.4866
24	3214.20	0.0003	0.00012	8033.00	0.40012	2.4992	6.2294	2.4925
25	4499.88	0.0002	0.00009	11247	0.40009	2.4994	6.2347	2.4944
26	6299.83	0.0002	0.00006	15747	0.40006	2.4996	6.2387	2.4959
28	12348	0.0001	0.00003	30867	0.40003	2.4998	6.2438	2.4977
30	24201		0.00002	60501	0.40002	2.4999	6.2466	2.4988
32	47435		0.00001		0.40001	2.4999	6.2482	2.4993
34	92972				0.40000	2.5000	6.2490	2.4996
35					0.40000	2.5000	6.2493	2.4997

50%	TABLA 29 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							50%
	Pagos únicos		Serie de pagos uniformes				Gradientes aritméticos	
n	Cantidad compuesta *F*/*P*	Valor presente *P*/*F*	Fondo hundido *A*/*F*	Cantidad compuesta *F*/*A*	Recuperación de capital *A*/*P*	Valor presente *P*/*A*	Valor presente del gradiente *P*/*G*	Serie uniforme del gradiente *A*/*G*
1	1.5000	0.6667	1.00000	1.0000	1.50000	0.6667		
2	2.2500	0.4444	0.40000	2.5000	0.90000	1.1111	0.4444	0.4000
3	3.3750	0.2963	0.21053	4.7500	0.71053	1.4074	1.0370	0.7368
4	5.0625	0.1975	0.12308	8.1250	0.62308	1.6049	1.6296	1.0154
5	7.5938	0.1317	0.07583	13.1875	0.57583	1.7366	2.1564	1.2417
6	11.3906	0.0878	0.04812	20.7813	0.54812	1.8244	2.5953	1.4226
7	17.0859	0.0585	0.03108	32.1719	0.53108	1.8829	2.9465	1.5648
8	25.6289	0.0390	0.02030	49.2578	0.52030	1.9220	3.2196	1.6752
9	38.4434	0.0260	0.01335	74.8867	0.51335	1.9480	3.4277	1.7596
10	57.6650	0.0173	0.00882	113.3301	0.50882	1.9653	3.5838	1.8235
11	86.4976	0.0116	0.00585	170.9951	0.50585	1.9769	3.6994	1.8713
12	129.7463	0.0077	0.00388	257.4927	0.50388	1.9846	3.7842	1.9068
13	194.6195	0.0051	0.00258	387.2390	0.50258	1.9897	3.8459	1.9329
14	291.9293	0.0034	0.00172	581.8585	0.50172	1.9931	3.8904	1.9519
15	437.8939	0.0023	0.00114	873.7878	0.50114	1.9954	3.9224	1.9657
16	656.8408	0.0015	0.00076	1311.68	0.50076	1.9970	3.9452	1.9756
17	985.2613	0.0010	0.00051	1968.52	0.50051	1.9980	3.9614	1.9827
18	1477.89	0.0007	0.00034	2953.78	0.50034	1.9986	3.9729	1.9878
19	2216.84	0.0005	0.00023	4431.68	0.50023	1.9991	3.9811	1.9914
20	3325.26	0.0003	0.00015	6648.51	0.50015	1.9994	3.9868	1.9940
22	7481.83	0.0001	0.00007	14962	0.50007	1.9997	3.9936	1.9971
24	16834	0.0001	0.00003	33666	0.50003	1.9999	3.9969	1.9986
25	25251		0.00002	50500	0.50002	1.9999	3.9979	1.9990
26	37877		0.00001	75752	0.50001	1.9999	3.9985	1.9993
28	85223		0.00001		0.50001	2.0000	3.9993	1.9997
30					0.50000	2.0000	3.9997	1.9998
32					0.50000	2.0000	3.9998	1.9999
34					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000
35					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000

CRÉDITOS DE LAS FOTOGRAFÍAS

Capítulo 1
Apertura: Royalty-Free/CORBIS.

Capítulo 2
Apertura: Royalty-Free/CORBIS.

Capítulo 3
Apertura: Getty Images.

Capítulo 4
Apertura: Chad Baker/Getty Images.

Capítulo 5
Apertura: © Digital Vision/PunchStock.

Capítulo 6
Apertura: Stockdisc.

Capítulo 7
Apertura: Getty Images.

Capítulo 8
Apertura: PhotoLink/Getty Images.

Capítulo 9
Apertura: Royalty-Free/CORBIS.

Capítulo 10
Apertura: © Digital Vision/PunchStock.

Capítulo 11
Apertura: (a) Royalty-Free/CORBIS; (b) Royalty-Free/CORBIS.

Capítulo 12
Apertura: Ariel Skelley/Blend Images/Getty Images.

Capítulo 13
Apertura: Randy Allbritton/Getty Images.

Capítulo 14
Apertura: Photodisc/Getty Images.

Capítulo 15
Apertura: Ryan McVay/Getty Images.

Capítulo 16
Apertura: Arthur S. Aubry/Getty Images.

Capítulo 17
Apertura: Photodisc/Getty Images.

Capítulo 18
Apertura: Rubberball/SuperStock.

Capítulo 19
Apertura: © Brand X/JupiterImages.

ÍNDICE ANALÍTICO

A

Acciones comunes, 273
Acciones e intenciones, 7
Acciones preferentes, 273
ACE **véase** Análisis costo-eficacia
Actividades, 401
Agotamiento, 427
Agregar valor, 3
Ahorros de impuestos anuales, 449-450
Alternativa, 5, 6
  de no hacer nada (HN), 6
  mutuamente excluyente, 323
  selección de la mejor, 6-7
  una, 132, 155
Alternativas
  con base en el costo capitalizado, 140-141
  con vidas diferentes, 133-137
  de costo, 131, 460
  de ingreso, 131, 460
  dos o más, 132, 155
  enfoque del MCM, 134-137
  formulación de, 533
  mínimo común múltiplo, 133-134
  mutuamente excluyentes, 130-132, 155, 242-249
  periodo de estudio, 133
  requerimiento de igual servicio, 132
  tipos de, 131
  unidades monetarias equivalentes, 131
Amortización, 415
Análisis
  B/C incremental, 238-246
  beneficio/costo, 235-238
  costo-eficacia, 246
  de atributos múltiples, 278-282
  de ingeniería económica, 5, 6
  de las opciones reales, 499
  de reemplazo, 294, 302-312, 463
  del costo del ciclo de vida, 160-163
  del periodo de recuperación, 348-354
  del punto de equilibrio, 341-348
  del valor anual, 155-157
  económico, principio fundamental, 153
  en el sector público, 232
  incremental, 203
Análisis de proyectos internacionales
  Canadá, 468
  China, 468-469
  Japón, 469
  México, 469
Análisis de sensibilidad, 3, 236, 485-487
  con tres estimaciones, 490-491
  gráfica, 488
Análisis de simulación, 533-539
  pasos básicos, 533-534
Árbol de decisiones, 494-498
  de opciones reales, 501
Atributos
  análisis, 278-282
  comparación por pares, 280-281
  identificación, 278-279
  importancia, 279-281
  medición única, 282
  medida de evaluación para, 282-283
  método de clasificación y calificación, 282
  ordenación por rangos, 280
  ponderación uniforme, 280
  valoración de cada alternativa, 281-282

B

Base no ajustada, 416
Beneficios, diferencia entre, y costos, 236
B/C **véase** Razón beneficio/costo

C

Cálculo de la medida de valor, 534
Campo industrial, 499
Cantidad anual, 153
Capital, 3
  racionamiento o recuperación del, 324
Capital de deuda, 267
  determinación del costo del, 271-273
Capital de inversión, 323
Capital limitado, 268
Capital patrimonial, 267
  costo del, 273-275
Centros de costos, 397
CAUE **véase** Costo anual uniforme equivalente
CM **véase** Costos marginales
CCV **véase** Costo del ciclo de vida
Código de ética, 7
Código de Ética para Ingenieros, 7-10, 404
Componentes de costo, 387-388
Conjunto, 323
Conjuntos mutuamente excluyentes, 325
Contrato DCOMF, 234
Contratos de diseñar-construir, 234
Convención de medio año, 416
  en el SMARC, 424
Corporación altamente apalancada, 275
Costeo basado en actividades, 401-403
Costo anual uniforme equivalente, 294
Costo capitalizado, 138
  alternativas con base en el, 140-141
Costo de capital, 26-27, 267
  invertido, 466
Costo de fábrica, 399
Costo de oportunidad, 27, 324
Costo del ciclo de vida, 160
Costo disminuido de la recuperación de capital, 297
Costo hundido, 295
Costo inicial, 416
  componentes del, 388
  del defensor y del retador, 294
Costo promedio ponderado de capital, 27, 270
  deuda-capital patrimonial, 269
Costos
  centros de, 397
  diferencia entre beneficios y, 236
  directos, 387

fijos, 341
impulsores de, 401
indirectos, 387, 398
por estimar, 387-388
variables, 342
Costos marginales, 300
CPPC **véase** Costo promedio ponderado de capital
Criterio para elegir la mejor alternativa, 129
Curva de recuperación de capital, 299

D

Decisiones de fabricar o comprar, 347-348
Defensora y retadora, 294
Definición del objetivo, 5-6
Deflación, 368
Depreciación, 415, 449
de saldo decreciente, 419-422
de saldo doble decreciente, 419-422
diferentes métodos de, 451-453
en Canadá, 468
en China, 468-469
en Japón, 469
en libros, 415, 417
en línea recta, 418-419
en México, 469
ganancia ordinaria, 453
impositiva, 415, 417
impositiva anual, 416
recobro de la, 453-456, 462
tasas de, acelerada, 451
Descripción
de la medida de valor, 534
del problema, 5-6
Desviación estándar, 527-533
Diagrama de flujo de efectivo, 16-18
Diferencia entre beneficios y costos, 236
Dinero en el tiempo, valor del, 4
Directriz de elección, 460
Diseñar para el costo, 388
Distribución acumulada, 519-520
Distribución de probabilidad, 519, 534
Dumping, 368

E

Ecuación de costo-capacidad, 394
Elaboración de estimaciones, 403-404
Elementos de costo, 388
Enfoque
ascendente, 388
de costo de oportunidad, 306
de flujo de efectivo. 306
de la estimación de costo, 388
del MCM, 134-137
Equivalencia, 31
Equivalencia económica, 19-21
Estados de la naturaleza, 515
Estimación
de costo, 394
de costos, 395-397
de rango, 15
Estimaciones puntuales, 15
Estructura tributaria, 268
Estudio de ingeniería económica, 4-7
de presupuesto de capital, 323
Ética
de la ingeniería o profesional, 7
en el sector público, 250-251
Evaluación de proyectos, 132

F

Factor A/G, 54, 55-57
Factor A/P, 44
funciones en una hoja de cálculo, 45
Factor de cantidad compuesta de pago único **véase** Factor F/P
Factor de cantidad compuesta de una serie uniforme **véase** Factor F/A
Factor de gradiente aritmético de una serie uniforme **véase** Factor A/G
Factor de recuperación del capital **véase** Factor A/P
Factor de valor presente de gradiente aritmético **véase** Factor P/G
Factor de valor presente de pago único **véase** Factor P/F
Factor de valor presente de serie uniforme **véase** Factor P/A
Factor de valor presente de una serie de gradiente geométrico, 58-61
Factor F/A, 46-48, 73
Factor F/G, 54
Factor F/P, 40-42
Factor gradiente aritmético, valor futuro **véase** Factor F/G
Factor P/A, 43-44, 73
Factor P/F, 40-42
Factor P/G, 53-54
FCCPU **véase** Factor F/P
FCCSU **véase** Factor F/A
Financiamiento, 234
a plazos, 175
por deuda, 27
por patrimonio, 27
Flujo de efectivo estimado, 129
Flujo(s) de efectivo, 5, 6, 61-64
continuo, 116
de entrada, 15
de salida, 15
diagrama de, 16-18
estimaciones, 153
futuros o pasados, 4
incremental, 203-206, 213
neto, 15
no recurrentes, 139
periódicos, 139
reales, 449
recurrentes, 139
Flujo neto de efectivo, 448-450
Fondos de capital **véase** Capital
Fondos del propietario, 273
Formulación de alternativas, 533
FRC **véase** Factor A/P
Frecuencia de composición, 97
Funciones de Excel, 27-30
FVPPU **véase** Factor P/F
FVPSU **véase** Factor P/A

G

Ganancia ordinaria, 453-456
Ganancia de capital, 454

Gastos
de operación, 446
en Canadá, 468
en China, 468-469
en Japón, 469
Gradiente aritmético, 50, 53
valor presente, 80
Gradiente convencional, 51
Gradiente diferido, 80
Gradiente geométrico, 58, 82
Gradientes decrecientes, 83-84
Gráfica del cambio porcentual, 488

H

Hoja de cálculo, uso en ejemplos
análisis de reemplazo, 465
análisis de sensibilidad, 487
análisis de VUE, 301
análisis VEA, 467
costo del capital de deuda, 272
costo marginal, 301
depreciación, 425, 456
flujos de efectivo, 205-206, 209
función DDB, 421-422, 425
función INT.EFECTIVO, 115
función NPER, 63-64, 350
función PAGO, 28, 75, 298
función TASA, 63
función TIR, 63
función VDB, 425
función VF, 28, 41-42, 47-48, 79-80
función VNA, 75, 86
función VPN, 327-328, 487
gráficas, 488
herramienta Goal Seek, 57, 86, 141-142, 458
herramienta Solver, 330-331
ingresos totales, 29-30
interés total, 29-30
introducción, 27-31
periodo de recuperación, 354
punto de equilibrio, 352-354
simulación, 538-539
tasa de rendimiento, 178-179, 192, 218-219, 460-462
tasa de retorno, 29-30
tasa mensual nominal, 115
valor anual, 156-157, 305
valor de reemplazo, 159-160, 312
valor futuro, 41-42, 78-80
valor presente, 56-57, 60, 78-80, 372
vida útil económica, 298-299
Horizonte de planeación, 133

I

Identificación de atributos, 278-279
Impuesto al valor agregado, 470-472
Impuesto sobre la renta, 445-448
Impuestos, 269
análisis de proyectos internacionales después de, 468-470
análisis del valor agregado después de, 465-468
en México, 469
estudio de reemplazo después de, 462-465
evaluación después de, 456-462
indirectos, 470
Impulsores de costo, 401
Incremento del costo del VA, 297-298
Índice, de costos, 391-394
de valor presente, 237-238
Inflación, 12, 367
deflación, 368
dumping, 368
efecto de la, 367-369
recuperación del capital ajustado por, 377-378
tasa de, 368
valor futuro ajustado por, 374-377
valor presente ajustado por, 369-374
Ingeniería económica, opciones en, 498-503
Ingreso bruto **véase** Ingreso de operación
Ingreso de operación, 445
Ingreso gravable, 446
Ingreso neto de operación, 446
Interés, 10
Interés compuesto, 22-25, 114
equivalencias, 27
Interés simple, 21-22
Internal Revenue Service, 445
Interpolación lineal, 49-50
Intervención gubernamental, 268, 269
IVP **véase** Índice de valor presente

L

Limitaciones de capital, 269

M

Mantener el enfoque actual, 131
Medición costo-eficacia, 246
Medición única, 282
Medida del valor, 129, 534
Método ABC **véase** Costeo basado en actividades
Método
acelerado, 416
de atributo ponderado, 282
de clasificación y calificación, 282
de la tasa por hora de producción, 399
de saldo decreciente, 419-422
de sondeo inicial, 349
de tasa de rendimiento, 179-180
del factor, 395
del valor presente, 75-76
TR, 458-459
unitario, 390-391
Métodos de agotamiento, 427-429
Mezcla deuda-capital patrimonial, 269-270
efecto sobre el riesgo de inversión, 275-277
Modelo de fijación de precios de activos de capital, 274
Moral universal, 7
Moral personal, 7
MPAC **véase** Modelo de fijación de precios de activos de capital
Muestra aleatoria, 523-526
Muestreo aleatorio, 534
Muestreo de Monte Carlo, 533

N

Nodo de decisión, 495
Nodo de probabilidad, 495
Números aleatorios, 523

O

Obsolescencia, 294
Obtención de fondos, 234
Opción, 498
Opción de no hacer, 130-131
Opciones reales, 499
Oportunidad de inversión, 268, 269
Orden de magnitud, 389

P

Parámetro, 485
Parámetros con variación, 534
Pérdida de capital, 454
Periodo, 97
Periodo base, 393
Periodo de capitalización, 97, 106-107
  pagos únicos, 107-109, 112-114
  series, 109-114
Periodo de interés, 10, 15
Periodo de pago, 106-107
  pagos únicos, 107-109, 112-114
  series, 109-114
Periodo de recuperación, 348-354, 416, 426-427
  definición, 349
Poder adquisitivo, 367
Poder de compra **véase** Poder adquisitivo
Ponderaciones de los atributos, 279
Porcentaje constante, 58
Precisión de las estimaciones, 389
Presupuestación del capital, 324
  con programación lineal, 329-331
Principal, 10
Principio fundamental de análisis económico, 153
Probabilidad, 518
  distribución de, 519
Programación lineal, 329-331
Propiedad inmobiliaria, 416
Propiedad personal, 416
Prosperidad futura, 137
Proyecto, 323, 387
  con vida más larga, 324
  contingente, 323
  dependiente, 323
Proyecto NH **véase** Opción de no hacer
Proyectos
  del sector público, 230-235
  del sector servicios, 246-250
  independientes, 130, 244, 247
Punto de vista del no propietario, 295
Presupuestación del capital, 153-154

R

Racionamiento del capital, 324
  proyectos con vida igual, 325-326
  proyectos de vida diferente, 327-329
Rango de valores, 485
Razón beneficio/costo, 235
RCE **véase** Relación costo-eficacia
Recobro de la depreciación, 453-456, 462
Recuperación simple, 349
Recuperación del capital
  ajustado por inflación, 377-378
    véase también Racionamiento del capital
    véase también Depreciación
Relación costo-eficacia **véase** Medición costo-eficacia
Rendimiento disminuido, 294
Rendimiento porcentual anual, 97
Rendimiento sobre el capital invertido
  enfoque, 185, 187-190
  técnica del, 190
Rendimiento sobre la inversión, 173
Requisitos alterados, 294
Resultado, 495
Retadora, defensora y, 294
Retorno sobre la inversión, 12
Riesgo, 501-503, 515
Riesgo del proyecto, 268, 269
Riesgo de inversión, 275-277
ROI **véase** Retorno sobre la inversión
RPA **véase** Rendimiento porcentual anual
RSCI **véase** Rendimiento sobre el capital invertido
RSI **véase** Rendimiento sobre la inversión

S

Serie de gradiente geométrico, 82
Series gradientes diferidas, 83-84
Sistema, 387
Sistema de contabilidad de costos, 397
Sistema de depreciación alternativa, 426-427
Sistema de depreciación general, 426
Sistema modificado acelerado de recuperación de costos, 422-426
  periodo de recuperación, 426-427

T

Tasa de cambio, 58
Tasa de depreciación **véase** Tasa de recuperación
Tasa de impuestos, 446
Tasa de interés, 10-11
  pagada, 12
Tasa de interés efectiva, 96, 105-106
  anual, 100
  continua, 114
Tasa de interés nominal, 96-99
Tasa de recuperación, 416
Tasa(s) de rendimiento, 12, 173-175
  de equilibrio, 210-213
  de una inversión en bonos, 190-192
  evaluación con VA, 213-214
  evaluación con VP, 207-213
  incremental, 207-208
  método de, 179-180
  múltiples valores de la, 180-184
  sobre la inversión adicional, 206-207
  técnicas para eliminar, múltiples, 184-190
  VP, 175, 177
  VA, 175, 179

Tasa efectiva, 97
Tasa impositiva marginal, 446
Tasa interna de rendimiento, 173, 175, 332-334
Tasa mínima atractiva de rendimiento, 26
  costo de capital y, 267-269
Tasas del mercado en otras corporaciones, 269
Tasa porcentual anual, 97
Tasas de interés
  anuales, 99-105
  variables, 116-117
Tasas de préstamos de mercado, 269
Técnica de ponderación aditiva, 282
Tiempo **véase** Periodo
TIR **véase** Tasa interna de rendimiento
TMAR **véase** Tasa mínima atractiva de rendimiento
Toma de decisiones
  con certidumbre, 517
  con incertidumbre, 515, 517
  con riesgo, 515, 517, 518-522
  personal, 499
TPA **véase** Tasa porcentual anual
TR **véase** Tasa de rendimiento
TR de equilibrio, 460
TR incremental, 214-218, 460
  análisis en una hoja de cálculo, 218-219
TR modificada, 173
  enfoque, 185-186
  ejemplo, 186-187
  técnica de la, 190

U

Unidades monetarias equivalentes del día de hoy, 132
Utilidad máxima, 343
Utilidad neta de operación después de impuestos, 446
Utilidades retenidas, 273

V

Valor, 3
Valor agregado, 465
Valor anual
  análisis del, 151-153, 155-157
  de una inversión permanente, 157-158
  numéricamente más grande, 155-156
  uniforme equivalente *A*, 44
  ventaja de interpretación, 151
Valor comercial actual, 294
Valor de mercado, 294, 416
Valor de rescate, 153, 416
Valor de rescate implícito, 420
Valor del dinero en el tiempo, 4, 19
Valor económico agregado, 466-468
Valor en libros, 416
Valor esperado, 492
  cálculos de, 492-494
Valor futuro
  ajustado por inflación, 374-377
  análisis de las alternativas de, 137-138
  de la serie uniforme, 46
Valor IG negativo, 449
Valor *P* equivalente en el año 0, 43
Valor presente, 44, 58
  ajustado por inflación, 369-374
  alternativas con vidas diferentes, 133-137
  de la alternativa, 131
  enfoque del MCM, 134-137
  funciones en una hoja de cálculo, 44-45
  mayor en términos numéricos, 132
  mismo número de años, 133
  proyectos independientes, 132
  requerimiento de igual servicio, 131
  total, 52
  unidades monetarias equivalentes, 131
Valores
  anuales, 294
  de *i* o *n*, 49
  VP, 323
Variable aleatoria o variable, 518
Variable continua, 520-522
Varianza de la asignación, 399-401
VC **véase** Valor comercial actual
Vida *n* esperada, 300
Vida útil económica, 294, 296
VUE **véase** Vida útil económica